

SINAIS E SISTEMAS DE TEMPO DISCRETO

Introdução

O que são Sinais?



O que é Processamento Digital de Sinais (PDS)?



Processamento Digital de Sinais (PDS)

Como o sinal foi gerado

Características básicas do sinal

Sinal

Contínuo $x(t)$
Discreto $x[n]$



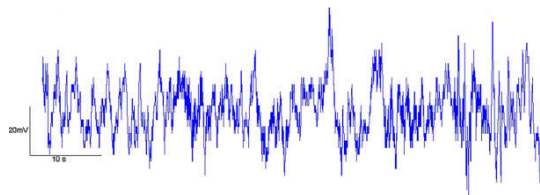
Que tipo de informação desejo acessar

Informações

Como
extrair?

Processamento

Quais técnicas utilizar



Processamento Digital de Sinais (PDS)

Como o sinal foi gerado
Características básicas do sinal

Que tipo de informação desejo acessar

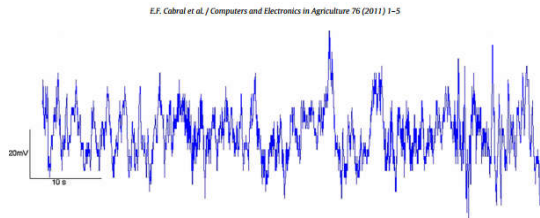
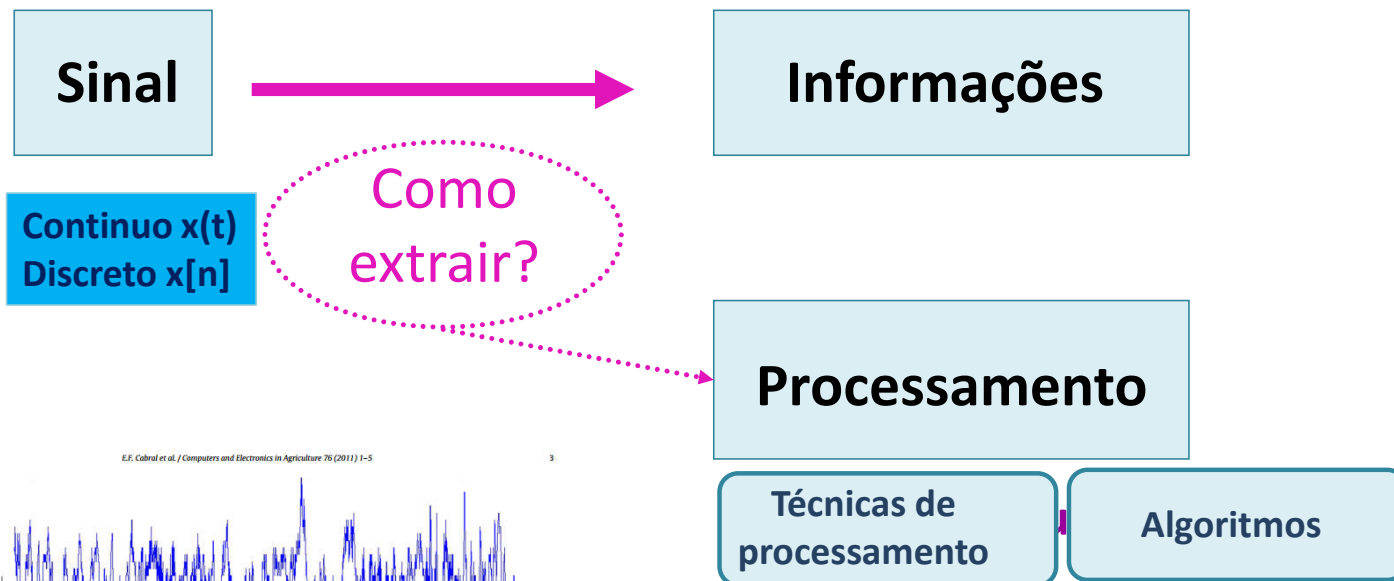
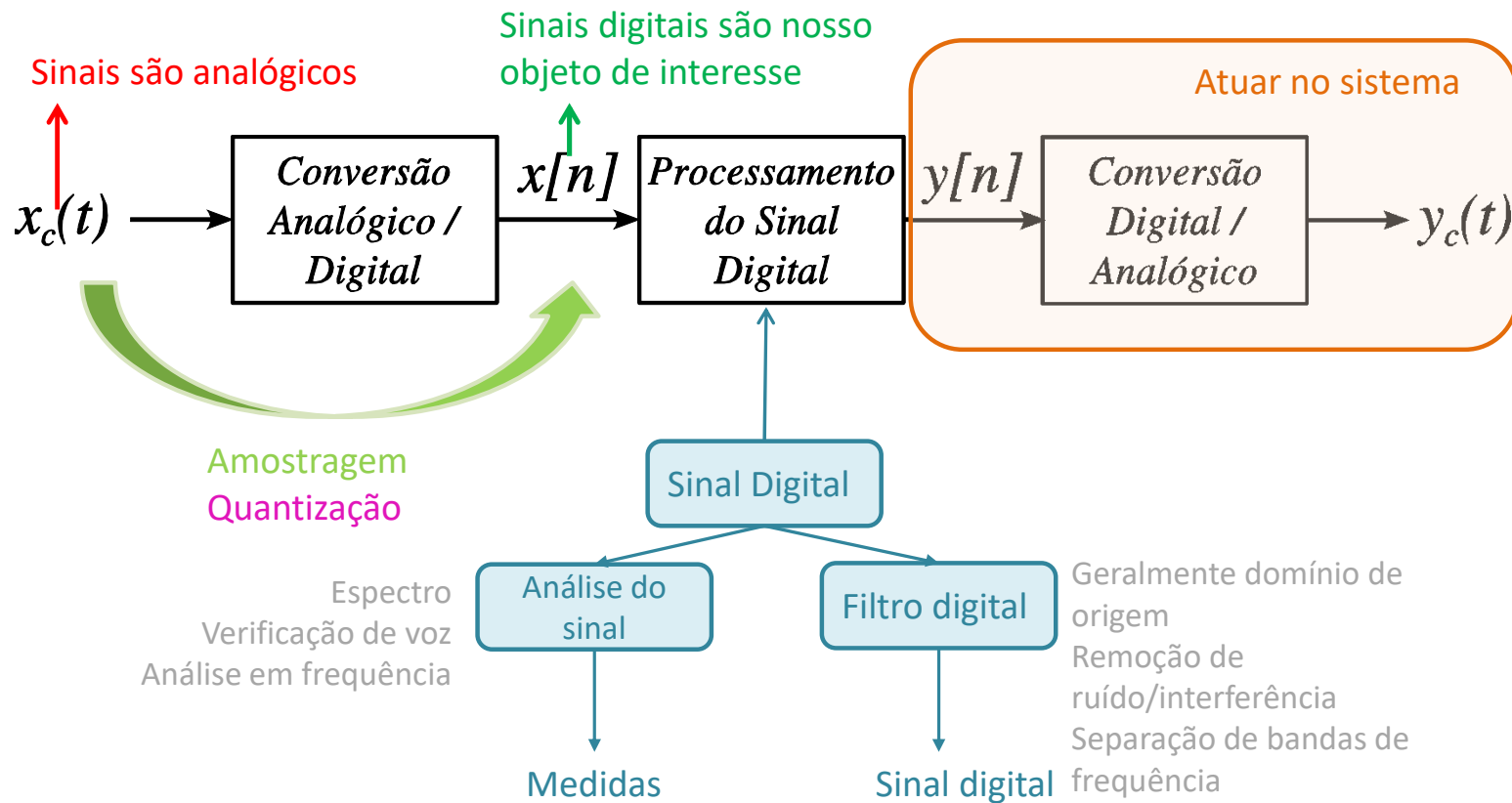
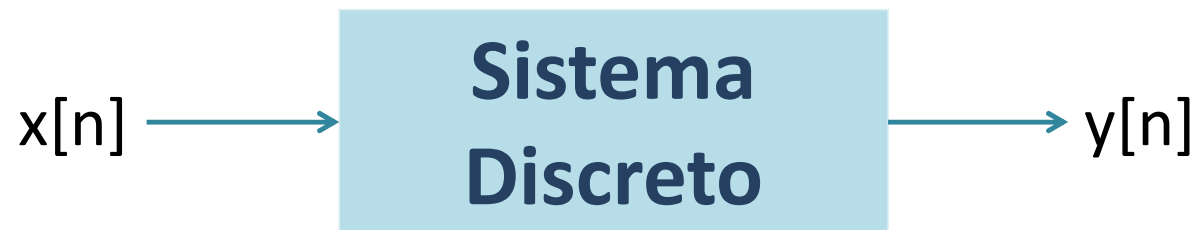
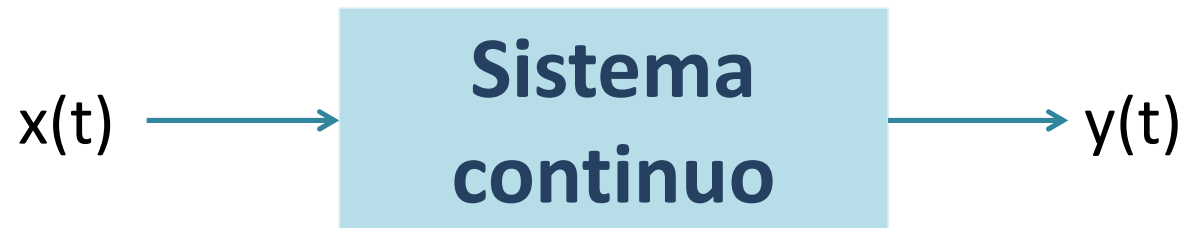


