Análise no domínio da frequência

Introdução

- Espectro de frequências
- RF a partir da RI
- Passo intermediário de outros processos

Introdução

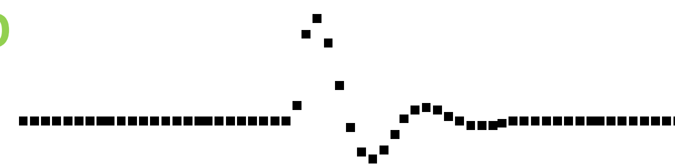
- A TDF é um das ferramentas mais importantes de PDS, é muito utilizada em 3 situações especificas:
  - Para determinar o **espectro de frequências** de um sinal
  - Para obter a **resposta em frequência** de um sistema **a partir da resposta impulsiva** do sistemas ou **vice-versa**
  - Ou **como passo intermediário em técnicas de PDS mais elaboradas**

A familia das TF

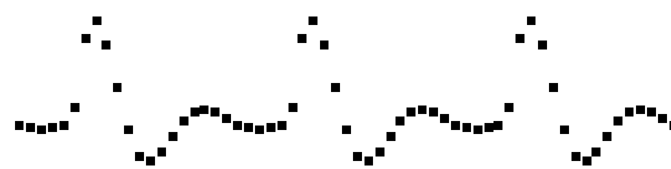
TRANSFORMADA DE FOURIER
Continuo e aperiódico

SÉRIE DE FOURIER
Continuo e periódico

TRANSFORMADA DE FOURIER DE TEMPO DISCRETO
Discreto e aperiódico



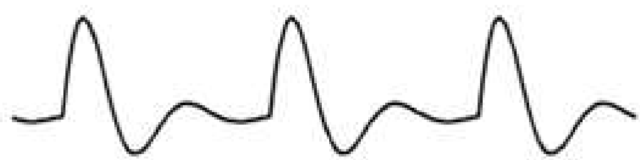
TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (SÉRIE DE FOURIER DISCRETA)
Discreto e periódico



A familia das TF

SÉRIE DE FOURIER

Continuo e periódico



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j\omega_0 kt}$$

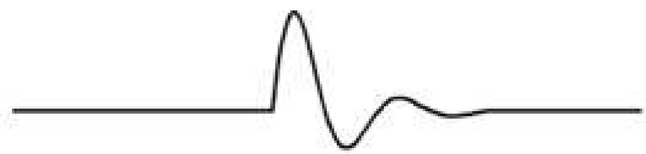
SÍNTESE

$$a_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\,dt$$

ANÁLISE

A familia das TF

TRANSFORMADA DE FOURIER
Continuo e aperiódico



$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Transformada inversa de Fourier

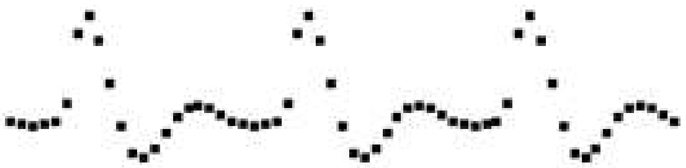
$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t}\, dt$$

Transformada de Fourier
(Integral de Fourier)

A familia das TF

SÉRIE DE FOURIER DISCRETA

Discreto e periódico



$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

n = 0, 1, 2, ..., N-1 SÍNTESE

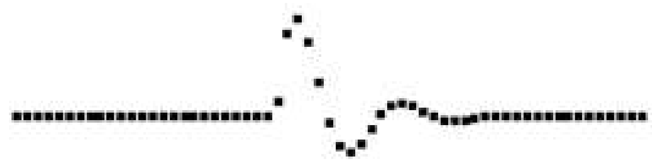
$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

k = 0, 1, 2, ..., N-1 ANÁLISE

A familia das TF

TRANSFORMADA DE FOURIER DE TEMPO DISCRETO

Discreto e aperiódico



$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

SÍNTESE

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

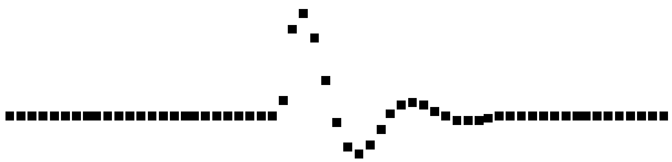
ANÁLISE

A familia das TF

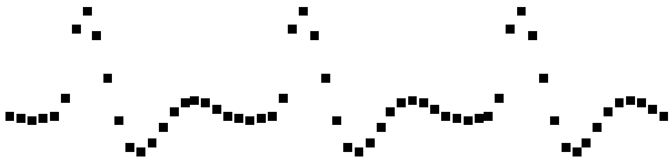
TRANSFORMADA DE FOURIER
Continuo e aperiódico

SÉRIE DE FOURIER
Continuo e periódico

TRANSFORMADA DE FOURIER DE TEMPO DISCRETO
Discreto e aperiódico

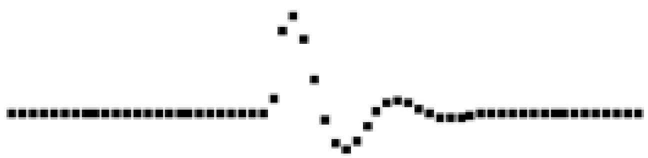


TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (SÉRIE DE FOURIER DISCRETA)
Discreto e periódico

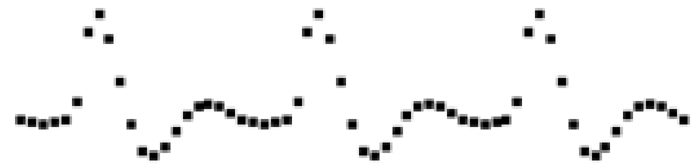


A familia das TF

DTFT



DFT



$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

n = 0, 1, 2, …, N-1

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

k = 0, 1, 2, …, N-1

Análise no domínio da frequência

TRANSFORMADA DE FOURIER DE TEMPO DISCRETO (DTFT)

Representação de sequências por transformadas de Fourier

Oppenheim • Schafer

- Muitas sequências podem ser representadas por uma integral de Fourier na forma

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \qquad \text{ANÁLISE}$$

somável

- em que

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}\,d\omega \qquad \text{SÍNTESE}$$

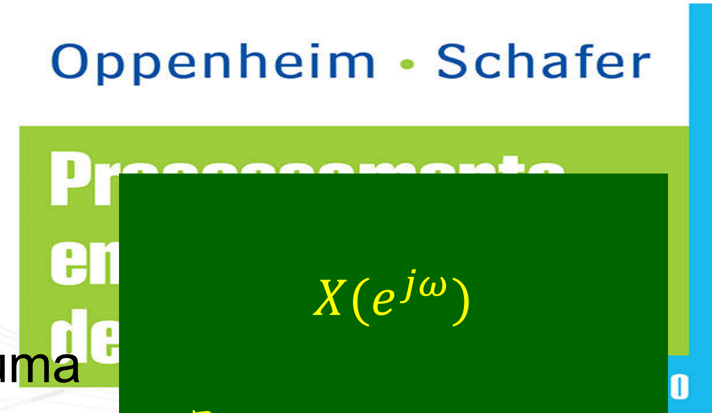
$X(e^{j\omega})$

complexa contínua

$-\infty < \omega < \infty$

Não posso fazer um gráfico no MATLAB da função toda

Representação de sequências por transformadas de Fourier



- Muitas sequências podem ser representadas por uma integral de Fourier na forma

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \qquad \text{ANÁLISE}$$

somável

- em que

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}\, d\omega \qquad \text{SÍNTESE}$$

$X(e^{j\omega})$

Truncar ω

periódica

simétrica

Exemplo

Determine a DTFT de $x[n] = 0.5^n u[n]$

É somável e tem TF

x[n] se estende até ∞

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} = \sum_{0}^{\infty} 0.5^n e^{-j\omega n} = \sum_{0}^{\infty} (0.5 \;\; e^{-j\omega})^n = \frac{1}{1 - 0.5e^{-j\omega}} = \frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega} - 0.5}$$

$X(e^{j\omega})$ é periódica, com período 2π

$X(e^{j\omega})$ é simétrica, [0,π]

Representar apenas alguns pontos da DTFT entre 0 e π

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{0}^{\infty} \frac{1}{1 - 0.5e^{-j\omega}} = \frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega} - 0.5}$$

