

# ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS – FZEA / USP

## ZEB1027 FENÔMENOS DE TRANSPORTE

### ESTÁTICA DOS FLUIDOS: EQUAÇÃO FUNDAMENTAL



- FLUIDOS: AÇÃO DE FORÇAS vs. ESCOAMENTO
- FORÇAS DE CAMPO vs. FORÇAS DE CONTATO
- FLUIDOS EM EQUILÍBRIO ESTÁTICO
- EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

# Ação de forças vs. Movimento

- Fluidos → ação de forças vs. escoamento
  - Escoamento ↔ tensão de cisalhamento (mínimo necessário)  
↓
  - Não há escoamento ↔ não há tensão de cisalhamento  
∴ Fluido em repouso → apenas esforços normais (pressão)



# Equilíbrio mecânico: forças atuantes

- Forças de campo (ou forças de corpo)
  - Atuam sobre o corpo como um todo, mediadas por campos
- Forças de contato (ou forças de superfície)
  - Atuam sobre a superfície que está em contato entre corpos



**FRICION FORCE**



**GRAVITY FORCE**



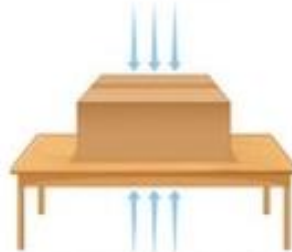
**APPLIED FORCE**



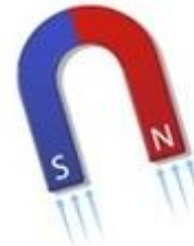
**SPRING FORCE**



**DRAG FORCE**



**NORMAL FORCE**



**MAGNETIC FORCE**

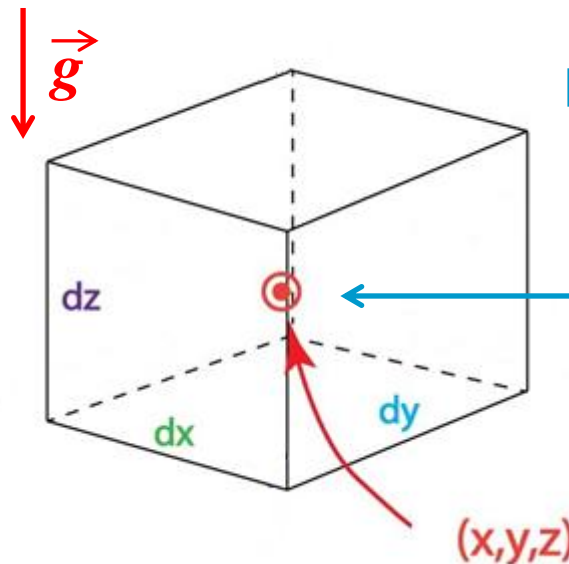
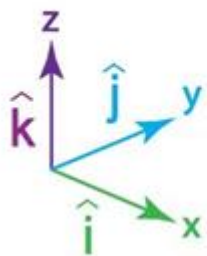


**ELECTRIC FORCE**



# Estática dos fluidos: equação básica

- Distribuição de pressão em fluido estático  $\rightarrow p = p(\vec{r})$ 
  - Balanço de forças sobre elemento de fluido em torno de  $(x,y,z)$
  - Volume do elemento:  $dV = dx dy dz$
  - Densidade do fluido em  $(x,y,z)$  :  $\rho$
  - Força resultante = **Forças de corpo** + Forças de superfície



**Força gravitacional:**  $d\vec{W} = dm \vec{g}$   
(peso)

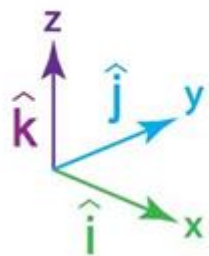
$$\downarrow$$
$$d\vec{W} = \rho dV \vec{g}$$
$$\vec{g} = g(-\hat{k})$$