Fig. 2. Diagram representing the electrical model proposed to explain the signal acquired from plant.

Processamento Digital de Sinais (PDS)



Relação entre sinais e sistemas



Sistemas

- Um sistema é qualquer processo que produz um **sinal de saída em resposta a um sinal de entrada**



Sinais e Sistemas de Tempo Discreto

SINAIS DE TEMPO DISCRETO

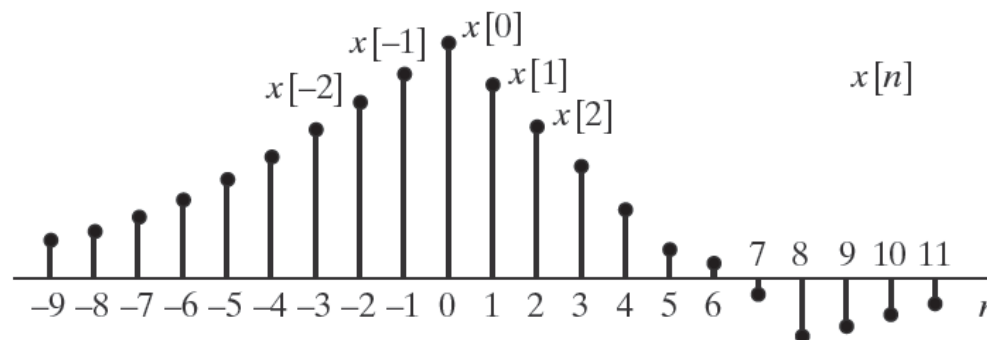
Sinais de tempo discreto



Matematicamente

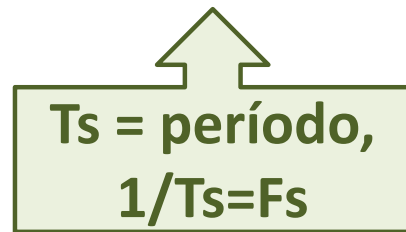
- Uma sequência de números x , em que o n -ésimo número na sequência é indicado por $x[n]$, é escrita formalmente como

$$x = \{x[n]\}, \quad -\infty < n < \infty$$



Sinais de tempo discreto

$$x[n] = x_a(nT_s) \quad \text{Sendo } x_a(t) \quad \text{O sinal analógico}$$



$T_s = \text{período,}$
 $1/T_s = F_s$

a = analógico (*analogical*), alguns livros adotam **c** de contínuo (*continuous*), **s** = *sampling* (amostragem)

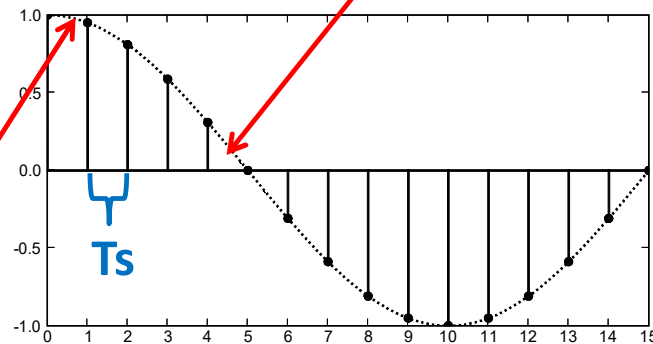
Sinais de tempo discreto

$$x[n] = x_a(nT_s) \quad \text{sendo } x_a(t) \quad \text{O sinal analógico}$$

$T_s = \text{período,}$
 $1/T_s = F_s$

$x[n]$ não está definida para n não inteiro

A função não está definida para n não inteiro, ou seja não se pode afirmar que $x[2,5]$ é zero, o certo é dizer que $x[2,5]$ não existe



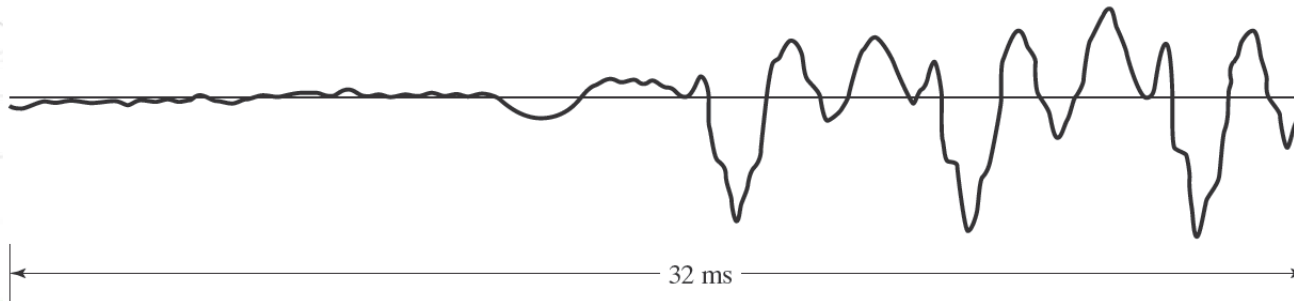
a = analógico (*analogical*), alguns livros adotam **c** de contínuo (*continuous*), **s** = *sampling* (amostragem)

