

Introdução às Medidas em Física (4300152)

Aula 06 (05/05/2023)

Paula R. P. Allegro

paula.allegro@usp.br

Na aula de hoje:

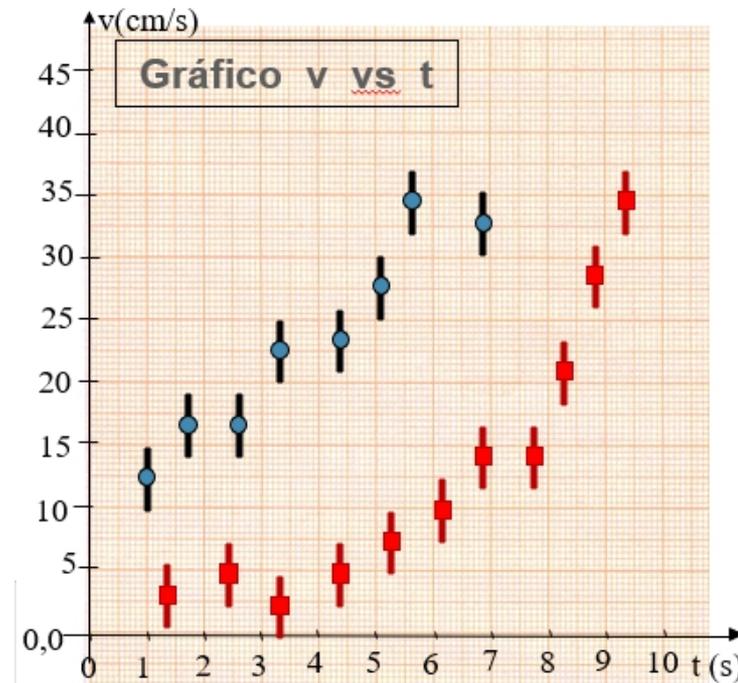
- Resumo dos principais pontos da aula anterior
- Conceitos:
 - Medidas indiretas
 - Análise de dados:
 - Análise Gráfica - ajuste de reta
 - Comparação com um modelo
- Experiência 4: Movimento de Queda Livre

Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
 - Capítulo IV: Interpretação Gráfica De Dados
 - Experiência IV (Aulas 06 e 07) - Queda Livre.

Aula de hoje: Análise Gráfica

- Como determinar o comportamento dos meus dados experimentais?
- Será que os dados seguem algum modelo proposto?



Gráficos

- O que um gráfico deve conter:
 - Título e legenda do gráfico
 - Legenda e unidade nos eixos
 - Escala adequada para os eixos
 - Dados experimentais e incertezas
 - Funções teóricas ou curvas médias (algumas vezes é optativo)

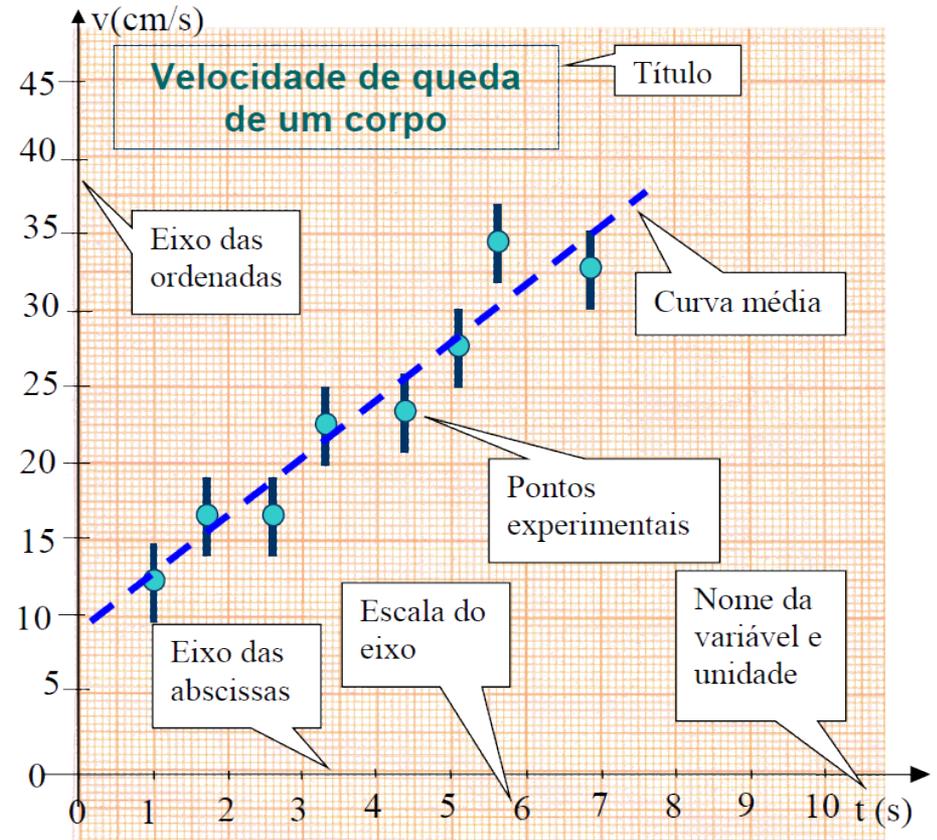
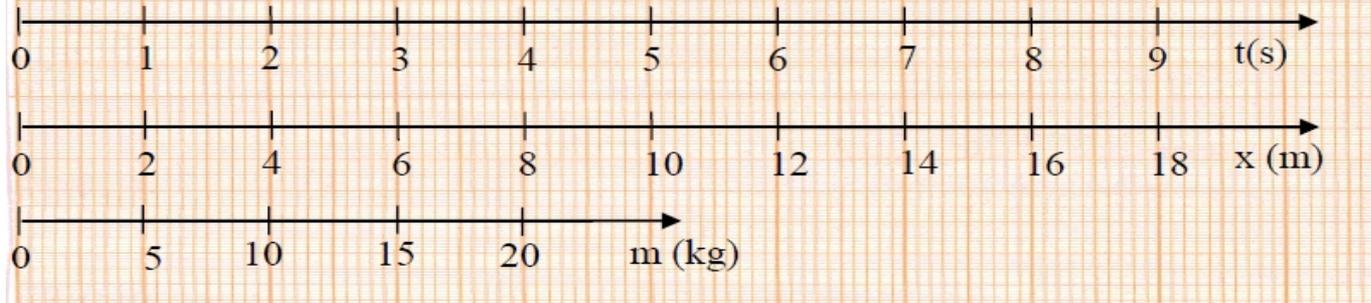


