

Introdução as Medidas em Física

Aula 02(23/03)

Material gentilmente cedido pela Profa Dra. Paula R. P. Allegro

Matheus Souza Pereira - Turma 47
mathsouza@usp.br


Na aula de hoje:

- Resumo dos principais pontos da aula anterior
- Conceitos:
 - Noções de estatística:
 - Introdução a erros aleatórios ou estatísticos
 - Média e desvio padrão
 - Introdução a histogramas:
 - Ocorrências
 - Frequências
 - Densidade de probabilidade
- Experiência 1.2: Medidas de Tempo e o Pêndulo Simples
 - Realizar medidas de tempo e adquirir noções sobre ordem de grandeza em medidas de tempo
 - Estudo do período de oscilação de um pêndulo

Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
 - Capítulo 4: Interpretação Gráfica de Dados
 - Experiência I (Aulas 01 e 02) Calibração de Medidas e Pêndulo Simples.
- Texto: Conceitos Básicos da Teoria de Erros (aba Material Didático / arquivos 2022)
 - Capítulo 1: Expressão de Medições Experimentais

Da aula anterior:

- Medidas:
 - Definição: quantificar uma grandeza com relação a algum padrão tomado como unidade.
 - Medidas repetidas por:
 - Diferentes experimentadores
 - Diferentes instrumentos resultados diferentes
- Supondo que existe um valor verdadeiro associado à grandeza que está sendo medida, nunca iremos obter o valor verdadeiro em nossas medições devido:
 - características da própria grandeza sendo medida
 - limitações intrínsecas e inevitáveis dos nossos instrumentos e técnicas de medida
- A possibilidade de haver erros é que dá origem à **incerteza** de uma medida.

Da aula anterior:

- Representação dos resultados de cada medida:

valor medido \pm incerteza (estimativa do erro)

- Representação de conjuntos de medidas: Tabelas

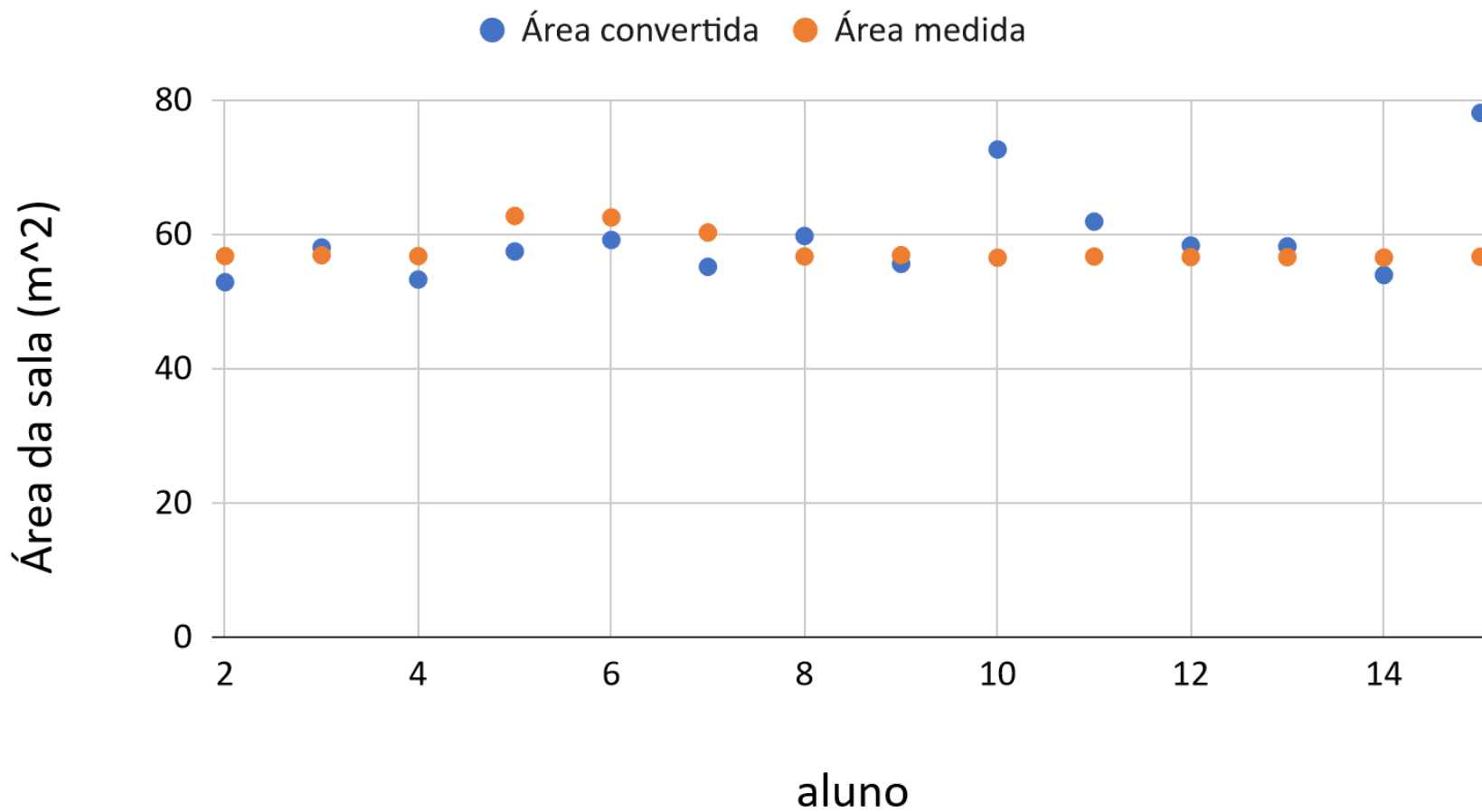
- Identificação
- Legenda
- Cabeçalho
- Unidades
- Medidas
- Incertezas

Tabela 1.1: Alguns valores experimentais para a constante de gravitação ao longo dos anos.

ano	$G \pm \sigma$ ($10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$)
1798	$6,75 \pm 0,05$
1930	$6,670 \pm 0,005$
1988	$6,67259 \pm 0,00085$

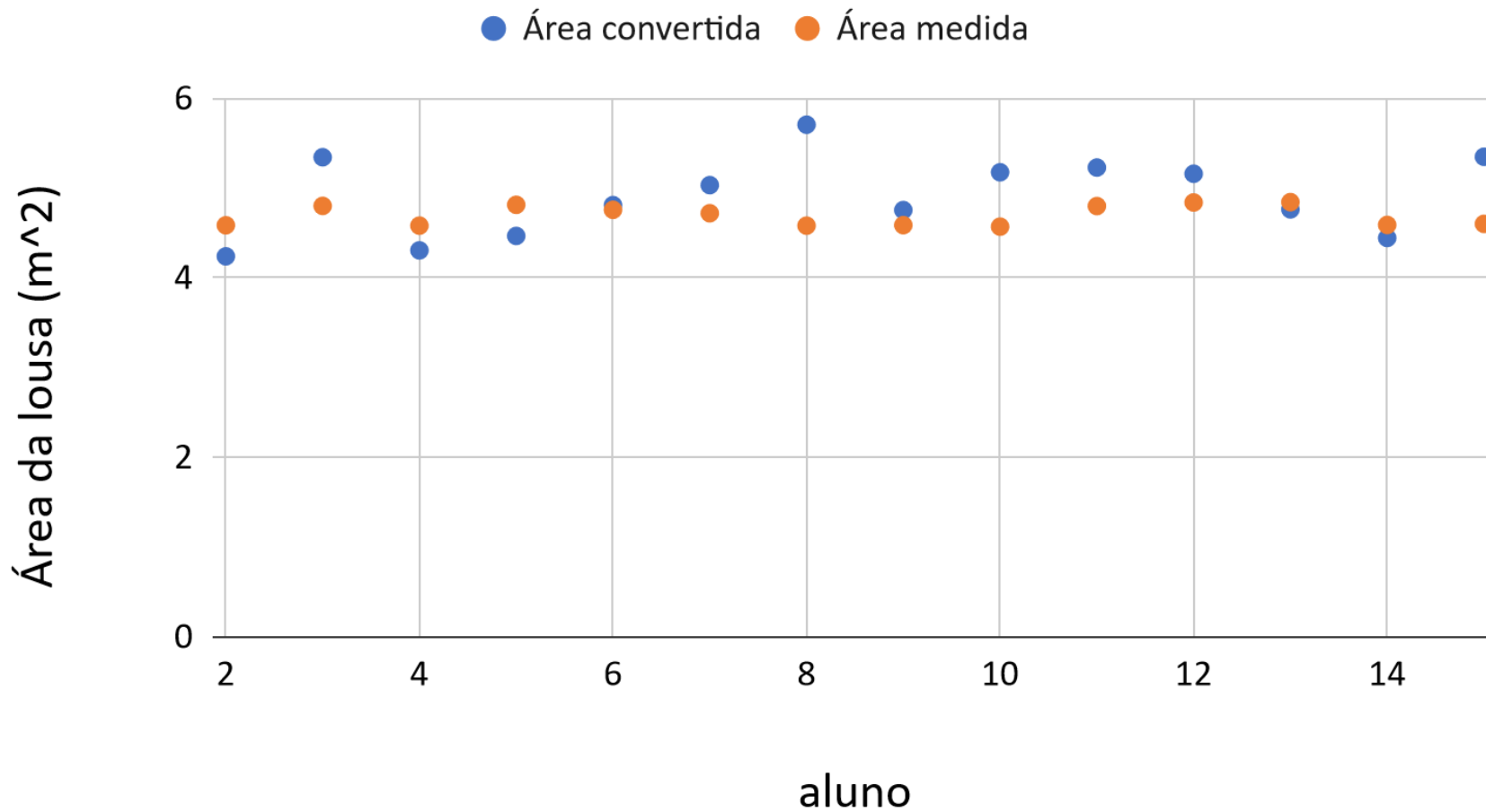
Dados aula passada

Área da sala



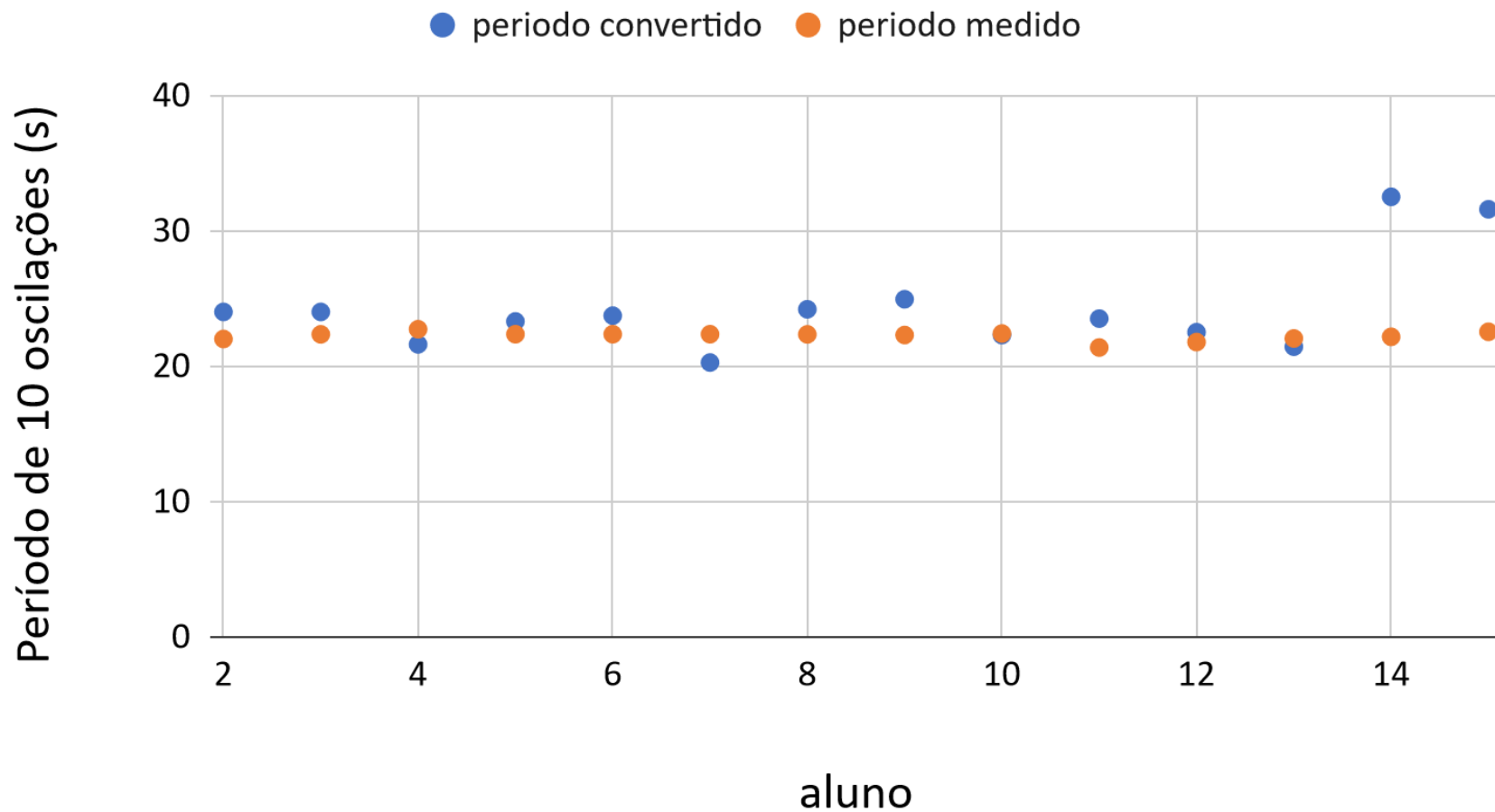
Dados aula passada

Área da lousa



Dados aula passada

Período de 10 oscilações



Aula de hoje: conceitos sobre medidas

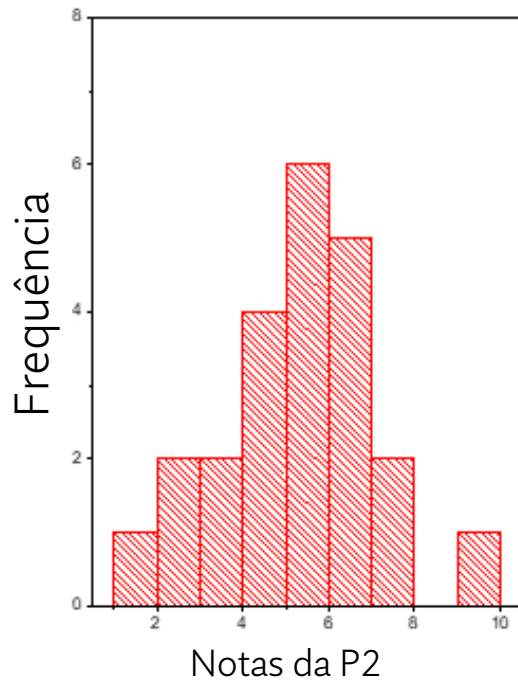
- Resultados experimentais estão sempre sujeitos a **erros**:
 - Erros podem ou não ser conhecidos e podem ter diversas origens:
 - Erros conhecidos : incerteza instrumental
- São classificados de acordo com o **efeito** das fontes de erro em uma medida:
 - **Erros sistemáticos**: **afetam igualmente** todos os dados medidos, **independe** de quantos dados tenham sido tomados.
 - Exemplo: incerteza instrumental
 - **Erros aleatórios**: **afetam de maneira diferente** cada um dos dados medidos, causando variações dos valores obtidos em medições repetidas
 - podem ser reduzido aumentando-se o número de dados
 - são obtidos por métodos estatísticos, por isso são também conhecidos como **erros estatísticos**