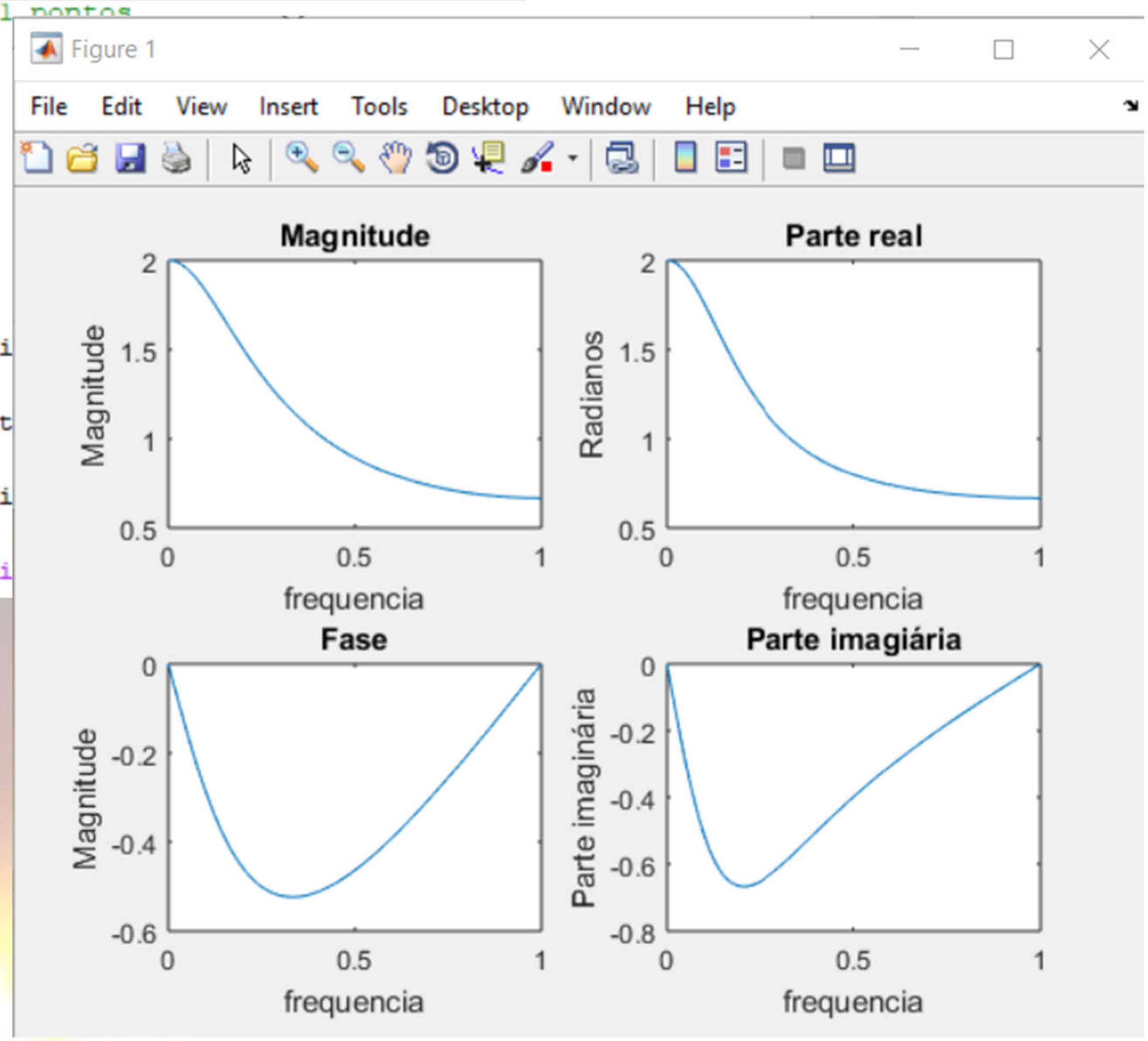
501 pontos entre 0 e π

ex_dtft.m

```
w=[0:500]*pi/500; % eixo de 0 ate pi com 501 pontos
X=exp(j*w)./(exp(j*w)-0.5*ones(1,501));
magX=abs(X); % valor absoluto da TF
angX=angle(X); % fase da TF
realX=real(X); %parte real da TF
imagX=imag(X); % parte imaginaria da TF

% Gráficos
subplot(2,2,1);plot(w/pi,magX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); title('Magnitude');
subplot(2,2,2);plot(w/pi,realX);
xlabel('frequencia');ylabel('Radianos'); title('Parte real');
subplot(2,2,3);plot(w/pi,angX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); title('Fase');
subplot(2,2,4);plot(w/pi,imagX);
xlabel('frequencia');ylabel('Parte imaginária'); title('Parte imagiária');
```

ex_dtft.m

```
w=[0:500]*pi/500; % eixo de 0 ate pi com 501 pontos
X=exp(j*w)./(exp(j*w)-0.5*ones(1,501));
magX=abs(X); % valor absoluto da TF
angX=angle(X); % fase da TF
realX=real(X); %parte real da TF
imagX=imag(X); % parte imaginaria da TF

% Gráficos
subplot(2,2,1);plot(w/pi,magX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); ti
subplot(2,2,2);plot(w/pi,realX);
xlabel('frequencia');ylabel('Radianos'); tit
subplot(2,2,3);plot(w/pi,angX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); ti
subplot(2,2,4);plot(w/pi,imagX);
xlabel('frequencia');ylabel('Parte imagínári
```



Exemplo

Determine a DTFT de $x[n] = \delta[n+1] + 2\delta[n] + 3\delta[n-1] + \delta[n-2] + 5\delta[n-3]$

É finita/somável e tem TF

$$X(e^{j\omega}) = e^{j\omega} + 2 + 3e^{-j\omega} + 4e^{-j2\omega} + 5e^{-j3\omega}$$

Não precisa ser truncado a TF pode ser computada numericamente

$X(e^{j\omega})$ é periódica, com período 2π

$X(e^{j\omega})$ é simétrica, [0,π]

Implementar numericamente

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

- Calcular numericamente a expressão
  - x[n] com N amostras $n_1 \leq n \leq n_2$
  - ω dividido em (M+1) frequências equidistantes entre 0 e π
    - $\omega_k = \frac{\pi}{M}k, k = 0, \ldots, M$

$$X\left(e^{j\omega_k}\right) = \sum_{l=1}^{N} e^{-j(\pi/M)\underbrace{k n_l}_{(M+1)\times N}} \overbrace{x[n_l]}^{N\times 1}$$

$$X^T = x^T\left[e^{-j\left(\frac{\pi}{M}\right)kn^T}\right]$$

```
>> k = [0:M]; n = [n1:n2];
>> X = x * (exp(-j*pi/M)) .^ (n'*k);
```

Editor - G:\Meu Drive\DISCIPLINAS\PROC SINAIS EM BIOS\MATLAB\ex2_dtft.m

ex_dtft.m | ex2_dtft.m | +

```
n=-1:3;
x=1:5; % x[n], as amplitudes para cada n
k=0:500; %quantidade de frequencias/subdivisões entre 0 e pi
w=(pi/500)*k; % eixo de 0 ate pi com 501 pontos

X=x*(exp(-j*pi/500)).^(n'*k);

magX=abs(X); % valor absoluto da TF
angX=angle(X); % fase da TF
realX=real(X); %parte real da TF
imagX=imag(X); % parte imaginaria da TF

% Gráficos
figure(2);
subplot(2,2,1);plot(w/pi,magX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); title('Magnitude');
subplot(2,2,2);plot(w/pi,realX);
xlabel('frequencia');ylabel('Radianos'); title('Parte real');
subplot(2,2,3);plot(w/pi,angX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); title('Fase');
subplot(2,2,4);plot(w/pi,imagX);
xlabel('frequencia');ylabel('Parte imaginária'); title('Parte imagiária');
```