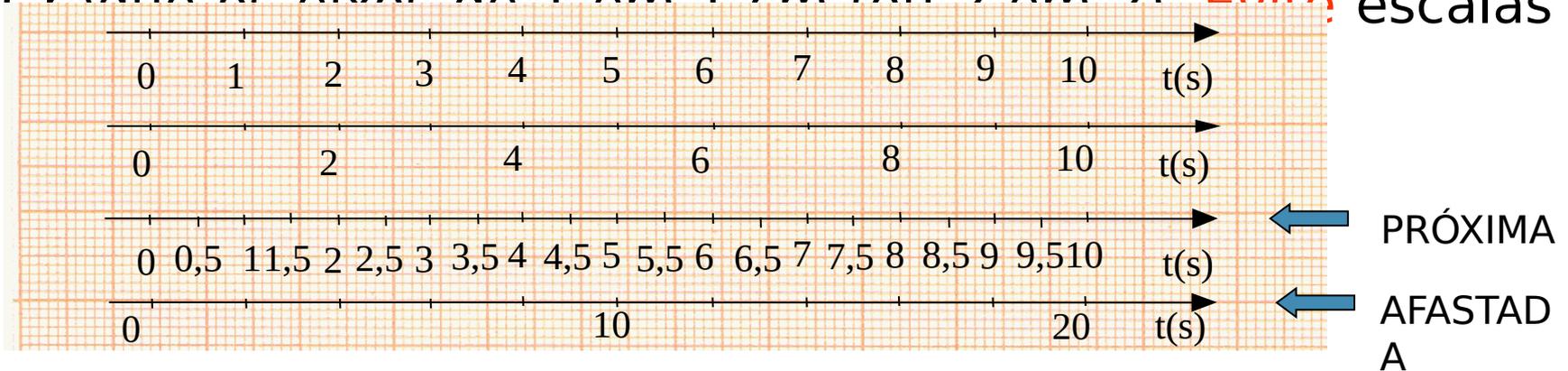
Figura 3.1. Componentes típicos de um gráfico científico padrão.

Eixos em um gráfico

- Escolha uma escala que se adapte ao tamanho do papel utilizado
- Utilize **APENAS** escalas “múltiplas” (na base 10) de **1, 2** ou **5**

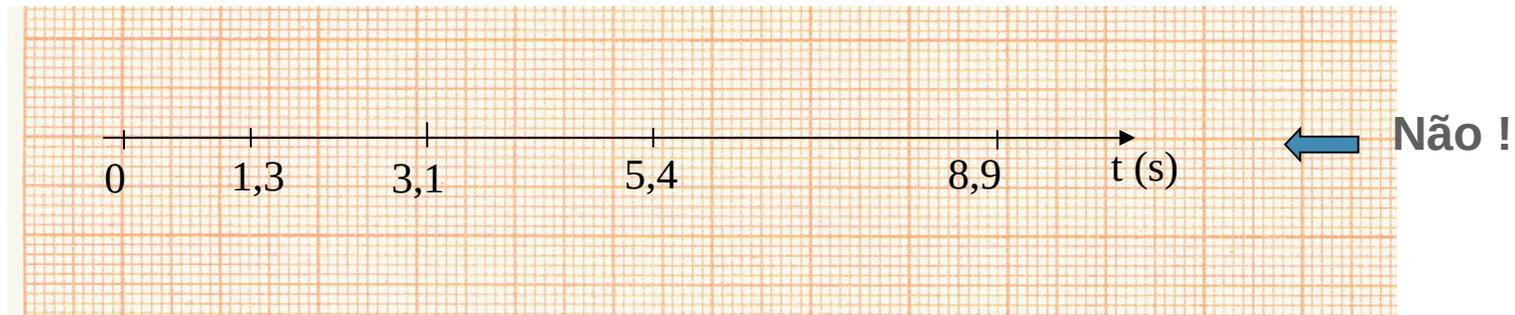


- Gradue os eixos de 1 em 1 cm (ou 2 em 2) **Evite** escalas



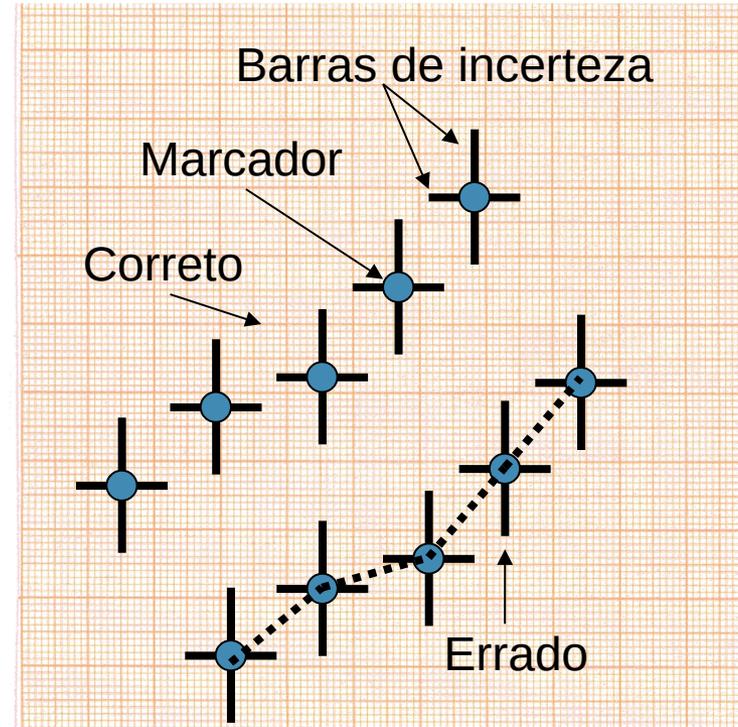
Eixos em um gráfico

- Desenhe os eixos. Não utilize os eixos e escalas pré-desenhadas no papel
- Coloque legendas em cada um dos eixos
- **NUNCA** escreva os valores dos pontos nos eixos nem desenhe traços indicando os pontos



