Introdução às Medidas em Física (4300152)

Aula 11 (23/06/2023)

Paula R. P. Allegro

paula.allegro@usp.br

Na aula de hoje:

- Conceitos:
  - Análise de dados:
    - Análise Gráfica - escala logarítmica
    - Dedução empírica de uma lei física

- Experiência 7: Cordas vibrantes

Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
  - Experiência VII (aulas 11 e 12) - Cordas Vibrantes .

- Aba Experimento # 7 -Cordas vibrantes:
  - Tabela densidades linear dos fios.

Como definir uma onda?

- Uma onda é um fenômeno físico no qual uma perturbação de alguma grandeza física no espaço é também periódica no tempo.

- As ondas transportam energia ao longo do espaço, sendo que o meio pode apenas oscilar, sem transportar matéria;

- As ondas mecânicas precisam de um meio para se propagar, como uma corda, o mar, o ar (ondas sonoras), as rochas (ondas sísmicas), etc...

- As ondas eletromagnéticas, até onde se conhece, não necessitam de um meio para se propagar, podendo percorrer tanto o vácuo quando a matéria;

Caso Especial: Onda Estacionária

- É uma onda que oscila no tempo, mas cuja amplitude de pico das oscilações da onda em qualquer ponto no espaço é constante em relação ao tempo, e as oscilações em diferentes pontos ao longo da onda estão em fase.
- Causas:
  - O meio está se movendo na direção oposta à da onda
  - Pela interferência entre duas ondas de mesma amplitude e mesmo comprimento de onda que se propagam em sentidos opostos.

Os locais em que o valor absoluto da amplitude é mínimo são chamados de nós, e os locais onde o valor absoluto da amplitude é máximo são chamados de antinós.

Lucas Vieira - Domínio público, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=535974

Experiência: Cordas Vibrantes

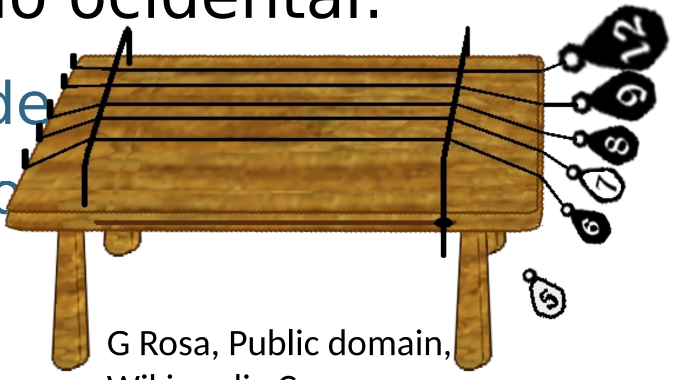
- Objetivo do experimento:
  - Estudar os modos de vibração de uma corda presa em suas extremidades.

- Exemplo de sistemas que usam esses modos:
  - Instrumentos musicais de corda

- Na ausência de um modelo teórico iremos estabelecer uma função de maneira empírica:
  - Ajuste dos dados experimentais
    - Variação de diversos parâmetros

Vibração de uma corda

- Talvez um dos primeiros estudos experimentais registrado na história da civilização ocidental:
  - Pitágoras estudou a dependência de diferentes fatores no som de uma co tensionada em um monocórdio.



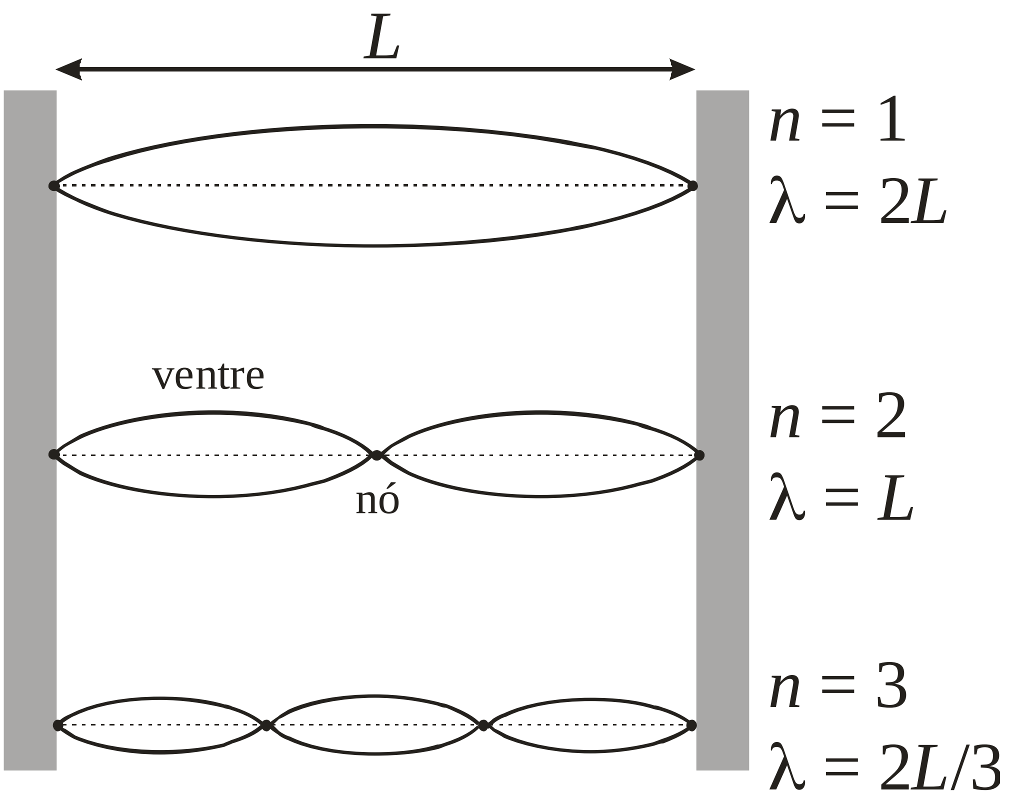
G Rosa, Public domain, Wikimedia Commons

- Seja uma corda ou um fio preso em suas extremidades (como uma corda de violão). Ao puxarmos essa corda, como ela deverá vibrar?

- Quais características da corda e da forma como ela está presa influenciam a maneira de como ela vibrará?