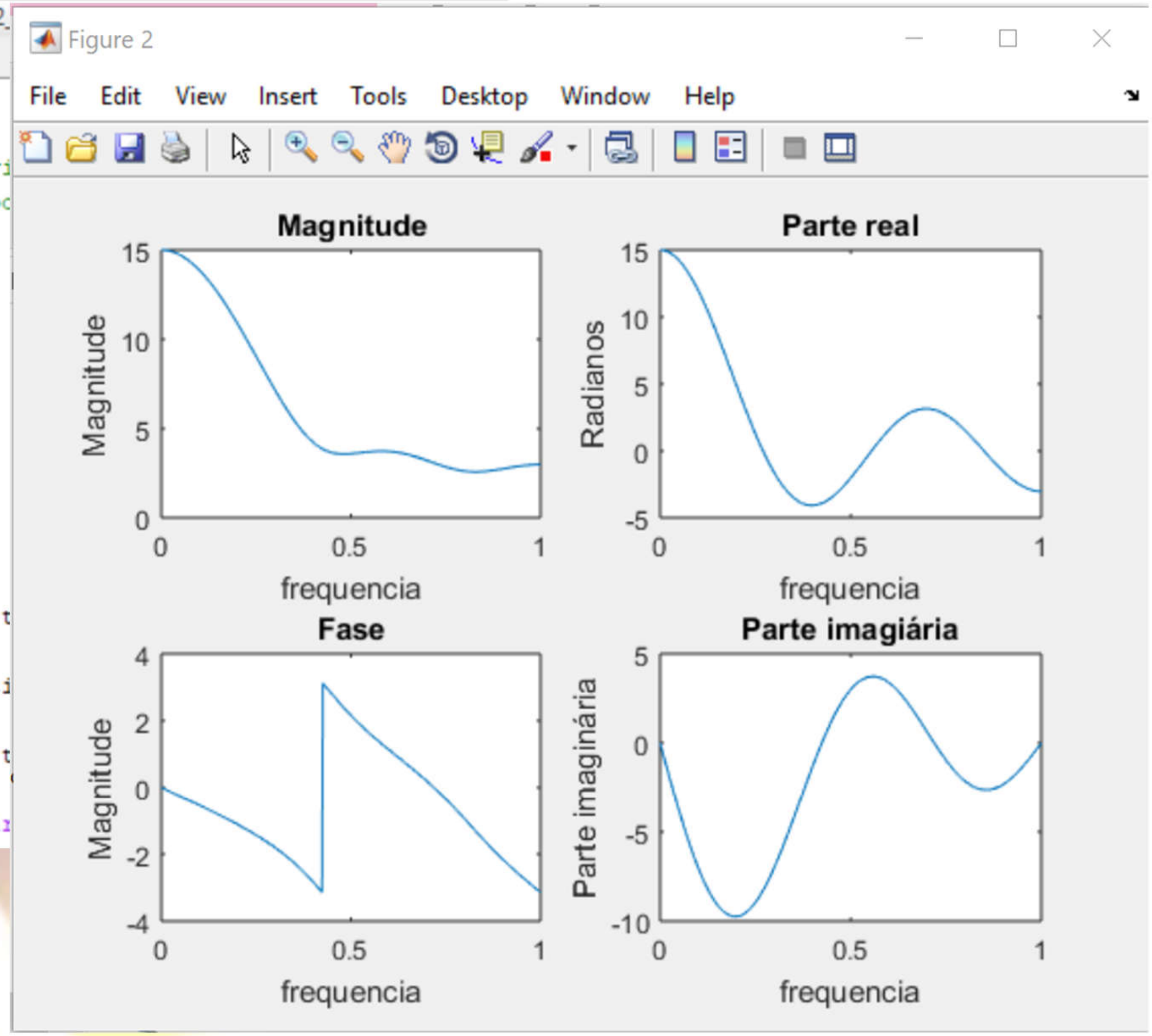
$$x[n] = \delta[n+1] + 2\delta[n] + 3\delta[n-1] + \delta[n-2] + 5\delta[n-3]$$

```
>> k = [0:M]; n = [n1:n2];
>> X = x * (exp(-j*pi/M)) .^ (n'*k);
```

Editor - G:\Meu Drive\DISCIPLINAS\PROC SINAIS EM BIOS\MATLAB\ex2_

ex_dtft.m | ex2_dtft.m

```
n=-1:3;
x=1:5; % x[n], as amplitudes para cada n
k=0:500; %quantidade de frequencias/subdivi
w=(pi/500)*k; % eixo de 0 ate pi com 501 po

X=x*(exp(-j*pi/500)).^(n'*k);

magX=abs(X); % valor absoluto da TF
angX=angle(X); % fase da TF
realX=real(X); %parte real da TF
imagX=imag(X); % parte imaginaria da TF

% Gráficos
figure(2);
subplot(2,2,1);plot(w/pi,magX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); t
subplot(2,2,2);plot(w/pi,realX);
xlabel('frequencia');ylabel('Radianos'); ti
subplot(2,2,3);plot(w/pi,angX);
xlabel('frequencia');ylabel('Magnitude'); t
subplot(2,2,4);plot(w/pi,imagX);
xlabel('frequencia');ylabel('Parte imaginár
```

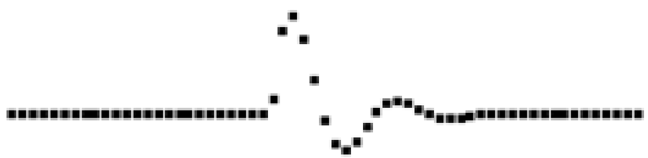


Análise no domínio da frequência

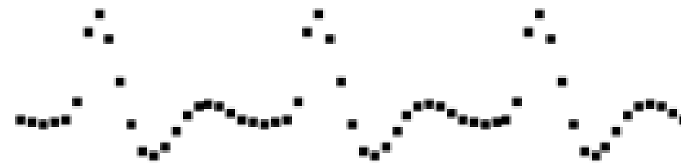
TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (DFT)

A familia das TF

DTFT



DFT



$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

n = 0, 1, 2, ..., N-1

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

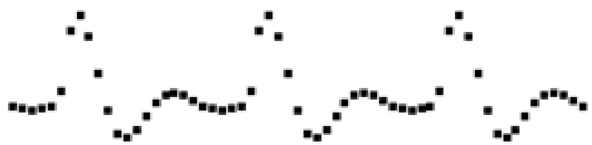
$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

k = 0, 1, 2, ..., N-1

DTFT

TZ

Não são computáveis numericamente



Sequencia originalmente periódica → DFS

Sequencia finita/aperiódica?

Fazer uma sequencia parecer periódica

$$\tilde{x}(n) = \tilde{x}(n + kN), \quad \forall n, k$$

$$\tilde{X}(k + N) = \tilde{X}(k)$$

DFT

Pode ser calculada numericamente

Amostrando

DTFT

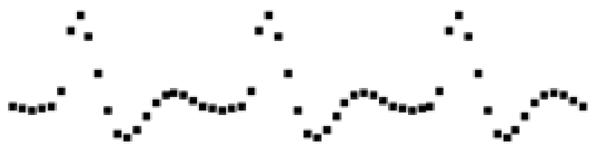
TZ

Mesmo assim os algoritmos são proibitivos!

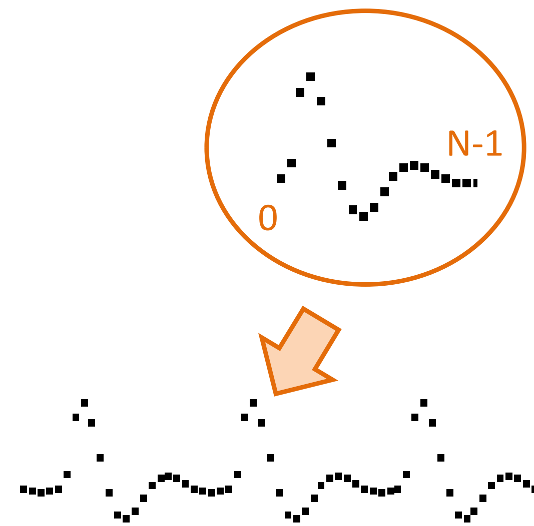
DTFT

TZ

Não são computáveis numericamente



Sequencia originalmente periódica → DFS



DFT

Pode ser calculada numericamente

Amostrando $\begin{cases} \text{DTFT} \\ \text{TZ} \end{cases}$

Mesmo assim os algoritmos são proibitivos!