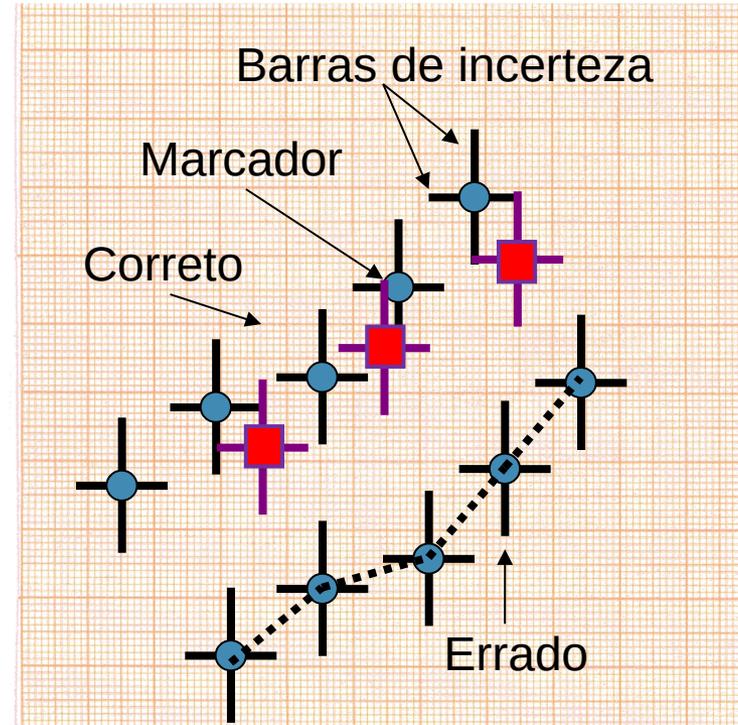
Representação dos pontos no gráfico

- Utilize marcadores visíveis
- Represente as barras de incerteza em y e x (quando houver) de forma clara
- **NUNCA LIGUE OS PONTOS**



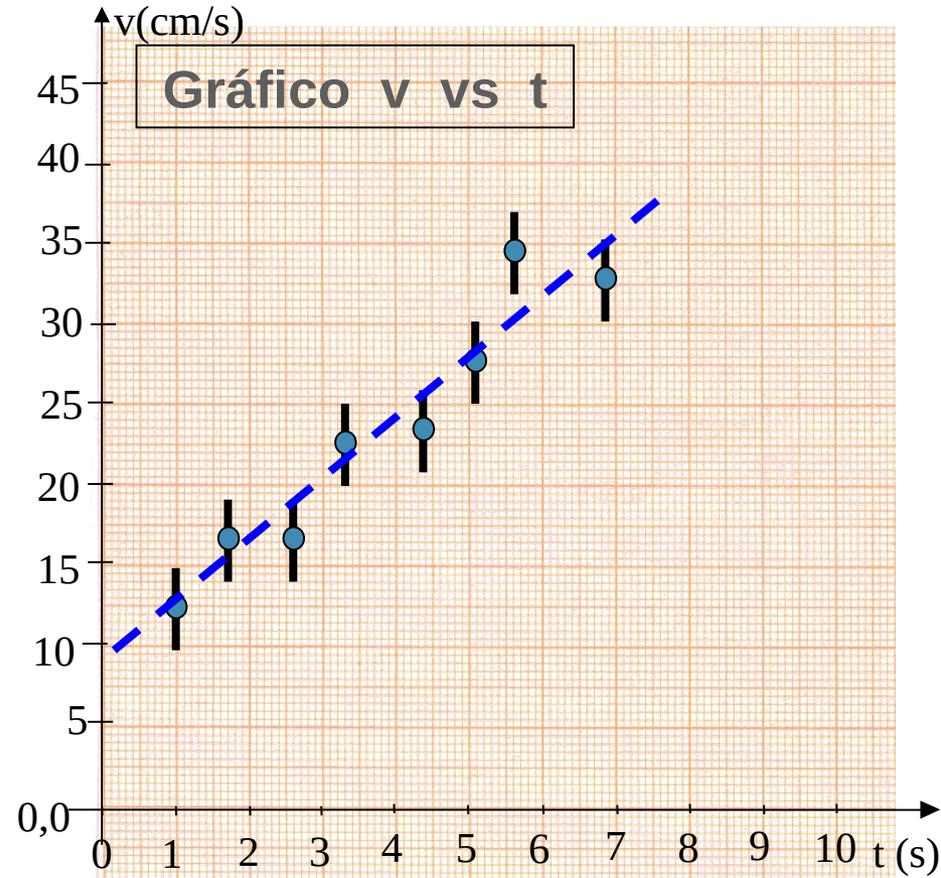
Representação dos pontos no gráfico

- Utilize marcadores visíveis
- Represente as barras de incerteza em y e x (quando houver) de forma clara
- **NUNCA LIGUE OS PONTOS**
- Conjunto de dados diferentes devem ser representados com símbolos (ou cores) diferentes