Sinais de tempo discreto

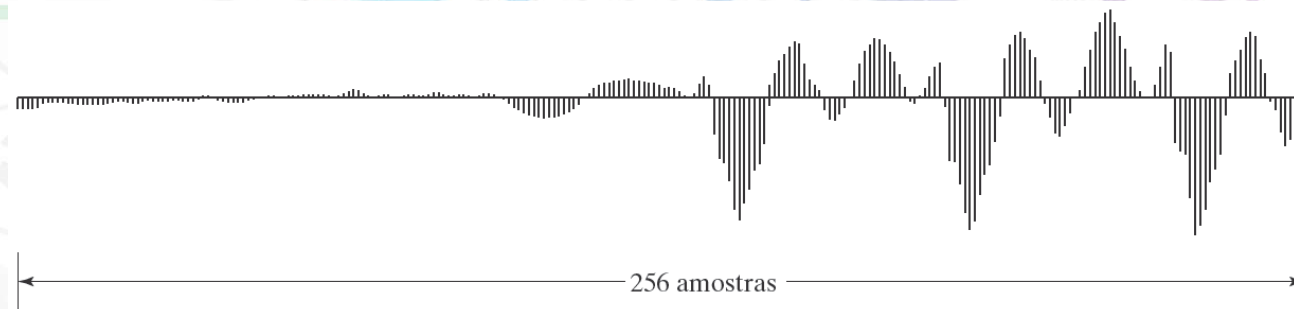
Processamento em tempo discreto de sinais

3ª edição

- Segmento de um sinal de voz em tempo contínuo $x_a(t)$.



- Sequência de amostras do sinal de voz.



Exemplo

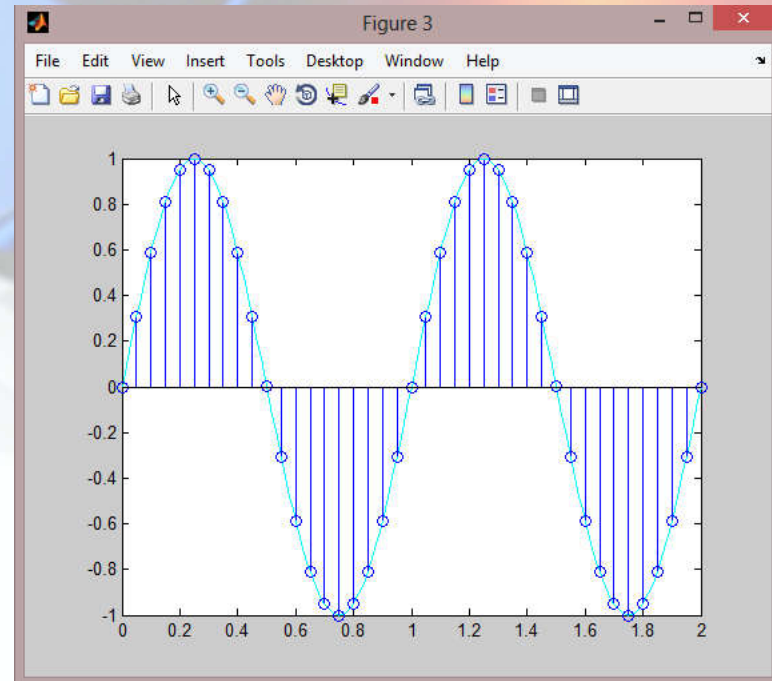
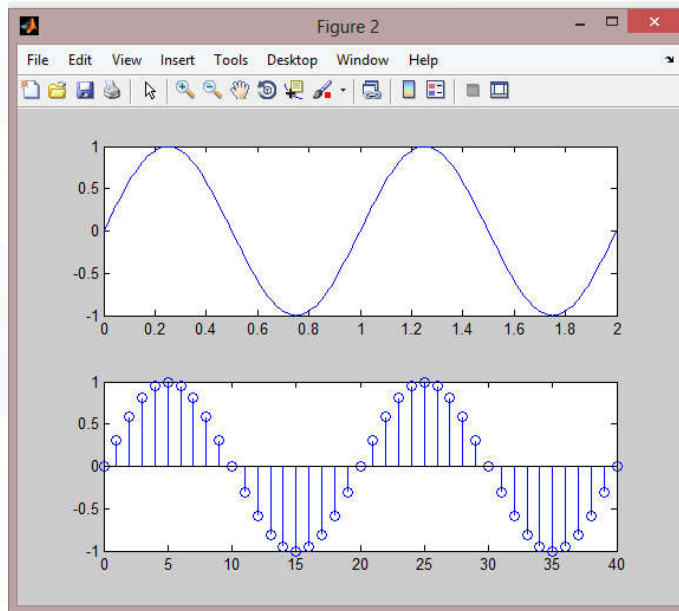
- Sejam $x_a(t) = 0,2t$ e $T_s = 0,25$ s. Obtenha $x[n]$

Se $T_s = 0,25$ s, logo $F_s = 4$ amostras/s

n	nT_s	$x_a(nT_s)$	$x[n]$
0	0,0	0,0	0,0
1	0,25	0,05	0,05
2	0,50	0,1	0,1
3	0,75	0,15	0,15
⋮	⋮		

