ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS – FZEA / USP

ZEB1027 FENÔMENOS DE TRANSPORTE

SCALE-UP E SEMELHANÇA: PI’s (Π’s) DE BUCKINGHAM

- **OTIMIZAÇÃO DE EXPERIMENTOS ↔ ANÁLISE DIMENSIONAL**
- **TEOREMA DOS PI’s (Π’s) DE BUCKINGHAM**
- **DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS ADIMENSIONAIS Π’s**

↓

PASSO-A-PASSO

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

USP

FZEA

Análise dimensional e experimentos

- Mínimo de experimentos $\leftrightarrow$ máximo de informação
  - Número de experimentos (testes) com n parâmetros primitivos

$$\downarrow$$

1 parâmetro depende de $n - 1$ parâmetros $\Rightarrow$ $p_n = f(p_1, p_2, \ldots, p_{n-1})$

- Teorema dos Pi's (Π's) de Buckingham
  - Os n parâmetros em $g(p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0$ podem formar (= ser agrupados em) $r = n - m$ razões (quocientes) adimensionais independentes (Π's) relacionados entre si $G(\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_r) = 0$

$$\downarrow$$

Trocar $g(p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0$ por $G(\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_r) = 0$ equivalente (m = número mínimo de dimensões independentes necessárias)

  - Teorema não prevê a forma funcional de G $\rightarrow$ experimentos

Teorema dos Pi’s de Buckingham

- Passo 1: listar os parâmetros primitivos envolvidos
  - Excesso $\rightarrow$ análise dimensional mostrará ausência na relação
- Passo 2: selecionar as dimensões da base completa
  - Problemas de mecânica (ex: fluidos): MLT ou FLT $\rightarrow$ $m = 3$
- Passo 3: equação dimensional dos parâmetros listados
- Passo 4: selecionar m parâmetros que, em conjunto, incluam dimensões da base $\rightarrow$ parâmetros repetentes
  - Não selecionar a grandeza dependente (aqui indicada por p_n)
- Passo 5: obter $r = n - m$ adimensionais combinando os parâmetros repetentes com um remanescente por vez

Teorema dos Pi's de Buckingham

- Obtenção dos $r = n - m$ números adimensionais Π's:

$M^0\,L^0\,T^0$

ou

$F^0\,L^0\,T^0$

$$\Pi_1 = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ \ldots \ \cdot p_m^{\alpha_r} \cdot p_{m+1}$$

$$\Pi_2 = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \ \ldots \ \cdot p_m^{\beta_r} \cdot p_{m+2}$$

$$\vdots$$

$$\Pi_r = p_1^{\delta_1} \cdot p_2^{\delta_2} \cdot \ \ldots \ \cdot p_m^{\delta_r} \cdot p_n$$

$(\cdot)^1$

Potências de **M L T** (ou **F L T**) $\rightarrow$ cada coleção = 0

$\downarrow$

Sistema de equações algébricas: α_i , β_i , ... , δ_i $\rightarrow$ Π's