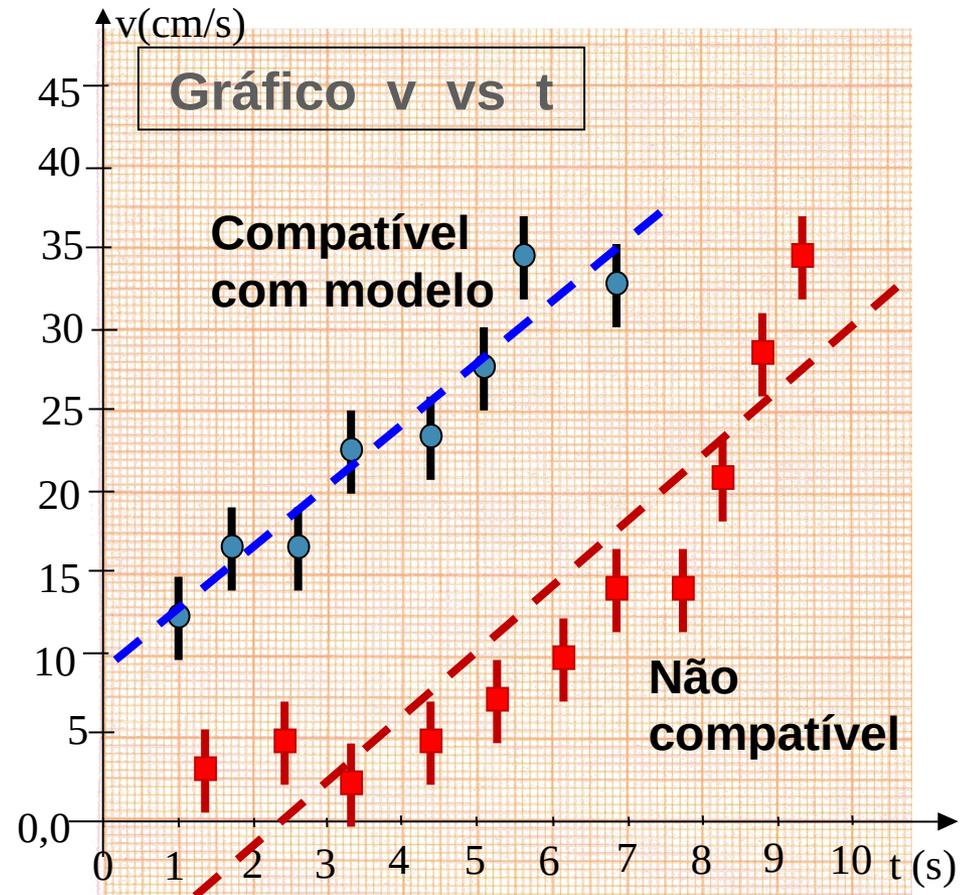
Ajuste de função

- Dados seguem um comportamento aparentemente **linear**
- Escolha de um modelo:
$$Y = A + B X$$
- Neste exemplo:
$$v(t) = A + B t$$
- Ajustar uma reta média entre os pontos experimentais
- Critério: distribuir pontos igualmente entre os dois lados da reta



Compatibilidade com modelo

- Verificar **SEMPRE** se o modelo escolhido (reta média) realmente descreve adequadamente a tendência dos dados experimentais
- Pontos **vermelhos** - reta claramente **NÃO** representa a tendência dos dados, apesar da distribuição igualitária dos pontos ao redor da reta

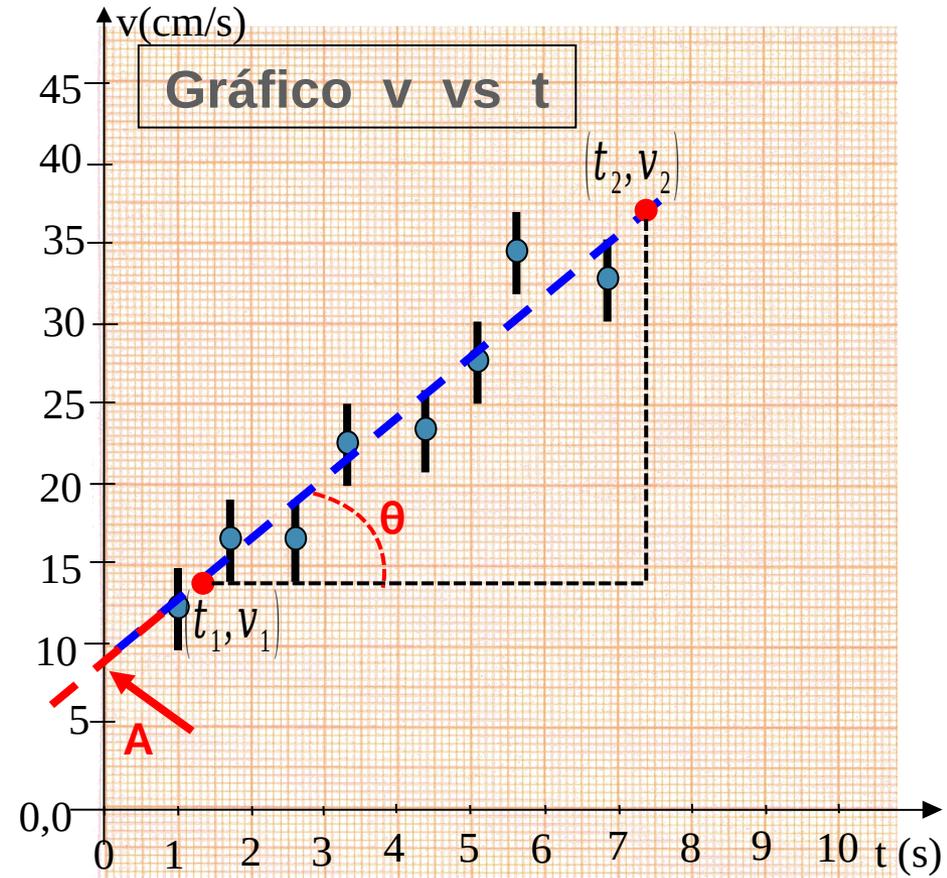


Análise Gráfica - ajuste de reta

- Modelo linear:

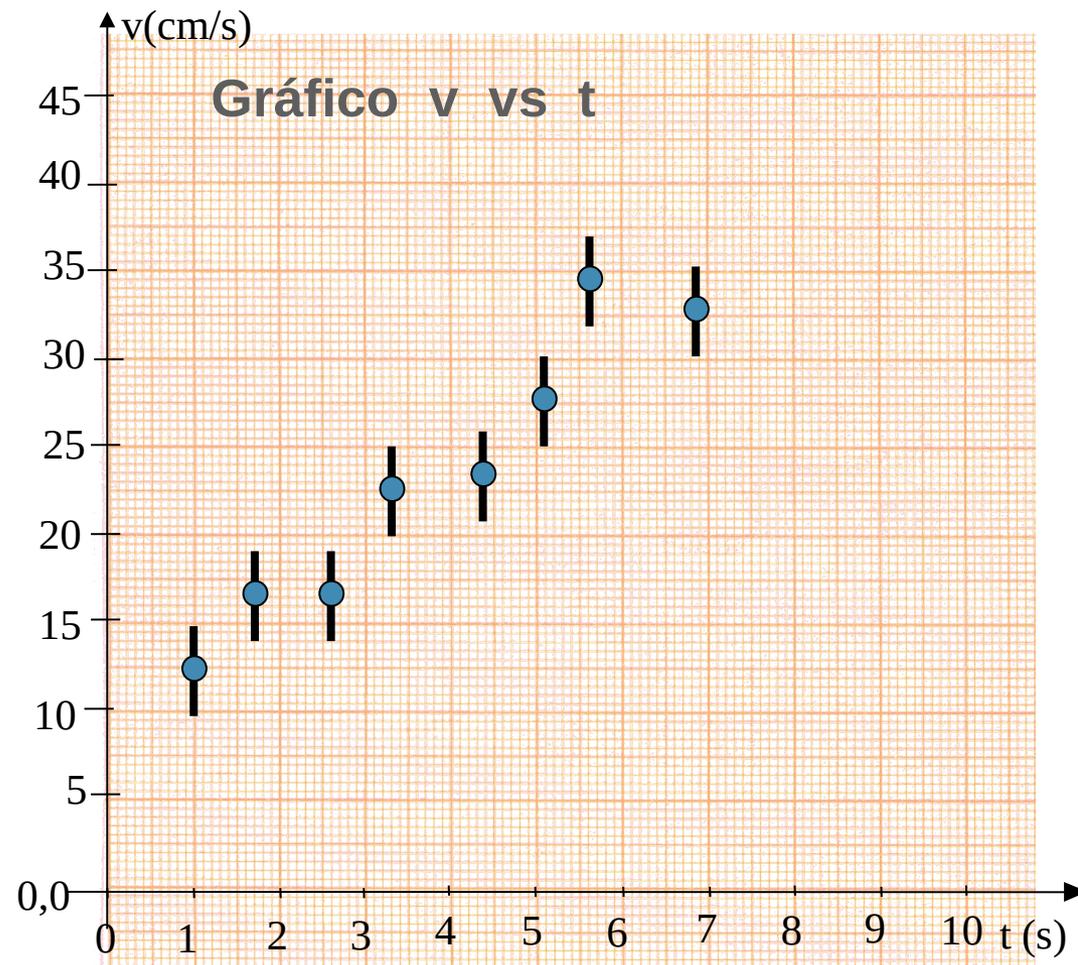
$$Y = A + B X$$

- Determinação dos coeficientes angular (A) e linear (B):
 - Coeficiente linear A: ponto em y que a reta cruza o eixo vertical ($x=0$)
 - Coeficiente angular B:
 - Escolher pontos distantes sobre a reta, que **NÃO** sejam pontos experimentais



Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:



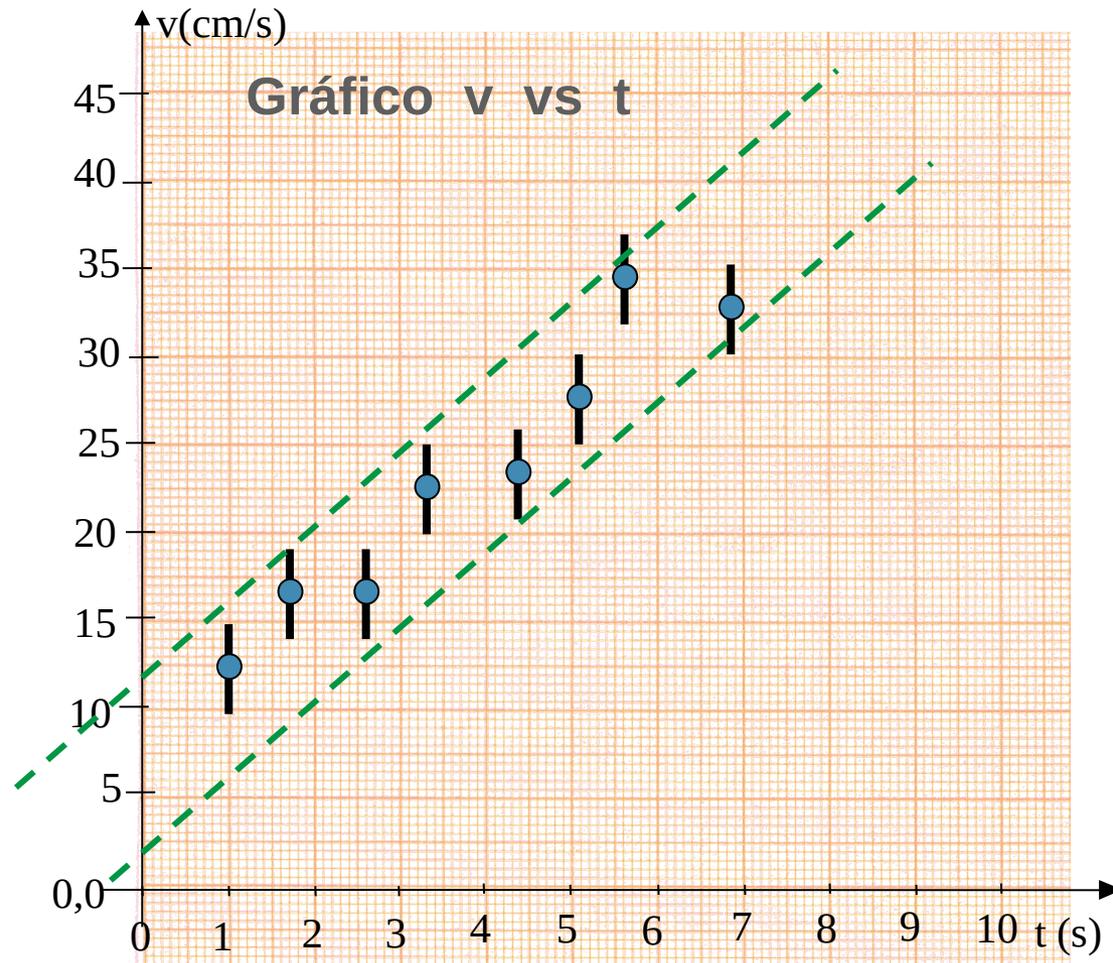
Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:

1) Determinar a região da incerteza dos pontos.