Modos de vibração de um fio

- Fio preso nas duas extremidades
  - Essa condição limita as configurações possíveis de ondas estacionárias
  - Surgem os modos de vibração ou frequências de ressonância

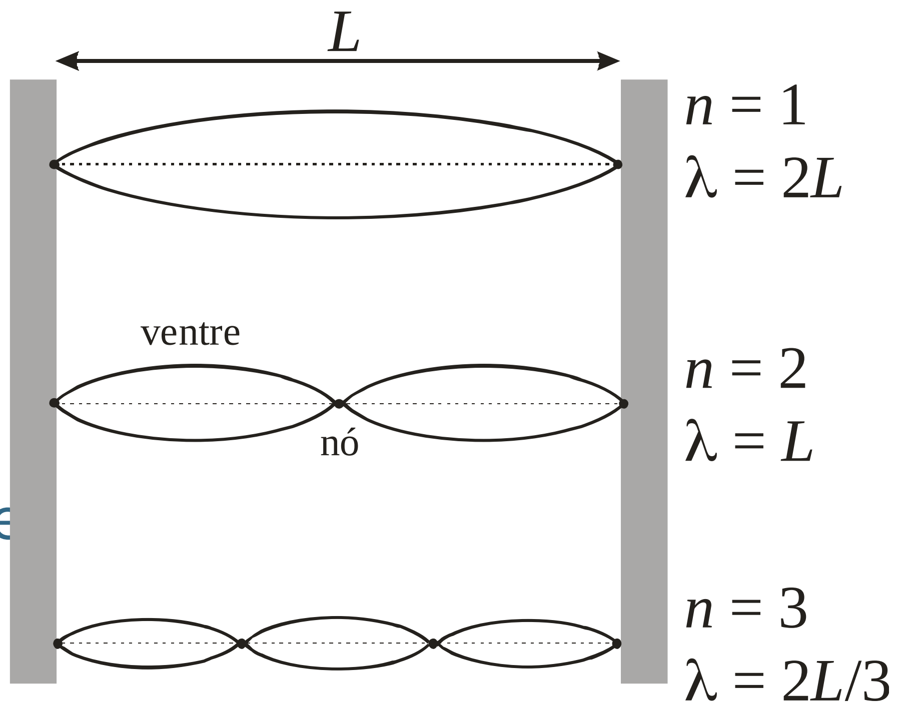


As frequências de ressonância dependem de que parâmetros?

- Modo de vibração:
  - Diminuindo o comprimento de onda, aumenta-se a frequência:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

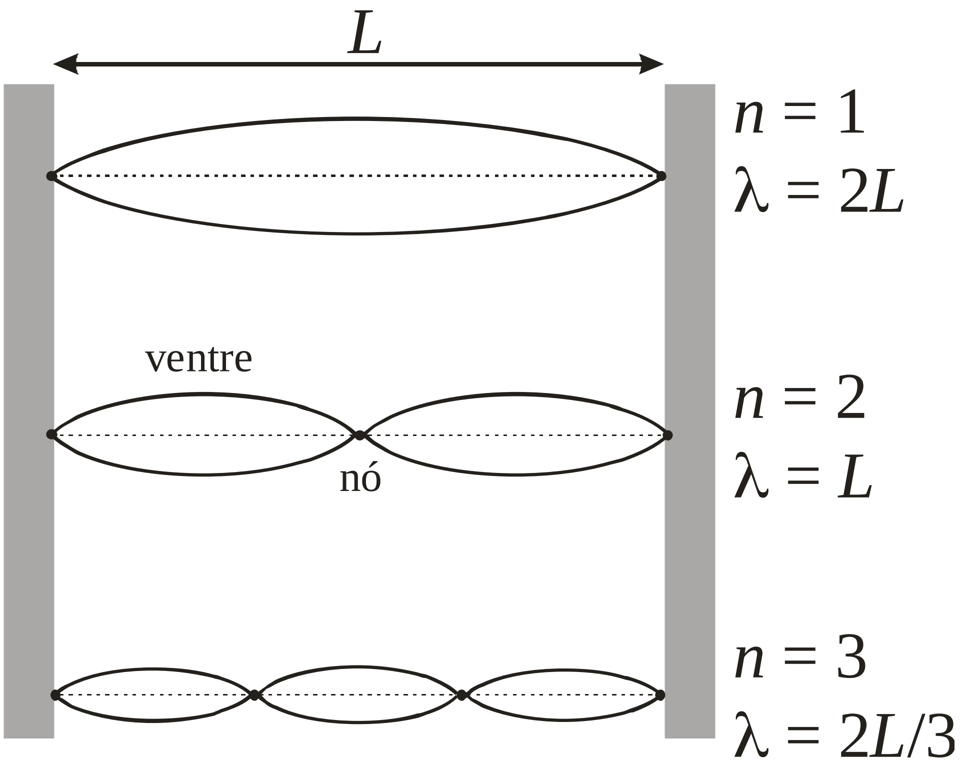
v : velocidade da onda
λ: comprimento de onda
f: frequência



- Comprimento do fio
  - Quanto maior o comprimento do fio, maior o comprimento de onda para o mesmo modo de vibração.

As frequências de ressonância dependem de que parâmetros?

- Densidade do fio
  - Fios de densidade diferentes vibram em frequências diferentes
- Tensão aplicada ao fio
  - Variando-se a tensão, varia-se a frequência.



As frequências de ressonância dependem de que parâmetros?

- Assim, os parâmetros principais são
  - Modo de vibração (*n*)
  - Comprimento do fio (*L*)
  - Densidade (μ)
    - Vamos usar a densidade linear $\mu = m / L$
  - Tensão aplicada (*T*)
- Como correlacionar a frequência com esses parâmetros?
  - Tomar os dados e analisá-los
    - Estudar variação da frequência com cada parâmetro

Descrição empírica:

- Como obter uma expressão para a frequência de ressonância?

- Hipótese:
  - Supor que a frequência depende de um parâmetro como uma potência deste parâmetro

$$f(x) = A \cdot x^b$$

  - No caso dos nossos parâmetros, supor uma combinação de potências

$$f_n = C\, n^{\alpha}\, L^{\beta}\, T^{\gamma}\, \mu^{\delta}$$

Descrição empírica:

- Determinar os valores dos coeficientes ㄱㅅ, ㄴㅈ, ㄹㅅ, ㄹㄱ a partir dos dados. Como?

- Para um determinado parâmetro, com todos os outros fixos, podemos escrever que:

$$f(x) = A \cdot x^b$$

- Por exemplo: para todos os parâmetros fixos e variando apenas *n* :

$$f_n = Bn^{\alpha}$$

$$B = cte = CL^{\beta} T^{\gamma} \mu^{\delta}$$

Descrição empírica:

- Fixar todos os parâmetros e variar somente *n* :

$$f_n = Bn^{\alpha}, \text{ onde: } B = cte = CL^{\beta}T^{\gamma}\mu^{\delta}$$

- Como determinar *B* e α?
  - Extrair o logaritmo da expressão acima:

$$\log(f_n) = \log(Bn^{\alpha})$$

$$\log(f_n) = \log(B) + \alpha \cdot \log(n)$$

$$y = a + b \cdot x$$

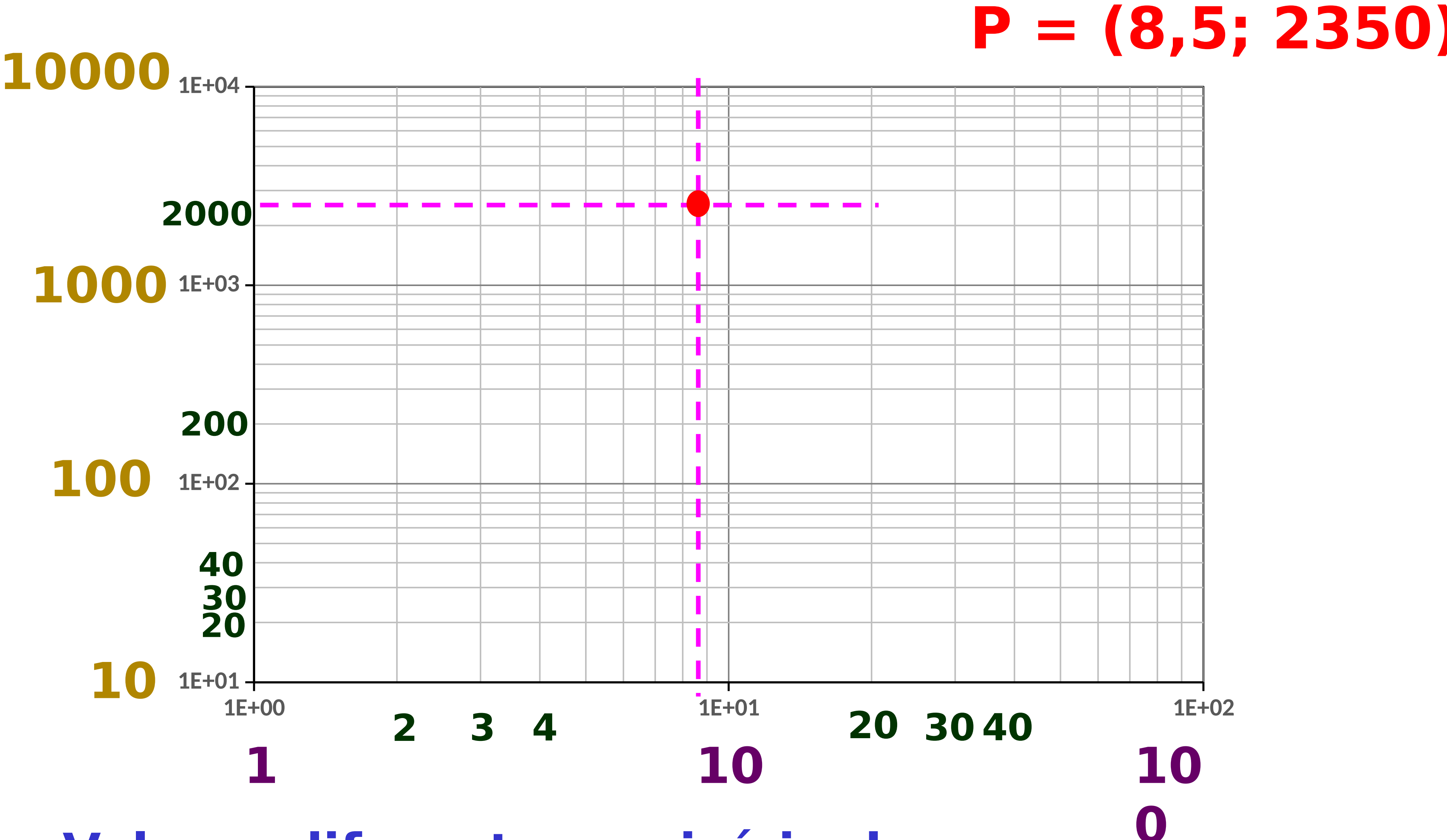
$$\underbrace{y = \log(f_n)}_{\textbf{função}} \quad \underbrace{x = \log(n)}_{\textbf{variável}} \quad \underbrace{a = \log(B)}_{\textbf{Coef. linear}} \quad \underbrace{b = \alpha}_{\textbf{Coef. ang}}$$

Escala Logarítmica

- A fim de facilitar a construção desse gráfico e evitar que tenhamos que calcular o logaritmo de todos os dados, podemos utilizar o chamado papel di-log (base 10).

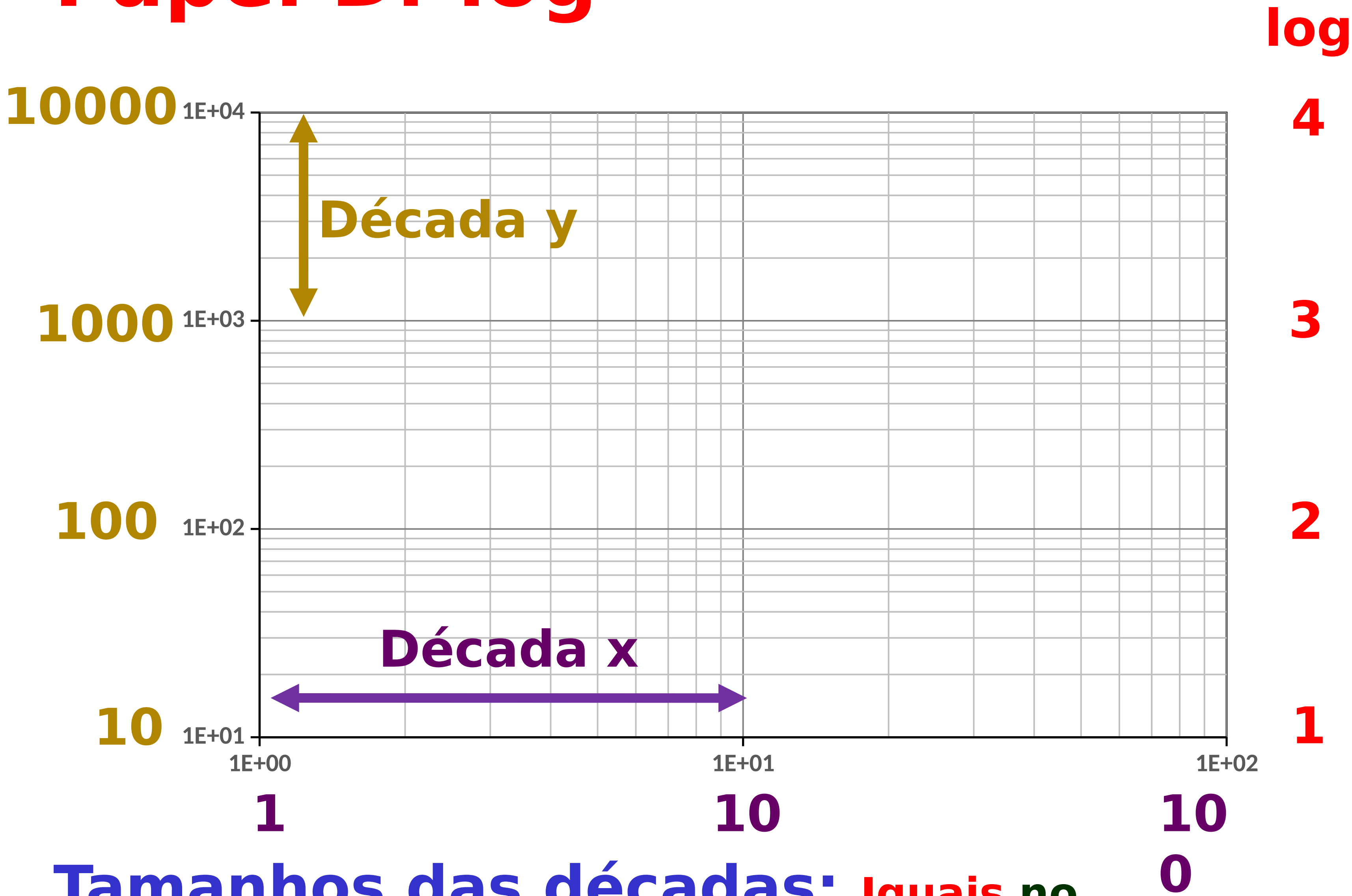
- Nesse papel, tanto o eixo-x como o eixo-y são construídos de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico
  - Analogamente ao eixo y no papel monolog