Aplicada no  
centro de massa

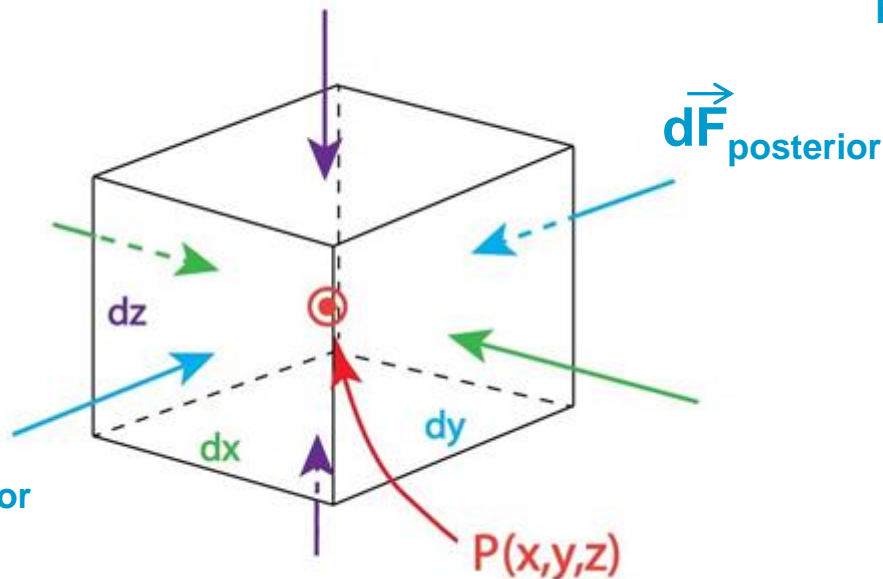


# Estática dos fluidos: equação básica

- Distribuição de pressão em fluido estático  $\rightarrow p = p(\vec{r})$ 
  - Forças de superfície  $\rightarrow$  forças de compressão sobre 6 faces
  - Observação 1: fluido estático  $\rightarrow$  tensões de cisalhamento = 0
  - **Direção y** :  $d\vec{F}_{\text{anterior}} + d\vec{F}_{\text{posterior}} = p_{\text{ant}} dx dz (\hat{j}) + p_{\text{post}} dx dz (-\hat{j})$
  - Observação 2: pressão  $\rightarrow$  campo escalar variando c/ posição



$d\vec{F}_{\text{anterior}}$



Expansão em série de Taylor  $\downarrow$

$$p_{\text{ant}} = p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}$$

$$p_{\text{post}} = p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}$$

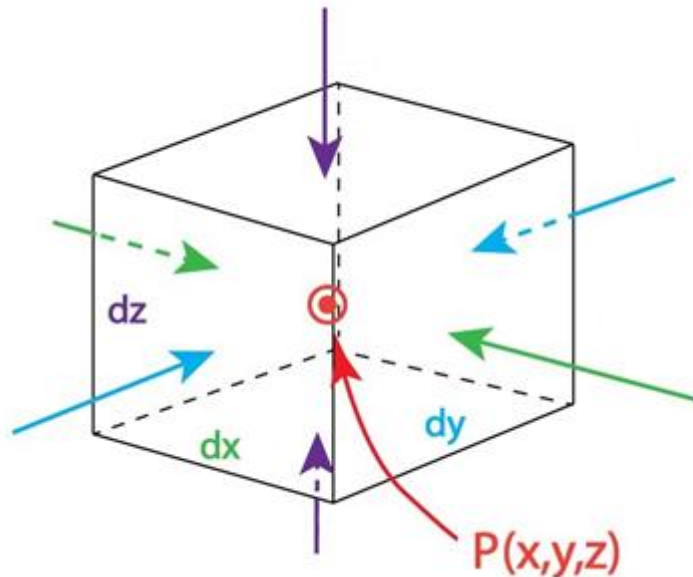
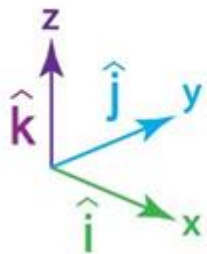
# Estática dos fluidos: equação básica

- Distribuição de pressão em fluido estático  $\rightarrow p = p(\vec{r})$

– **Direção y:**  $d\vec{F}_y = \left( -\frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz (\hat{j}) = -\frac{\partial p}{\partial y} dV (\hat{j})$

– **Direção x:**  $d\vec{F}_x = -\frac{\partial p}{\partial x} dV (\hat{i})$  ; **Direção z:**  $d\vec{F}_z = -\frac{\partial p}{\partial z} dV (\hat{k})$

**Forças de pressão:**  $d\vec{F}_x + d\vec{F}_y + d\vec{F}_z = -\left( \frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} \right) dV$



$$d\vec{F}_{\text{pressão}} = -\vec{\nabla} p dV$$



# Estática dos fluidos: equação básica

- Distribuição de pressão em fluido estático  $\rightarrow p = p(\vec{r})$

## Força resultante & 2ª Lei de Newton

$$d\vec{F}_{\text{res}} = d\vec{W} + d\vec{F}_{\text{pressão}}$$

$$d\vec{F}_{\text{res}} = dm \vec{a}$$



$$d\vec{F}_{\text{res}} = \rho \vec{g} dV - \vec{\nabla} p dV$$

$$d\vec{F}_{\text{res}} = \rho dV \vec{a}$$

$$\rho \vec{a} dV = (\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p) dV$$



$$\rho \vec{a} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p$$

Fluido estático  $\downarrow$

**Equação básica da fluidostática  
(forma vetorial)**

$$\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p = 0$$