Erros aleatórios

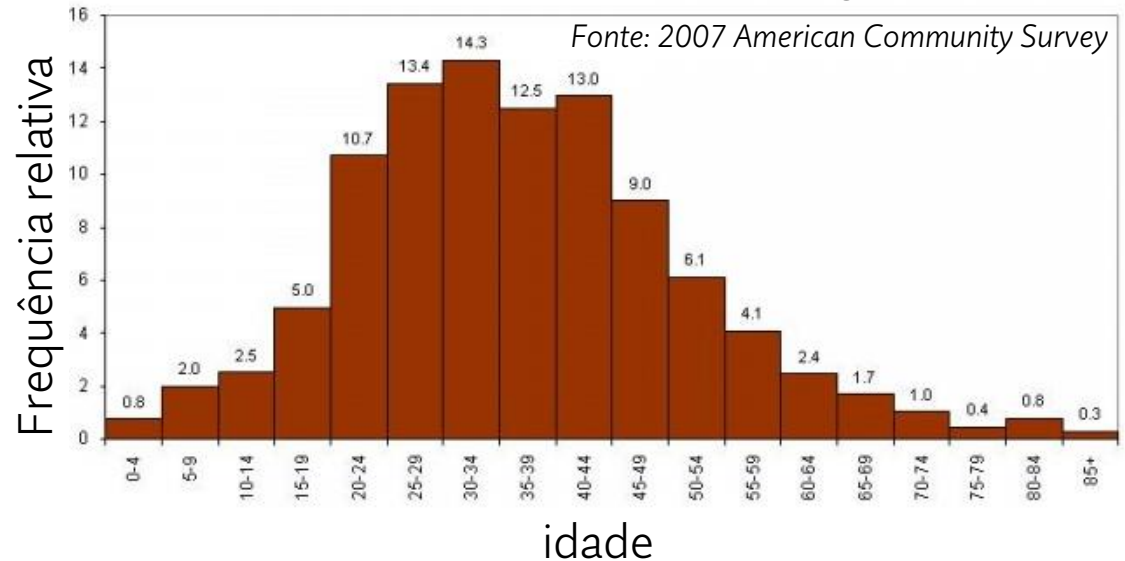
- Há uma distribuição de valores medidos, concentrados em um intervalo de valores
- Há várias distribuições possíveis de valores medidos
- Grandezas físicas sujeitas a erros aleatórios costumam se distribuir de forma simétrica próxima a uma gaussiana (distribuição normal ou de Gauss)

Representação de conjuntos de medidas: Histogramas

- Tipo de gráfico onde é possível visualizar como as medidas se distribuem:



Distribuição Etária da População Brasileira Imigrante (%)-2007

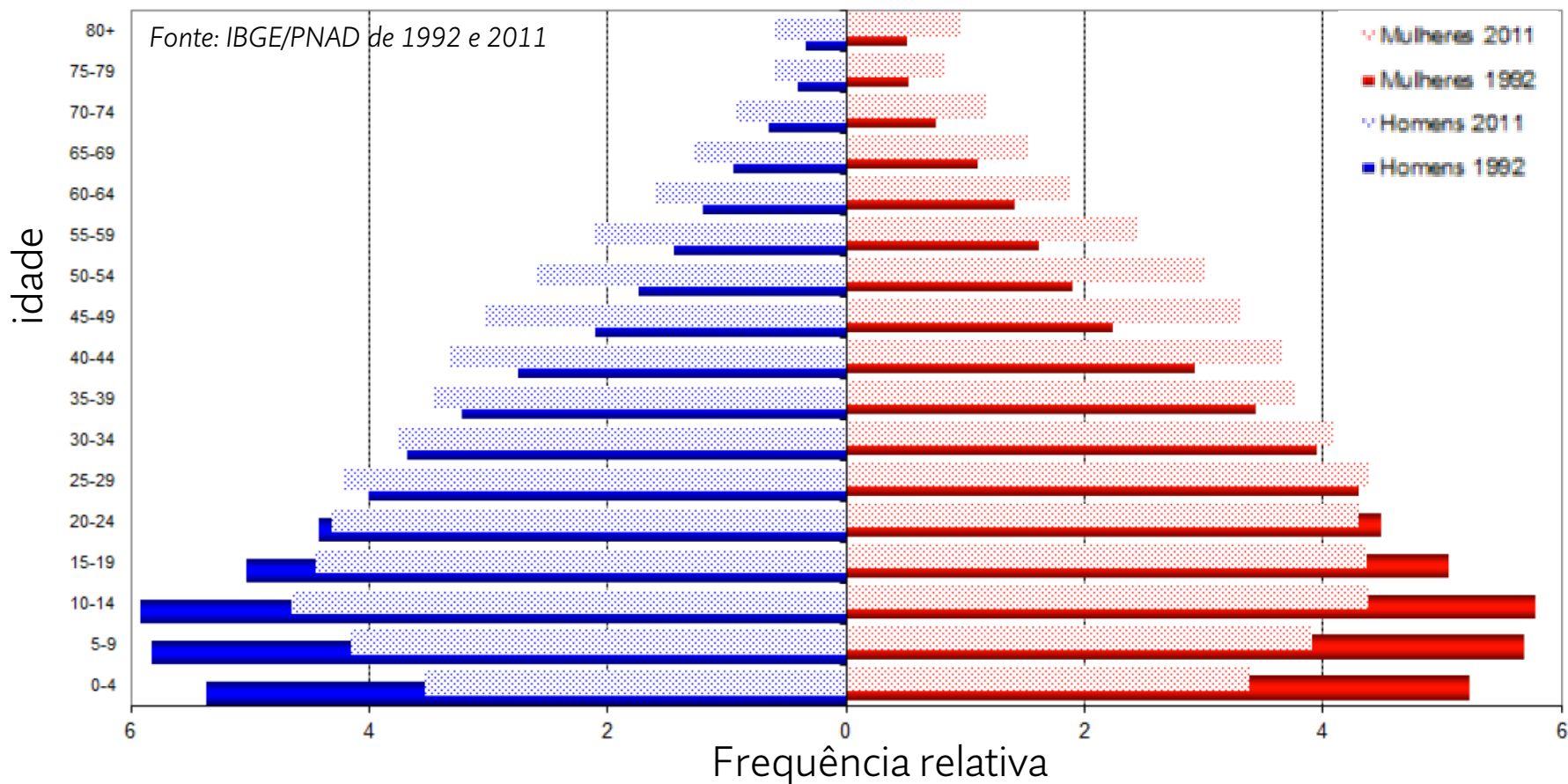


Eixo x (abscissa): mostra intervalos de medidas, também chamados de “canais” ou “bins”

Eixo y (ordenadas): mostra o número de ocorrências (frequência) ou a frequência relativa (número de ocorrências pelo número total de dados N).

Representação de conjuntos de medidas: Histogramas

Distribuição Etária da População do Brasil, 1992 e 2011

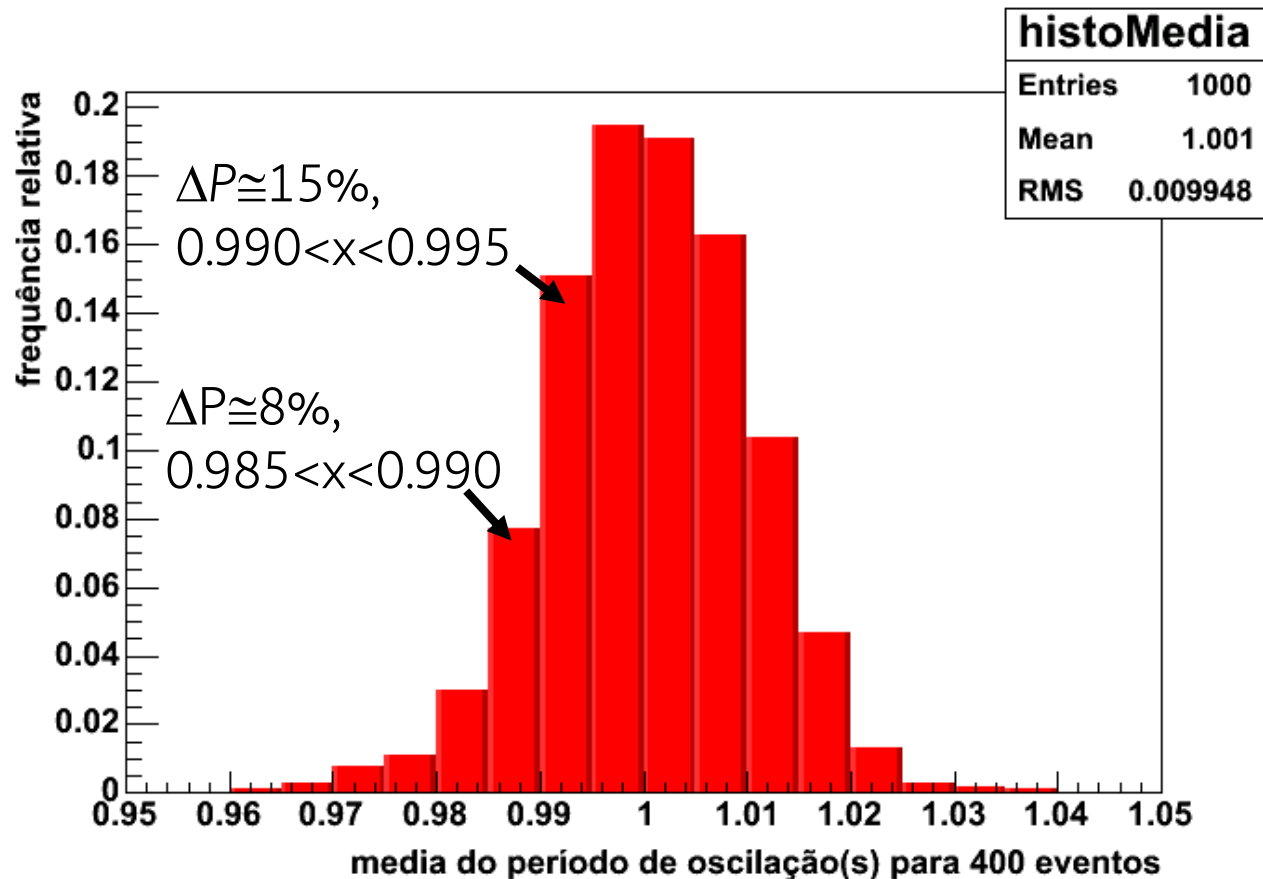


Eixo x (abscissa): mostra a frequência relativa

Eixo y (ordenadas): mostra intervalos de medidas

Representação de conjuntos de medidas: Histogramas

- Podemos dizer que cada canal representa a probabilidade de se fazer uma medida entre o limite inferior e o limite superior do valor de uma medida representada no intervalo do canal



Como fazer um Histograma

- 1ª etapa : decidir a escala e a largura do canal do histograma
 - mínimo : 2 s
 - máximo: 7 s
 - largura do canal: 1 s
- 2ª etapa : calcular a frequência com que os dados aparecem em cada intervalo

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

[4,5[→ 2

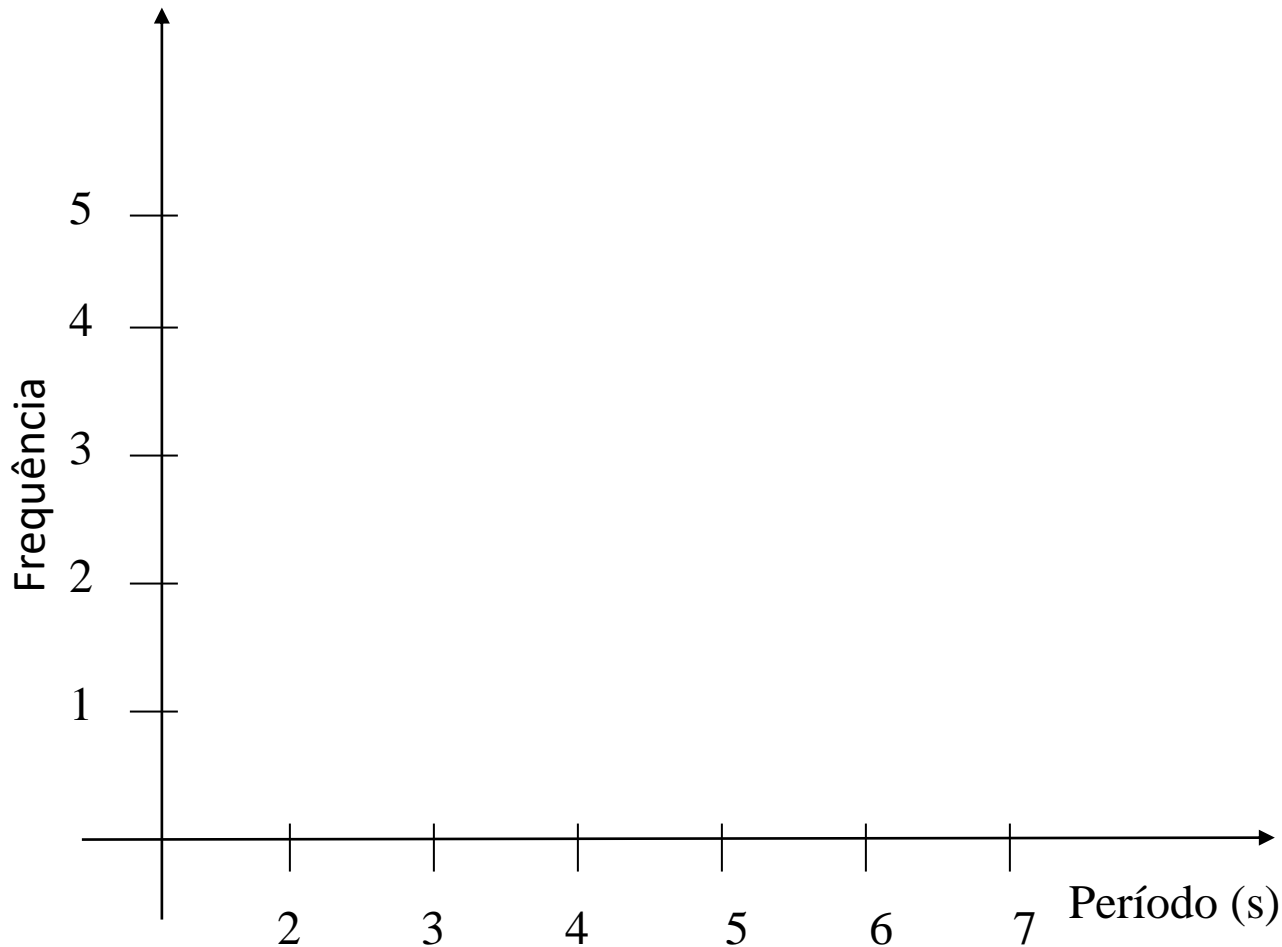
[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