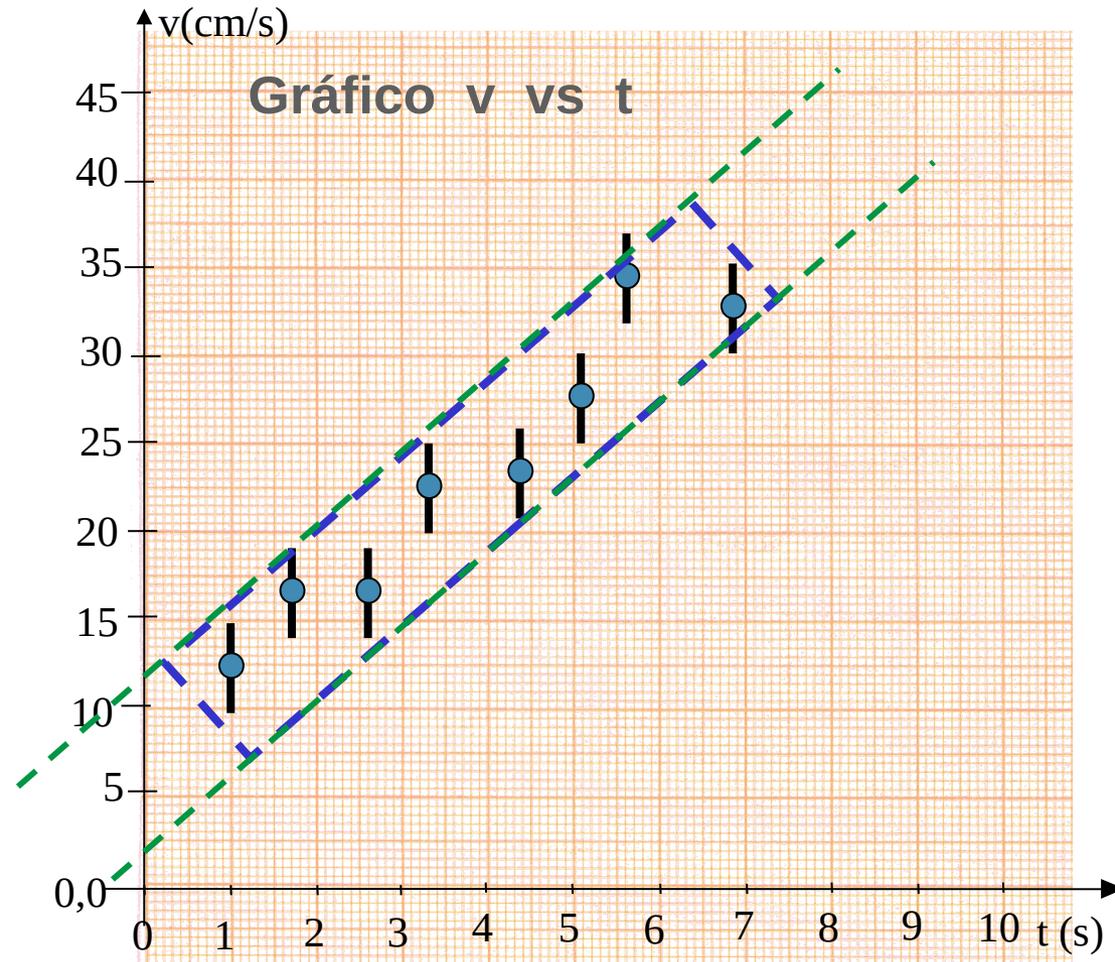
C

2) Estimar a taxa de variação



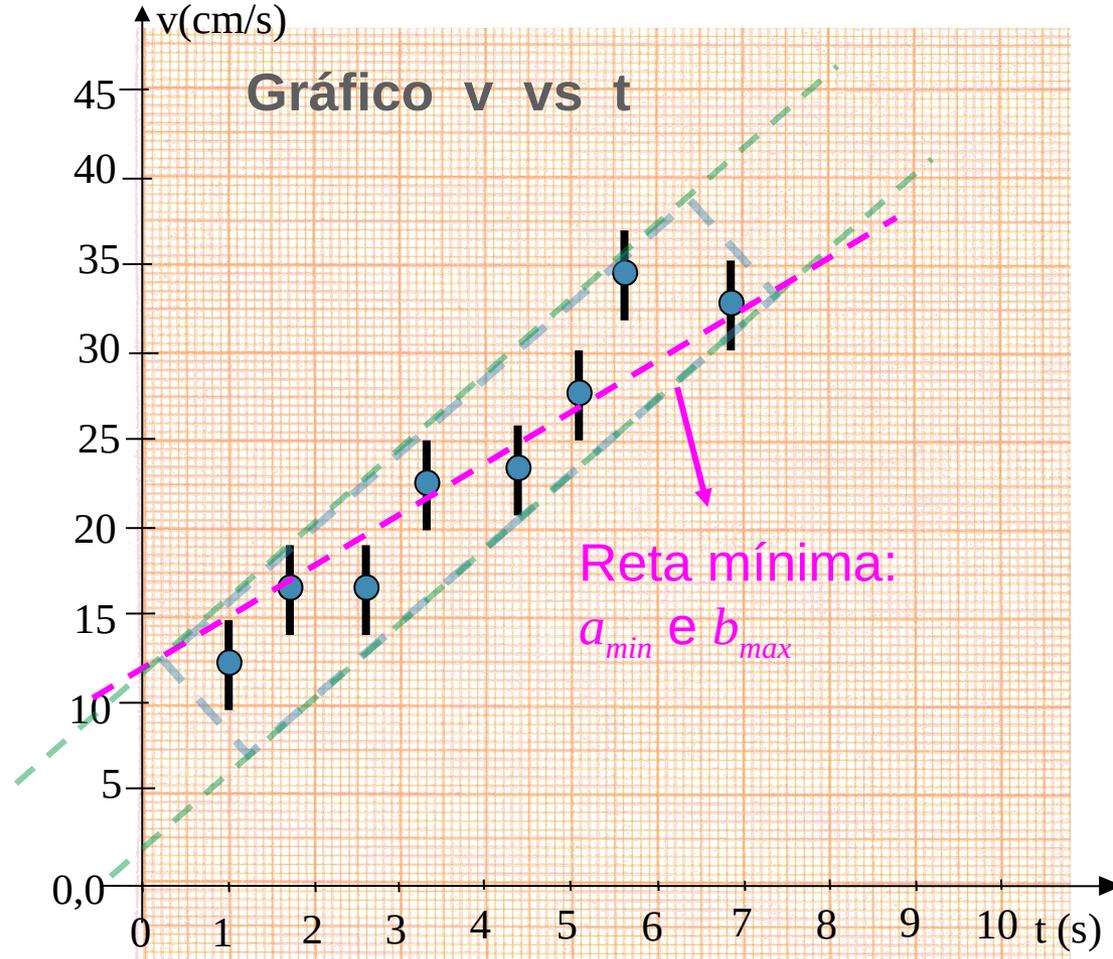
Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:
 - 1) Determinar a região da incerteza dos pontos. Traçar o menor retângulo possível.
 - 2) Estimar a reta de melhor ajuste.