Papel Di-log



Valores diferentes no início das escalas de x e y

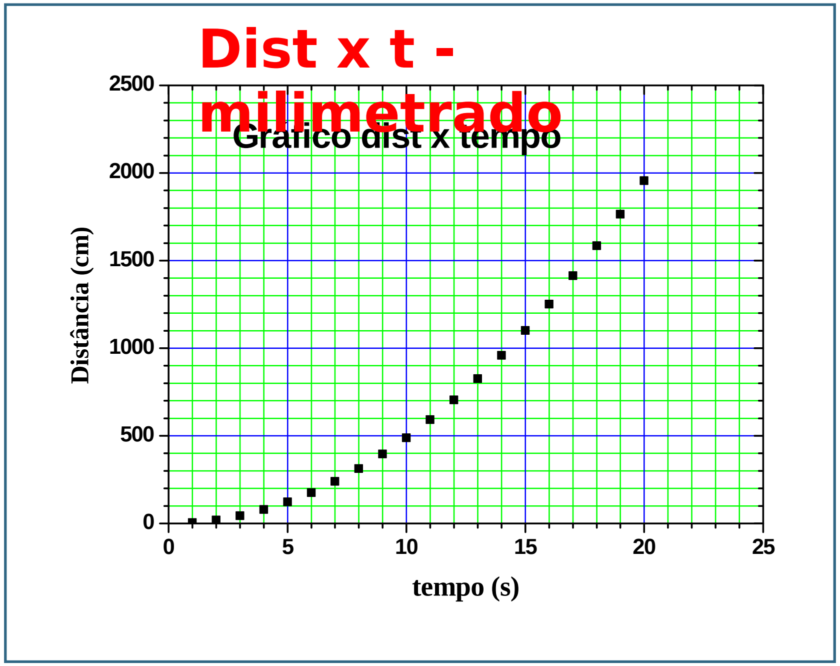
Papel Di-log



Tamanhos das décadas: Iguais no mesmo eixo

Obtendo o expoente

Dist x t - milimetrado



$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

Linearização da função

$$\log(d) = \log\left(\frac{1}{2} g\right) + 2 \log(t)$$

$$y = a + b\, x$$

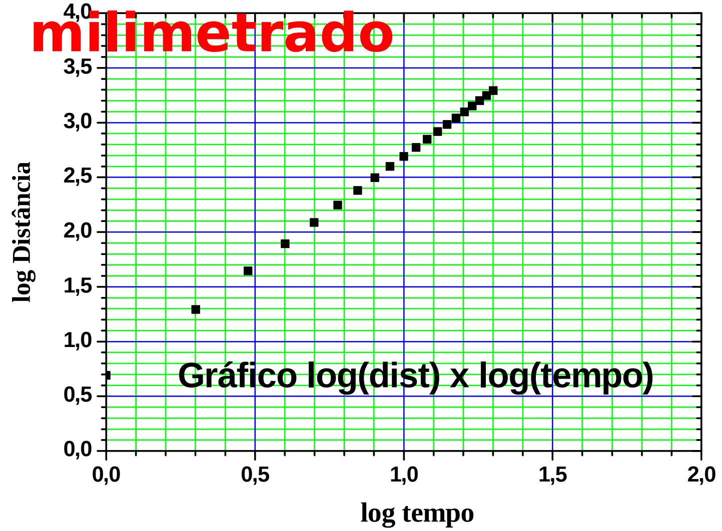
Coef ang = 2

Obtendo o expoente

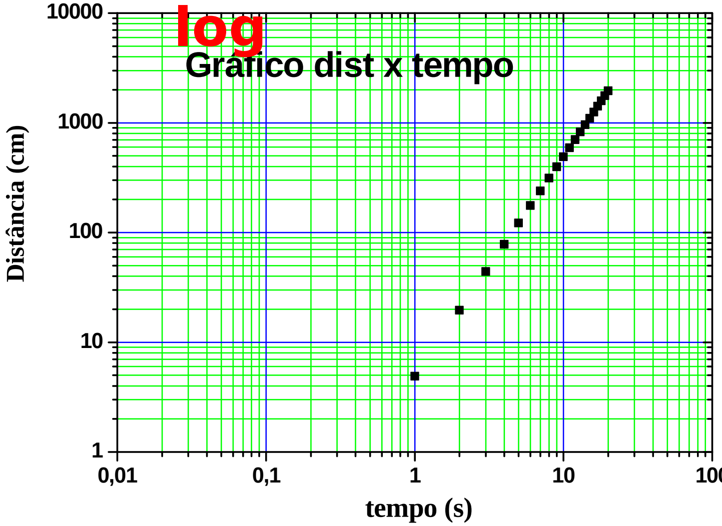
$$\log(d) = \log\left(\frac{1}{2}g\right) + 2\log(t)$$