frequência

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

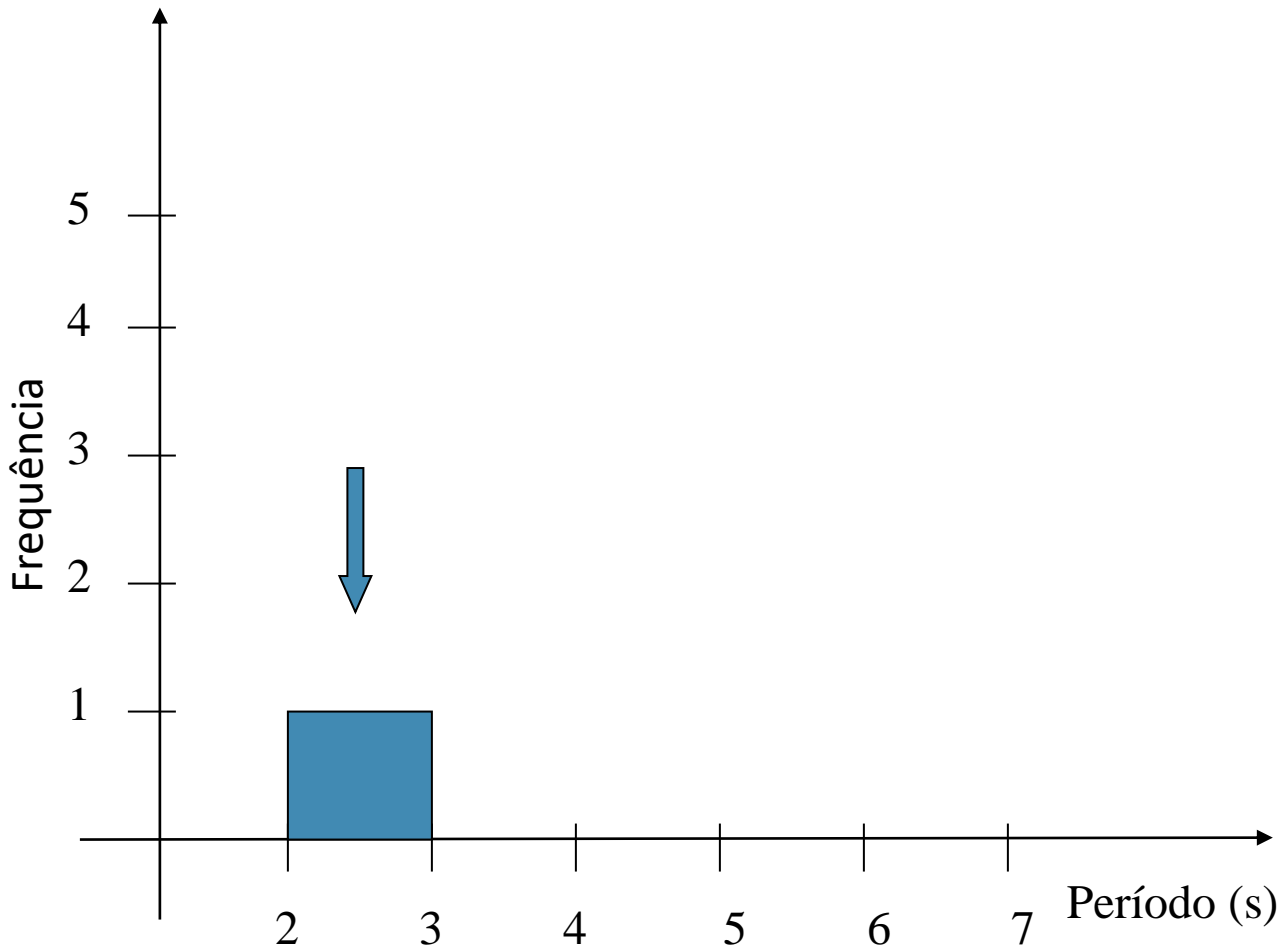
[4,5[→ 2

[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

frequência

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

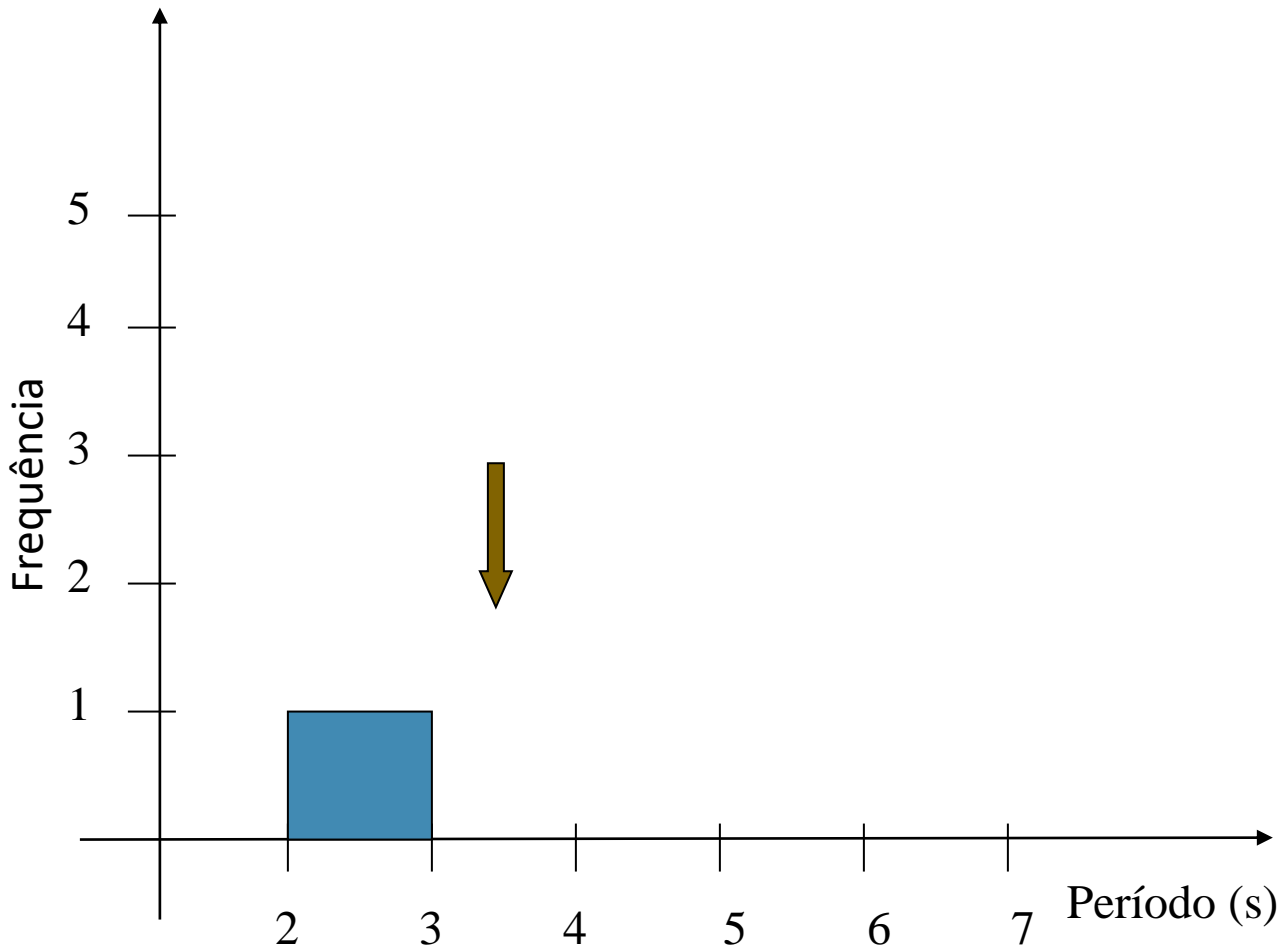
[4,5[→ 2

[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

frequência

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

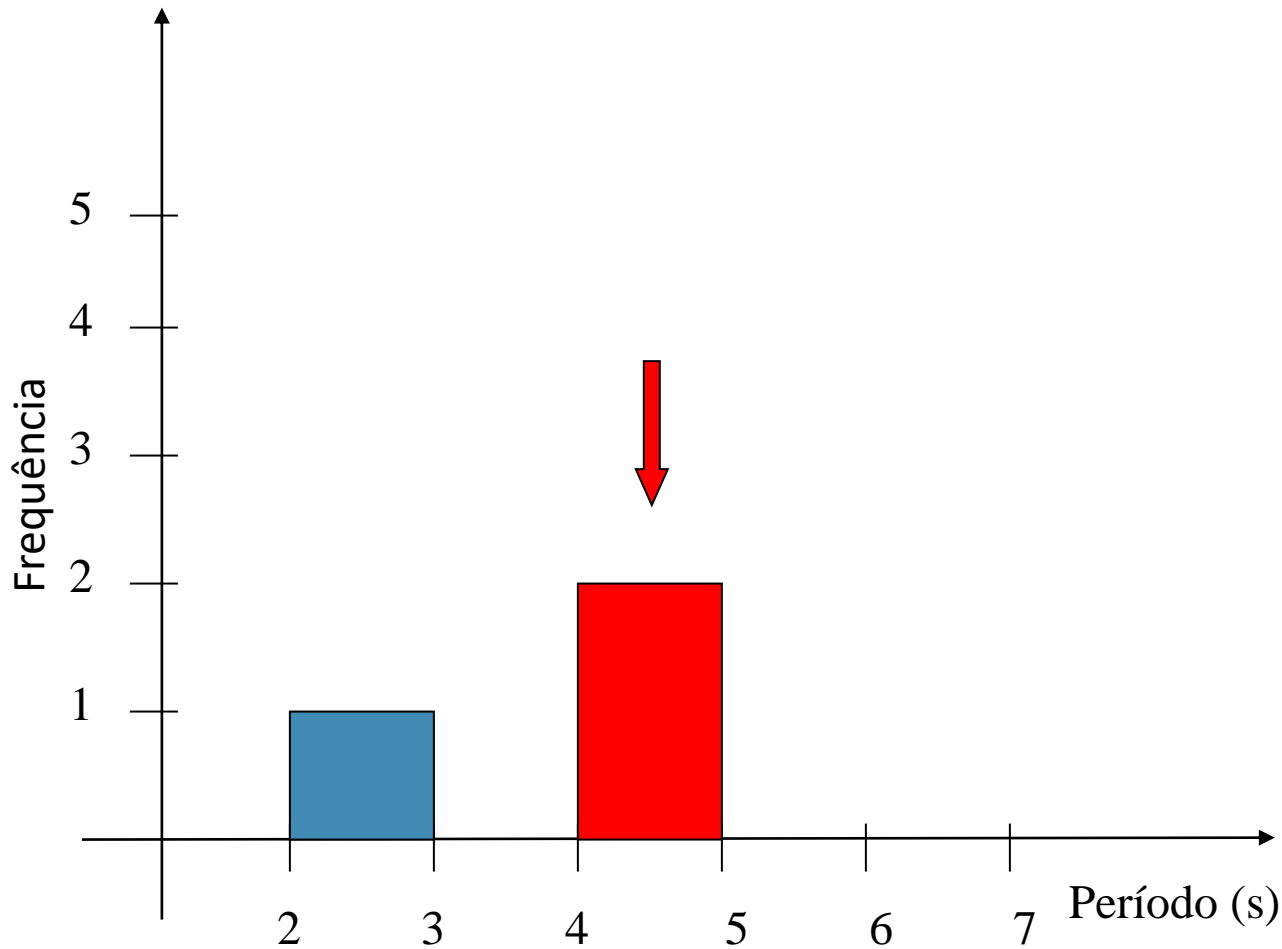
[4,5[→ 2

[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

frequência

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

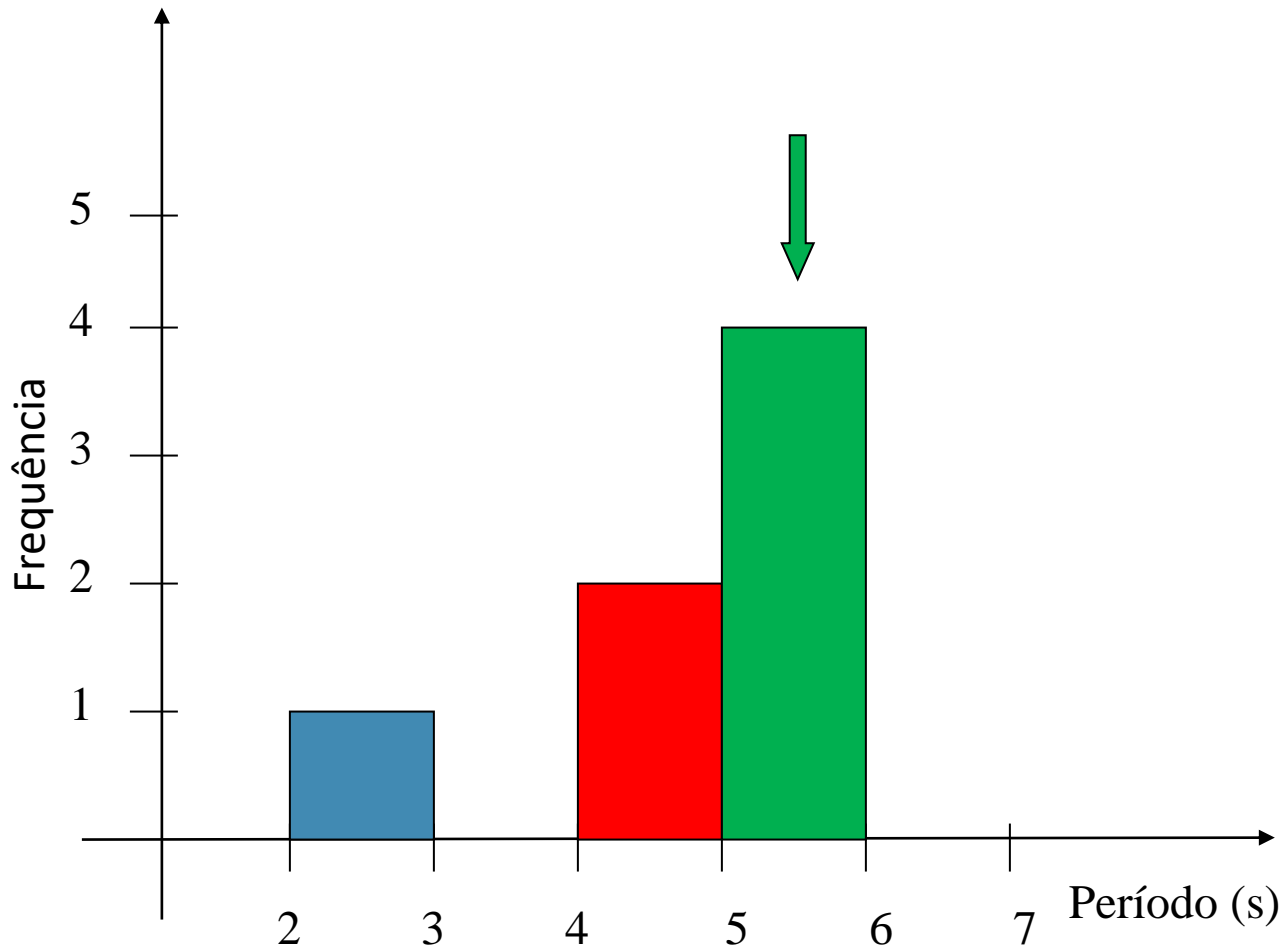
[4,5[→ 2

[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

frequência

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

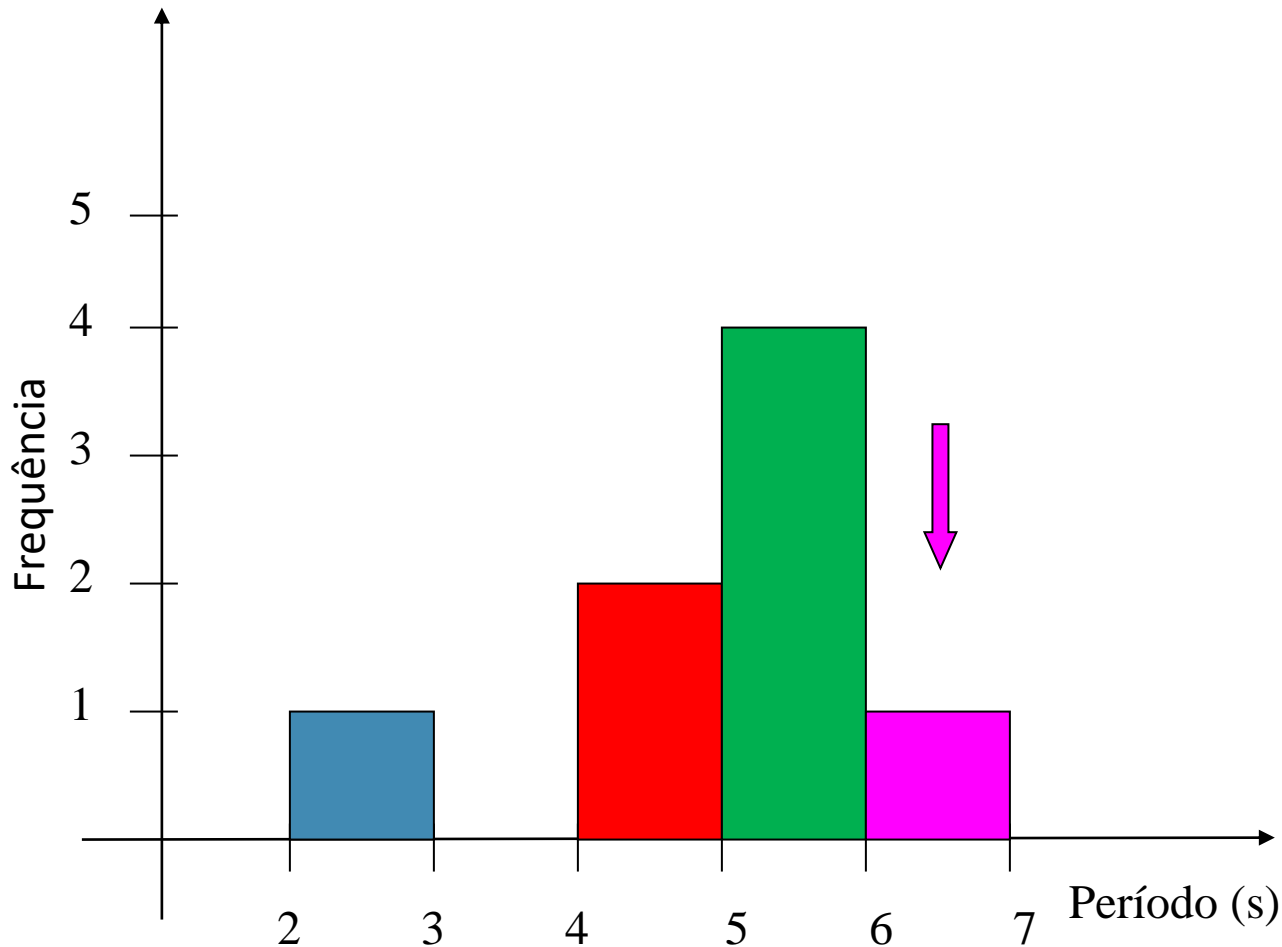
[4,5[→ 2

[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

frequência

[2,3[→ 1

[3,4[→ 0

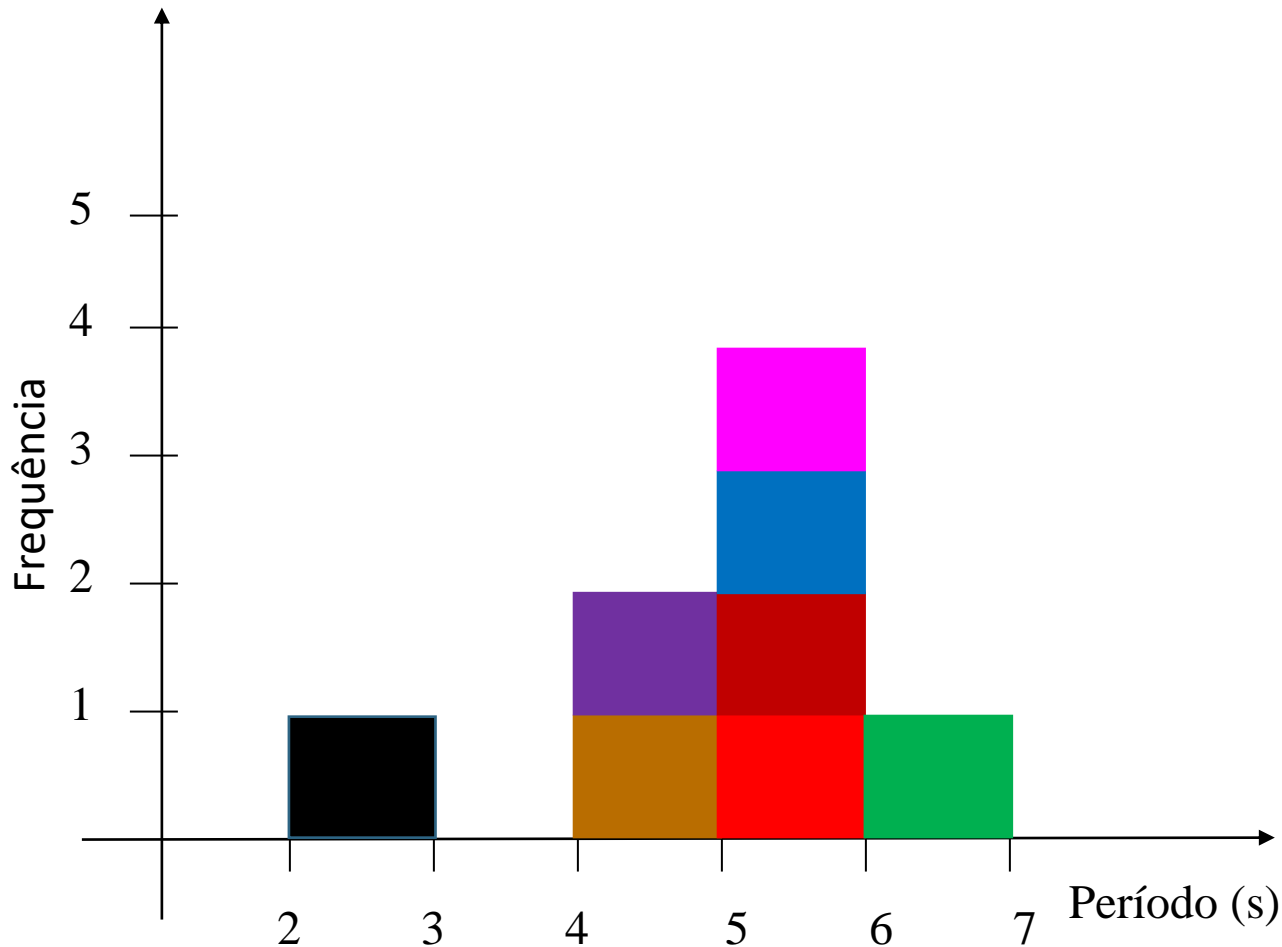
[4,5[→ 2

[5,6[→ 4

[6,7[→ 1

Como fazer um Histograma