DFS

$$\boxed{\begin{aligned}&\tilde{x}(n) = \tilde{x}(n+kN), \quad \forall n,k\\ &\tilde{X}(k+N) = \tilde{X}(k)\end{aligned}}$$

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{W}_N\tilde{\mathbf{x}}$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = \frac{1}{N}\mathbf{W}_N^*\tilde{\mathbf{X}}$$

$$\mathbf{W}_N \triangleq \left[W_N^{kn}{}_{0\le k,n\le N-1}\right] = \begin{array}{c c} & n \longrightarrow \\ \begin{array}{c} k \\ \downarrow \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W_N^1 & \cdots & W_N^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \cdots & W_N^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \end{array}$$

DFT

$$\tilde{x}(n) = x((n))_N \qquad \text{(Periodic extension)}$$

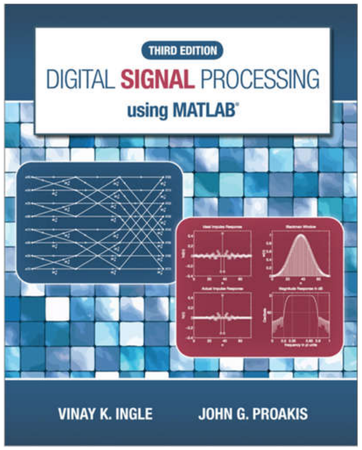
$$x(n) = \tilde{x}(n)\mathcal{R}_N(n) \qquad \text{(Window operation)}$$

$$X(k) \triangleq \text{DFT}\,[x(n)] = \begin{cases} \tilde{X}(k), & 0 \le k \le N-1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} = \tilde{X}(k)\mathcal{R}_N(k)$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad 0 \le k \le N-1$$

DFT

```
function [Xk] = dft(xn,N)
% Computes Discrete Fourier Transform
% -----------------------------------
% [Xk] = dft(xn,N)
% Xk = DFT coeff. array over 0 <= k <= N-1
% xn = N-point finite-duration sequence
%  N = Length of DFT
%
n = [0:1:N-1];              % row vector for n
k = [0:1:N-1];              % row vecor for k
WN = exp(-j*2*pi/N);        % Wn factor
nk = n'*k;                  % creates a N by N matrix of nk values
WNnk = WN .^ nk;            % DFT matrix
Xk = xn * WNnk;             % row vector for DFT coefficients

function [xn] = idft(Xk,N)
% Computes Inverse Discrete Transform
% -----------------------------------
% [xn] = idft(Xk,N)
% xn = N-point sequence over 0 <= n <= N-1
% Xk = DFT coeff. array over 0 <= k <= N-1
%  N = length of DFT
%
n = [0:1:N-1];              % row vector for n
k = [0:1:N-1];              % row vecor for k
WN = exp(-j*2*pi/N);        % Wn factor
nk = n'*k;                  % creates a N by N matrix of nk values
WNnk = WN .^ (-nk);         % IDFT matrix
xn = (Xk * WNnk)/N;         % row vector for IDFT values
```



Exemplo

Seja x[n] uma sequencia com 4 pontos:

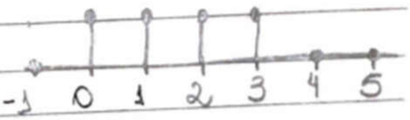
$$x[n] = \begin{cases} 1, 0 \leq n \leq 3 \\ 0, para\ os\ demais\ pontos \end{cases}$$

a) Compute a DTFT (Transformada de Fourier de Tempo Discreto, $X(e^{j\omega})$ e plote sua magnitude

b) Compute os 4 pontos a DFT (Transformada de Fourier Discreta) de x[n].

```
>> xn=[1,1,1,1];N=4;X=dft(xn,N)

X =

   4.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i
```

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{fora} \end{cases}$$



$$X(e^{j\omega}) = \sum_{0}^{3} x[n] e^{-j\omega} = 1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} + e^{-3j\omega}$$

Como somar?

$$\sum_{n=0}^{N-1} \alpha^{n} = \frac{1-\alpha^{N}}{1-\alpha}$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1-(e^{-j\omega})^{4}}{1-\underbrace{e^{-j\omega}}_{\alpha}}$$

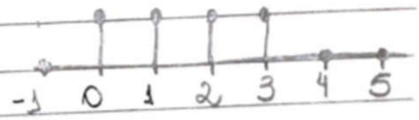
$$= \frac{e^{-2j\omega}\left(e^{2j\omega} - e^{-2j\omega}\right)}{e^{-j\omega/2}\left(e^{j\omega/2} - e^{-j\omega/2}\right)} \cdot \frac{2i}{2i} =$$

$$\boxed{X(e^{j\omega}) = e^{-3/2 j\omega} \left[\frac{\text{sen}(2\omega)}{\text{sen}(\omega/2)}\right]}$$

magnitude $\quad |X(e^{j\omega})| = \dfrac{\text{sen}(2\omega)}{\text{sen}(\omega/2)}$

Exemplo

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{fora} \end{cases}$$



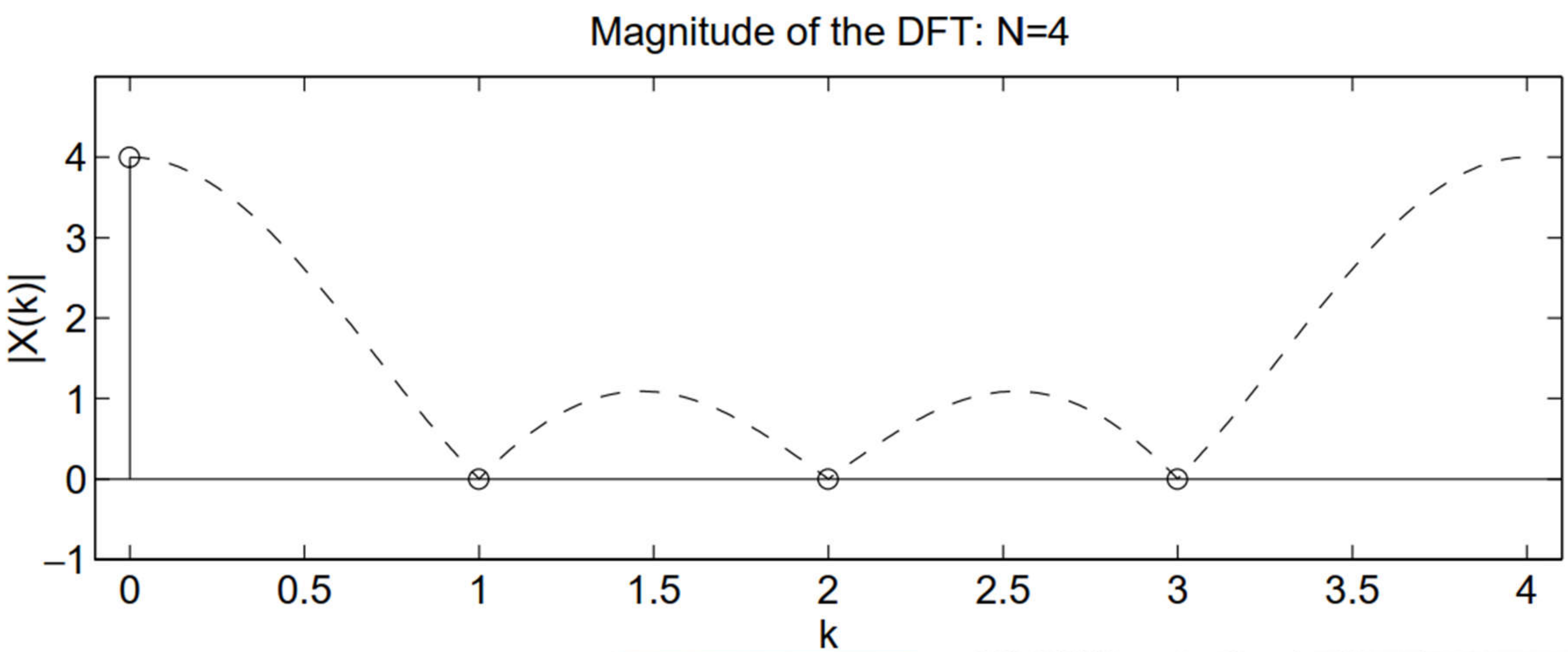
$$X(e^{j\omega}) = \sum^{3} x[n]e^{-j\omega} = 1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} + e^{-3j\omega}$$

Se...

a)

b)

```
>> xn
X =
4.
```



=

$\sin(\omega/2)$

Análise no domínio da frequência

FFT

FFT

O conteúdo em frequência de um sinal também pode ser obtido utilizando-se a FFT, no MATLAB isto é feito utilizando-se a função **fft**

Syntax

```
Y = fft(X)
Y = fft(X,n)
Y = fft(X,n,dim)
```

Description

`Y = fft(X)` computes the discrete Fourier transform (DFT) of X using a fast Fourier transform (FFT) algorithm. example

- If X is a vector, then `fft(X)` returns the Fourier transform of the vector.
- If X is a matrix, then `fft(X)` treats the columns of X as vectors and returns the Fourier transform of each column.
- If X is a multidimensional array, then `fft(X)` treats the values along the first array dimension whose size does not equal 1 as vectors and returns the Fourier transform of each vector.