$$x[1] = 0,2(0,25) = 0,05$$

Plot – stem

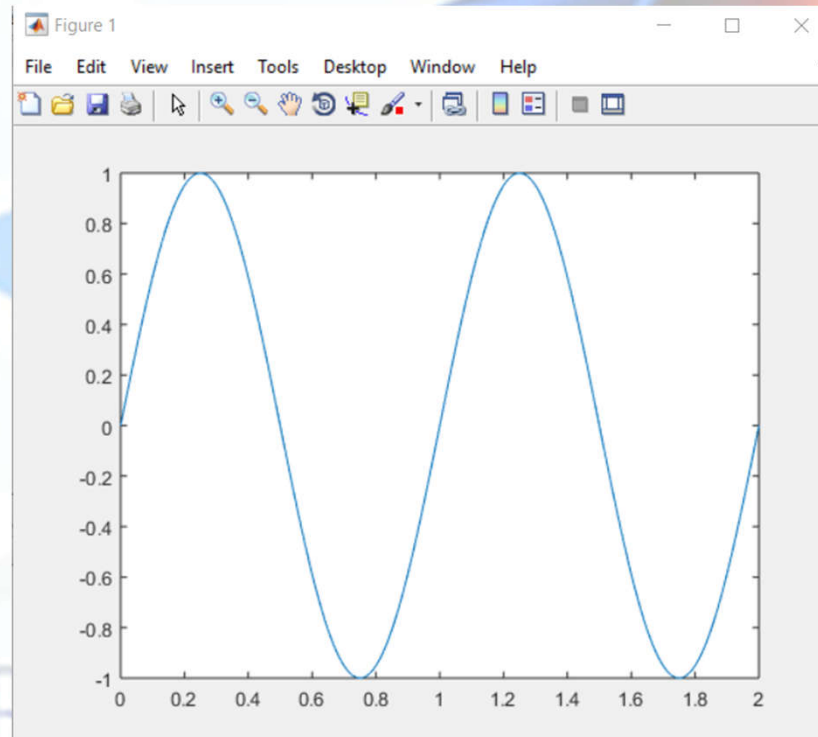


MATLAB®

Plot – stem

$$x_a(t) = \sin(2\pi t)$$

```
>> t=0:0.01:2;  
>> x=sin(2*pi*t);  
>> plot(t,x)
```



MATLAB

Plot – stem

$$x_a(t) = \sin(2\pi t)$$

```
>> t=0:0.01:2;  
>> x=sin(2*pi*t);  
>> plot(t,x)
```

$$x[n] = x_a(nT_s)$$

Ts????

40 amostras em 2s → $F_s = 40/2 = 20$ amostras/s
 $F_s = 20 \rightarrow T_s = 1/20$

$$x[n] = x_a(nT_s) = \sin\left(2\pi \frac{1}{20} n\right) = \sin(0,1\pi n)$$

```
>> n=0:1:40;  
>> xn=sin(0.1*pi*n);  
>> figure(2); stem(n,xn)
```

MATLAB®

Plot – stem

$$x_a(t) = \sin(2\pi t)$$

```
>> t=0:0.01:2;  
>> x=sin(2*pi*t);  
>> plot(t,x)
```

$$x[n] = x_a(nT_s)$$

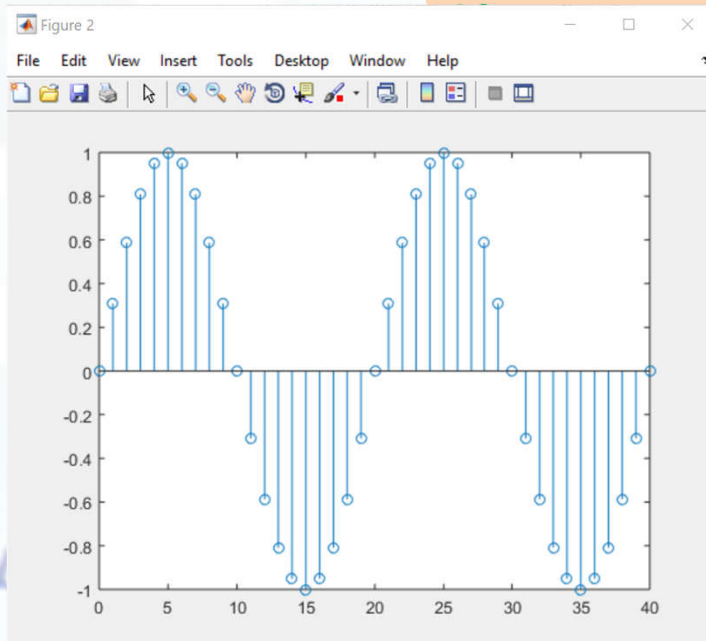
T_s ????



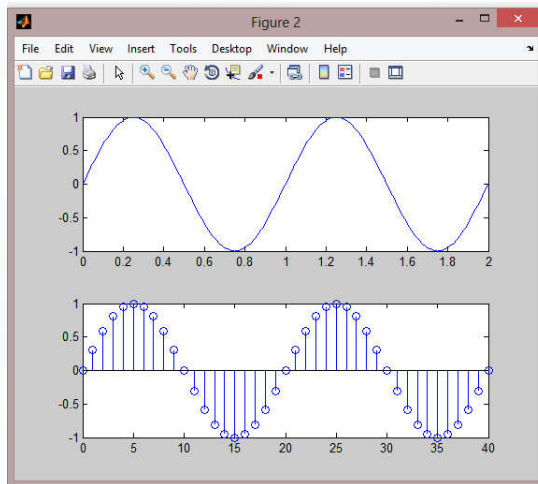
em 2s $\rightarrow F_s = 40/2 = 20$ amostras/s
/20

$$x[n] = \sin\left(2\pi \frac{1}{20} n\right) = \sin(0,1\pi n)$$

```
>> n=0:1:40;  
>> xn=sin(0.1*pi*n);  
>> figure(2); stem(n,xn)
```



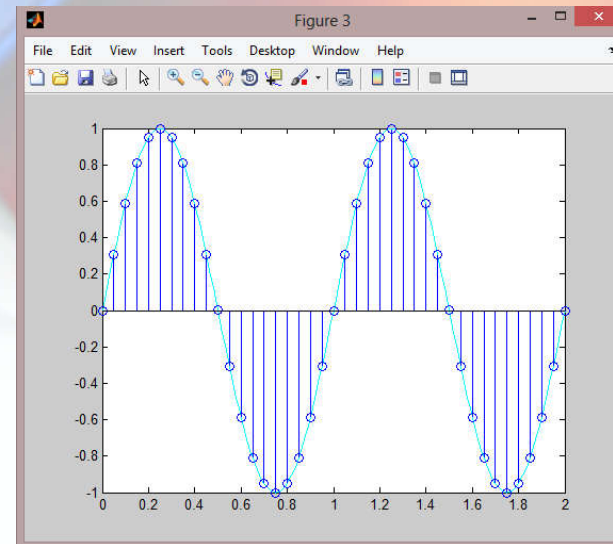
Plot – stem



```
>> subplot(2,1,1);plot(t,x);subplot(2,1,2);stem(n,xn)
```

$nn=n/20$

```
>> nn=n/20;  
>> figure(3);plot(t,x,'c');hold on;stem(nn,xn)
```



Sinais e Sistemas de Tempo Discreto

SINAIS DE TEMPO DISCRETO

Sequências básicas

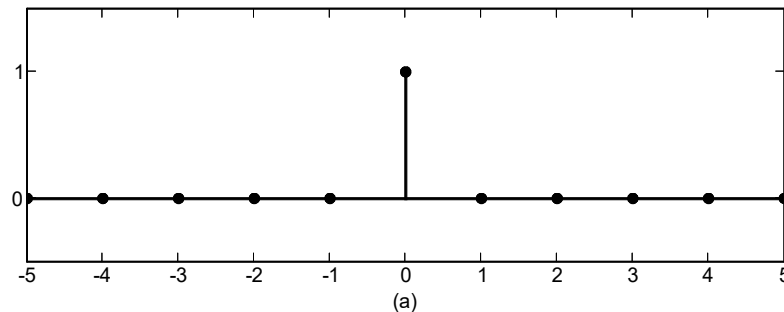
Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Impulso unitário