$$y \quad = \quad a \quad + b \quad x$$

Log (dist) x log (t) - milimetrado



Dist x t - di-log



Obtendo o expoente

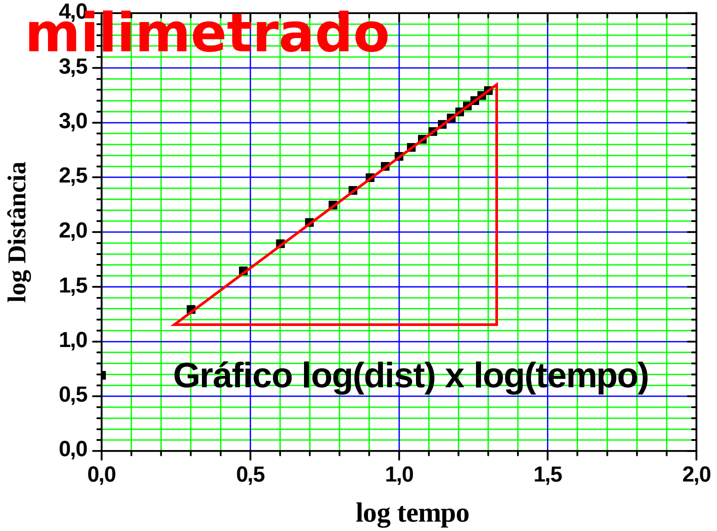
$$\log(d) = \log\left(\frac{1}{2}g\right) + 2\log(t)$$

$$y \quad = \quad a \quad + b \quad x$$

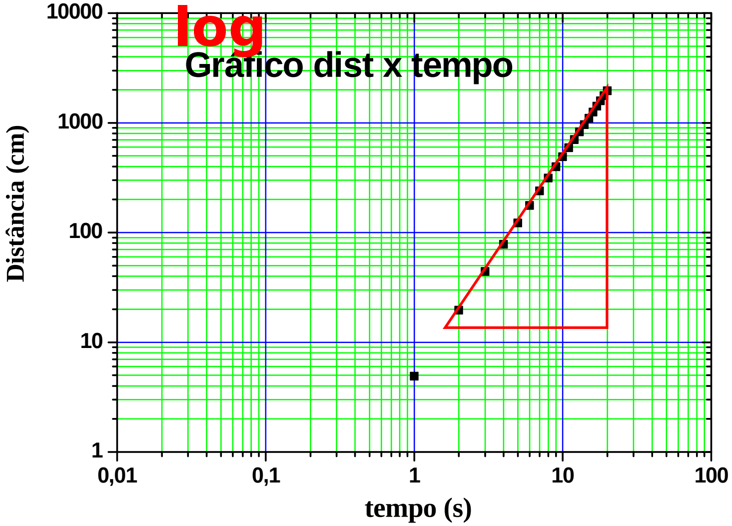
Ajuste de reta

Porque as retas não possuem a mesma inclinação?

Log (dist) x log (t) - milimetrado



Dist x t - di-log



Obtendo o expoente

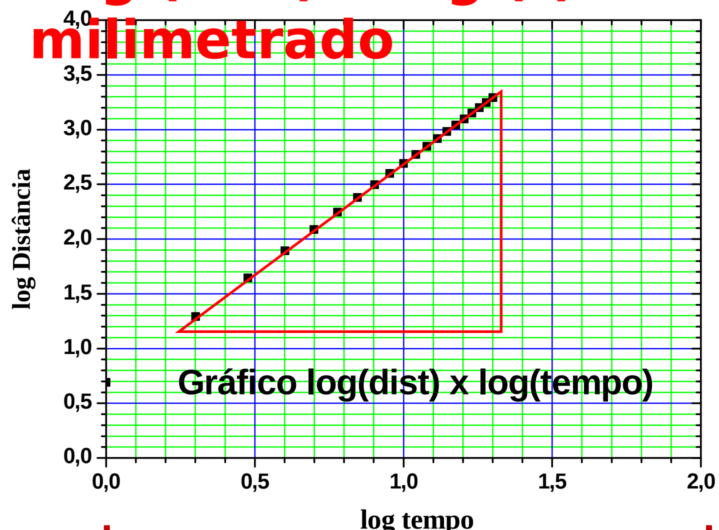
$$\log(d) = \log\left(\frac{1}{2}g\right) + 2\log(t)$$

$$y \quad = \quad a \quad + b \quad x$$

Ajuste de reta

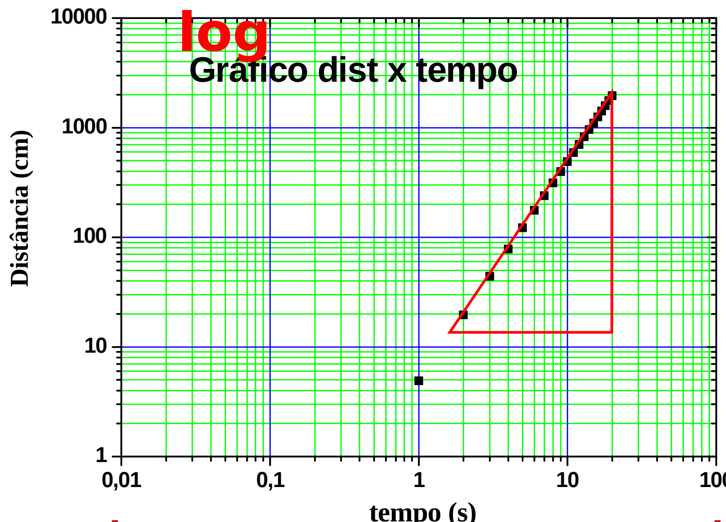
Porque as retas não possuem a mesma inclinação?