`Y = fft(X,n)` returns the n-point DFT. If no value is specified, Y is the same size as X. example

- If X is a vector and the length of X is less than n, then X is padded with trailing zeros to length n.
- If X is a vector and the length of X is greater than n, then X is truncated to length n.
- If X is a matrix, then each column is treated as in the vector case.
- If X is a multidimensional array, then the first array dimension whose size does not equal 1 is treated as in the vector case.

`Y = fft(X,n,dim)` returns the Fourier transform along the dimension `dim`. For example, if X is a matrix, then `fft(X,n,2)` returns the n-point Fourier transform of each row. example

https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html?searchHighlight=fft&s_tid=doc_srchtitle

FFT

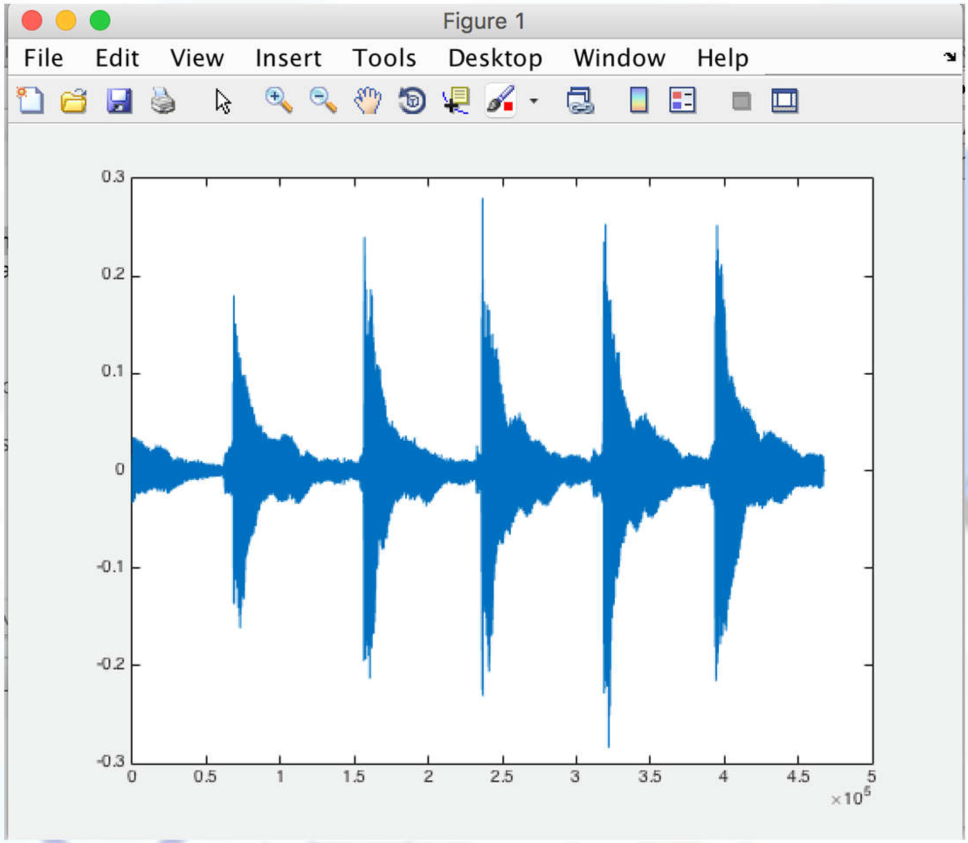
Exemplo
Sinais de áudio

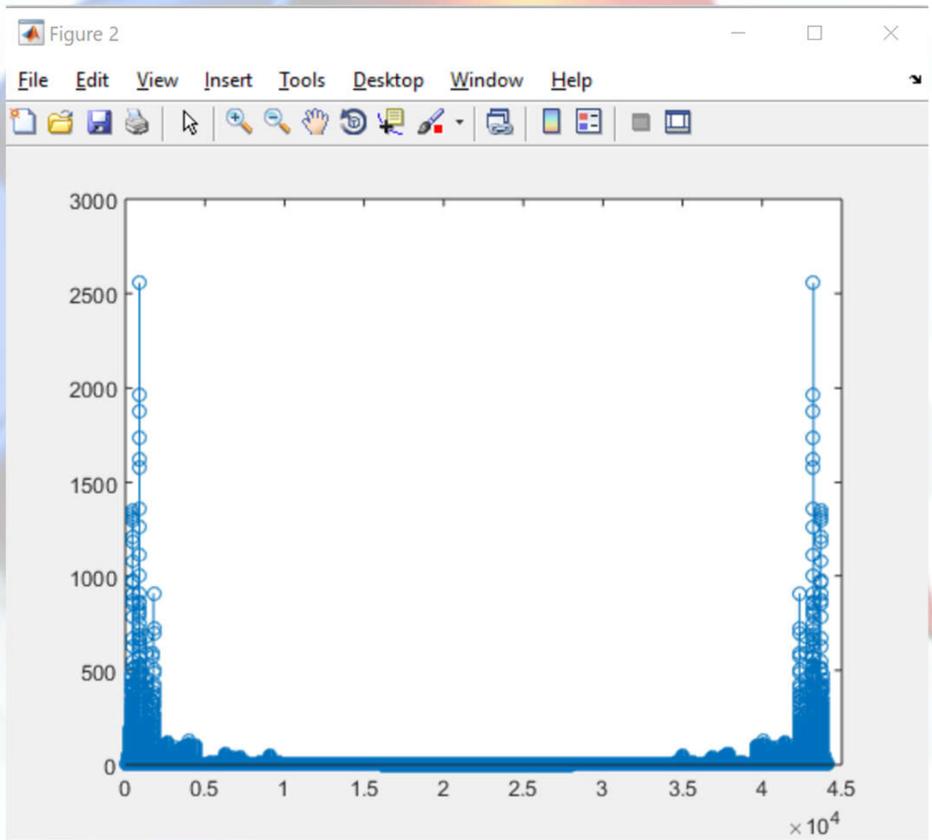
```

[s1,Fs]=audioread('LaBandolim.m4a');
figure(1);plot(s1)

% FFT
S1=fft(s1);
[m,n]=size(S1);
f=0:m-1;
figure(2);stem(f*Fs/m,abs(S1))
```