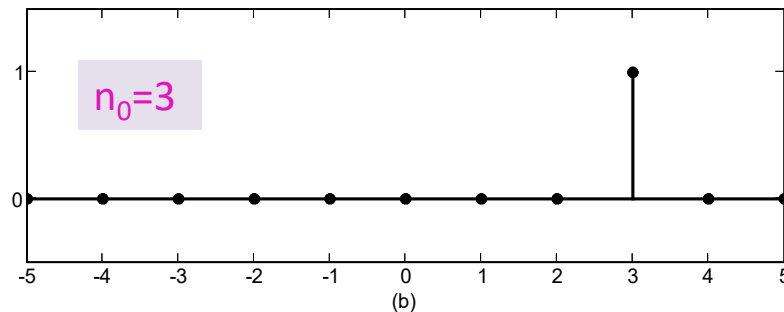
equivalente discreto da função Delta de Dirac

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$




Função deslocamento
aplicada à função impulso

$$\delta[n - n_0] = \begin{cases} 1, & \text{se } n = n_0 \\ 0, & \text{se } n \neq n_0 \end{cases}$$



Seqüência unitária

```
function [x,n]=impseq(n0,n1,n2)
%Gera uma sequencia x[n]=  $\delta(n-n_0)$  para n no intervalo [n1,n2]
n=[n1:n2];
x=[(n-n0)==0];
```



```
Editor - G:\Meu Drive\DISCIPLINAS\PROC SINAIS EM BIOS\MATLAB\impseq.m
escal.m x impseq.m +
1 function [x,n]=impseq(n0,n1,n2)
2 %Gera uma sequencia x[n]=delta(n-n0) para n no intervalo [n1,n2]
3 n=[n1:n2];
4 x=[(n-n0)==0];
5
```

MATLAB

Seqüência unitária

```
function [x,n]=impseq(n0,n1,n2)
%Gera uma sequencia x[n]=δ(n-n0) para n no intervalo [n1,n2]
n=[n1:n2];
x=[(n-n0)==0];
```

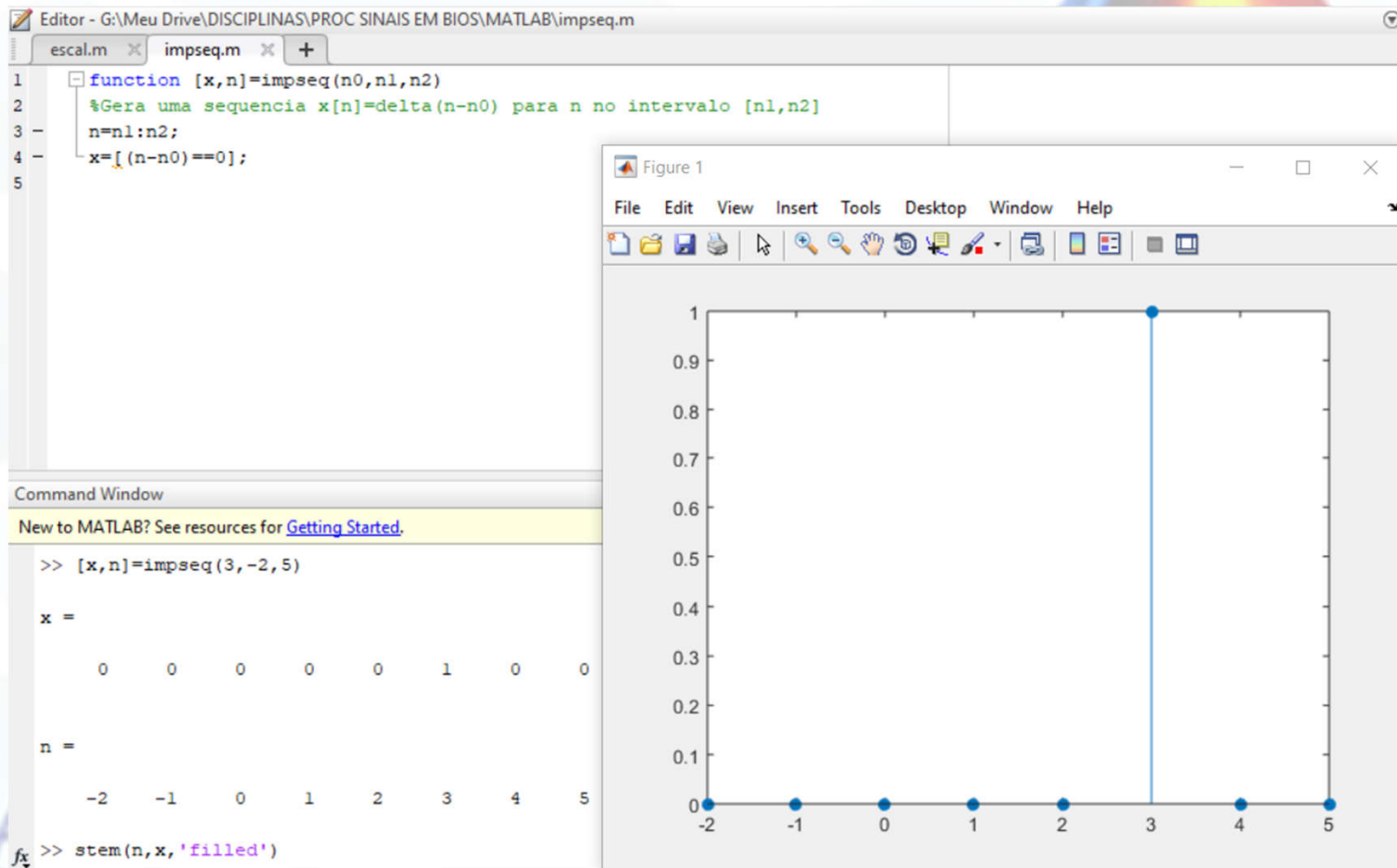
Handwritten table illustrating the calculation of the unit impulse sequence $x[n] = \delta(n - n_0)$ for n in the interval $[-2, 5]$ and $n_0 = 3$.

n	$n - n_0$	$n - n_0 == 0$	F	0
-2	-2 - 3 = -5	== 0	F	0
-1	-1 - 3 = -4	== 0	F	0
0	0 - 3 = -3	== 0	F	0
1	1 - 3 = -2	== 0	F	0
2	2 - 3 = -1	== 0	F	0
3	3 - 3 = 0	== 0	V	1
4	4 - 3 = 1	== 0	F	0
5	5 - 3 = 2	== 0	F	0

Resulting sequence: $x = [(n - n_0) == 0]$
 $x = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0$

MATLAB®

Seqüência unitária



Seqüência unitária

Editor - G:\Meu Drive\DISCIPLINAS\PROC SINAIS EM BIOS\MATLAB\impseq.m

```
1 function [x,n]=impseq(n0,n1,n2)
2 %Gera uma sequencia x[n]=delta(n-n0) para n no intervalo [n1,n2]
3 n=n1:n2;
4 x=[(n-n0)==0];
5
```

Cria a função

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

```
>> [x,n]=impseq(3,-2,5)
x =
    0    0    0    0    0    1    0    0
n =
   -2   -1    0    1    2    3    4    5
```

