

Introdução às Medidas em Física (4300152)

Aula 05 (27/04/2023)

Material gentilmente cedido por Prof^a Paula R. P. Allegro

*Matheus Souza Pereira –T47
mathsouza@usp.br*

Da aula anterior: propagação de incerteza

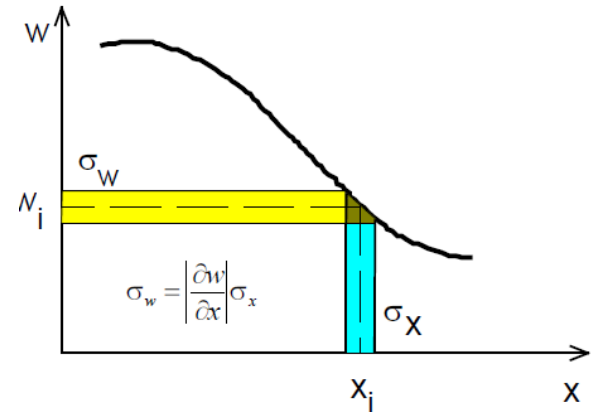
- Para medidas indiretas:

- Calcular a influência da incerteza da medida primária para a grandeza calculada

Medida: $x \pm \sigma_x$

Grandeza calculada:

$$w = w(x) \pm \sigma_w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \sigma_x\right)^2}$$



- Se a função $f(x, y, z, t, \dots)$ calculada depende de várias variáveis: $x \pm s_x$; $y \pm s_y$; $z \pm s_z$; $t \pm s_t$;

$$\sigma_w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \sigma_t\right)^2 + \dots}$$

Da aula anterior: propagação de incerteza

- Caso especial (multiplicação e divisão):

$$f(x, y, z, t) = K \frac{x^a}{y^b} \sqrt{\frac{z^c}{t^d}}$$

- Pode ser mais facilmente obtida pela incerteza relativa:

$$\frac{\sigma f}{f} = \sqrt{\left(a \frac{\sigma x}{x}\right)^2 + \left(-b \frac{\sigma y}{y}\right)^2 + \left(\frac{c}{2} \frac{\sigma z}{z}\right)^2 + \left(-\frac{d}{2} \frac{\sigma t}{t}\right)^2}$$

↑
Incerteza relativa

Não é aproximação – fórmula reescrita!

Dica: conferindo os resultados das derivadas



<https://www.derivative-calculator.net/>

Critério para compatibilidade

- Superposição em 1σ = compatíveis
 - Superposição em 2σ ou 3σ
 - Compatíveis com menor probabilidade
- Teste Z indica essa probabilidade
 - Comparação entre $(a \pm \sigma_a)$ e $(b \pm \sigma_b)$

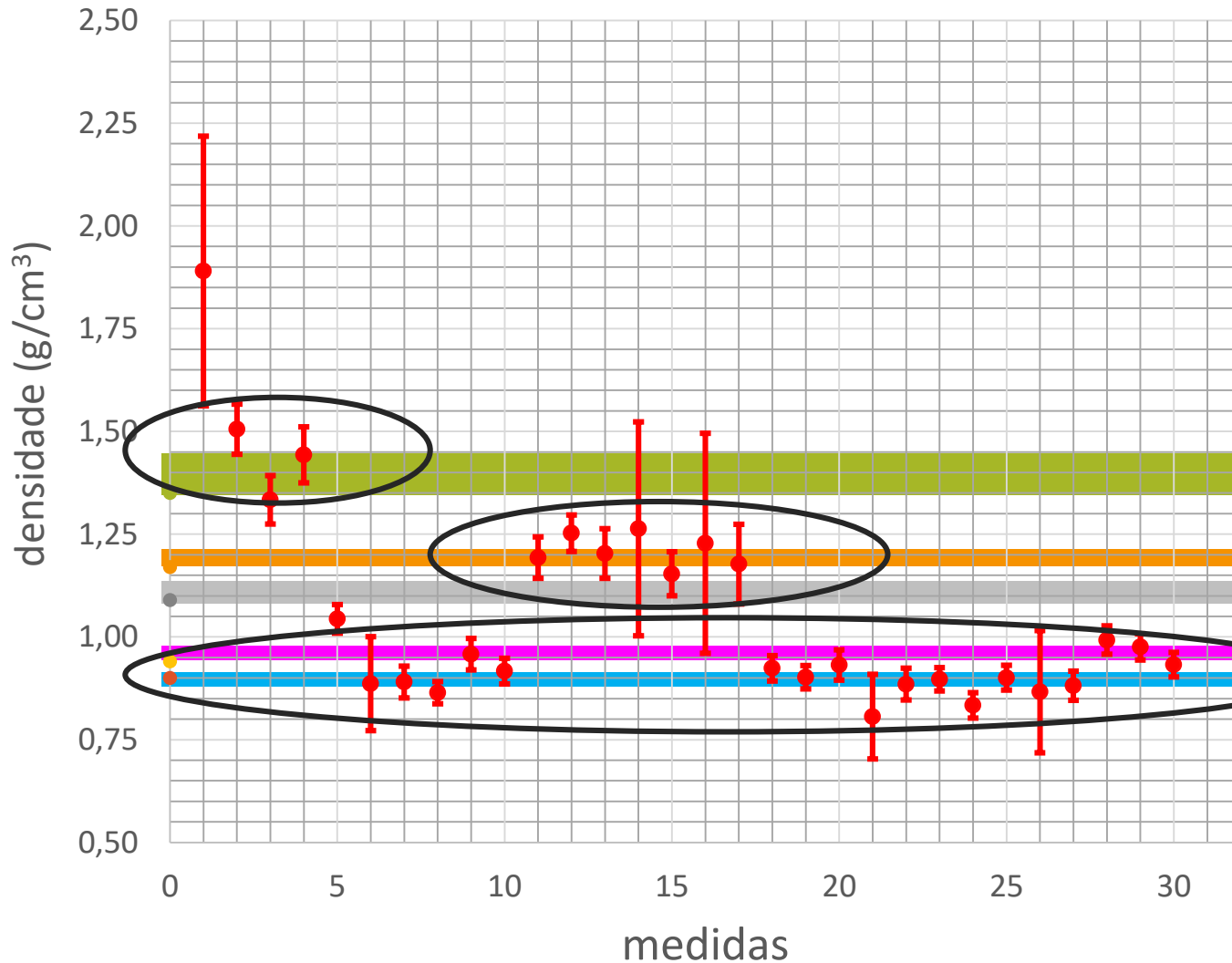
$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$0 < Z \leq 1$, compatíveis ao nível de 1σ
 $1 < Z \leq 2$, compatíveis ao nível de 2σ
 $2 < Z \leq 3$, compatíveis ao nível de 3σ
 $Z > 3$, discrepantes

Dados densidade aula 1 (T48)