- 3ª etapa : preencher o histograma



medida	período (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

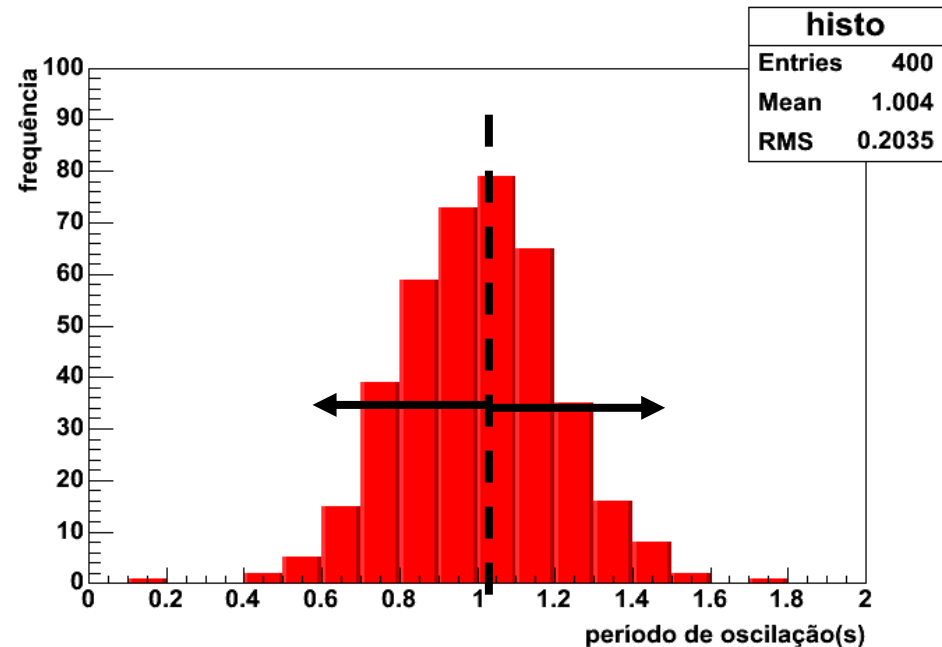
Erros Estatísticos ou Aleatórios

- Inicialmente, que características devemos esperar para a distribuição dos dados obtidos devido a erros estatísticos?

- **Simétrica** em torno de um certo valor:

Valor médio = valor mais provável

- **Decresce** ao se afastar desse valor.



Como representar o resultado de um conjunto de medidas

- Quantitativamente:
 - Resultado da medida → Média:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

onde N medidas x_i foram realizadas nas mesmas condições e possuem as mesmas incertezas (instrumental + aleatórias)

Como estimar o valor do erro estatístico

- Quantitativamente:

Flutuação dos dados → Desvio Padrão (σ)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

onde N medidas x_i foram realizadas nas mesmas condições e possuem as mesmas incertezas (instrumental + aleatórias)