Usando a função

```
>> stem(n,x,'filled')
```

Fazer o gráfico

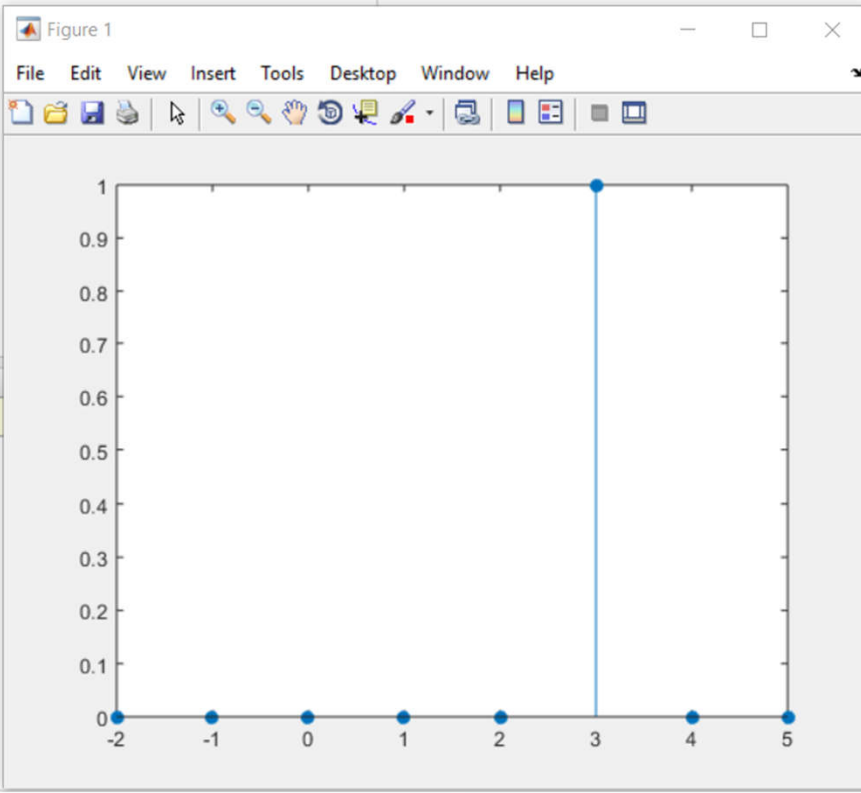


Figure 1

File Edit View Insert Tools Desktop Window Help

n	x[n]
-2	0
-1	0
0	0
1	0
2	0
3	1
4	0
5	0

Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Uma seqüência aleatória pode ser representada por meio de uma soma escalada de impulsos deslocados

$$p[n] = a_{-3}\delta[n + 3] + a_1\delta[n - 1] + a_2\delta[n - 2] + a_7\delta[n - 7]$$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n - k].$$

Exercício 1

Use a função impulse unitário que você acabou de criar para gerar $x[n]=5\delta[n-1]+ 2\delta[n]+ 1,5\delta[n-5]$

MATLAB®

Use sua função para gerar $x[n]=5\delta[n-1]+ 2\delta[n]+ 1,5\delta[n-5]$

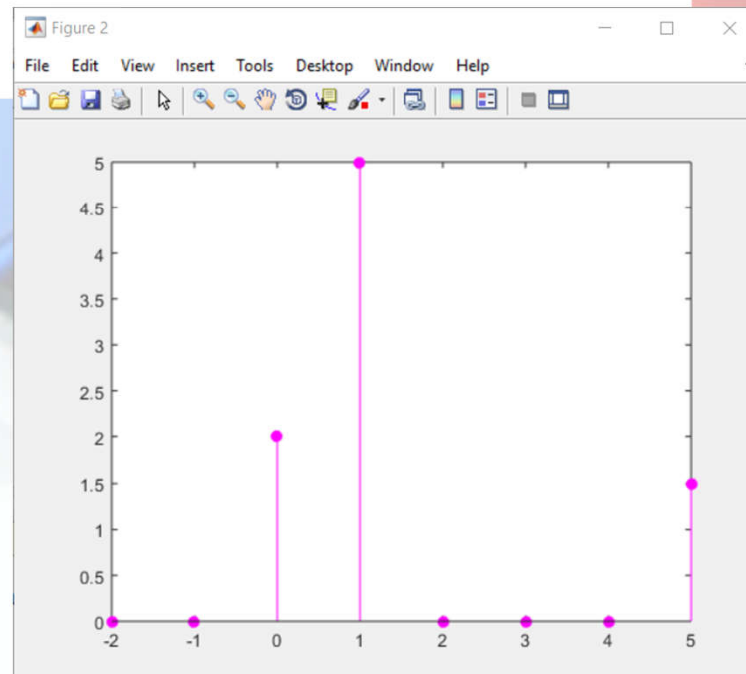
```
>> clear
>> xn=5*impseq(1,-2,5)+2*impseq(0,-2,5)+1.5*impseq(5,-2,5)

xn =

      0      0  2.0000  5.0000      0      0      0  1.5000

>> figure(2);stem([-2:5],xn,'filled','m')
fx >>
```

↑
n



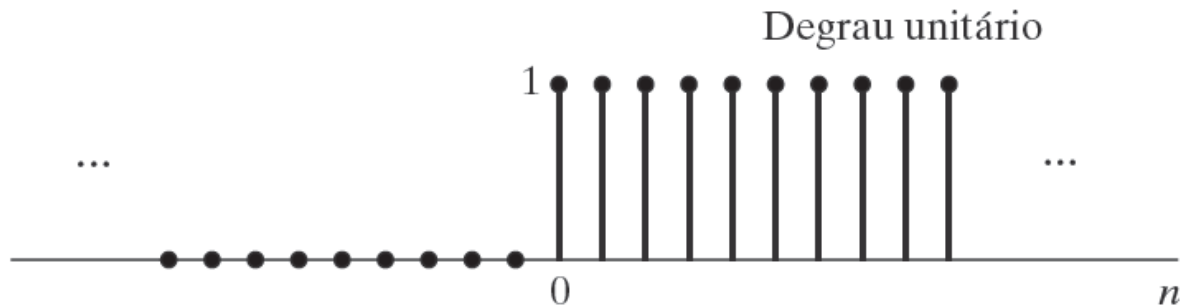
MATLAB®

Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Degrau unitário

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$



Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Relação entre a função degrau unitário e o delta

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

OU

$$u[n] = \delta[n] + \delta[n - 1] + \delta[n - 2] + \dots$$

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - k]$$

$$\delta[n] = u[n] - u[n - 1]$$

Exercicio 2

Crie uma função no MATLAB que obtenha a função degrau para $u(n-n_0)$ no intervalo $n_1:n_2$.