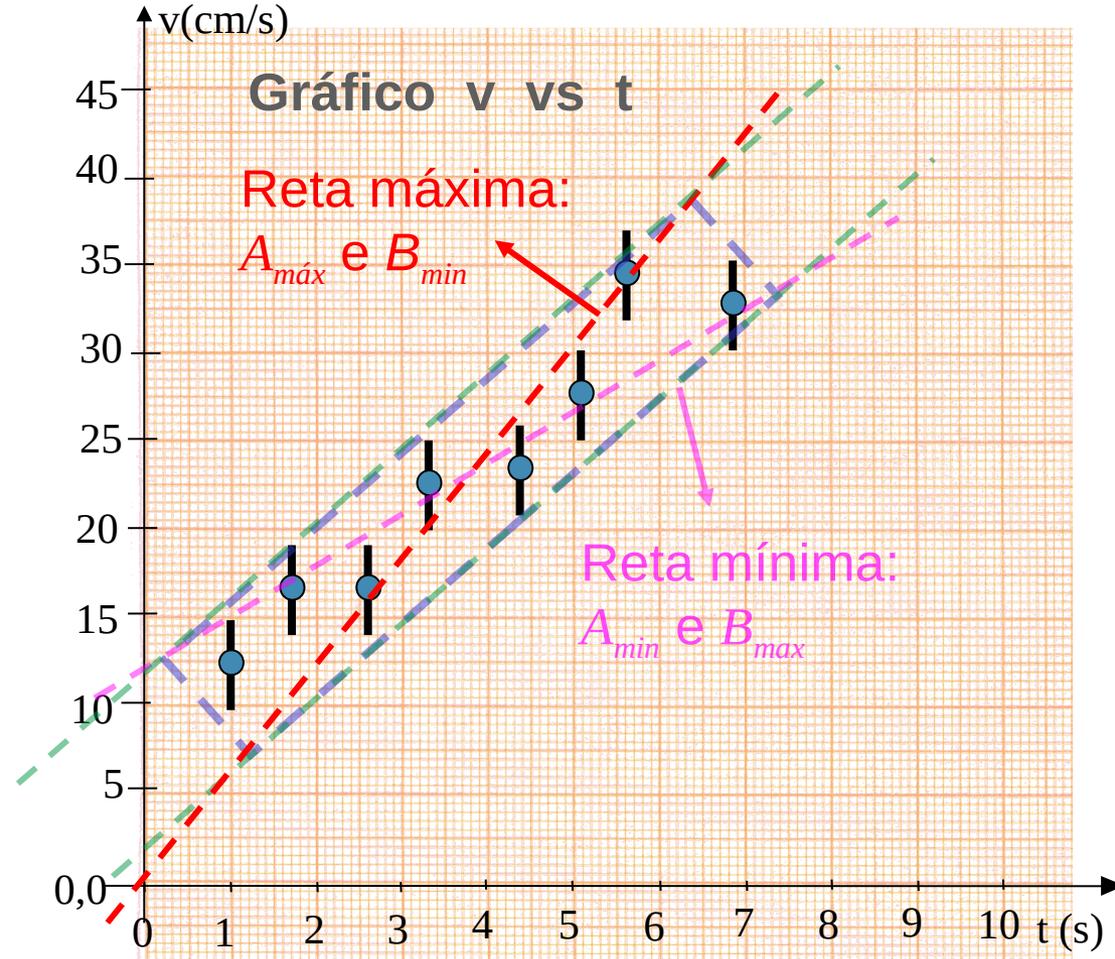
Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:
 - 1) Determinar a **região da incerteza dos pontos**. Traçar o **menor retângulo possível**.
 - 2) Estimar a **reta de menor inclinação possível** que ainda descrevem os pontos, o que determina os parâmetros máximo a_{min} e mínimo b_{max} .
 - 3) Estimando a **reta de maior**



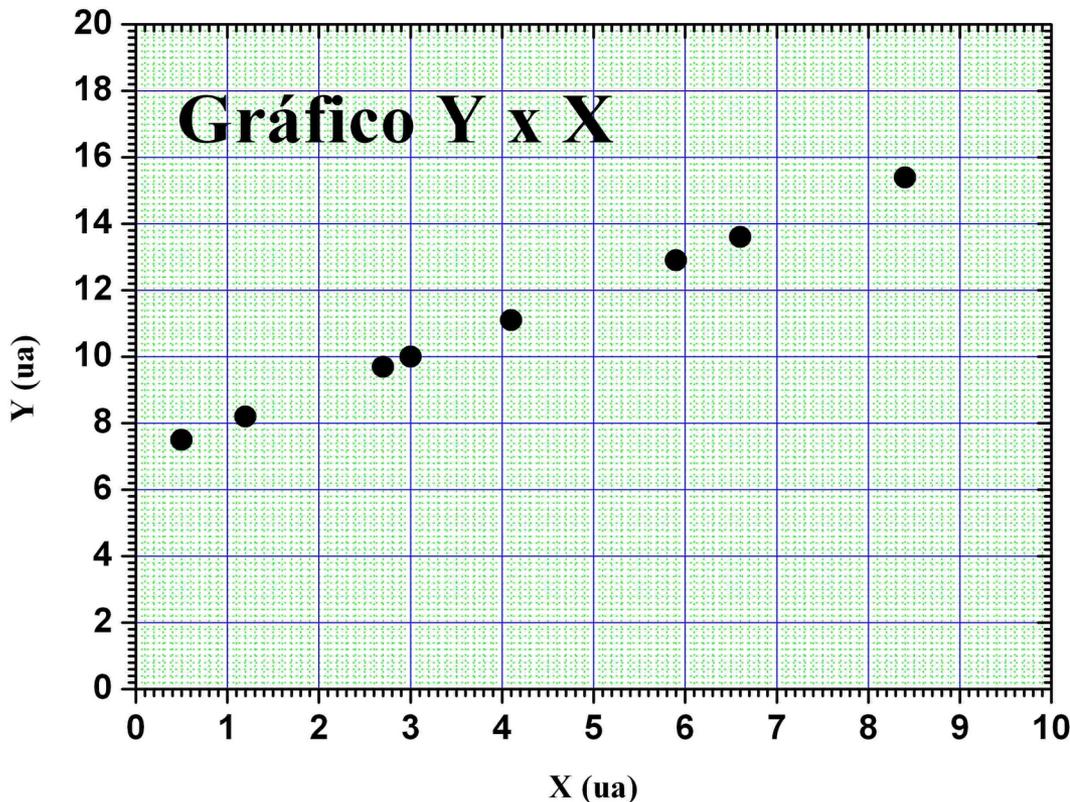
Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de A e B também é obtida graficamente:
 - 1) Determinar a **região da incerteza dos pontos**. Traçar o **menor retângulo possível**.
 - 2) Estimar a **reta de menor inclinação possível** que ainda descrevem os pontos, o que determina os parâmetros máximo A_{min} e mínimo B_{max} ;
 - 3) Estimar a **reta de maior inclinação possível** que ainda descrevem os pontos, o que determina os parâmetros mínimo A_{max} e máximo B_{min} ;



Análise Gráfica - incertezas

- Para incertezas pequenas e pontos bem alinhados:
 - Usar **precisão da leitura** no gráfico, se não for possível traçar um retângulo.