Como representar a incerteza do resultado de um conjunto de medidas

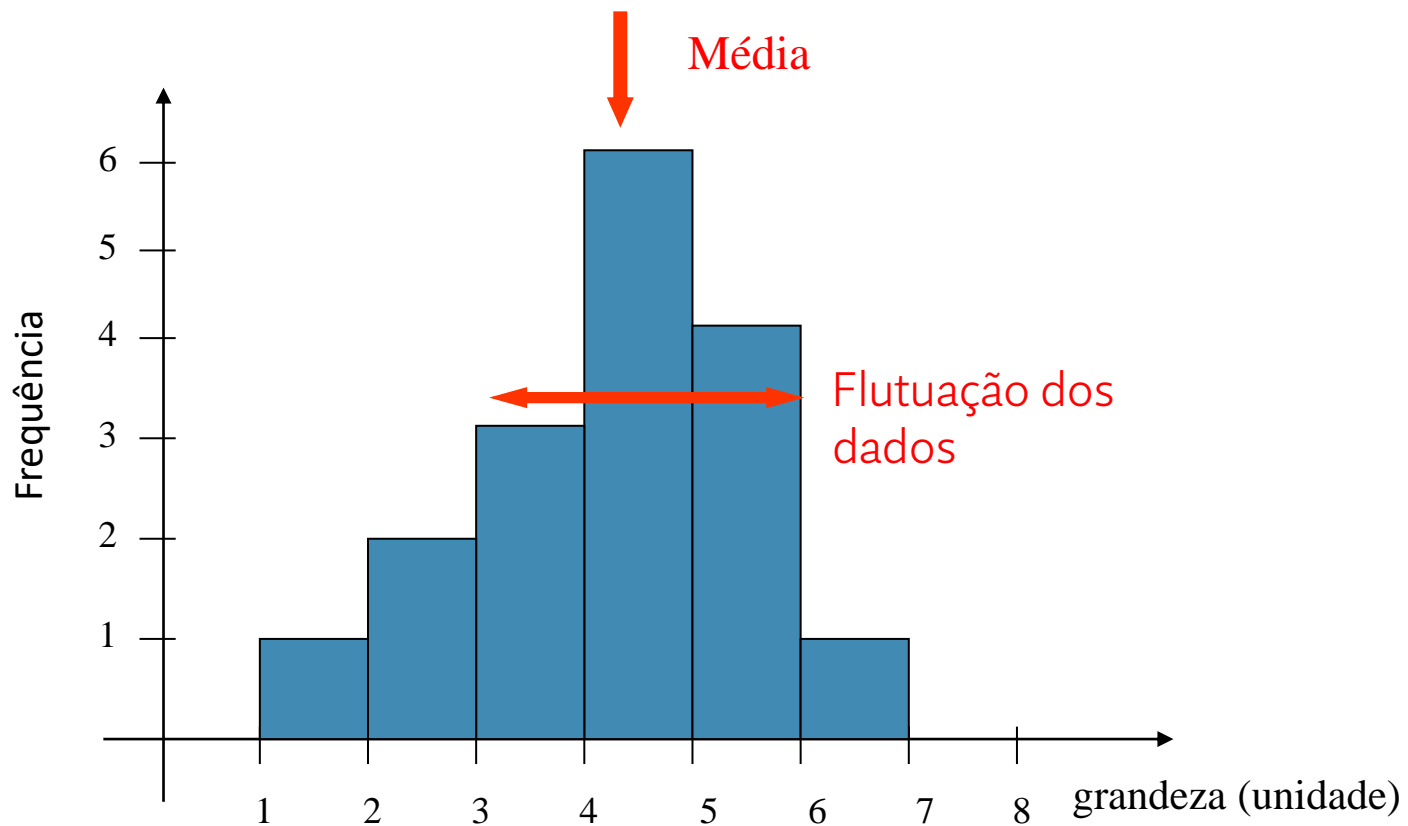
- Mas, ao aumentar o número de medidas, nosso resultado não deveria ser melhor já que diminuimos os erros aleatórios?
- O **desvio padrão da média** é uma estimativa do erro estatístico da média da amostra, representação do nosso resultado:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

onde N medidas x_i foram realizadas nas **mesmas condições** e possuem as **mesmas incertezas** (instrumental + aleatórias)

Representação de dados

$$x_{final} = \bar{x} \pm \sigma_m \text{ unid}$$



Exemplo: Medidas de período (T)

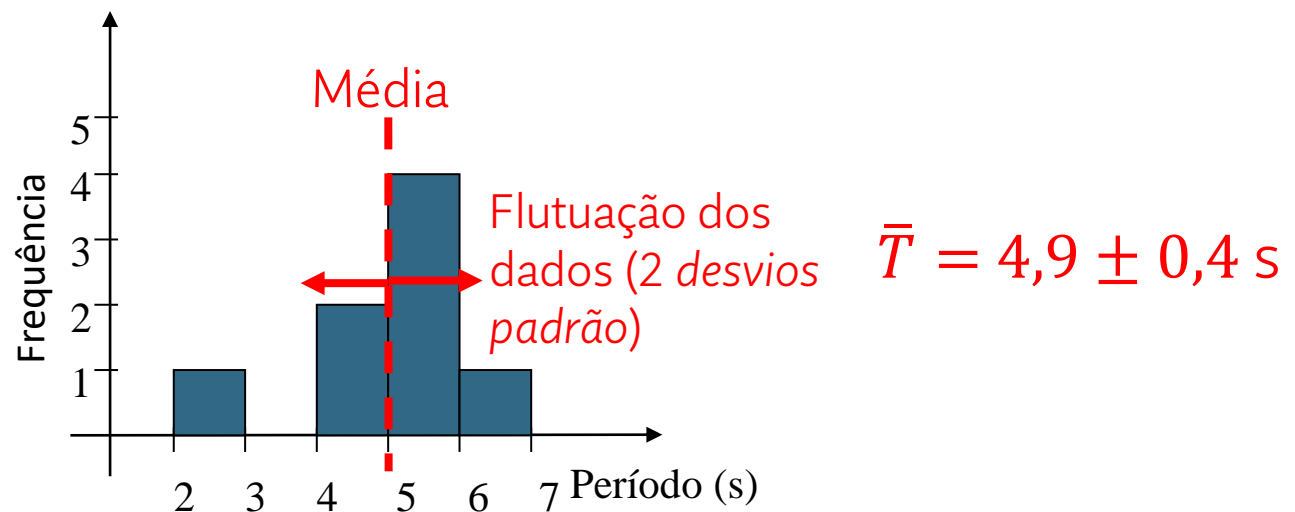
medida	T (s)
1	2,4
2	5,3
3	5,8
4	6,1
5	5,5
6	4,7
7	4,1
8	5,2

Média: $\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^N T_i}{N} = \frac{39,1}{8} = 4,8875 \text{ s}$

Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{9,79}{8-1}} = 1,2 \text{ s}$

Desvio padrão da média: $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{1,2}{\sqrt{8}} = 0,4 \text{ s}$

Representação final do resultado:



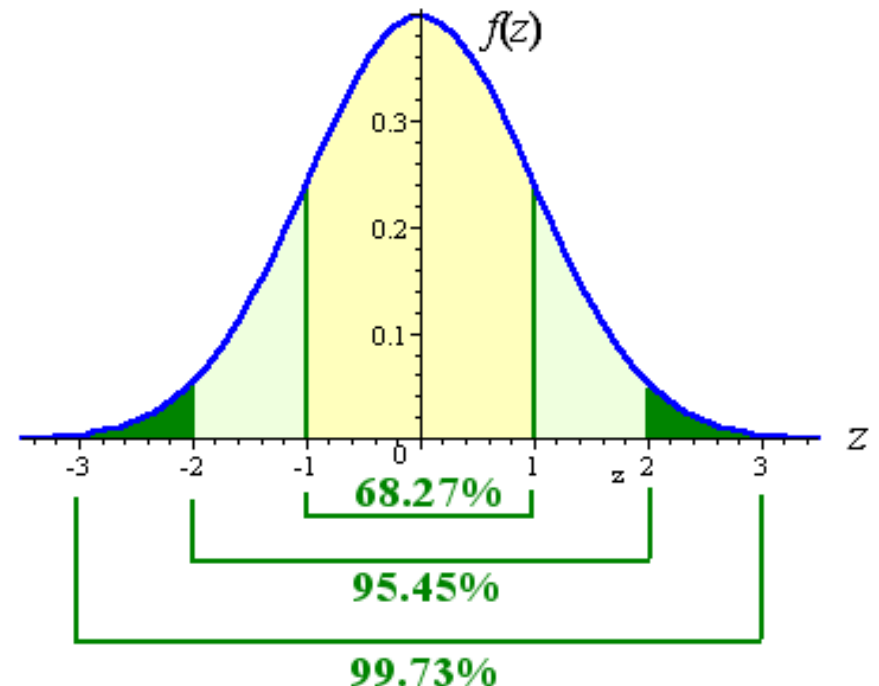
Interpretação de distribuições de valores - probabilidades

Grandezas físicas sujeitas a erros aleatórios costumam se distribuir de forma simétrica próxima a uma gaussiana (distribuição normal ou de Gauss)

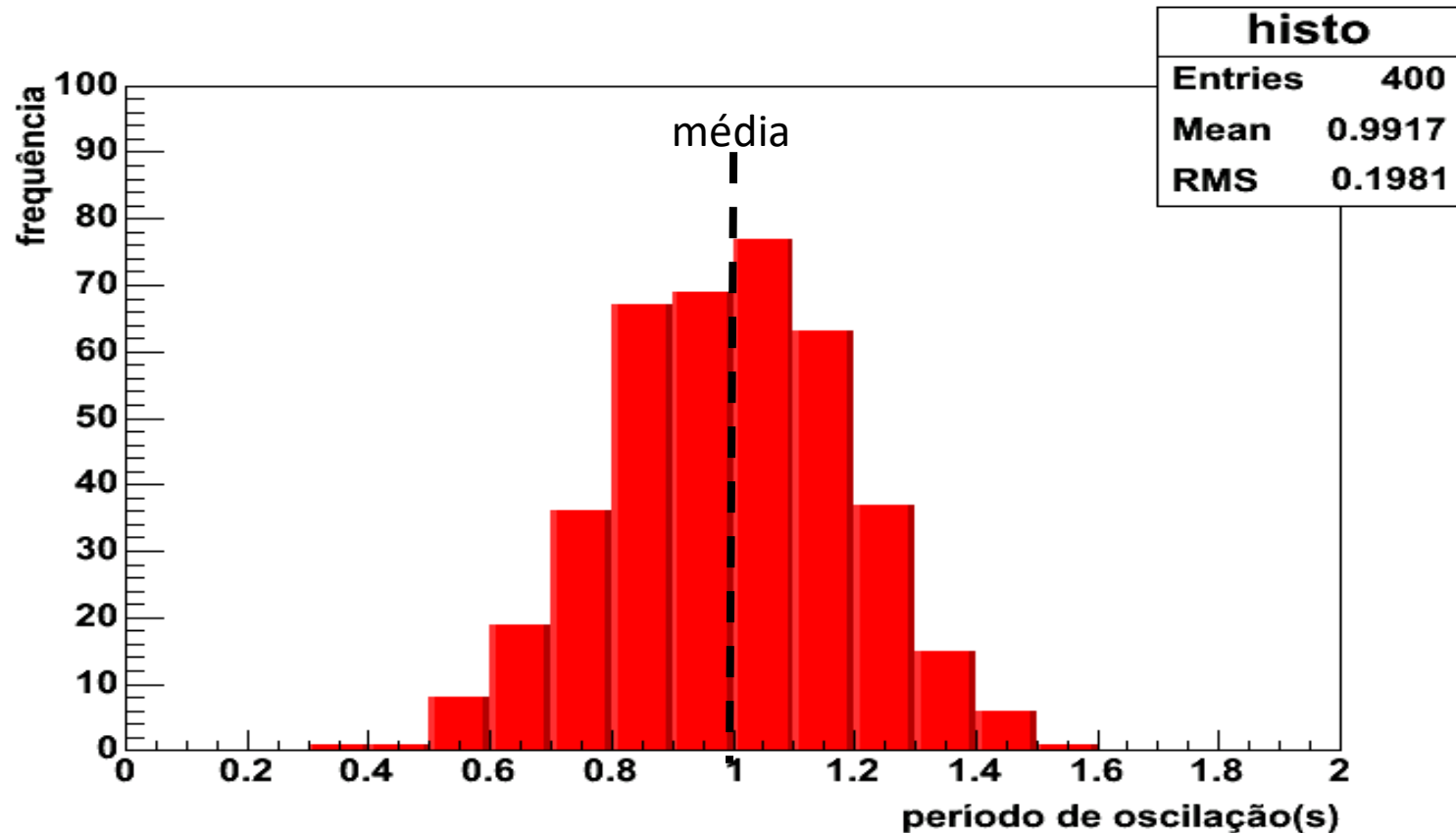
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Distribuição normal –escore z

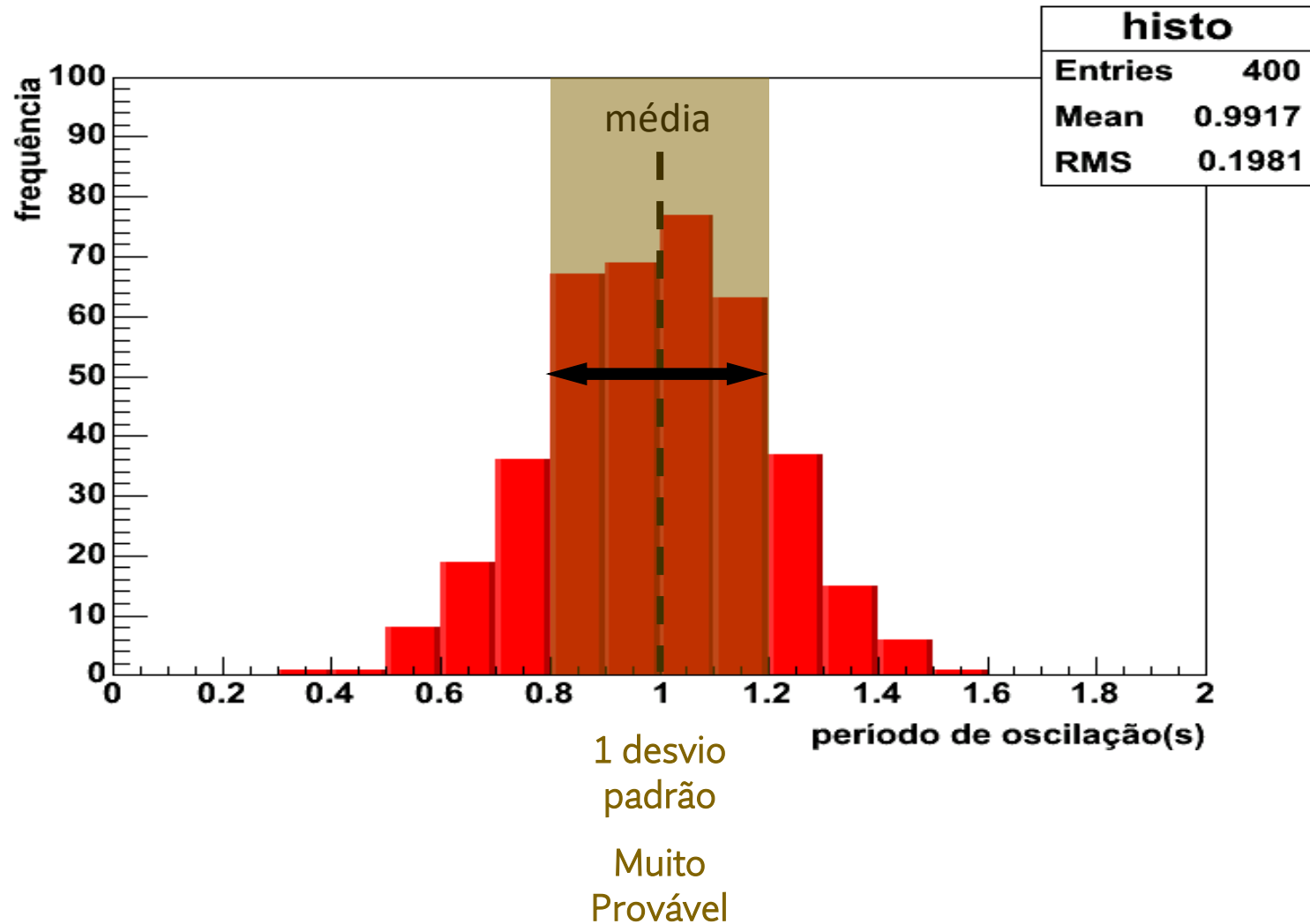
$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$$