Log (dist) x log (t) - milimetrado

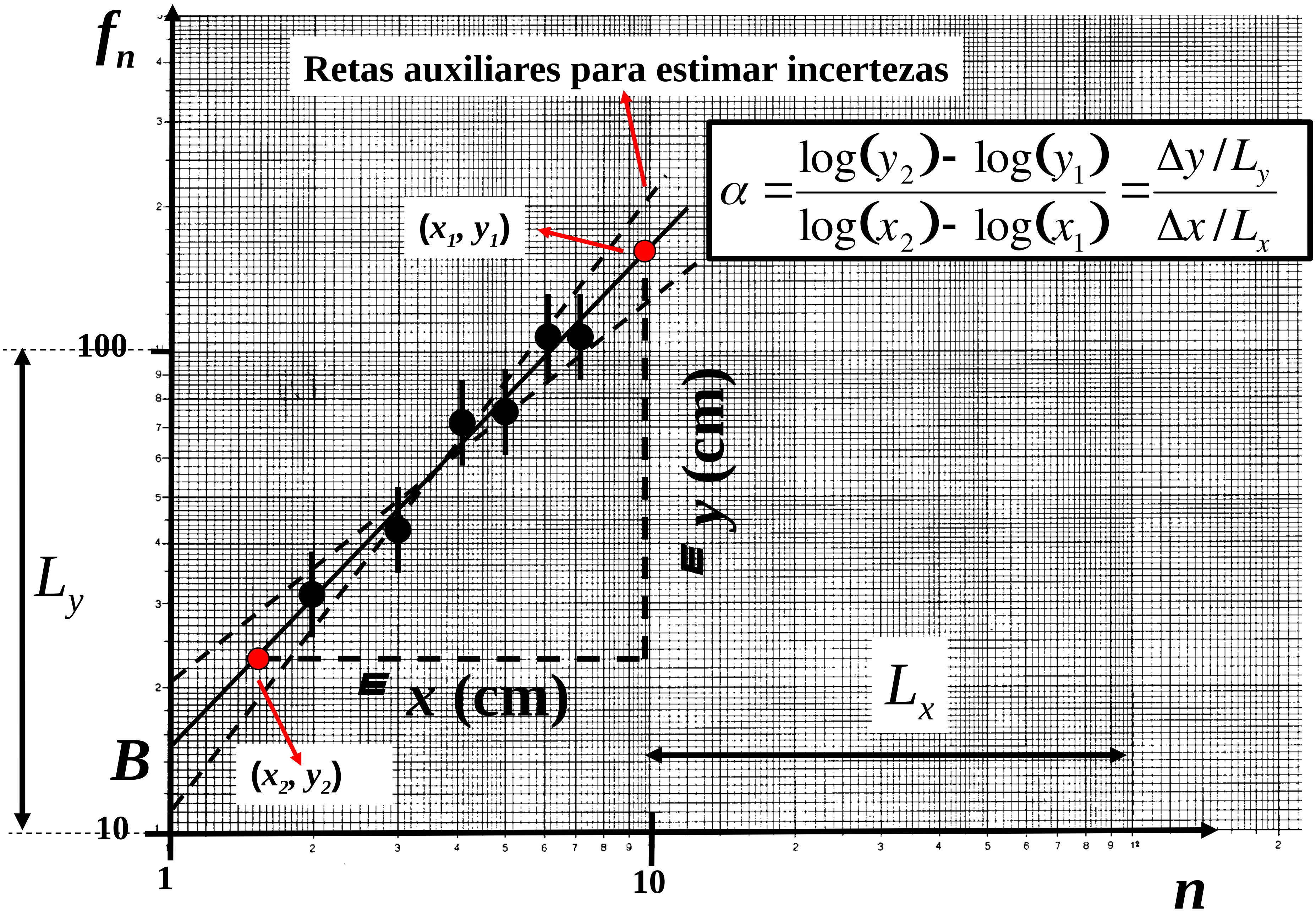


2 década

Dist x t - di-log



4 década

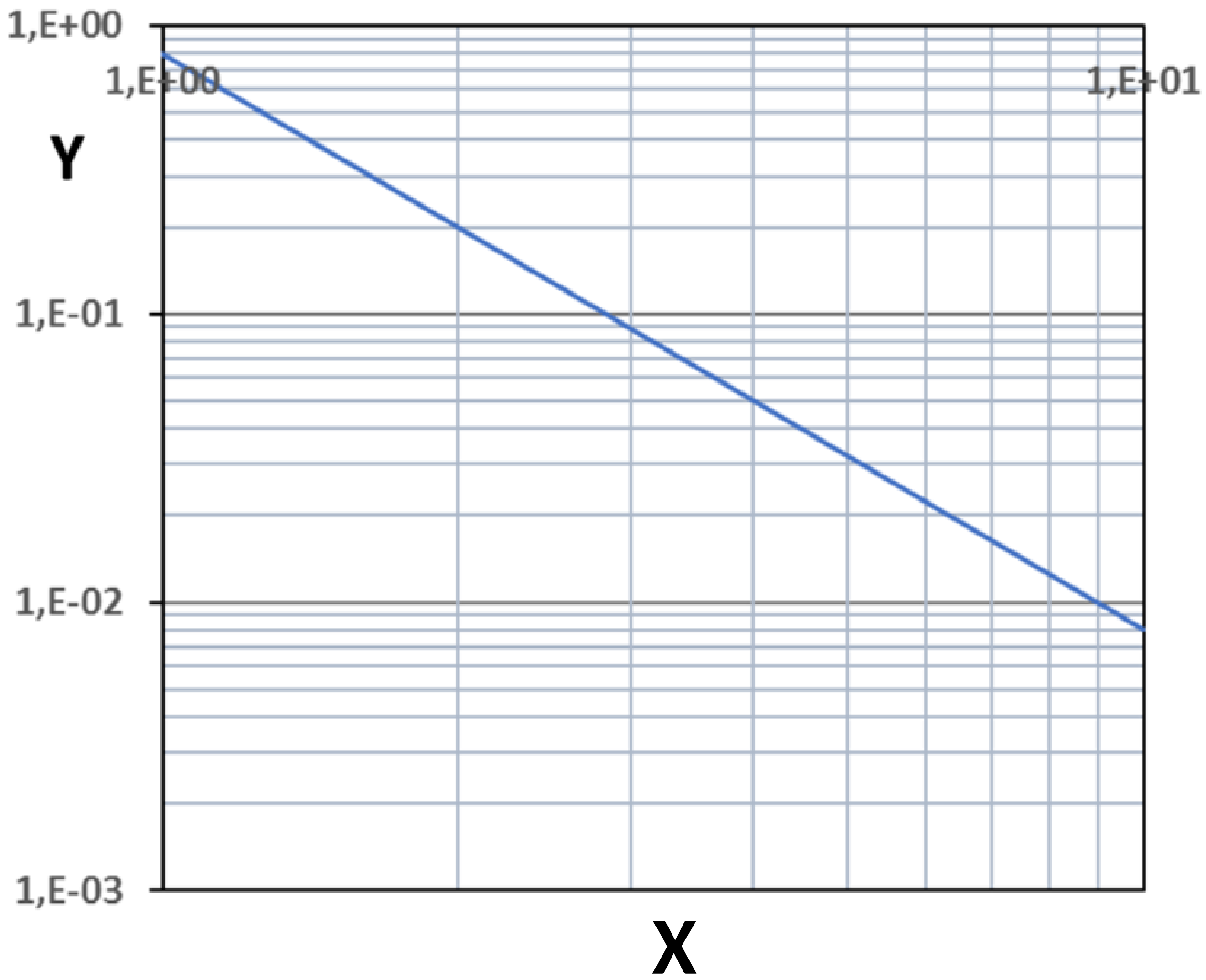


f_n
Retas auxiliares para estimar incertezas
$\alpha = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} = \frac{\Delta y / L_y}{\Delta x / L_x}$
(x_1, y_1)
(x_2, y_2)
y (cm)
x (cm)
100
10
L_y
L_x
B
1
10
n