Dados com balança analítica e régua

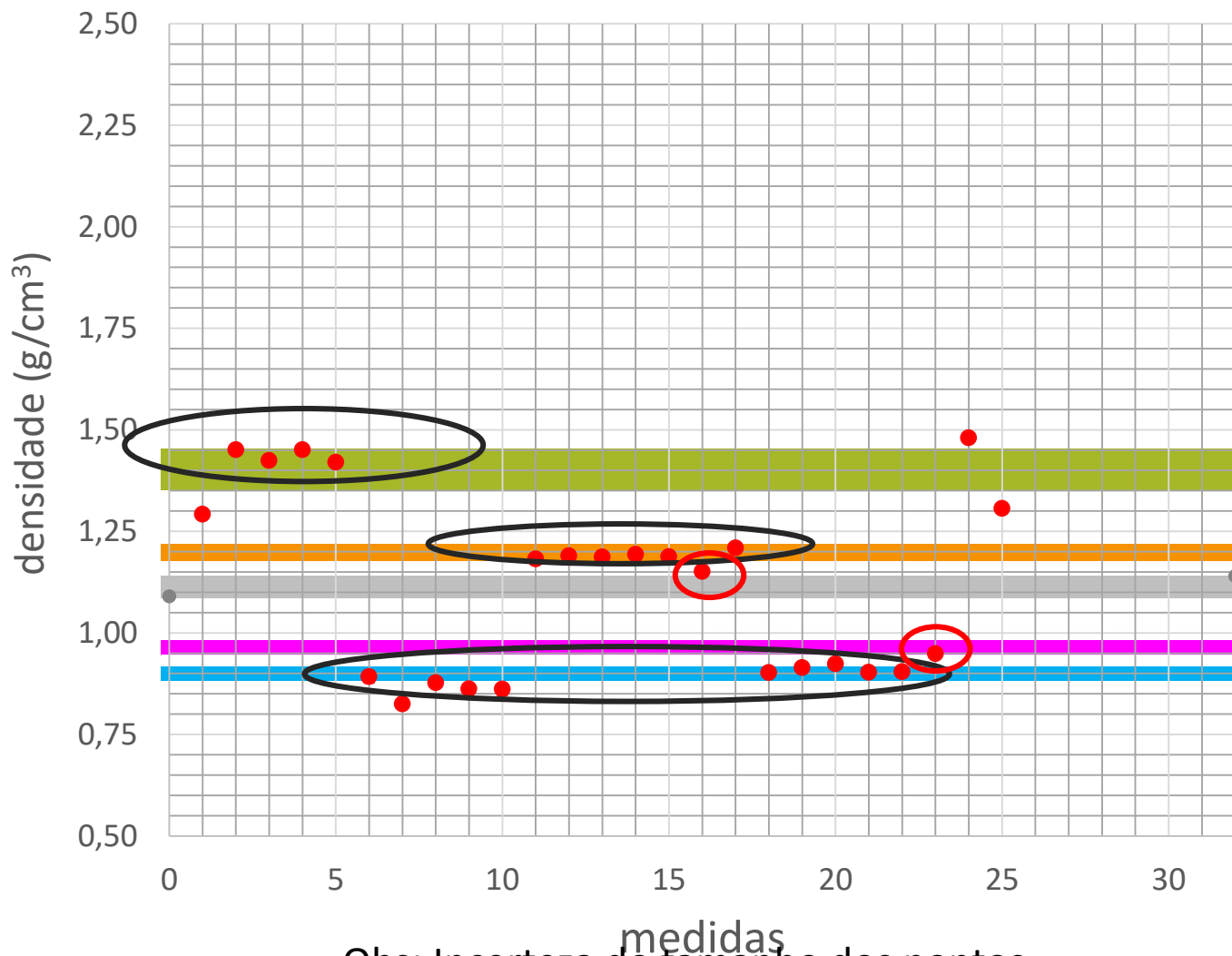
Tipos de plástico: 3
Talvez 4 se levarmos em conta 1 incerteza na compatibilidade dos dados



material	d(g/cm³)
PVC	1,35 a 1,45
Acrílico	1,17 a 1,20
Nylon	1,09 a 1,14
Polietileno	0,941 a 0,965
Polipropileno	0,900 a 0,915

Dados densidade aula 2 (T48)

Dados com balança analítica, paquímetro e micrômetro



Obs: Incerteza do tamanho dos pontos

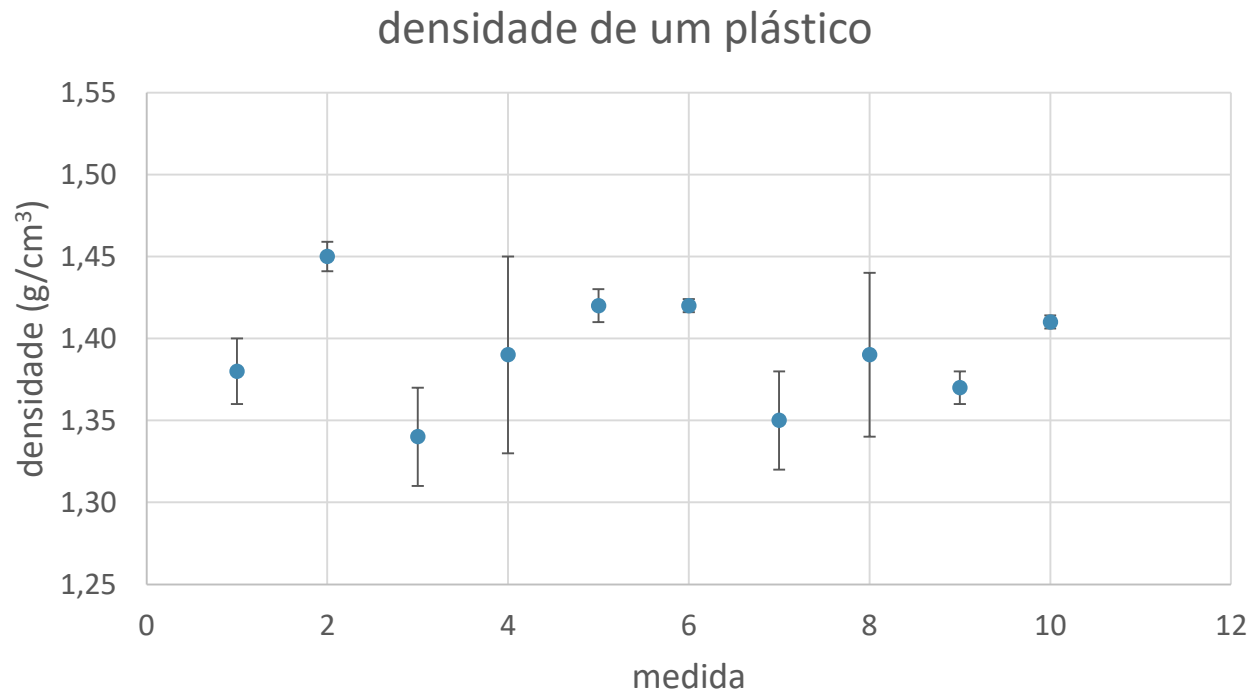
Tipos de plástico: 3

Talvez 5 se levarmos em conta 1 incerteza na compatibilidade dos dados

material	d(g/cm³)
PVC	1,35 a 1,45
Acrílico	1,17 a 1,20
Nylon	1,09 a 1,14
Polietileno	0,941 a 0,965
Polipropileno	0,900 a 0,915