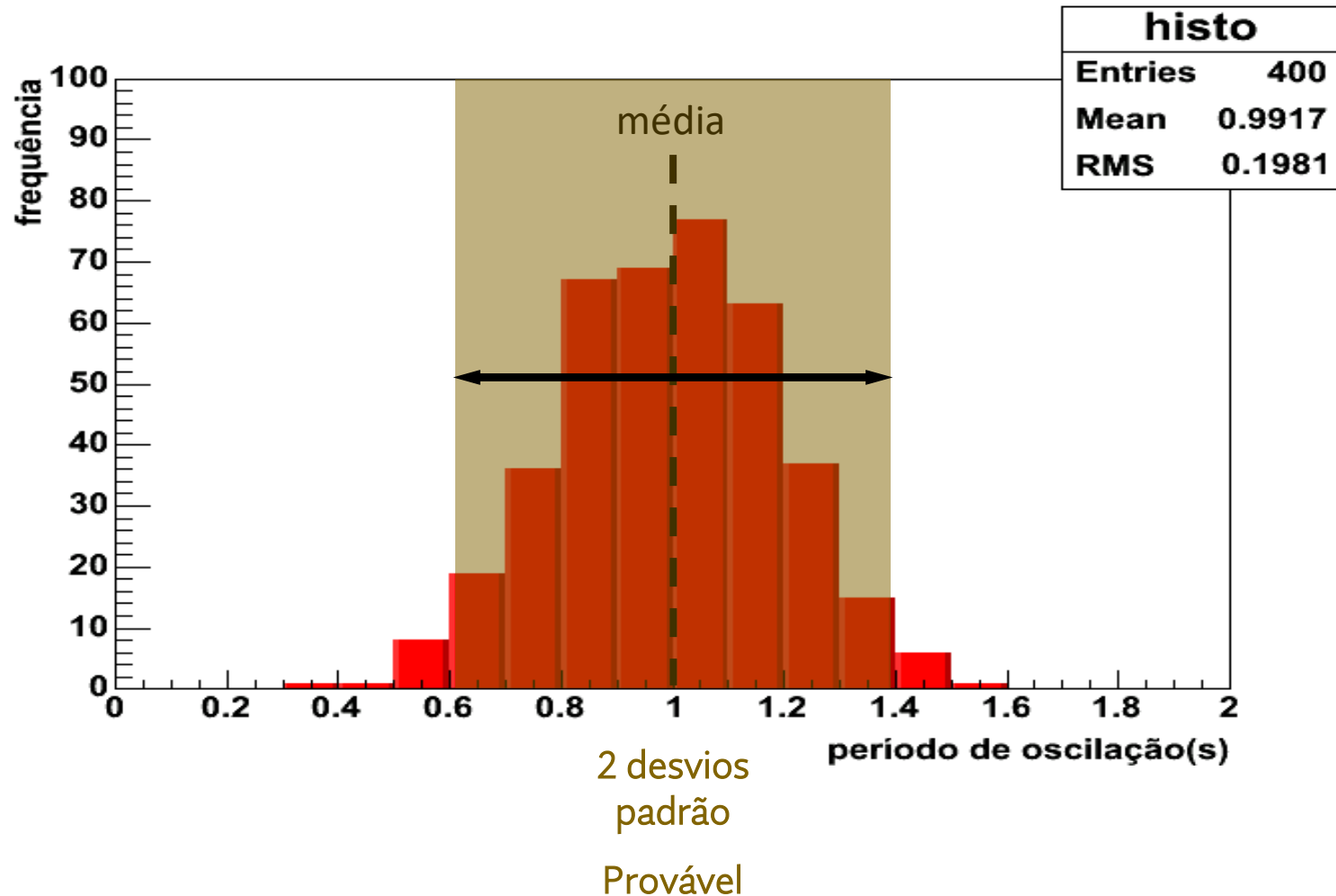
Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



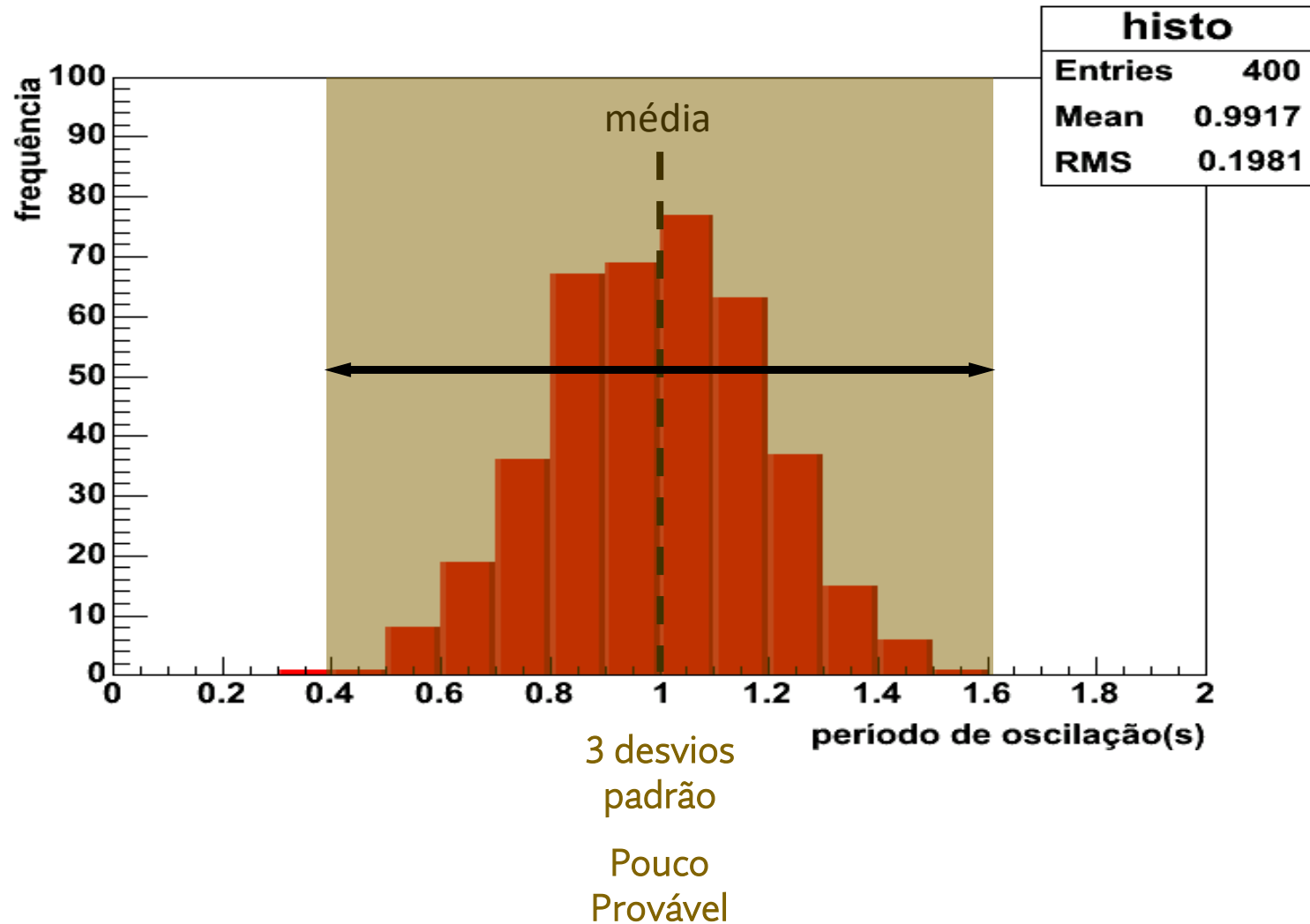
Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



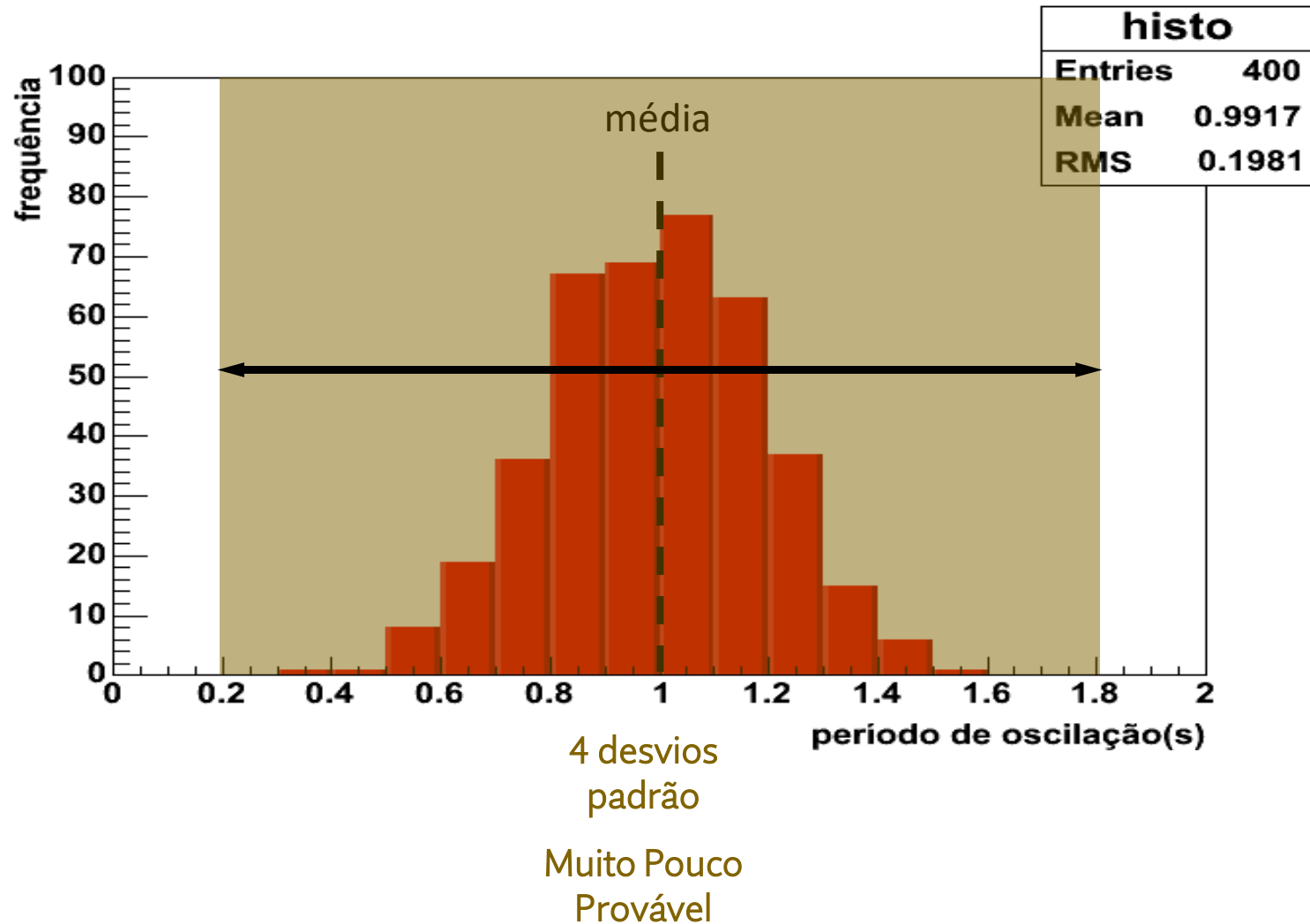
Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



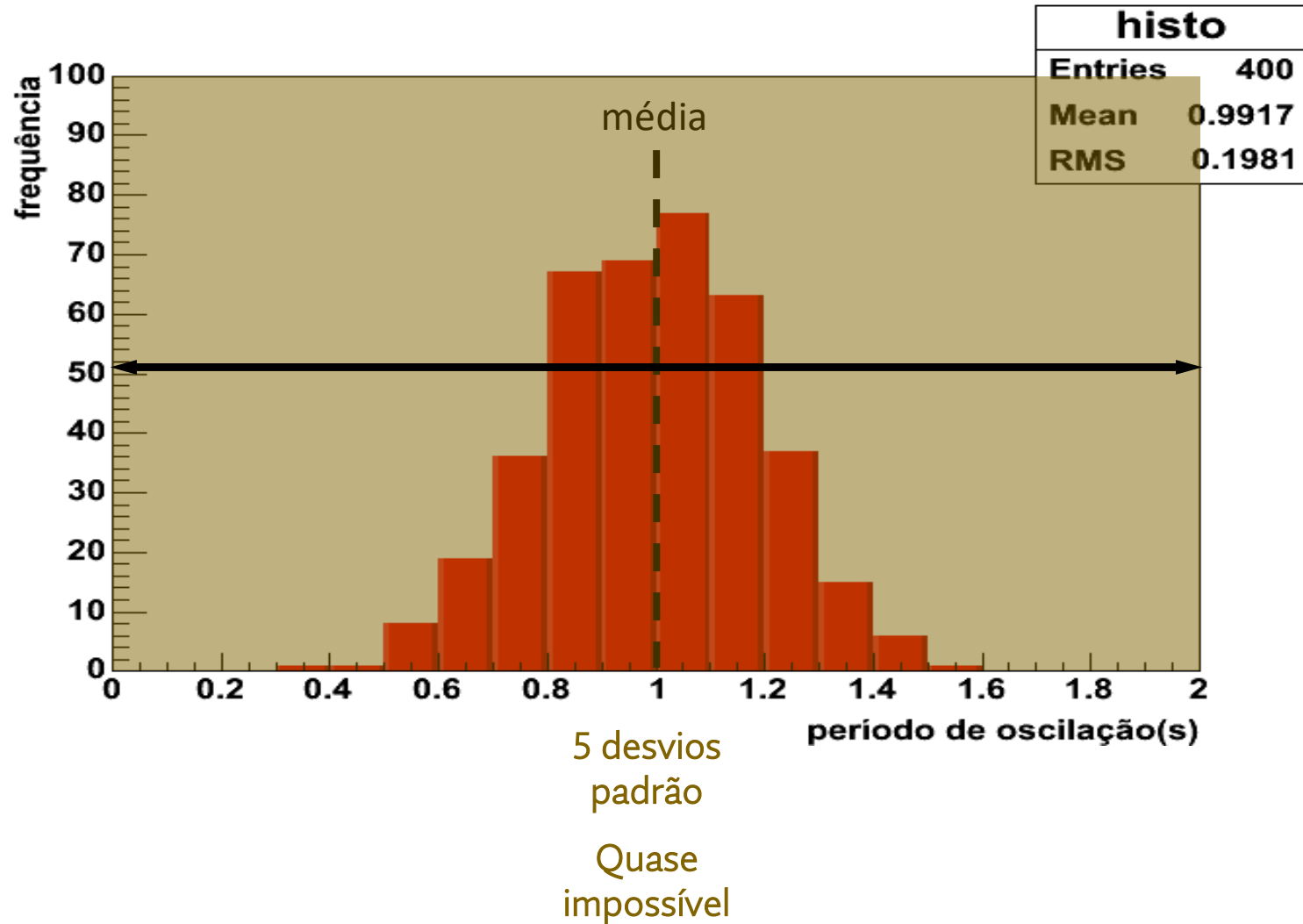
Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