Sugestão: nomeie sua função como `stepseq`

MATLAB®

Degrau unitário

```
Editor - G:\Meu Drive\DISCIPLINAS\PROC SINAIS EM BIOS\MATLAB\stepseq.m
impseq.m x stepseq.m +
1 function [x,n]=stepseq(n0,n1,n2)
2 %Gera uma sequencia x[n]=degrau(n-n0) para n no intervalo [n1,n2]
3 n=n1:n2;
4 x=(n-n0)>=0;
5
```

Cria a função

```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

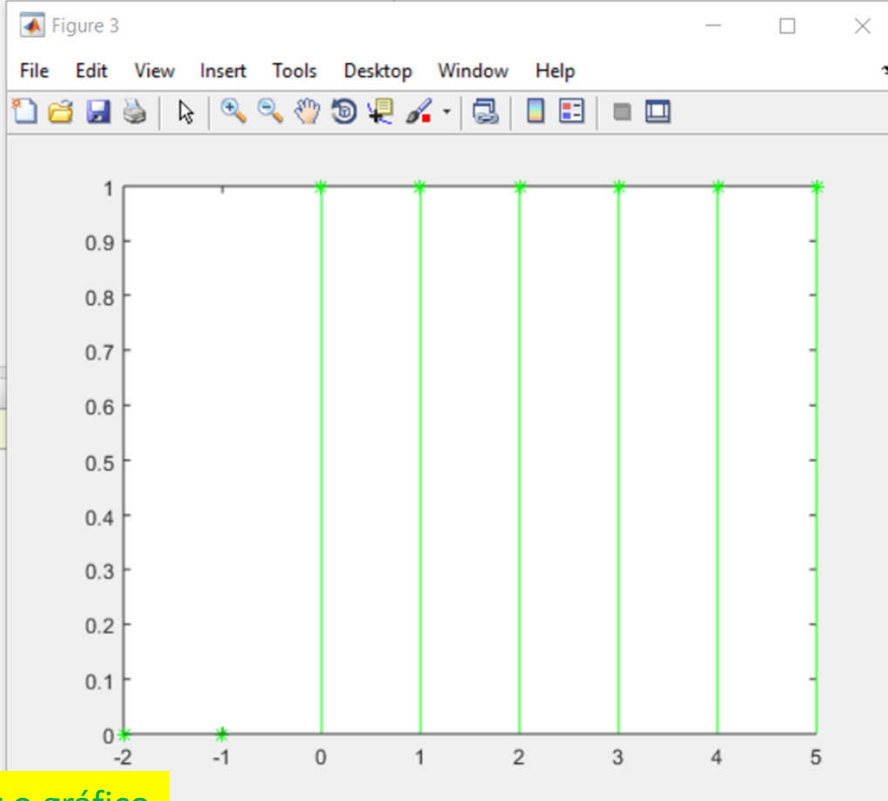
>> [xn,n]=stepseq(0,-2,5)

xn =
     0     0     1     1     1     1     1     1
n =
    -2    -1     0     1     2     3     4     5

fx >> figure(3);stem(n,xn,'filled','g')
```

Usando a função

Fazer o gráfico



Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Sequência exponencial

$$x[n] = A\alpha^n.$$

α e A reais

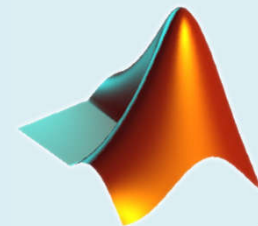
Real

α e A complexos

$$\alpha = |\alpha|e^{j\omega_0} \quad A = |A|e^{j\phi}$$

Complexa

O MATLAB disponibiliza a função `.^` para exponenciais reais **exp** para exponenciais complexas



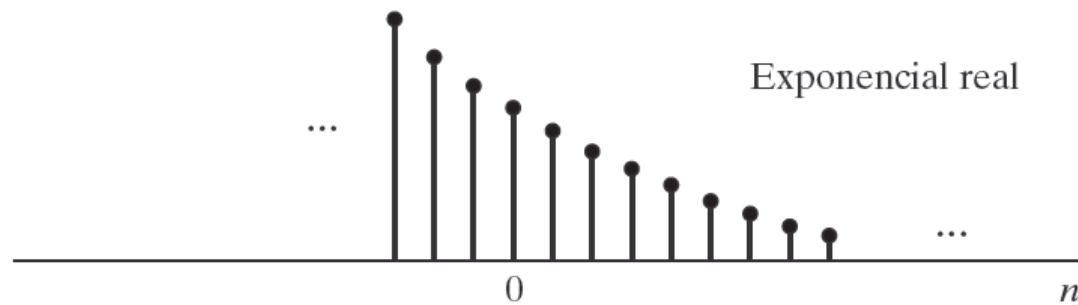
Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Sequência exponencial

$$x[n] = A\alpha^n.$$

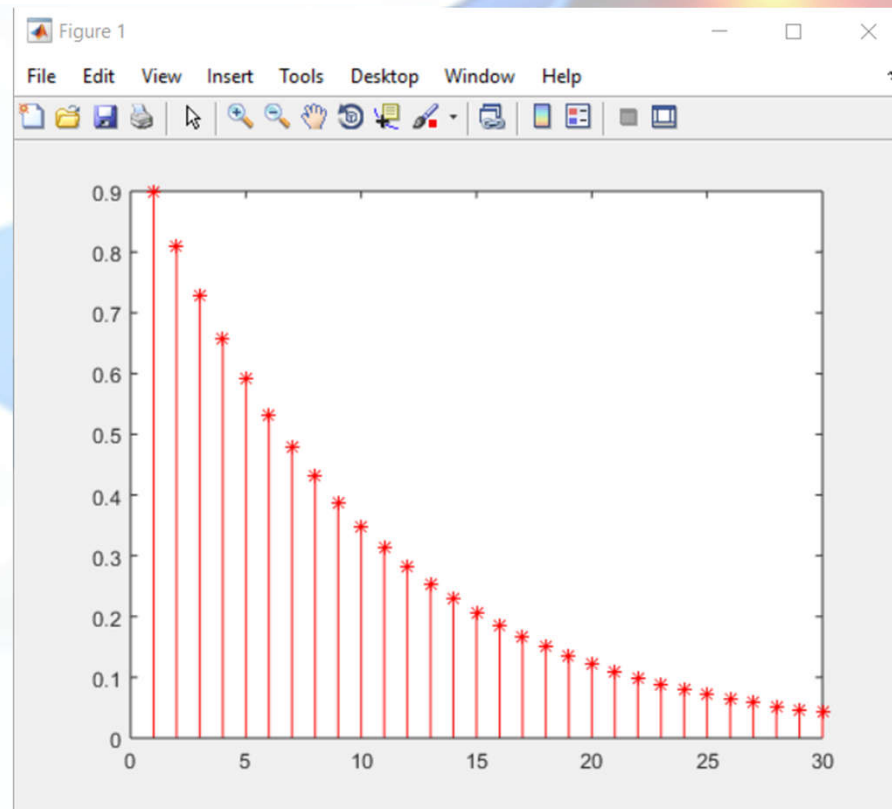
α e A reais



```
1 % Exponential real
2 - n=[1:30];
3 - x=(0.9).^n;
4 - figure(1);stem(n,x,'filled','*r')
5
```