Exercício em aula

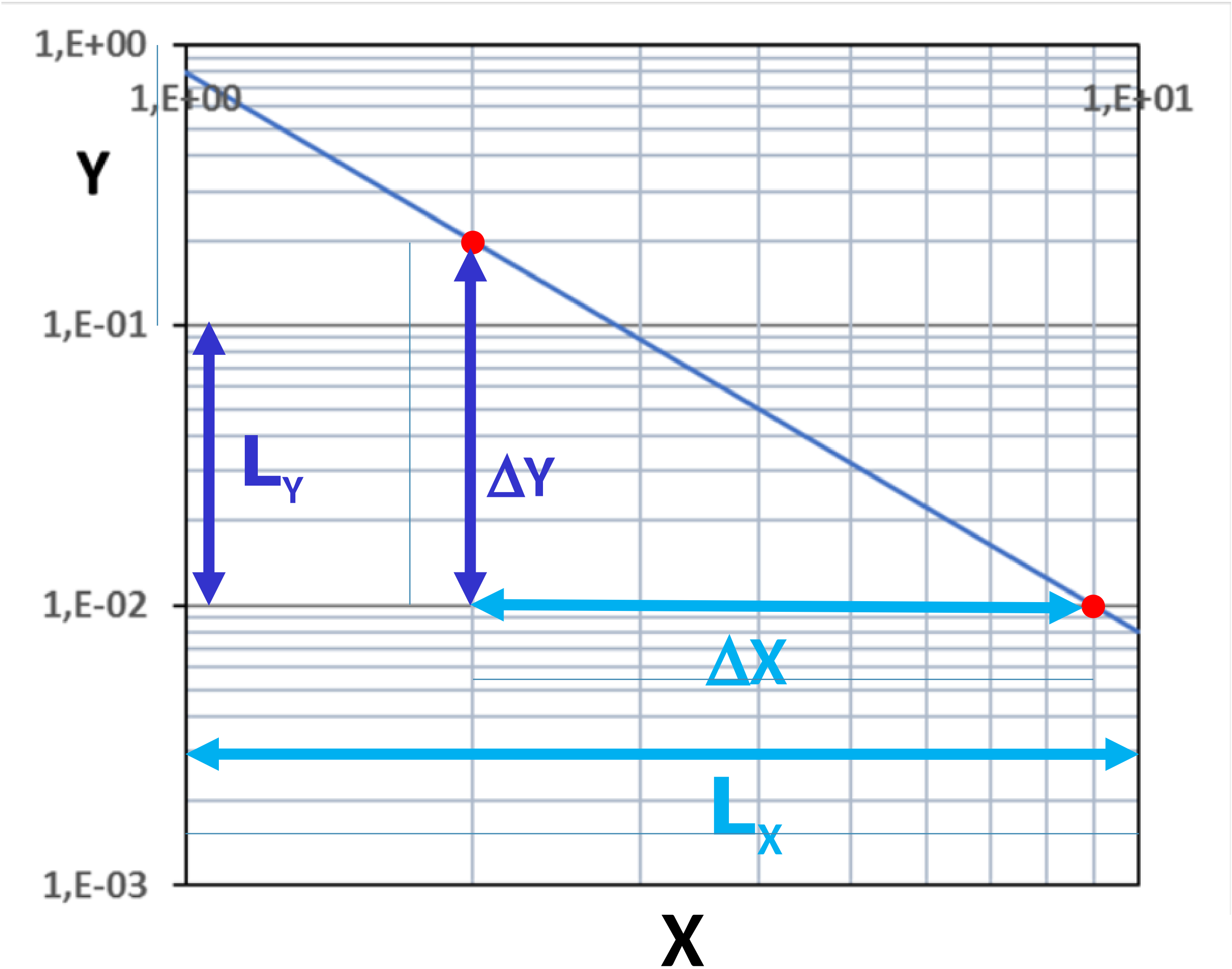
Obtenha o coeficiente b da expressão:

$Y = aX^b$



Exercício em aula

Obtenha o coeficiente b da expressão:
$Y=aX^b$



1) Escolher 2 pontos afastados na reta
   (2;0,2)
   (9; 0,01)
2) Determinar o expoente através de:

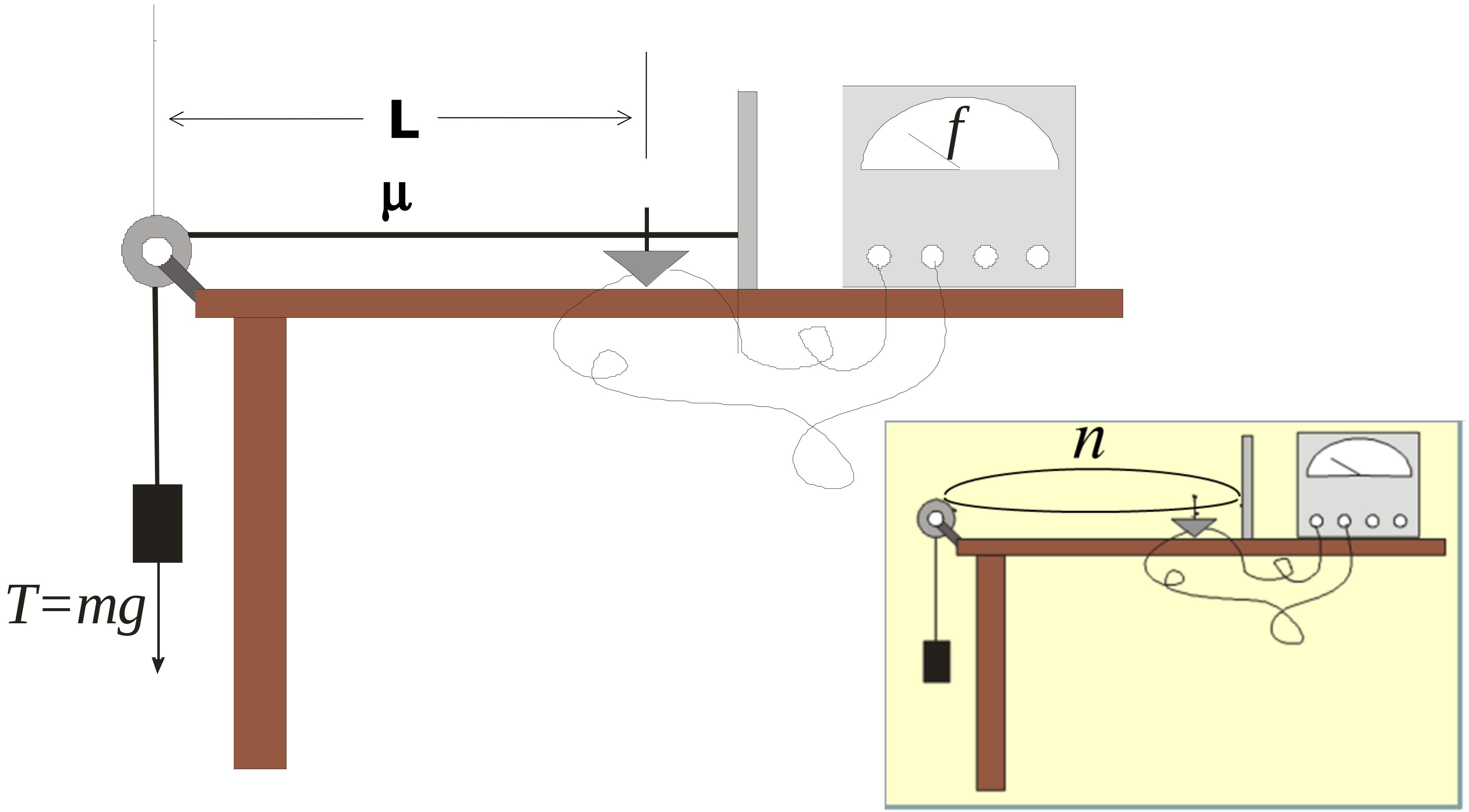
$$b=\frac{\frac{\Delta Y}{L_y}}{\frac{\Delta X}{L_x}}$$