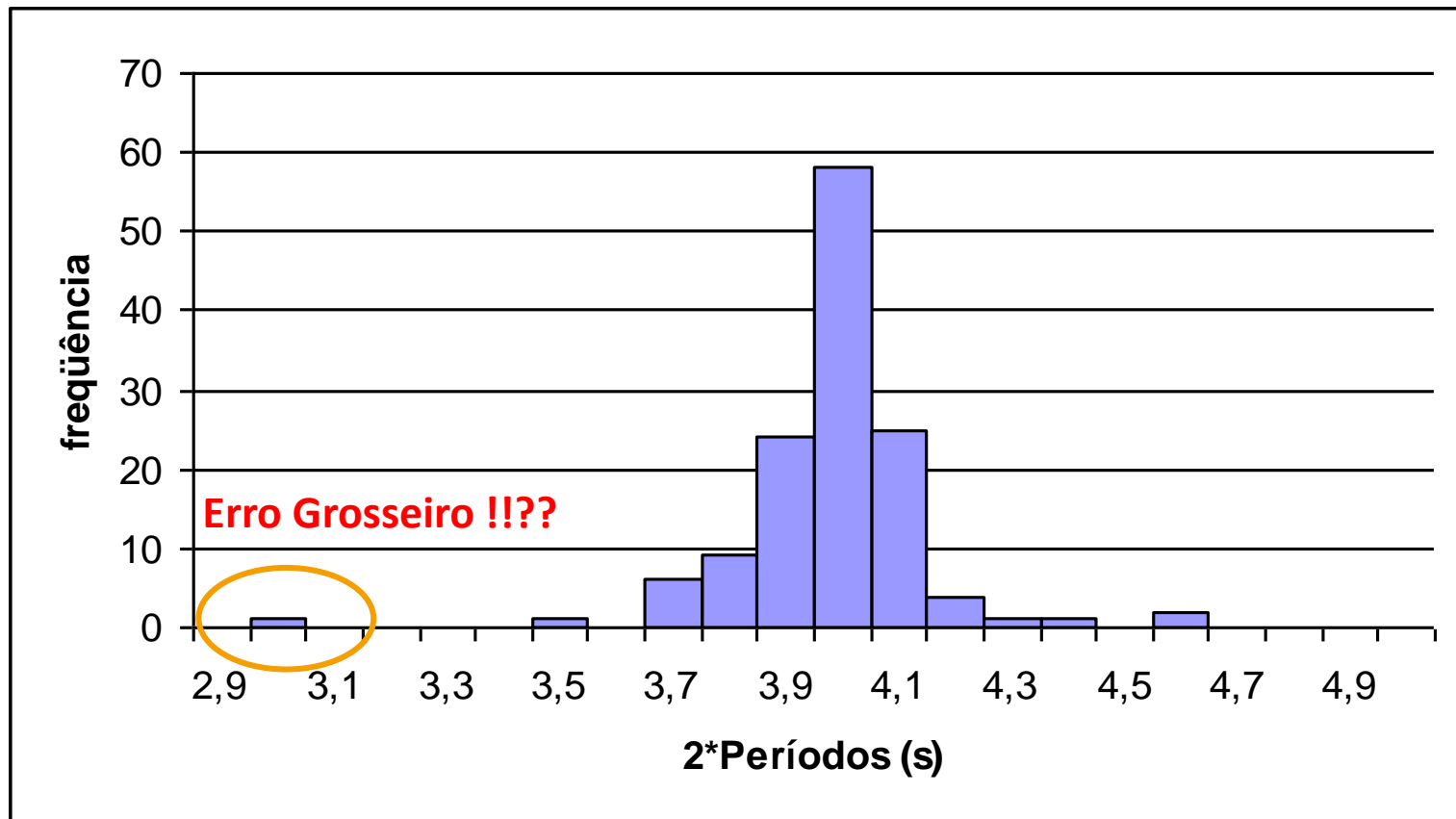
Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão



Interpretação Estatística da Média e Desvio Padrão

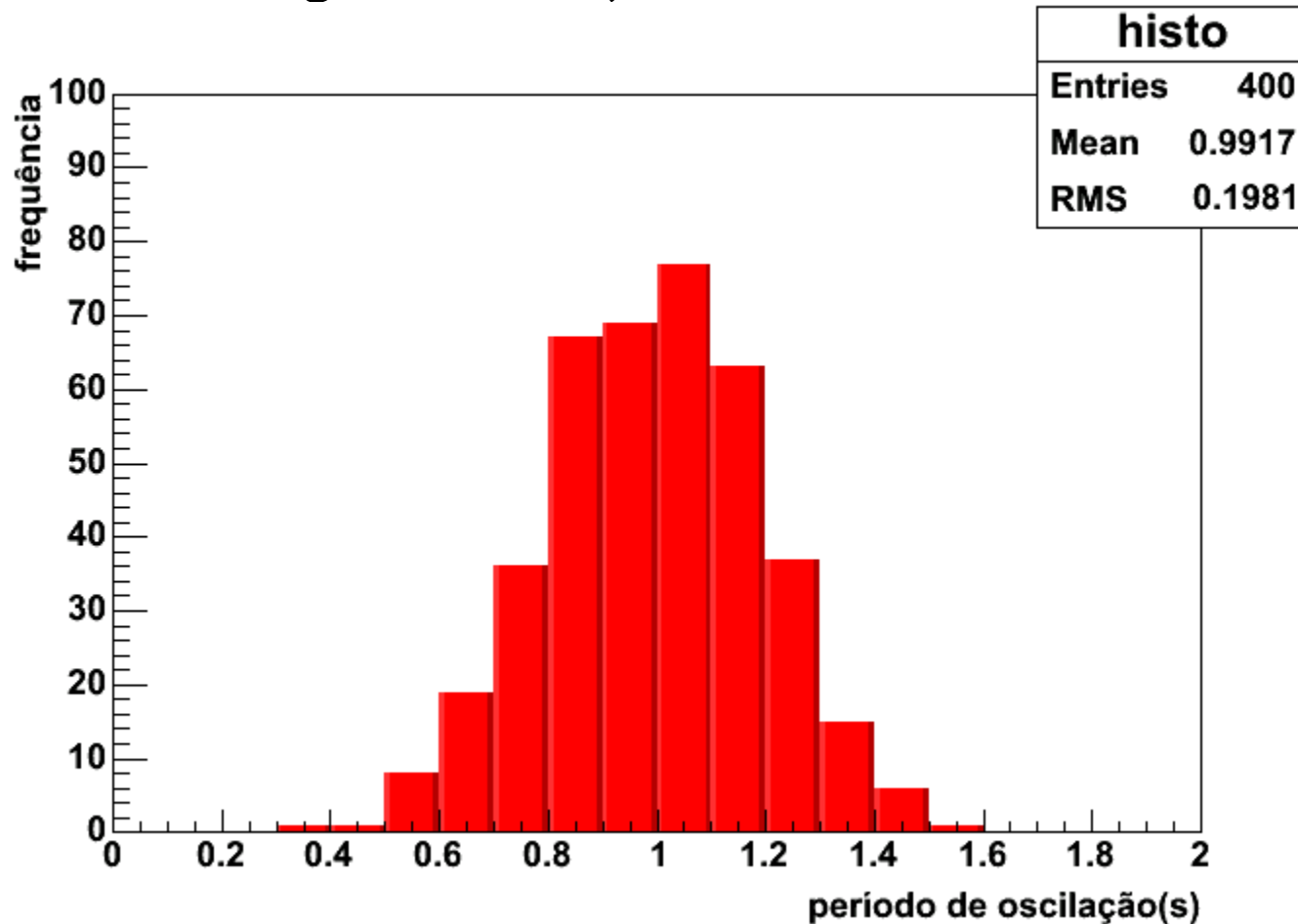


Checando dados



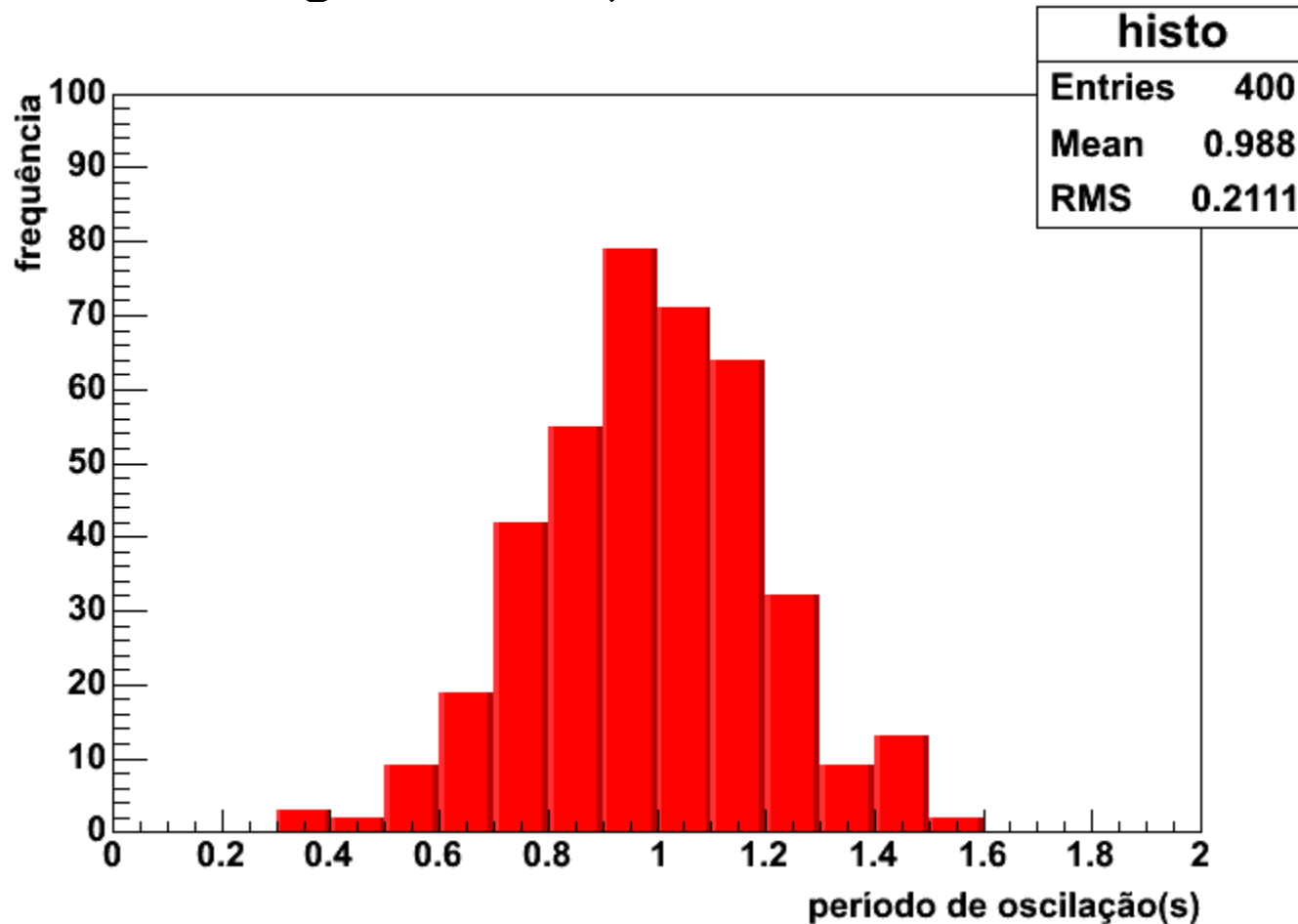
Média e Desvio Padrão da Média

- A média e o desvio padrão da média são suficientes para descrever e distinguir um conjunto de dados?



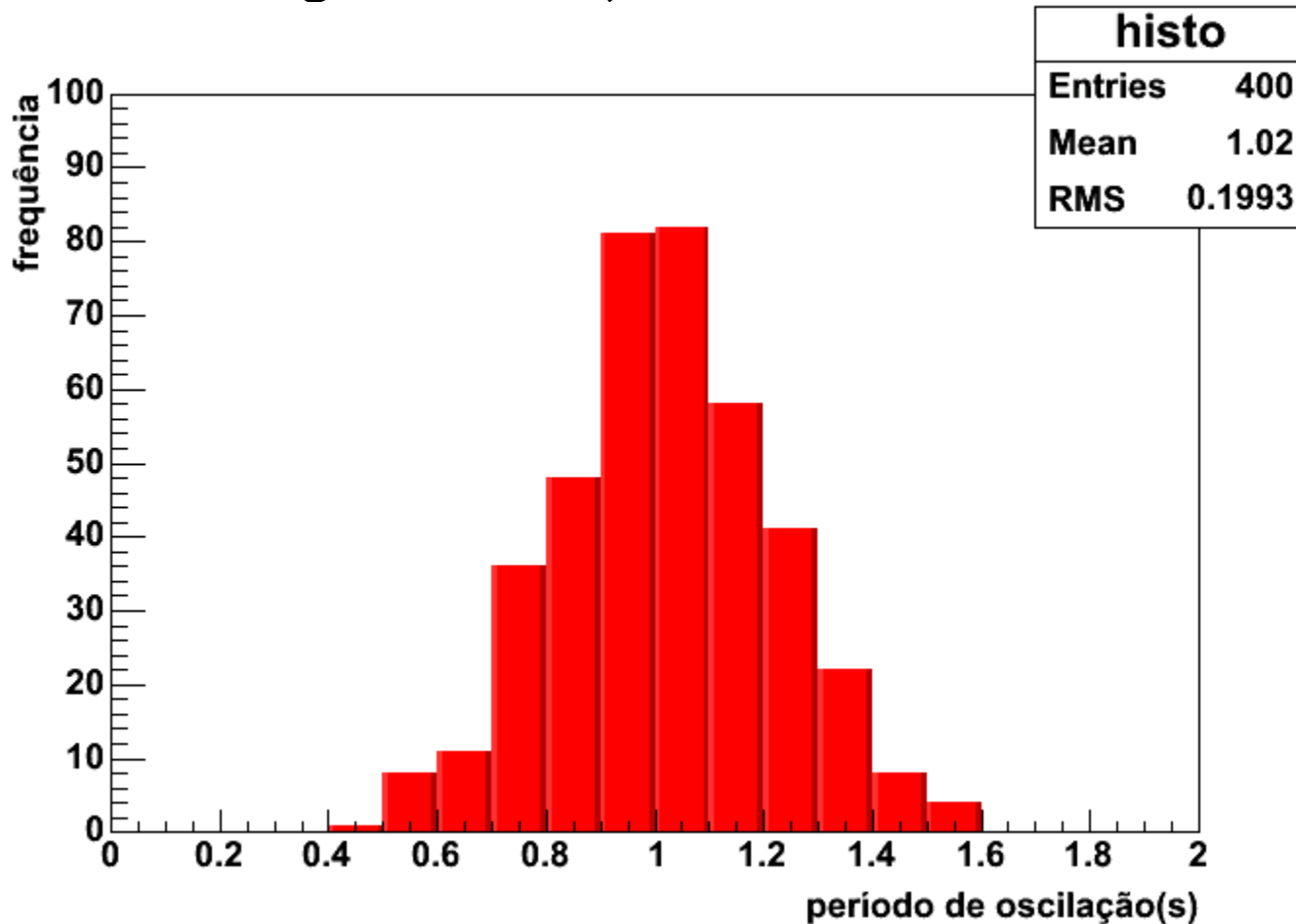
Média e Desvio Padrão da Média

- A média e o desvio padrão da média são suficientes para descrever e distinguir um conjunto de dados?