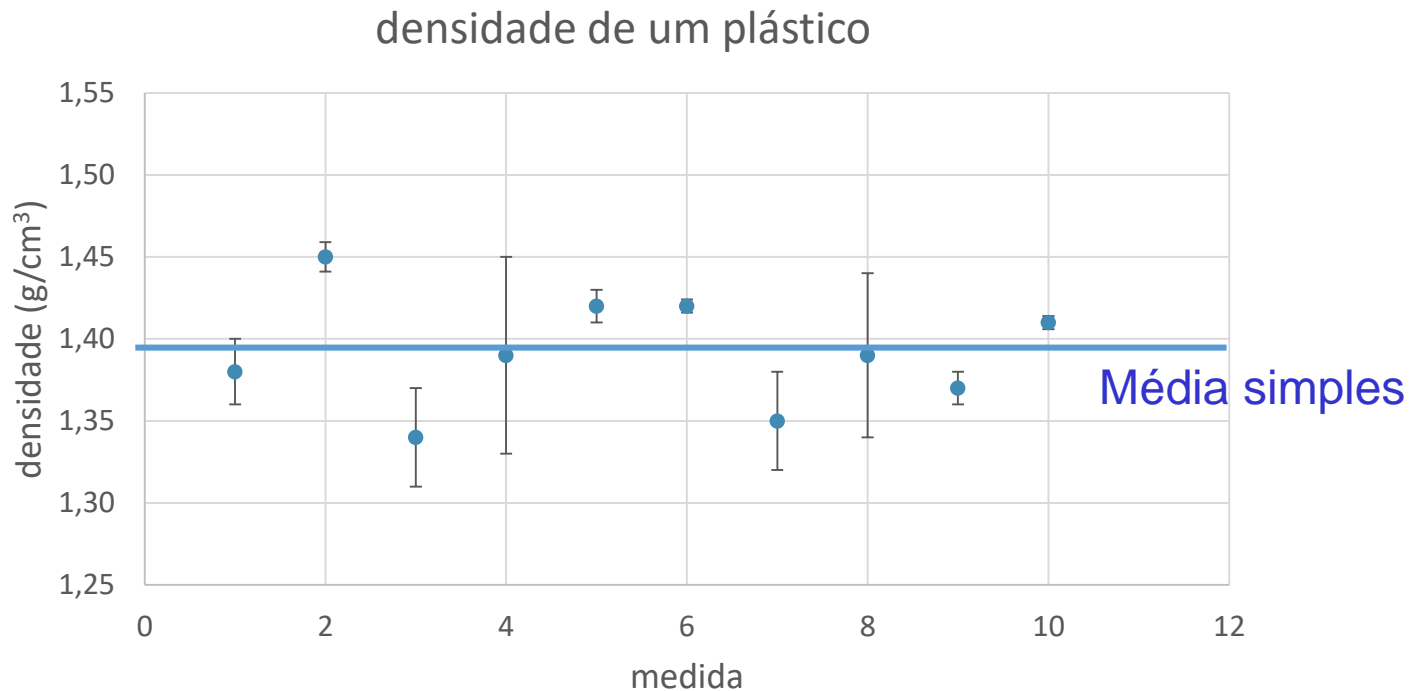
Aula de hoje: Média ponderada

- Como determinar o valor final de uma série de medidas com incertezas diferentes
 - Leva em conta as incertezas
 - Menor incerteza maior grau de confiabilidade



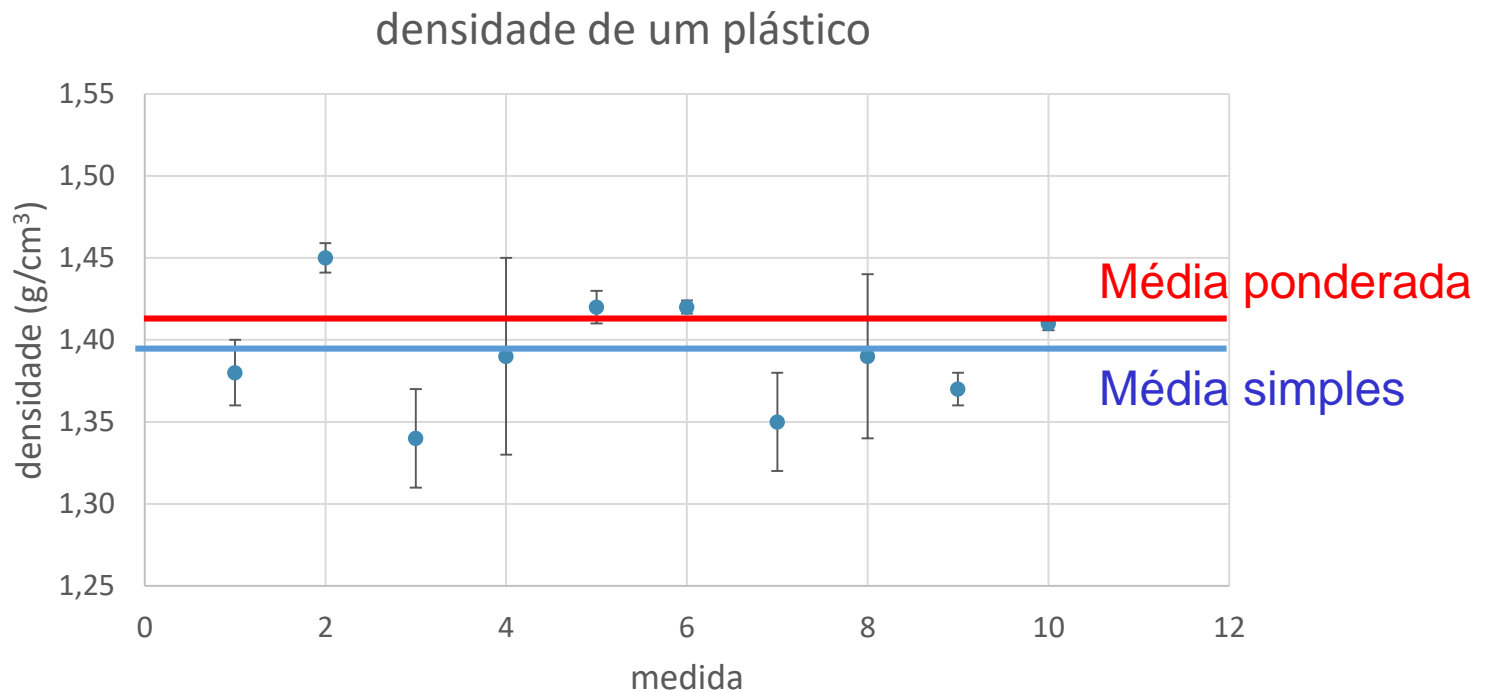
Média ponderada

- Como determinar o valor final de uma série de medidas com incertezas diferentes
 - Leva em conta as incertezas
 - Menor incerteza maior grau de confiabilidade



Média ponderada

- Como determinar o valor final de uma série de medidas com incertezas diferentes
 - Leva em conta as incertezas
 - Menor incerteza maior grau de confiabilidade



Média ponderada

$$\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{p_1 f_1 + p_2 f_2 + p_3 f_3 + p_4 f_4 + p_5 f_5}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5}$$

$$\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{\sum p_i f_i}{\sum p_i} \quad \text{onde: } p_i = \frac{1}{\sigma_{f_i}^2}$$

- E a incerteza de \bar{f}_{pond} é dada por:

$$\sigma_{f_{\text{pond}}} = \sqrt{\frac{1}{\sum p_i}}$$

Média ponderada e média simples

$$\bar{f}_{pond} = \frac{\sum p_i f_i}{\sum p_i} \quad \text{onde: } p_i = \frac{1}{\sigma_{f_i}^2}$$

- Se todas as incertezas foram iguais:

$$\sigma_{f_i} = \sigma_f \quad \longrightarrow \quad p_i = p = \frac{1}{\sigma_f^2}$$

$$\bar{f}_{pond} = \frac{\sum p_i f_i}{\sum p_i} = \frac{p \sum f_i}{Np} = \frac{\sum f_i}{N} = \bar{f}_{simples}$$

$$\sigma_{f_{pond}} = \sqrt{\frac{1}{\sum p_i}} = \sqrt{\frac{1}{Np}} = \sqrt{\frac{\sigma_f^2}{N}} = \frac{\sigma_f}{\sqrt{N}} = \sigma_{\bar{f}_{simples}}$$

Exercícios em aula

- Foram feitas três medidas com os seguintes resultados:

5,0±0,3 cm

6,0±0.1 cm

4,0±0,2 cm

- Calcule a média ponderada e a incerteza.

Exercícios em aula

- Foram feitas três medidas com os seguintes resultados:

$$5,0 \pm 0,3 \text{ cm}$$

$$6,0 \pm 0,1 \text{ cm}$$

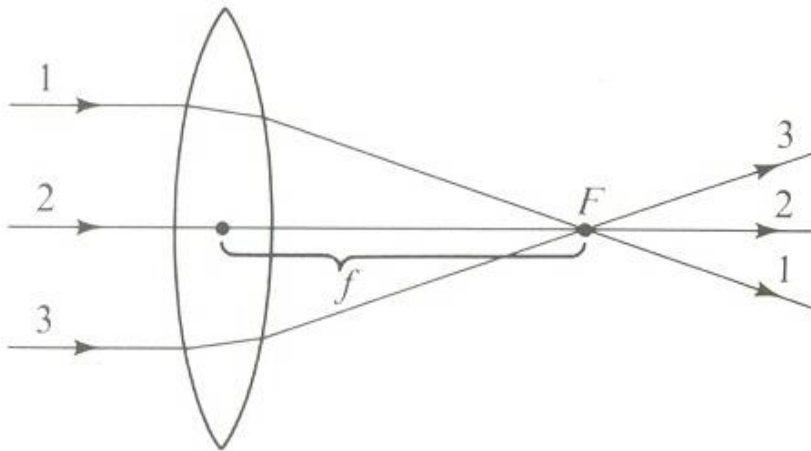
$$4,0 \pm 0,2 \text{ cm}$$

- Calcule a média ponderada e a incerteza.