MATLAB®



Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Sequência exponencial

$$x[n] = A\alpha^n.$$

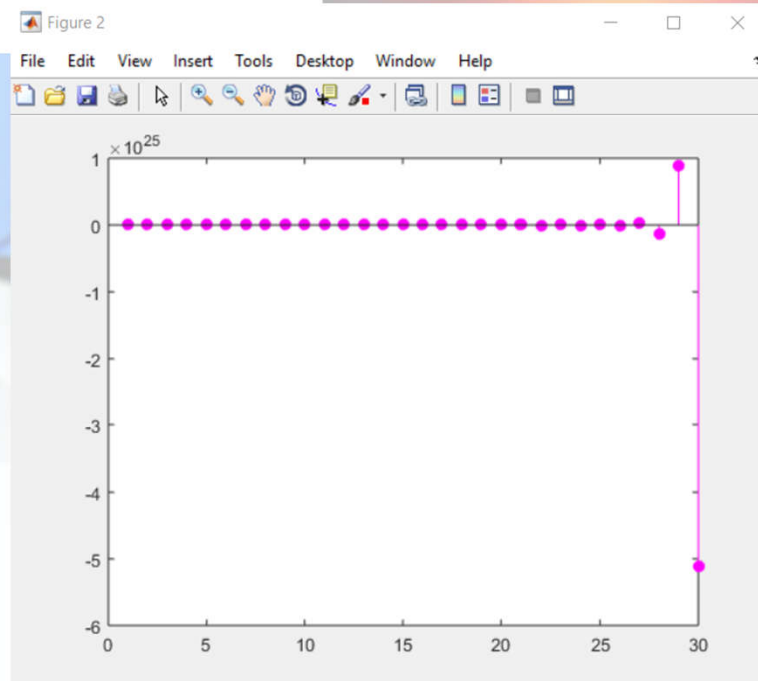
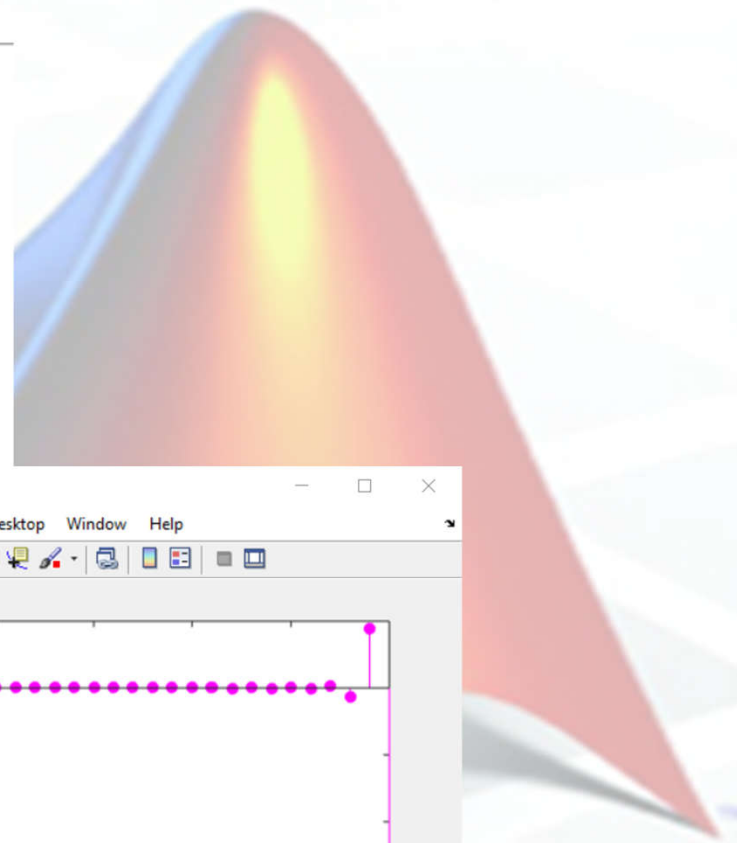
$$\alpha \text{ e } A \text{ complexos} \quad \alpha = |\alpha|e^{j\omega_0} \quad A = |A|e^{j\phi}$$

$$\begin{aligned} x[n] &= A\alpha^n = |A|e^{j\phi}|\alpha|^n e^{j\omega_0 n} \\ &= |A||\alpha|^n e^{j(\omega_0 n + \phi)} \\ &= |A||\alpha|^n \cos(\omega_0 n + \phi) \\ &\quad + j|A||\alpha|^n \text{sen}(\omega_0 n + \phi) \end{aligned}$$

Quando $|\alpha| = 1$, a sequência tem a forma

$$\begin{aligned} x[n] &= |A|e^{j(\omega_0 n + \phi)} \quad \text{frequência} \quad \text{fase} \\ &= |A| \cos(\omega_0 n + \phi) + j|A| \text{sen}(\omega_0 n + \phi) \end{aligned}$$

```
1 % Exponential real
2 - n=[1:30];
3 - x=(0.9).^n;
4 - figure(1);stem(n,x,'filled','*r')
5
6 %Exponential complexa
7 - xi=exp((2+3*j)*n);
8 - figure(2);stem(n,xi,'filled','*m')
9
```



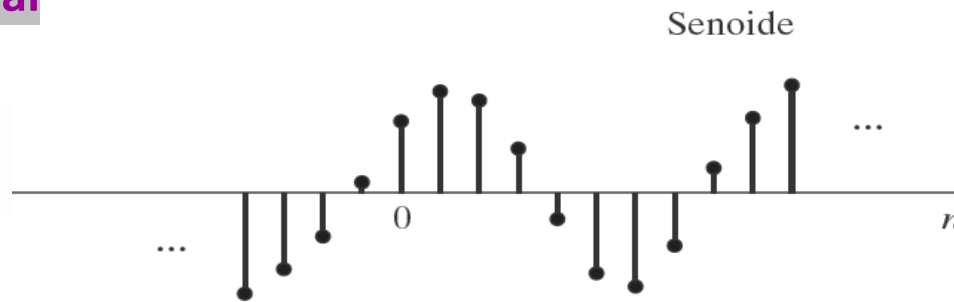
MATLAB®

Sinais de tempo Discreto

Sequências básicas

Sequência senoidal real

$$x[n] = A \cos(\omega_0 n + \phi),$$



Uma função **seno analógica** é sempre periódica, de **período $2\pi r$** , qual a **condição para um seno discreto ser periódico?**

$$x[n] = x[n + N]$$

$$x[n + N] = A \cos(\omega_0(n + N) + \Phi) = A \cos(\omega_0 n + \omega_0 N + \Phi)$$

$$\omega_0 N = 2\pi r \Rightarrow N = \frac{2\pi}{\omega_0} r$$

Exemplo

- Encontre o valor de N para que a seqüência seja periódica

$$x[n] = \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

- A função seno tem periodo 2π

$$x[n + N] = \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}n + \frac{\pi}{4}N\right)$$

$$\frac{\pi}{4}N = 2\pi \quad \Rightarrow \quad N = 8$$

TAREFA

Faça o gráfico da seguinte sequencia para n variando de 0 a 40

$$x[n]=3\cos(0,1\pi n+\frac{\pi}{3})+2\sin(\frac{1}{2}\pi n)$$

MATLAB®