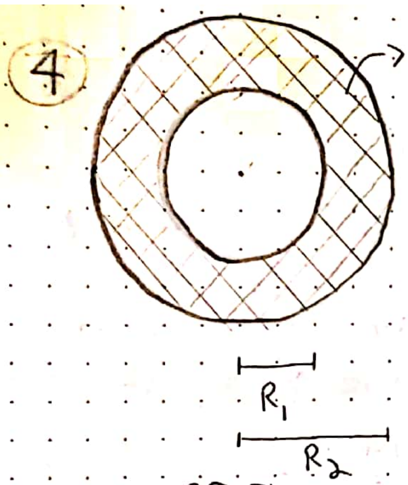
4



A) $r < R_1$: PELA LEI DE GAUSS SABEMOS QUE

$$\iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon_0}\, dV = \oiint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$; DE MODO QUE PARA UMA ESFERA DE RAIO $r < R_1$ TEMOS

$$\int_0^{r}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{\rho}{\varepsilon_0} r^2 \operatorname{sen}\varphi\, dr\, d\theta\, d\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\rho \cdot Vol}{\varepsilon_0} = \frac{q_{INT}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\frac{q_{INT}}{\varepsilon_0} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \vec{E} \cdot \hat{r} \cdot r^2 \operatorname{sen}\varphi\, d\theta\, d\varphi \Rightarrow 4\pi r^2 E = \frac{\rho \cdot Vol}{\varepsilon_0}$$; PARA $r < R_1$ TEMOS

QUE $\rho = 0$ DE MODO QUE $\boxed{\vec{E} = 0}$

$r \in [R_1, R_2]$: O CASO É ANALOGO AO ANTERIOR, ENTRETANTO, ESTAMOS NA REGIÃO ENTRE R_1 e R_2 ONDE $\rho = a + \ell e\, r$, ASSIM TEMOS:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} (\vec{E} \cdot \hat{r})\, r^2 \operatorname{sen}\varphi\, d\theta\, d\varphi = \int_{R_1}^{r}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{(a + \ell e\, r)}{\varepsilon_0} r^2 \operatorname{sen}\varphi\, dr\, d\theta\, d\varphi \Rightarrow$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\left[\frac{a r^3}{3} + \frac{\ell e\, r^4}{4}\right]\Bigg|_{R_1}^{r} = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\left[\frac{a}{3}(r^3 - R_1^3) + \frac{\ell e}{4}(r^4 - R_1^4)\right]$$

$$\underline{\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left[\frac{a}{3}\left(r - \frac{R_1^3}{r^2}\right) + \frac{\ell e}{4}\left(r^2 - \frac{R_1^4}{r^2}\right)\right]\hat{r}}$$

$\vec{E} \parallel \hat{r}$ SEGUE DIRETAMENTE DA GEOMETRIA DO PROBLEMA.

$r > R_2$: MAIS UMA VEZ TEMOS UM CASO ANÁLOGO

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} (\vec{E} \cdot \hat{r})\, r^2 \operatorname{sen}\varphi\, d\theta\, d\varphi = \int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{(a + \ell e\, r)}{\varepsilon_0} r^2 \operatorname{sen}\varphi\, dr\, d\theta\, d\varphi \Rightarrow$$

$$4\pi r^2 E = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\left[\frac{a}{3}(R_2^3 - R_1^3) + \frac{\ell e}{4}(R_2^4 - R_1^4)\right] \Rightarrow \underline{\vec{E} = \frac{\hat{r}}{r^2 \varepsilon_0}\left[\frac{a}{3}(R_2^3 - R_1^3) + \frac{\ell e}{4}(R_2^4 - R_1^4)\right]}$$

(B) $V(r) = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}\cdot d\vec{l}$; INTEGRANDO EM UM CAMINHO RADIAL TEMOS PARA $r < R_1$ QUE:

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} E\,dr = -\left\{\int_{\infty}^{R_2} E\,dr + \int_{R_2}^{R_1} E\,dr + \int_{R_1}^{r} E\,dr\right\}$$

$$= -\left\{\underbrace{\int_{\infty}^{R_2} \frac{\left[\frac{a}{3}(R_2^3-R_1^3)+\frac{b}{4}(R_2^4-R_1^4)\right]}{\varepsilon_0 r^2}dr}_{I_1} + \underbrace{\int_{R_2}^{R_1} \frac{a}{3}\left(r-\frac{R_1^3}{r^2}\right)+\frac{b}{4}\left(r^2-\frac{R_1^4}{r^2}\right)dr}_{I_2} + \underbrace{\int_{R_1}^{r} 0\,dr}_{I_3}\right\}$$

$$I_1 = \frac{1}{\varepsilon_0}\left[\frac{a}{3}(R_2^3-R_1^3)+\frac{b}{4}(R_2^4-R_1^4)\right]\frac{(-1)}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{-1}{\varepsilon_0}\left[\frac{a}{3}\left(\frac{R_1^2}{2}-\frac{R_2^2}{2}+R_1^2-\frac{R_1^3}{R_2}\right)+\frac{b}{4}\left(\frac{R_1^3}{3}-\frac{R_2^3}{3}+R_1^3-\frac{R_1^4}{R_2}\right)\right]$$

$I_3 = 0$; ASSIM CONCLUIMOS QUE:

$$\boxed{V(r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\left\{\frac{a}{3}\left[\frac{(R_2^3-R_1^3)}{R_2}+\frac{R_2^2}{2}-\frac{R_1^2}{2}-R_1^2+\frac{R_1^3}{R_2}\right]+\frac{b}{4}\left[\frac{(R_2^4-R_1^4)}{R_2}+\frac{R_2^3}{3}-\frac{R_1^3}{3}-R_1^3+\frac{R_1^4}{R_2}\right]\right\}}$$

PERCEBEMOS QUE $V(r)$ INDEPENDE DE r, ISSO ERA ESPERADO POIS NA REGIÃO $E=0$ ENTÃO $V(B)-V(A)=0$ $\forall$ A e B $\in [0, R_1)$ //

Digitalizado com CamScanner

(C) A DENSIDADE DE ENERGIA ELETROESTÁTICA, OU SEJA, A ENEGIA QUE EXISTE EM UM ESPAÇO DEVIDO AO CAMPO. LA PRESENTE É DADA POR $u_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$. TODAVIA NO ESPAÇO EM QUESTÃO $(r < R_1)$ O MÓDULO DO CAMPO É NULO $(E = 0)$ ASSIM TEMOS QUE PARA $r < R_1$, $\underline{u_E = 0}$ //