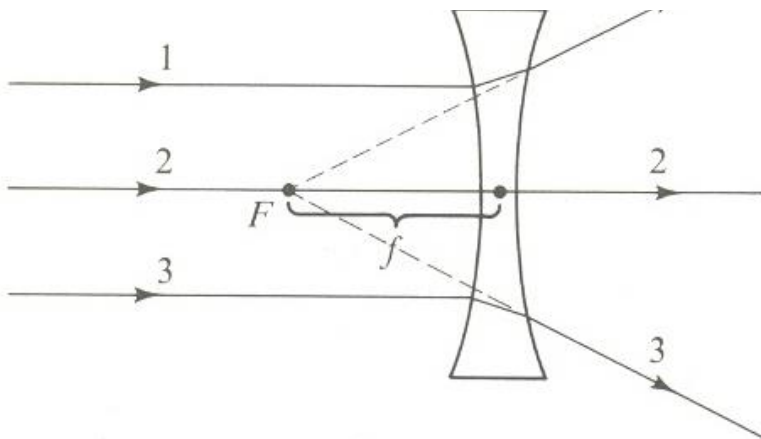
$$\bar{x} = 5,55 \pm 0,09 \text{ cm}$$

Experimento de hoje: Lentes

- Uma lente é um dispositivo óptico transmissivo que focaliza ou dispersa um feixe de luz por meio de refração.

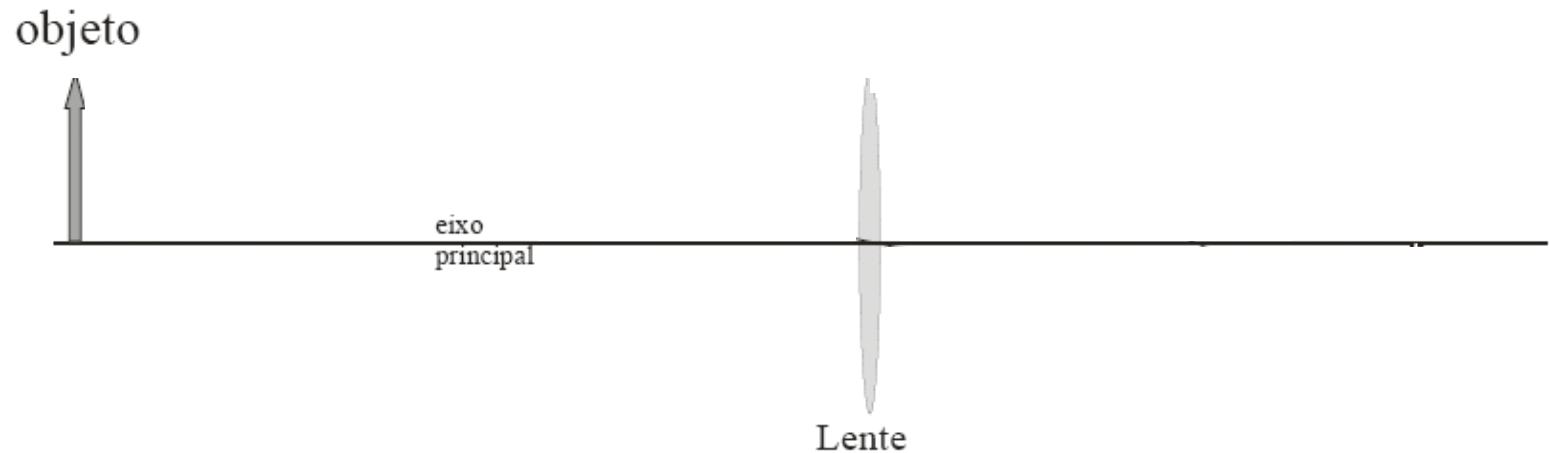


Convergente



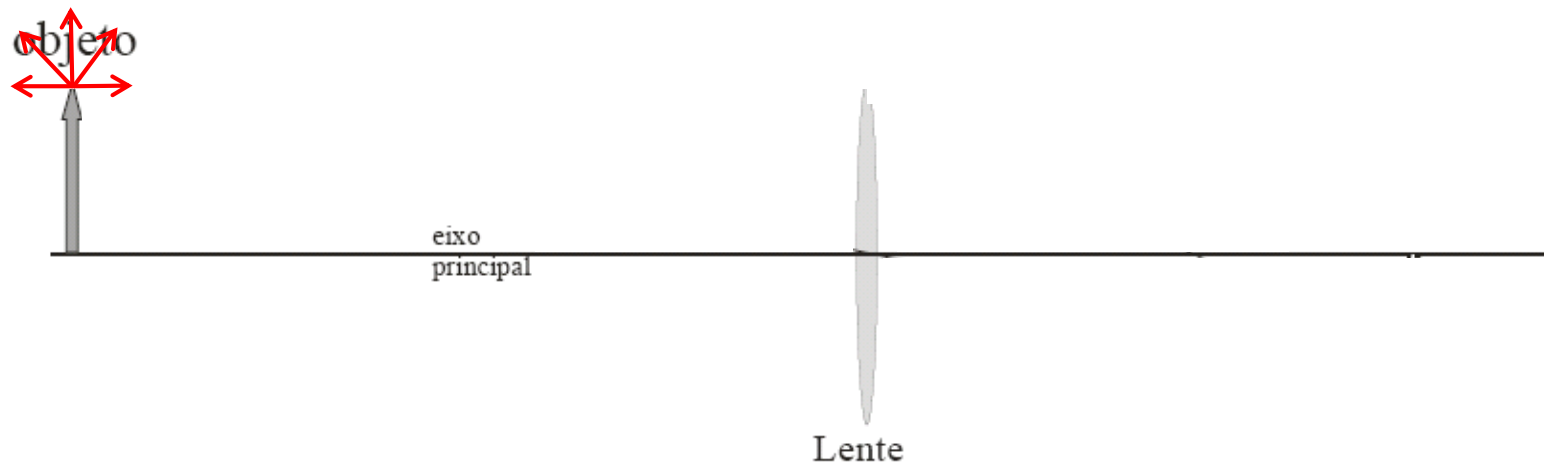
Divergente

Formação da imagem usando lentes convergentes



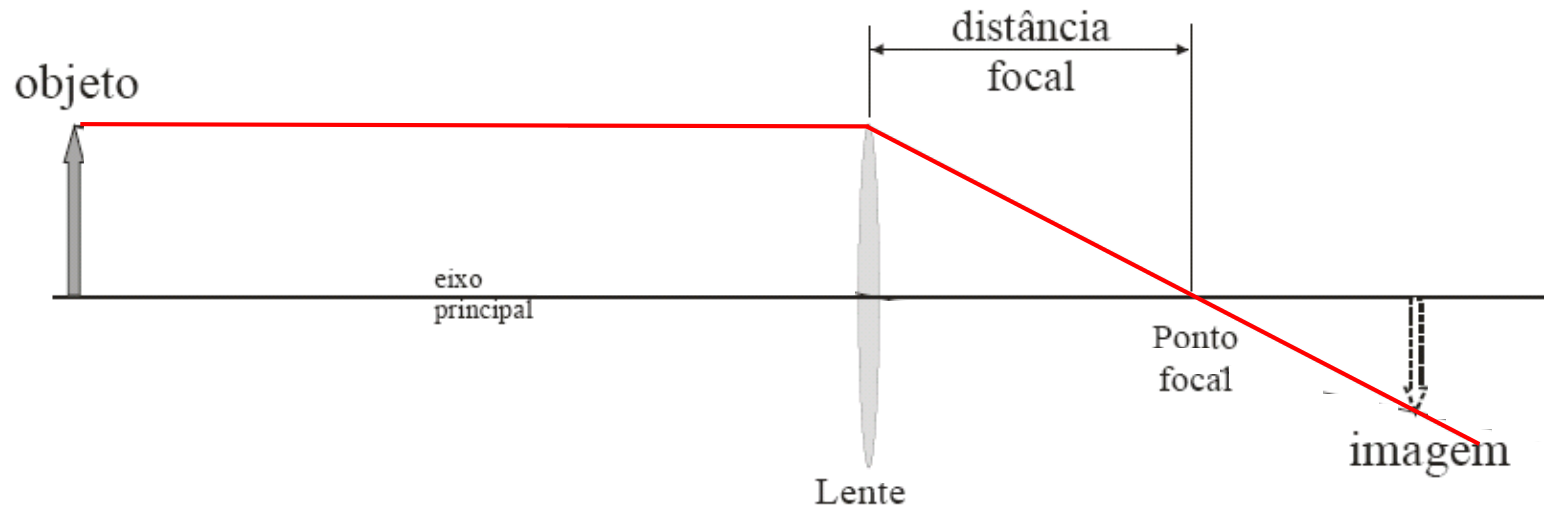
Formação da imagem usando lentes convergentes