Média e Desvio Padrão da Média

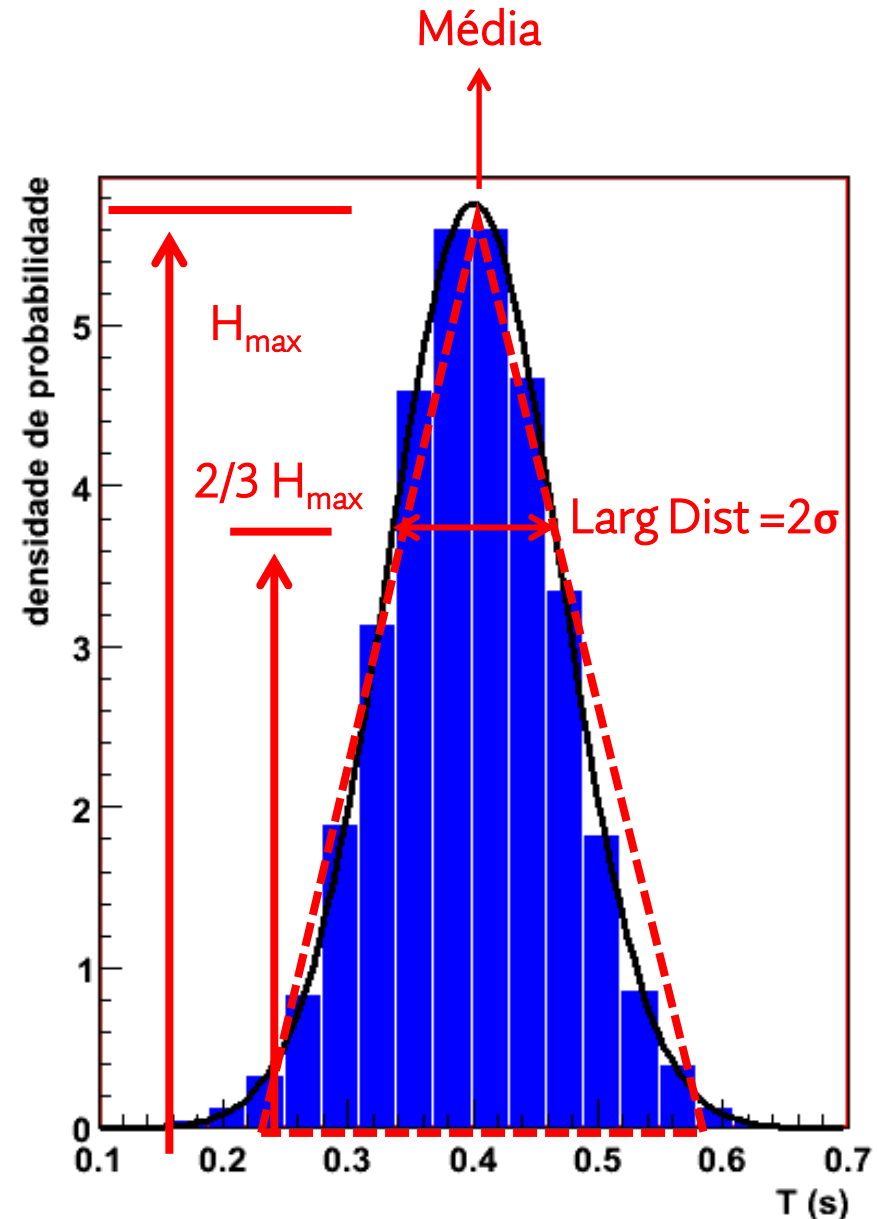
- A média e o desvio padrão da média são suficientes para descrever e distinguir um conjunto de dados?



Graficamente

- Média:
 - Valor mais provável
- Desvio padrão (σ):
 - $\frac{1}{2}$ Largura da distribuição medida a $\frac{2}{3}$ da altura máxima
- Total aproximado de eventos N:
 - Área do triângulo ajustado na distribuição
- Incerteza da média:
 - Incerteza estatística

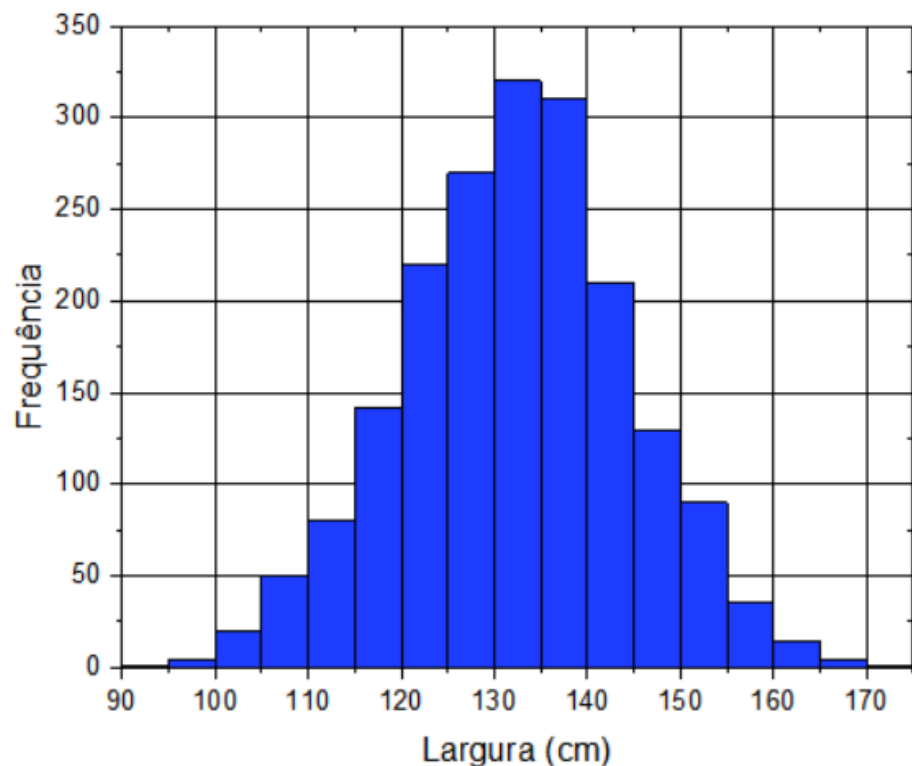
$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$



$$N_{\text{dist}} = (H_{\text{max}} * N_{\text{colunas}}) / 2$$

Exercício em aula

Foram registradas diversas medidas da largura da lousa (realizada em palmos, mas convertida para centímetro) por diversas turmas de física experimental, e os dados foram organizados no histograma abaixo:



Estime de forma aproximada, usando informações lidas no histograma, os valores solicitados abaixo.

Largura do canal desse histograma: cm

Média da distribuição: cm

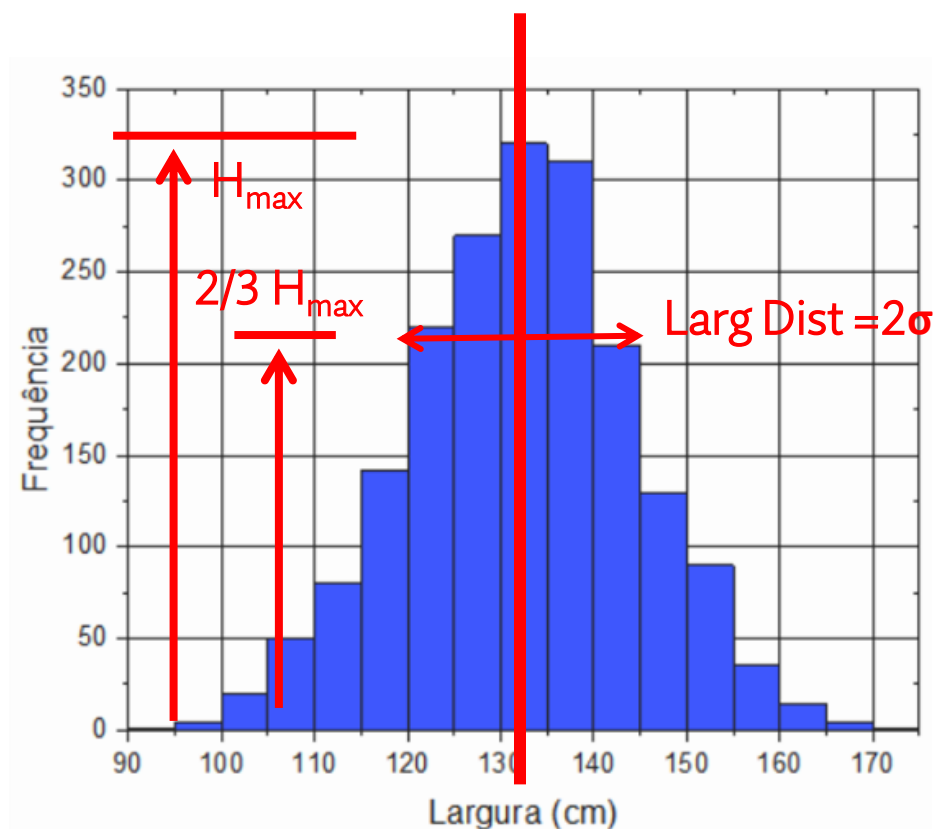
Desvio Padrão da distribuição: cm

Total aproximado de eventos:

Incerteza da média: cm

Exercício em aula

Foram registradas diversas medidas da largura da lousa (realizada em palmos, mas convertida para centímetro) por diversas turmas de física experimental, e os dados foram organizados no histograma abaixo:



Estime de forma aproximada, usando informações lidas no histograma, os valores solicitados abaixo.

Largura do canal desse histograma: 5 cm

Média da distribuição: 133,5 cm

Desvio Padrão da distribuição: 12 cm

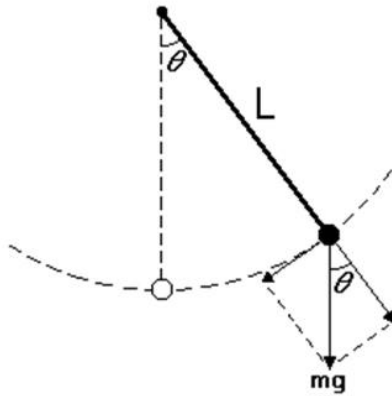
Total aproximado de eventos: 2250

Incerteza da média: 0,3 cm

Atividade prática

O Pêndulo Simples

- Modelo para deduzir a relação entre o período de oscilação (T) e o comprimento do fio (L):



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

g é a aceleração da gravidade

- Hipóteses utilizadas:
 - O pêndulo é constituído por um ponto material suspenso por um fio inextensível e sem massa
 - Apenas as forças peso e tração agem sobre o ponto material
 - Utilizam-se ângulos de abertura pequenos ($\theta < 15^\circ$), tal que seja válida a aproximação $\sin(\theta) \approx \theta$ (em radianos), onde θ é o ângulo entre o fio e a vertical, durante a oscilação.

Medidas experimentais:

- Medir comprimento do pêndulo.
 - Uma medida por grupo
- Medir o tempo para dez oscilações de um pêndulo simples usando um cronômetro:
 - 1) Situação 1: precisão de 0,01 s
 - 2) Situação 2: precisão de 1 s. **ARREDONDE** o valor do cronômetro na **casa dos segundos**
 - Medida feita **por cada um** dos integrantes do grupo.
 - Quantidade: **5 vezes** por integrante do grupo **PARA CADA SITUAÇÃO**.
 - Anotar as medidas no **guia** e na **planilha de dados**
(https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share_link).

Análise dos Dados

- Calcular média e desvio padrão **por grupo** - Uso de Planilhas
- Fazer 2 histogramas (dica de como fazer no excel: <https://youtu.be/ufQbAEixyuE>)
 - 1 para medidas **do grupo**
 - 1 para medidas **da sala**
- Calcule o valor esperado para o período T do pêndulo através da expressão:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

onde L é o comprimento do fio g é a aceleração da gravidade.

- Não esqueça de expressar a medida com o número correto de algarismos significativos

Discussão dos dados: Comparação com o modelo

- O valor medido experimentalmente e o valor obtido através da expressão matemática são iguais?
- Como é possível compará-los?
- A medida do comprimento tem incerteza?
- Como você acha que isso vai afetar o valor do período obtido pela expressão matemática?

Resumo da aula de hoje:

- Pode-se afirmar que toda medida experimental apresenta um **erro**, que precisa ser estimado e compreendido:
 - **Erros sistemáticos**: afetam igualmente todos os dados medidos, **independe** de quantos dados tenham sido tomados.
 - **Erros aleatórios**: afetam de maneira diferente cada um dos dados medidos, causando variações dos valores obtidos em medições repetidas
- Representação e interpretação dos dados para verificação dos erros aleatórios:
 - Histogramas
 - Média, desvio padrão e desvio padrão da média

Para a próxima aula (31/03):

- Entrega do Guia 1.2 (um por grupo)
- No moodle (aba Experimento # 1 - Pêndulo simples):
 - Exercício individual (até dia 31/03).
- Texto: Apostila do curso (página principal do moodle):
 - Experiência II (Aulas 03 e 04) Densidade de Sólidos.