FFT

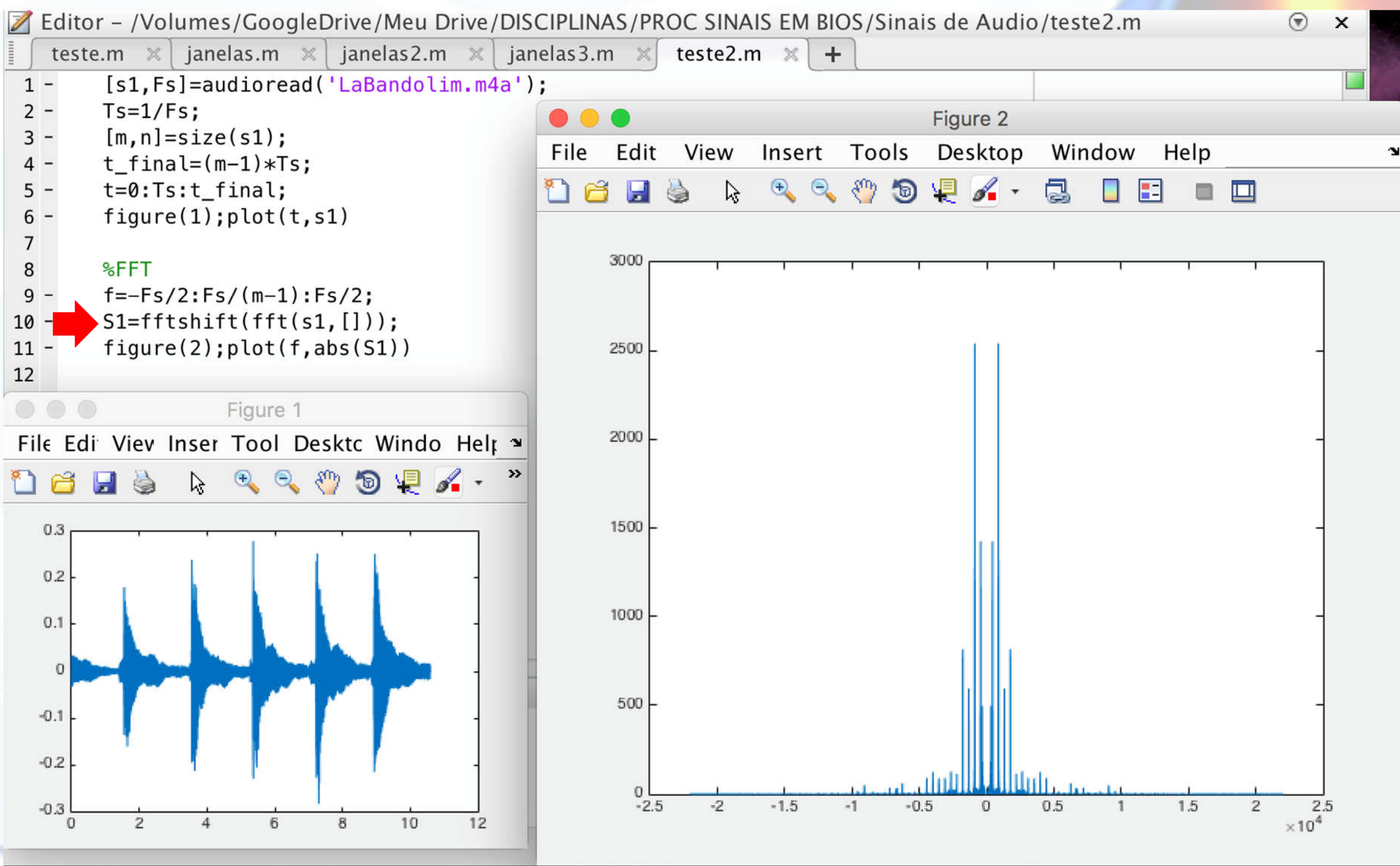
Exemplo

Sinais de áudio



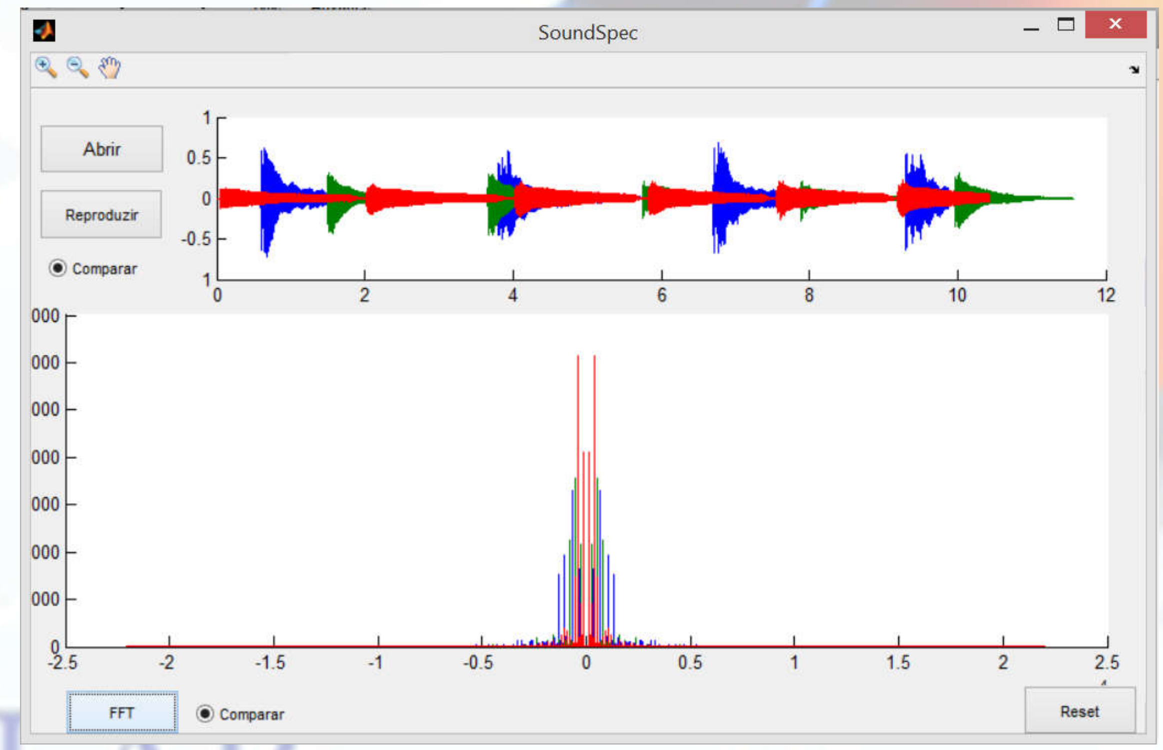


FFT


Editor – /Volumes/GoogleDrive/Meu Drive/DISCIPLINAS/PROC SINAIS EM BIOS/Sinais de Audio/teste2.m
teste.m
janelas.m
janelas2.m
janelas3.m
teste2.m
[s1,Fs]=audioread('LaBandolim.m4a');
Ts=1/Fs;
[m,n]=size(s1);
t_final=(m-1)*Ts;
t=0:Ts:t_final;
figure(1);plot(t,s1)
%FFT
f=-Fs/2:Fs/(m-1):Fs/2;
S1=fftshift(fft(s1,[]));
figure(2);plot(f,abs(S1))
Figure 2
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
-2.5 -2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2 2.5
$\times 10^4$
Figure 1
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
0 2 4 6 8 10 12

TAREFA

- Monte uma interface no GUIDE para abrir um arquivo de som, exibi-lo na tela e reproduzi-lo.
- Calcule a transformada de Fourier do sinal



TAREFA - Sugestões

Matlab demonstration - basic signal manipulation using audio signals
https://www.youtube.com/watch?v=ie7iREcYBPU

GUIDE
http://www.mathworks.com/videos/creating-a-gui-with-guide-68979.html

```matlab
sound(som,Fs)
```

Reproduzir audio

```matlab
x=get(hObject,'Value');
if x==1.0
    axes(handles.axes2);hold all;
    else
    hold off;
end
```

radiobuttom

```matlab
cla(handles.axes1,'reset')% limpa o conteudo do eixo
% set(handles.axes1,'Visible','off')% deixa o eixo invisivel
cla(handles.axes2,'reset')
set(handles.radiobutton1,'Value',0)
set(handles.radiobutton2,'Value',0)
```

reset

```matlab
global som Fs m
arquivo=uigetfile('*.*'); % Chama a janela "Abrir" em popup e salva na variavel arquivo as informações do arquivo selecionados
[som,Fs]=audioread(arquivo); % le o audio
```

Abrir arquivo/ler arquivo de áudio

TAREFA

Comente o código a seguir e explique de maneira geral o que ele faz.

```
n=0:99;
fs=200;
Ts=1/fs;

x=cos(2*pi*20*n*Ts+pi/4)+3*cos(2*pi*40*n*Ts-2*pi/5)+3*cos(2*pi*60*n*Ts+pi/8);


X=fft(x);

m=0:length(X)-1;

subplot(2,1,1);
stem(m*fs/length(X),abs(X),'m');
ylabel('Magnitude');
xlabel('Frequencia (Hz)');
title('Resposta de magnitude em frequencia');

subplot(2,1,2);
stem(m*fs/length(X),angle(X),'g');
ylabel('Angulo de fase');
xlabel('Frequencia (Hz)');
title('Traçado de angulo de fase');
```