- Raios luminosos saem de todos os pontos do objeto em todas as direções:



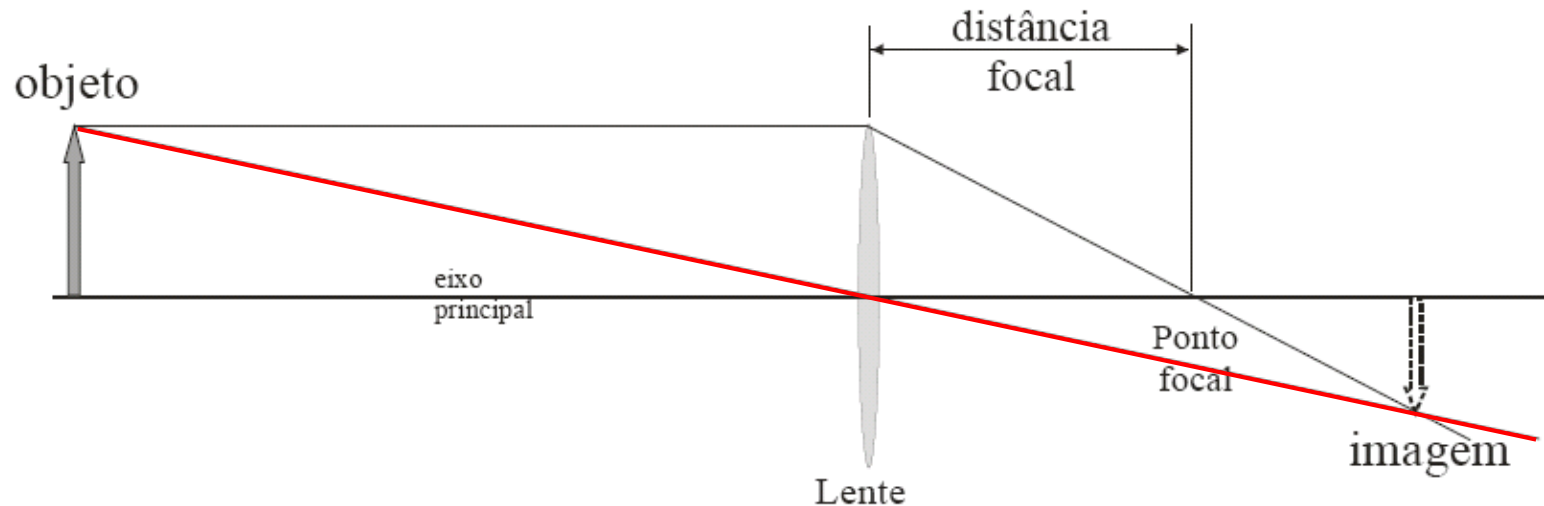
Formação da imagem usando lentes convergentes

- Raios luminosos saem de todos os pontos do objeto em todas as direções:
- Qualquer raio luminoso paralelo ao eixo principal da lente é desviado de tal forma a passar pelo ponto focal da lente (ponto no qual a luz colimada paralela ao eixo é focada) ;



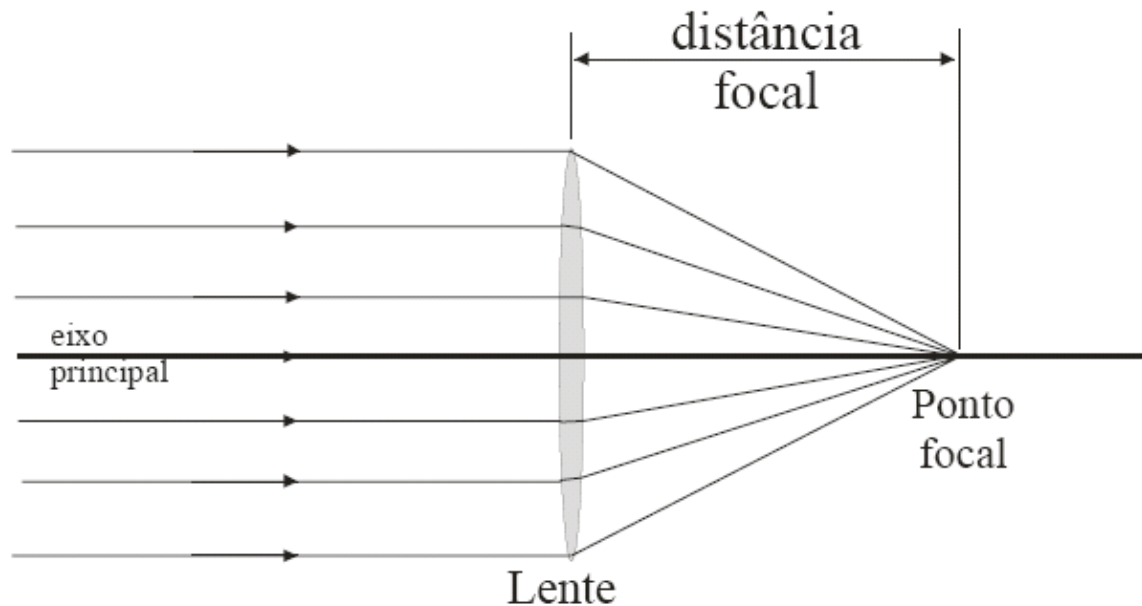
Formação da imagem usando lentes convergentes

- Raios luminosos saem de todos os pontos do objeto em todas as direções:
- Qualquer raio luminoso paralelo ao eixo principal da lente é desviado de tal forma a passar pelo ponto focal da lente (ponto no qual a luz colimada paralela ao eixo é focada) ;
- Qualquer raio luminoso incidente sobre o centro da lente não sofre desvio.



