ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS – FZEA / USP

ZEB1027 FENÔMENOS DE TRANSPORTE

ESTÁTICA DOS FLUIDOS: TEOREMA (LEI) DE STEVIN

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

- SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO BÁSICA DA FLUIDOSTÁTICA
- HIPÓTESES P/ ACELERAÇÃO GRAVITACIONAL, DENSIDADE
- CONDIÇÃO DE CONTORNO PARA PRESSÃO $\rightarrow$ SUPERFÍCIE
- VARIAÇÃO DA PRESSÃO EM LÍQUIDOS ESTÁTICOS

USP

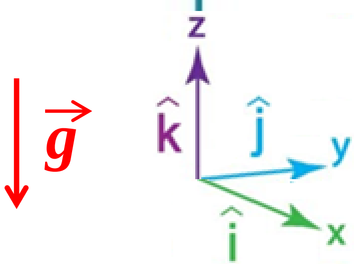
FZEA

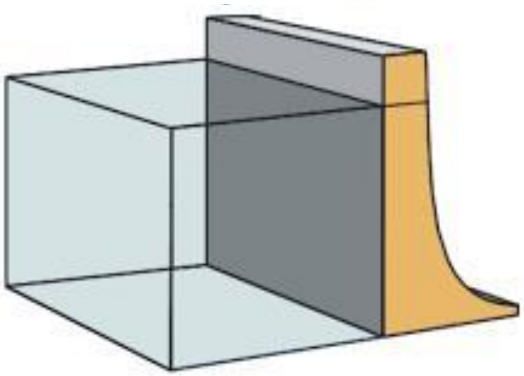
Eq. básica da fluidostática: solução

- Equação fundamental da fluidostática → forma vetorial
  - Solução → escolha de um sistema de coordenadas

↓

Coordenadas cartesianas com eixo z (vertical) orientado para cima





$$\boxed{\rho\vec{g} - \vec{\nabla}p = 0}$$

$$\vec{g} = g_x\,\hat{i} + g_y\,\hat{j} + g_z\,\hat{k}$$

$$\vec{\nabla}p = \frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\hat{k}$$

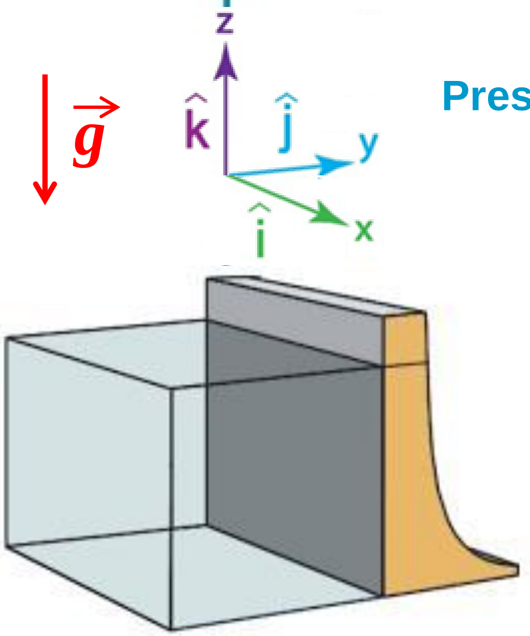
$$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \quad \begin{aligned} \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

Eq. básica da fluidostática: solução

- Hipóteses
  - Aceleração gravitacional constante $\rightarrow\ g_x = g_y = 0$ e $g_z = -g$
  - Densidade do fluido: $\rho \rightarrow$ equação constitutiva

$\downarrow$

Líquidos: incompressíveis $\rightarrow\ \rho = \text{constante}$



$$\left[\begin{array}{l}\rho \cancel{g_x}^{\,0} - \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\[2ex] \rho \cancel{g_y}^{\,0} - \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0\end{array}\right.$$

Pressão fluidostática não varia no plano *x-y*

$\therefore\ p = p(z)$

$$-\rho g - \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = 0 \quad \longleftarrow \quad \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Eq. básica da fluidostática: solução

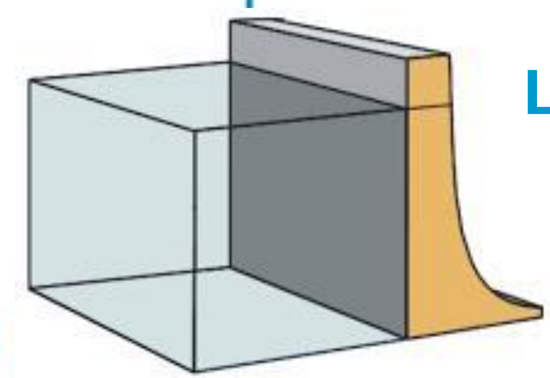
- EDO de 1ª ordem: solução $\rightarrow$ 1 condição de contorno
  - Condição de Dirichlet $\rightarrow$ pressão conhecida junto à interface

$\downarrow$

Na posição $z = z_0$ $\rightarrow$ Pressão (reinante sobre interface): $p = p_0$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho g \xrightarrow{\int} \int_{p_0}^{p(z)} \mathrm{d}p = -\int_{z_0}^{z} \rho g \, \mathrm{d}z \longrightarrow p(z) - p_0 = -\rho g\,(z - z_0)$$

$$\therefore \quad p(h) = p_0 + \rho g h$$



Lei (teorema) de Stevin