Análise no domínio da frequência

APLICAÇÕES DA DFT

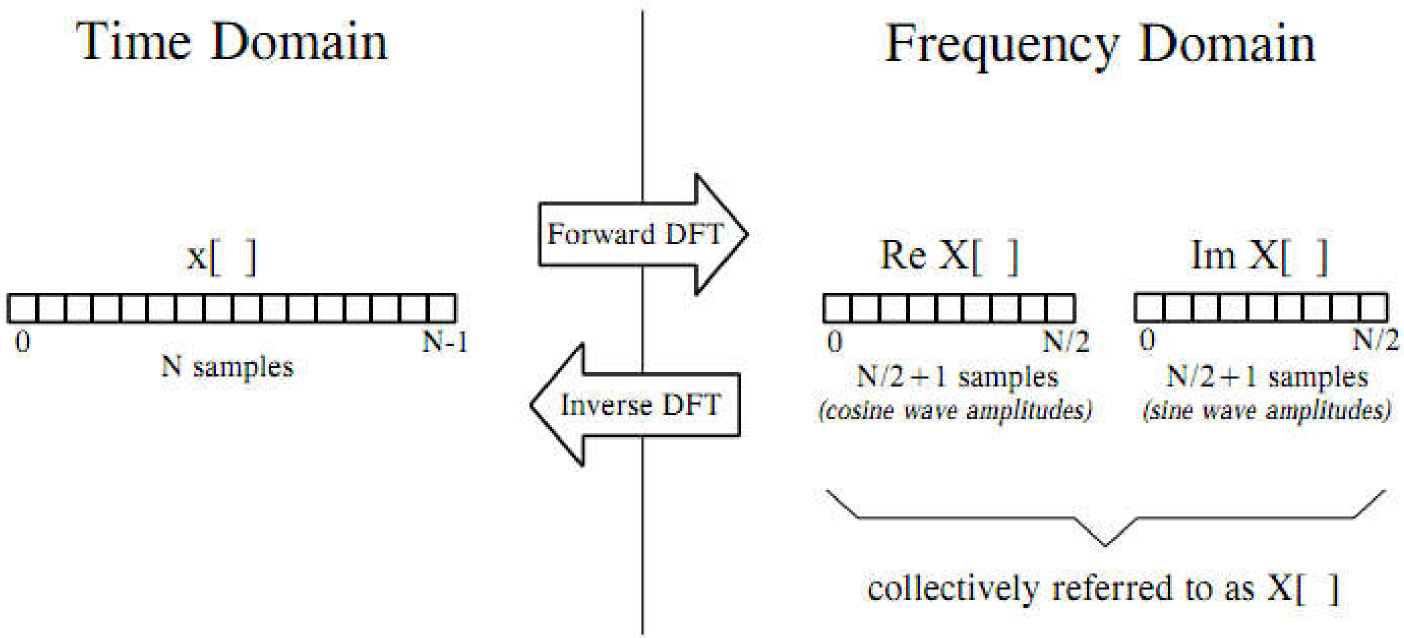
Introdução

- Espectro de frequências
- RF a partir da RI
- Passo intermediário de outros processos

Análise no domínio da frequência

ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS

Introdução



Time Domain
Frequency Domain
x[ ]
0
N-1
N samples
Forward DFT
Inverse DFT
Re X[ ]
0
N/2
N/2+1 samples
(cosine wave amplitudes)
Im X[ ]
0
N/2
N/2+1 samples
(sine wave amplitudes)
collectively referred to as X[ ]

Exemplo

DFT de N=32 (N/2 +1=17)

Funções de base:

- 17 senos e
- 17 cossenos

Funções de base

$$c_k[i] = \cos(2\pi k i / N)$$

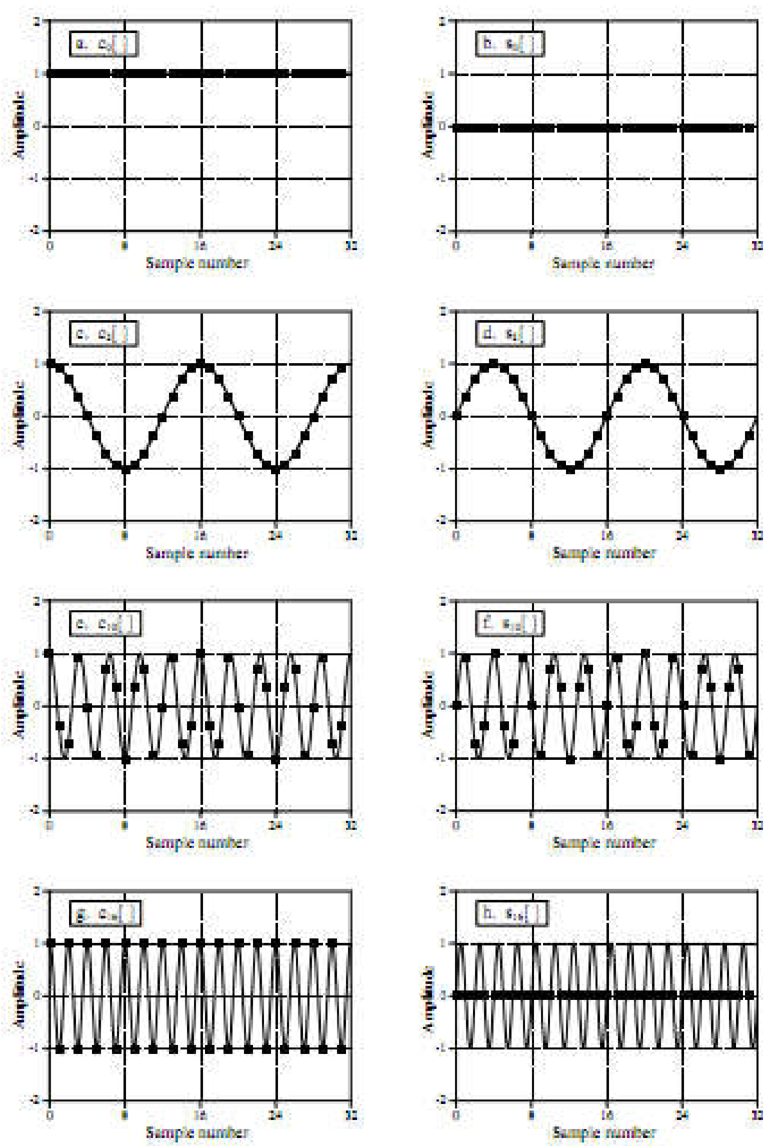
$$s_k[i] = \sin(2\pi k i / N)$$

k=0

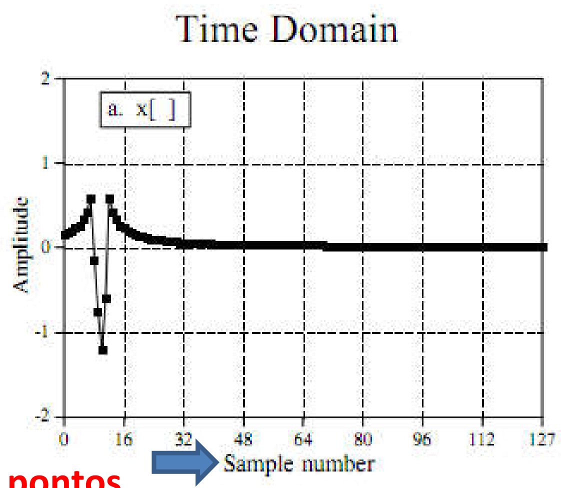
k=2

k=10

k=16

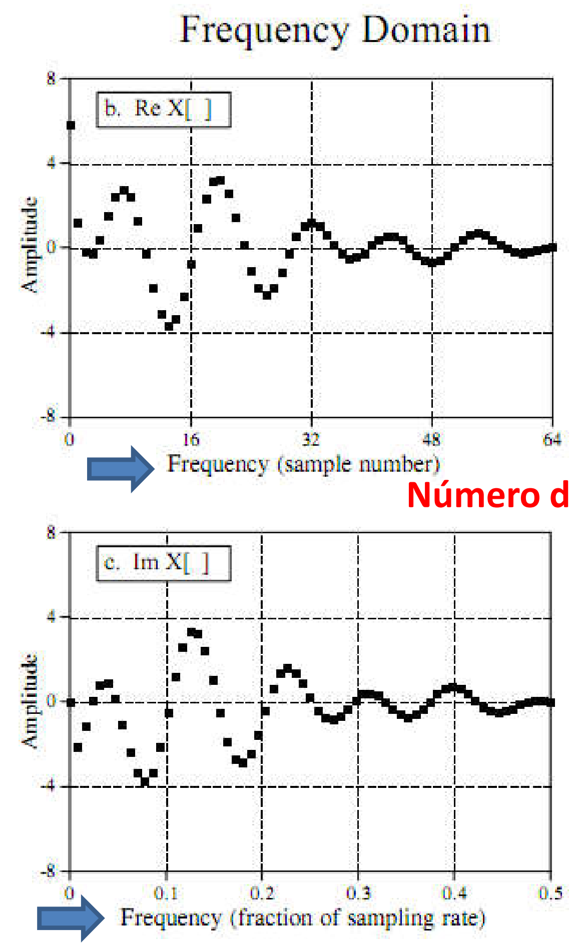


Introdução



Número de pontos

FIGURE 8-4
Example of the DFT. The DFT converts the time domain signal, *x*[ ], into the frequency domain signals, *Re X*[ ] and *Im X*[ ]. The horizontal axis of the frequency domain can be labeled in one of three ways: (1) as an array index that runs between 0 and *N*/2, (2) as a fraction of the sampling frequency, running between 0 and 0.5, (3) as a natural frequency, running between 0 and π. In the example shown here, (b) uses the first method, while (c) use the second method.