Distância Focal de uma Lente

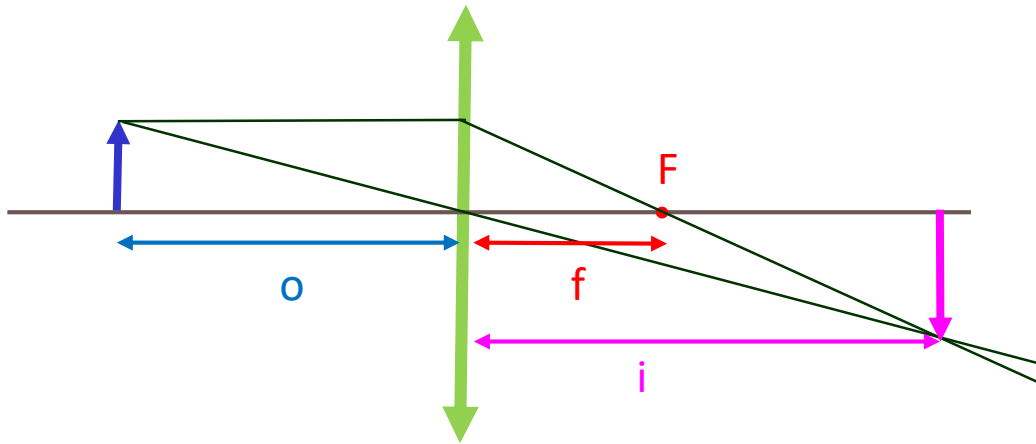
- É a distância entre o ponto de foco de uma imagem e a lente caso o objeto que gera a imagem esteja a uma distância infinita da lente



Formação da imagem: Relação entre Distância do objeto e distância focal

- Lente Convergente:

Distância objeto (o) $>$ distância focal (f)

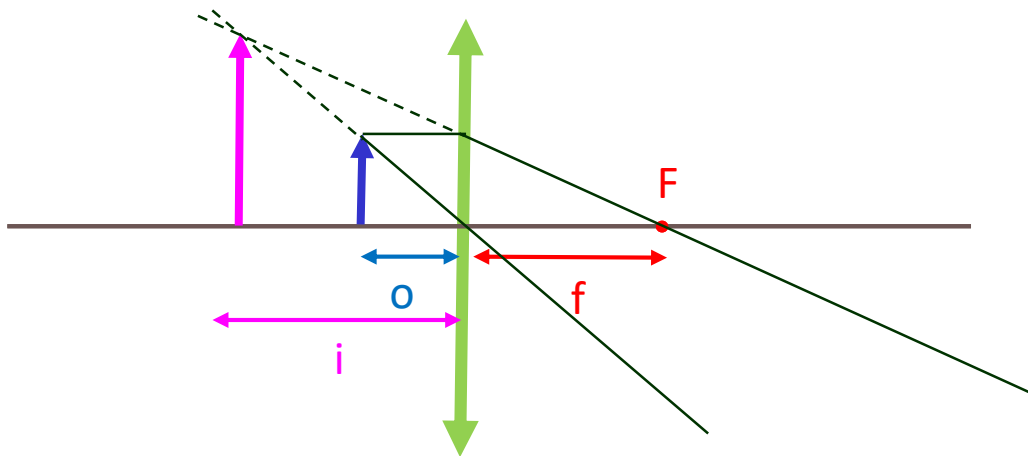


- Imagem é **real** (cruzamento de raios reais)
 - Convenção de sinais: $i > 0$
- Imagem é **invertida**
- Conforme o objeto se afasta, a imagem diminui e se aproxima de F
- $f > 0$

Formação da imagem: Relação entre Distância do objeto e distância focal

- Lente Convergente:

Distância objeto (o) < distância focal (f)

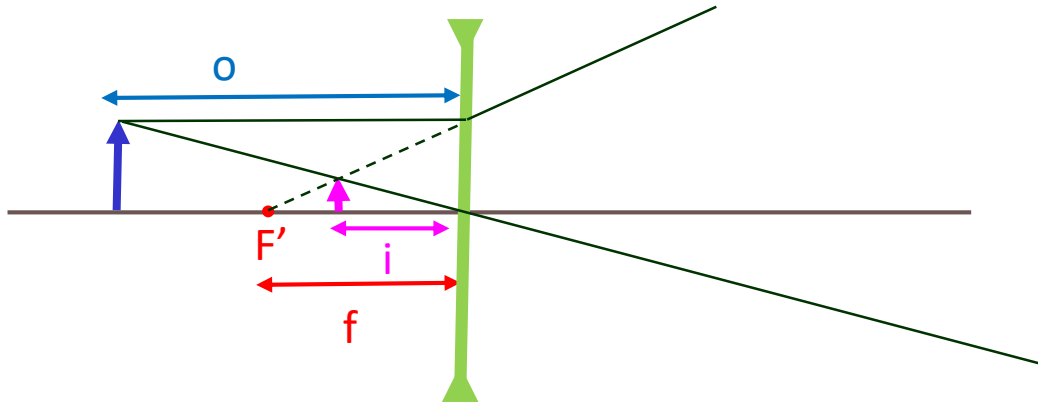


- Imagem é **virtual** (cruzamento de prolongamentos dos raios)
 - Convenção de sinais: $i < 0$
- Imagem é **direita e maior** que o objeto
- A imagem sempre vai ser mais afastada da lente que objeto ($i > o$)
- $f > 0$

Formação da imagem: Relação entre Distância do objeto e distância focal

- Lente Divergente:

Distância objeto (o) $>$ distância focal (f)

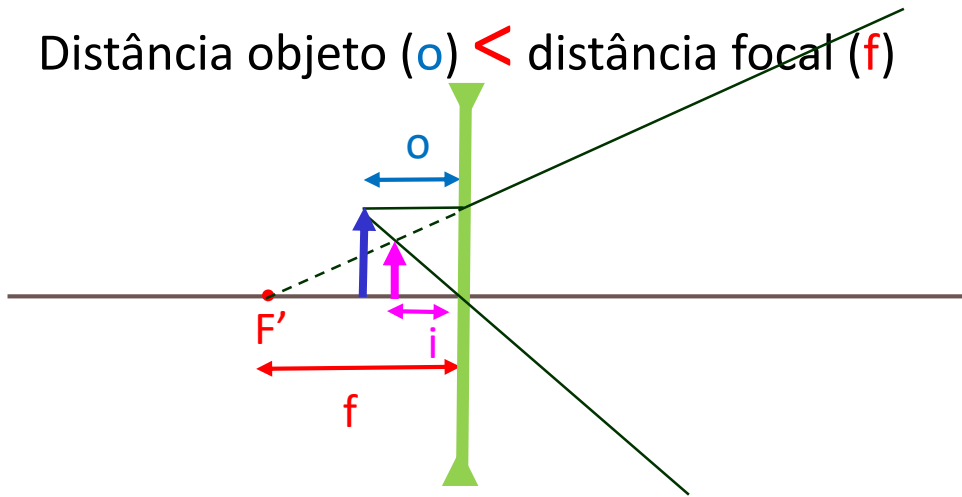


- Ponto focal (F) **virtual** (raios de luz não convergem)
- Imagem é **virtual** (cruzamento de prolongamentos dos raios)
 - Convenção de sinais: $i < 0$
- Imagem é **direita e menor** que o objeto
- A imagem **sempre vai estar entre o objeto e a lente**
- $f < 0$

Formação da imagem: Relação entre Distância do objeto e distância focal

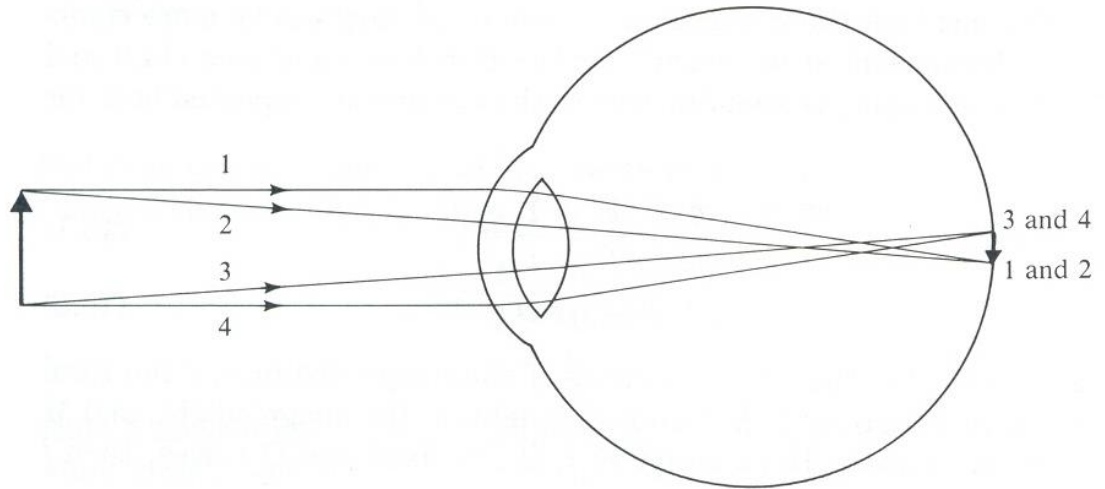
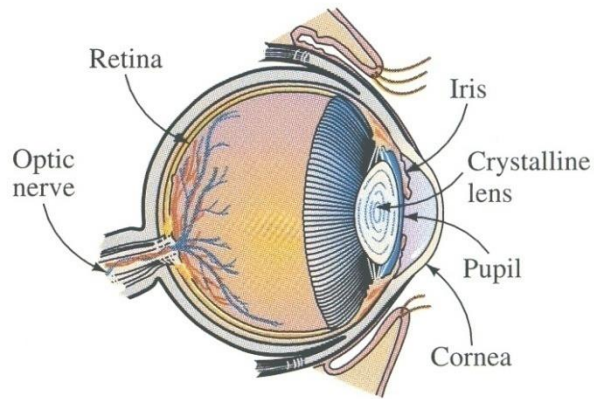
- Lente Divergente:

Distância objeto (o) < distância focal (f)



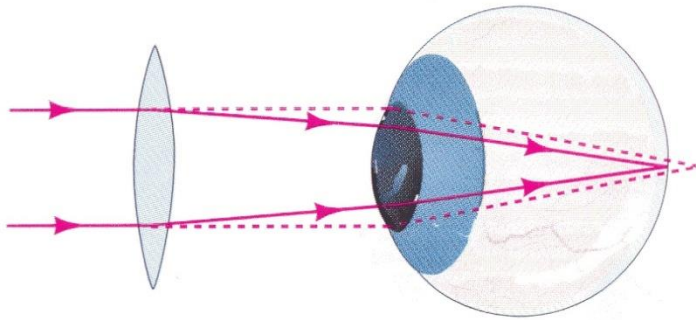
- Ponto focal (F) **virtual** (raios de luz não convergem)
- Imagem é **virtual** (cruzamento de prolongamentos dos raios)
 - Convenção de sinais: $i < 0$
- Imagem é **direita e menor** que o objeto
- A imagem **sempre vai estar entre o objeto e a lente**
- $f < 0$

Curiosidade: olho humano e visão

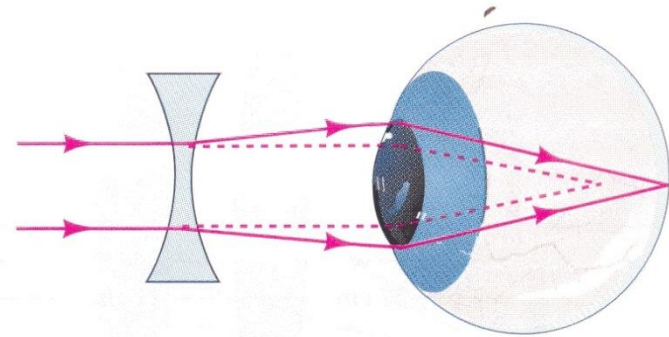


- A imagem formada sobre a retina é **real** e **invertida**.
- Problemas de visão ocorrem quando **a imagem não se forma sobre a retina**

Curiosidade: correção dos problemas de visão



(a)



(b)

(a) hipermetropia:

- a imagem se forma **após a retina**
- A correção é feita utilizando lentes **convergentes**

(b) miopia:

- a imagem se forma **antes da retina**
- a correção é feita utilizando lentes **divergentes**

Atividade prática

Medida da Distância Focal de uma Lente

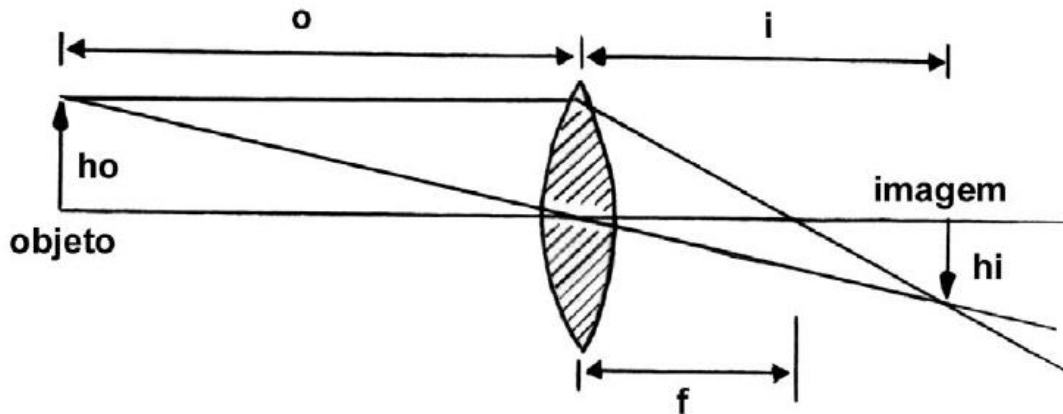
- Objetivo

- Identificar os tipos de lente (divergente e convergente) e determinar a distância focal de cada uma delas

- Distância focal (*equação de Gauss para lentes simples*):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \Rightarrow f = \frac{i \cdot o}{i + o}$$

válida somente se a espessura da lente puder ser desconsiderada em relação às outras dimensões envolvidas



Procedimento Experimental 1

- Identificar as 3 lentes: quais são convergentes e quais são divergentes?
- Estimar a distância focal dessas lentes (+ incerteza)
 - Convergente
 - Pode ser usado imagem real ou virtual
 - Divergente
 - Imagem virtual
- Colocar os valores das medidas no guia e na planilha online:

- link da planilha:

https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwwsc0Ng?usp=share_link

Como estimar a distância focal

Lente convergente

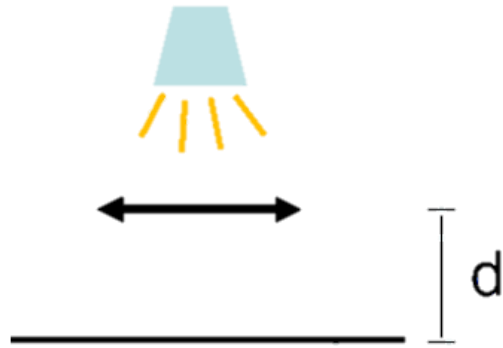
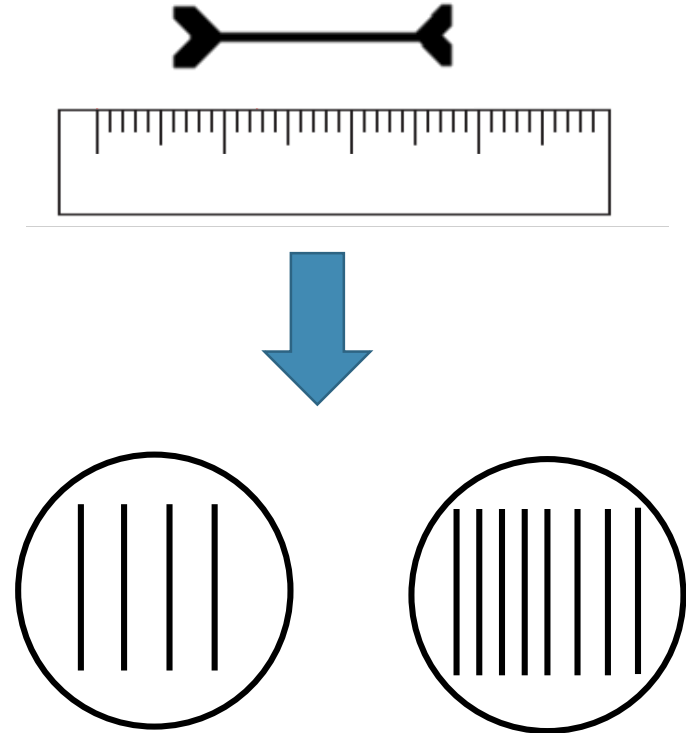