Medidas com rég

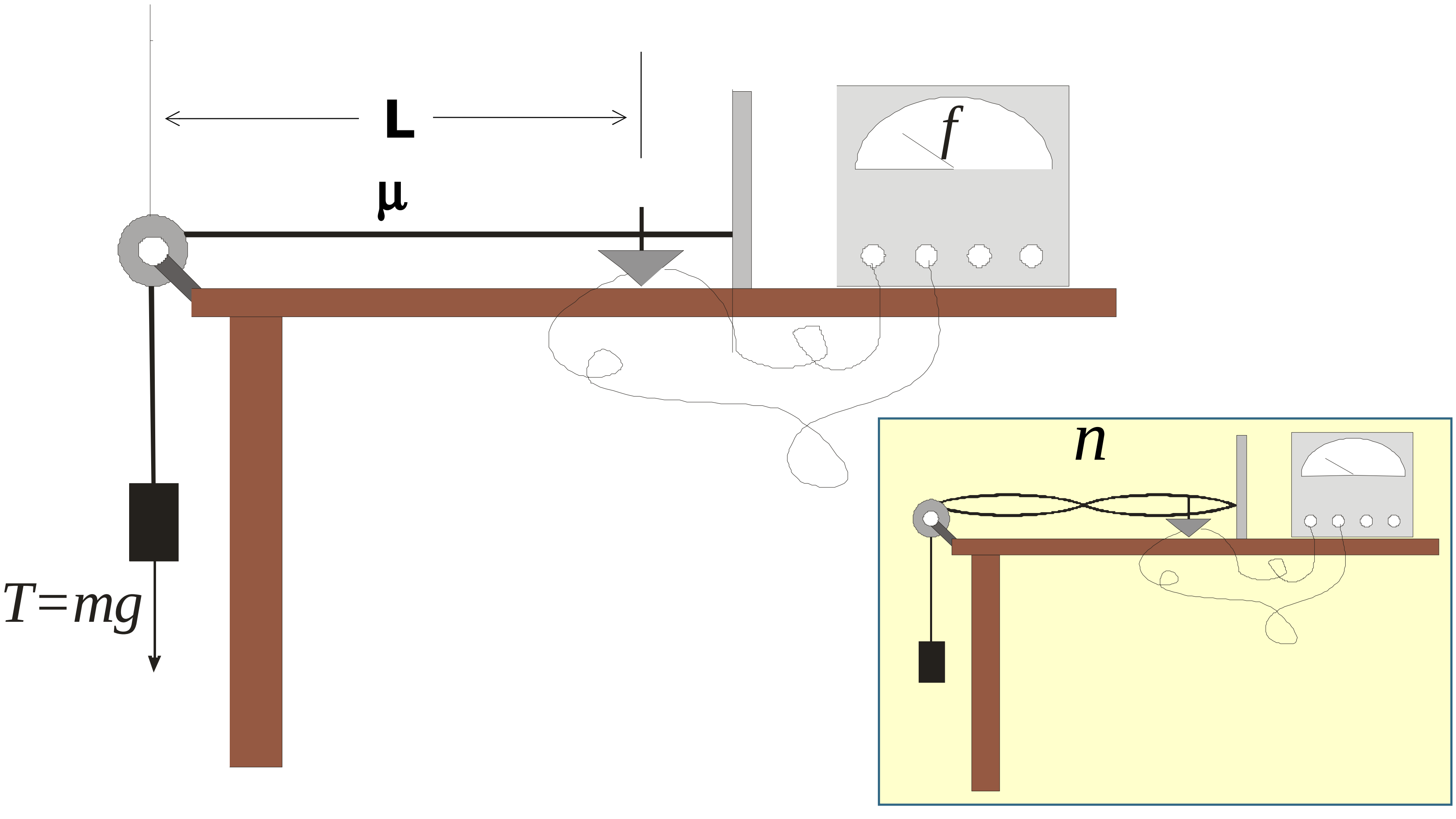
b = -2,0

Atividade prática

Arranjo experimental



Arranjo experimental



Procedimento experimental

- Quatro parâmetros a serem estudados: *n*, *L*, [illegible] e *T*
  - Exemplo: Como a frequência depende de *n* ?
    - Fixar (e anotar, com a respectiva incerteza) todos os outros parâmetros
      - Anotar μ do fio de nylon que está montado no seu no arranjo experimental
      - Escolher uma massa, medir na balança e anotar seu valor
      - Medir o comprimento L com uma trena
    - Ler as frequências de ressonância para vários valores de *n*.
    - Medir valores ligeiramente acima (F>) e abaixo (F<) da frequência ideal
      - Assim: Fr = (F> + F<)/2 e Inc freq = (F> - F<)/2

Procedimento experimental

- Em seguida, cada grupo deveria variar os outros parâmetros seguindo o mesmo procedimento.
  - Exemplo: variação com o parâmetro T (ou seja, os valores de massa)
    - Estudar como a frequência do segundo modo de vibração ($n=2$) depende deste parâmetro.
    - Não esqueça de manter fixos os outros parâmetros (anote os respectivos valores e incertezas)
    - Fazer 6-7 medidas, variando a massa
    - Usar o mesmo procedimento anterior para determinação de frequência e respectiva incerteza
    - Anotar dados na planilha online!

Análise dos dados

- Fazer o gráfico di-log das frequências de ressonância como função dos parâmetros medidos:
  - *Gráfico 1: f* vs *modo de vibração (n)*
  - *Gráfico 2: f* vs *tensão no fio (m)*
- Grupos de 2 alunos: aluno 1 faz o gráfico 1.

  aluno 2 faz o gráfico 2.
- Grupos de 3 alunos: aluno 1 faz o gráfico 1.

  aluno 2 faz o gráfico 2.

  aluno 3 também faz o gráfico 1.
- Os dados realmente são uma reta no papel di-log?
  - Calcular os coeficientes angulares (com incerteza) para os dados acima.

Para a próxima aula (30/06):

- Entregar análise da parte 1 do relatório
- No moodle (aba Experimento # 7 – Cordas Vibrantes):
  - Exercício individual.