Número de pontos

0,5Fs

Equação de Síntese

Coeficientes

$$x[i] = \sum_{k=0}^{N/2} Re\bar{X}[k]\cos(2\pi ki/N) + \sum_{k=0}^{N/2} Im\bar{X}[k]\sin(2\pi ki/N)$$

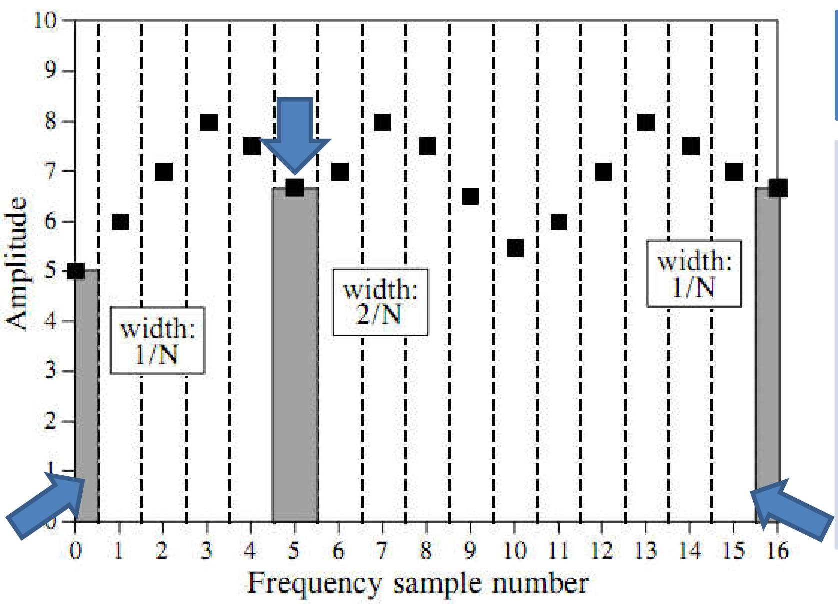
Sinal

except for two special cases:

$$Re\bar{X}[k] = \frac{ReX[k]}{N/2} \qquad Re\bar{X}[0] = \frac{ReX[0]}{N}$$

$$Im\bar{X}[k] = -\frac{ImX[k]}{N/2} \qquad Re\bar{X}[N/2] = \frac{ReX[N/2]}{N}$$

Densidade Espectral



DENSIDADE ESPECTRAL DE POTËNCIAS

- É como se define o domínio da frequência
- A PSD descreve quanto há do sinal em cada unidade de banda (função de base)

Analise de sinais

- É o cálculo da transformada
  - **3 métodos** de cálculo
    - Conjunto de equações simultâneas (Sistema)
    - Correlação
    - FFT

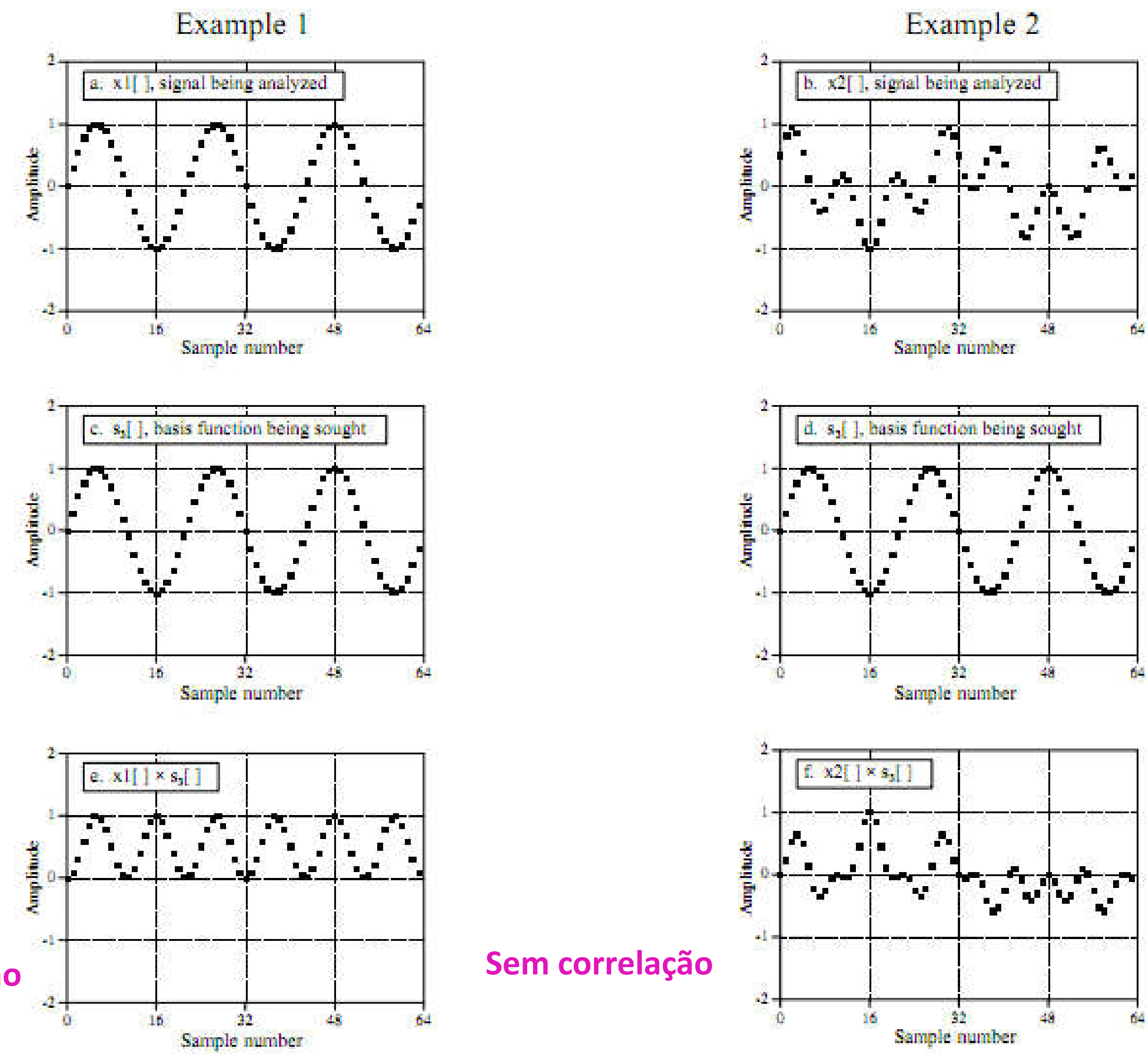
Analise de sinais

- **Conjunto de equações simultâneas**
  - Util pra entender, mas ineficiente
  - N valores em t e quero obter N valores em f
    - A soma é ponto a ponto então para cada ponto do sinal terei somado N senos/cossenos
    - N equações LI
    - Resolver **SISTEMA**

$$x[i] = \sum_{k=0}^{N/2} Re\bar{X}[k]\cos(2\pi ki/N) + \sum_{k=0}^{N/2} Im\bar{X}[k]\sin(2\pi ki/N)$$

Analise de sinais

- **Correlação**
  - A ideia básica da correlação é detectar uma forma de onda conhecida em um sinal



Com correlação

Sem correlação

Analise de sinais

- **Correlação**
  - A equação de síntese é determinada com base nesse principio:
    - Procurar senos e cossenos especificos no sinal x[i]

$$ReX[k] = \sum_{i=0}^{N-1} x[i] \cos(2\pi k i / N)$$

$$ImX[k] = - \sum_{i=0}^{N-1} x[i] \sin(2\pi k i / N)$$

Analise de sinais

- **Correlação**
  - Só é possivel porque as funções base são ortogonais
    - São totalmente não-correlacionadas