Imagem nítida: $d = f$

Incerteza de f :

$$\Delta f = \pm \frac{d_+ - d_-}{2}$$

Lente divergente

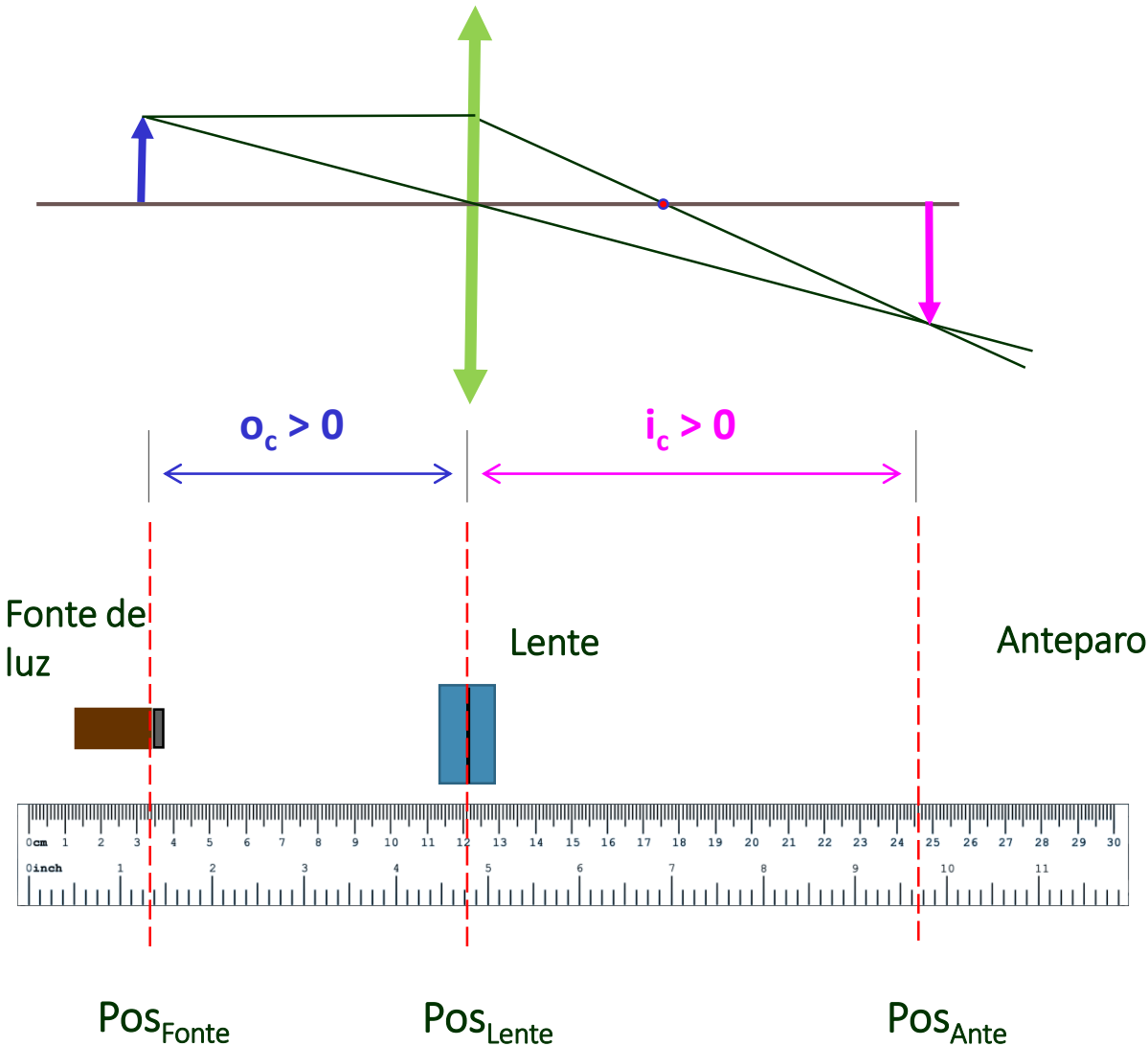


Dobro de traços: $d = f$

Procedimento 2: Arranjo experimental

- Bancada óptica:

- Trilho metálico
- Fonte luminosa
- 1 lente
- Anteparo para projeção da imagem



$$o = |POS_{Lente} - POS_{Fonte}|$$

$$i = |POS_{Ante} - POS_{Lente}|$$

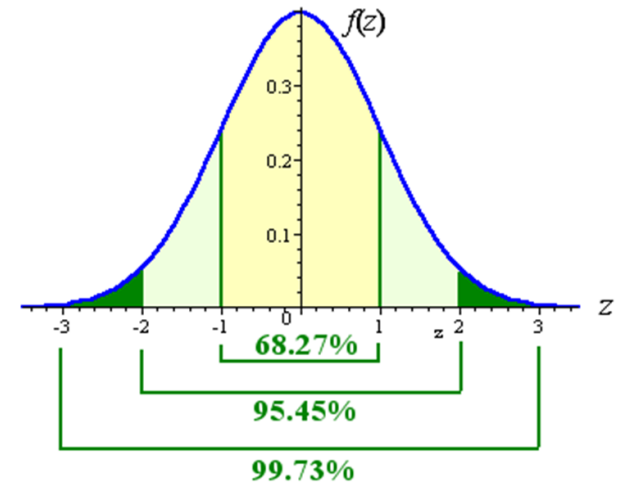
Dificuldade de leitura pode influenciar incerteza na posição

Procedimento Experimental 2

- Utilizar a **lente convergente de MENOR distância focal**
- Fixar a fonte de luz (medir posição + incerteza)
- Fixar a lente (medir posição + incerteza)
- **CADA** membro do grupo determina:
 - a posição da imagem (onde a imagem é mais nítida)
 - A posição do Anteparo(+) (maior distância onde a imagem ainda é nítida)
 - A posição do Anteparo(-) (menor distância onde a imagem ainda é nítida)
- **Repetir** o procedimento acima para **10** posições diferentes da lente.
- Colocar os valores das medidas no guia e na planilha online:
 - link da planilha:
https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share_link

Incerteza na distância imagem

Medida	Posição da Lente (\pm inc)	Aluno 1 Anteparo		
		imagem	+	-
1				
2				
3				



- Intervalo (Anteparo+ a Anteparo-) equivale a 4σ da incerteza da média

$$\sigma I_{final} = \sqrt{\left(\frac{(Ant_+ - Ant_-)}{4}\right)^2 + \sigma I_{instr}^2}$$

Incerteza estatística

0,05 cm

Incertezas do objeto e distância focal

- Posição do objeto (o):

$$o = POS_{lente} - POS_{fonte}$$

$$\sigma_o = \sqrt{\left(\frac{\partial o}{\partial P_L} \sigma_{P_L}\right)^2 + \left(\frac{\partial o}{\partial P_f} \sigma_{P_f}\right)^2}$$

Função com **duas** variáveis: $y = a + b$

- Distância focal:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial i} \sigma_i\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial o} \sigma_o\right)^2}$$

Dica: façam troca de variáveis e confirmam no WolframAlpha se deu certo

Análise dos dados

- A partir das posições de lente, fonte de luz e anteparo (centro do intervalo) no trilho, calcule:
 - os valores de l e de O para cada uma das medições, **com incertezas** → Tabela 3.
- Completar Tabela 4: inversões de l e de O , **com incertezas**
 - . Usem planilhas pra fazer as contas.
- Calcular cada valor de F para cada par $[1/O, 1/l]$ **com incerteza** → Tabela 5
- Calcular a **média ponderada** para cada aluno e para o conjunto total de valores de F **com incerteza**
- Verificar compatibilidade entre valores de F e média ponderada

Para a próxima aula (04/05):

- Entrega do Guia 3 (um por grupo)
- No moodle (aba Experimento # 3- Distância focal de uma lente):
 - Exercício individual (até dia 04/05).
- Texto: Apostila do curso (página principal do moodle):
 - Experiência IV (Aulas 06 e 07) - Queda Livre