No exemplo:
 $\frac{1}{2}$ da menor divisão
da escala.

Escala em x - $\sigma_x =$
0,05 ua

Escala em y - $\sigma_y =$ **0,1 ua**

Exercícios em aula

- Posicione na figura abaixo, o terceiro ponto da tabela. Para realizar esse posicionamento, primeiro você terá que calcular o valor da escala.

Medidas de tempo (s)				
2,3	4,56	8,294	11,1	3,2



2,0



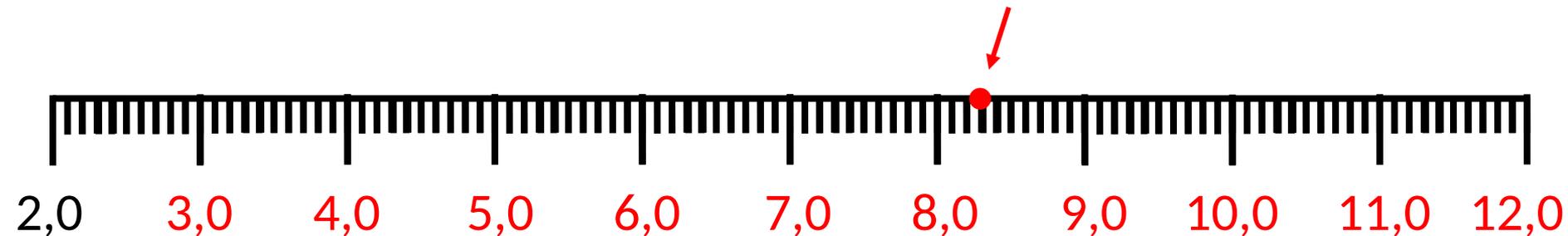
Valor
inicial
da
escala

Exercícios em aula

- Posicione na figura abaixo, o terceiro ponto da tabela. Para realizar esse posicionamento, primeiro você terá que calcular o valor da escala.

Medidas de tempo (s)				
2,3	4,56	8,294	11,1	3,2

3º Ponto da tabela

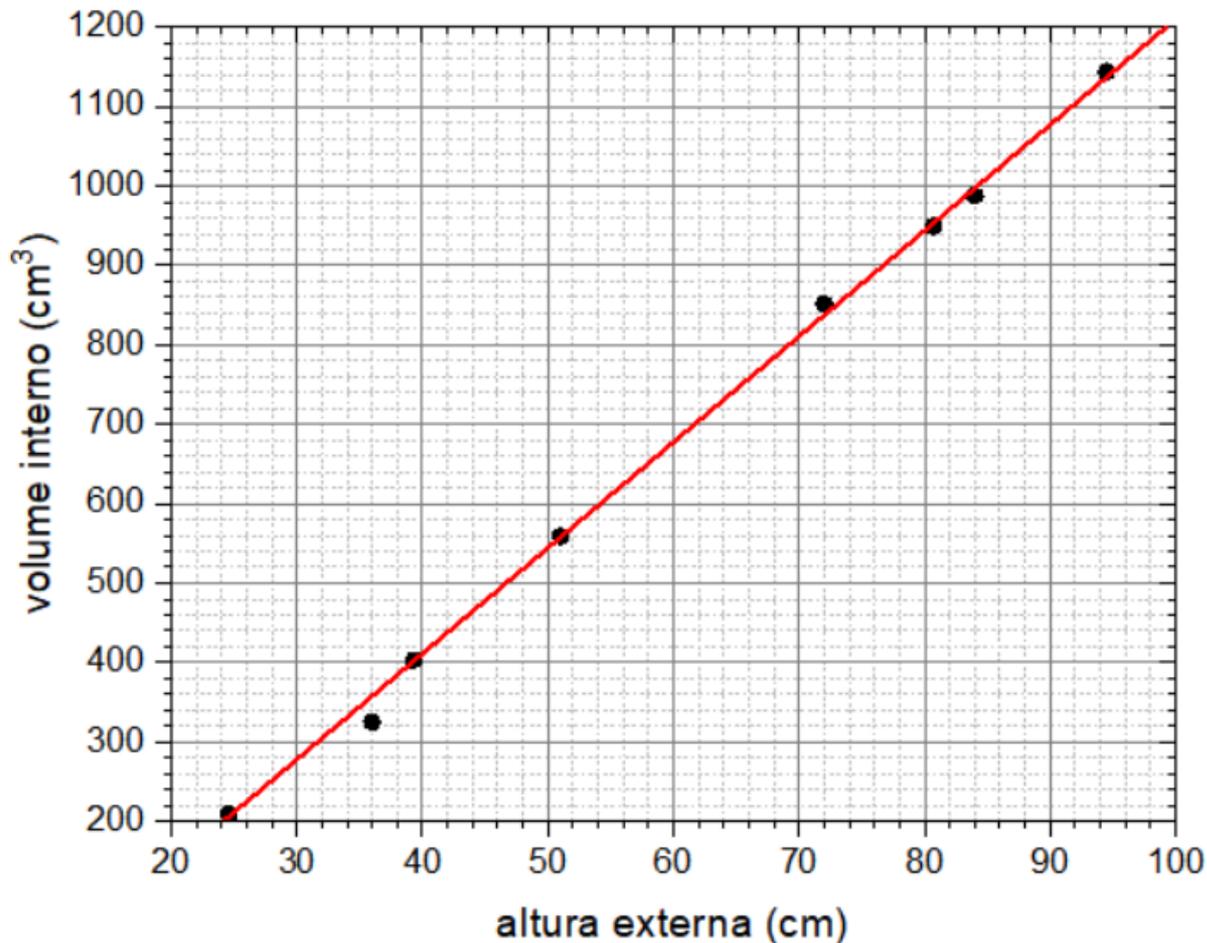


↑
Valor
inicial
da
escala

- 1) Calcular valor da escala com múltiplos de 10 para 1, 2 ou 5. Considere o intervalo total das medidas (valor máximo e mínimo)
- 2) Posicionar o valor do ponto na escala

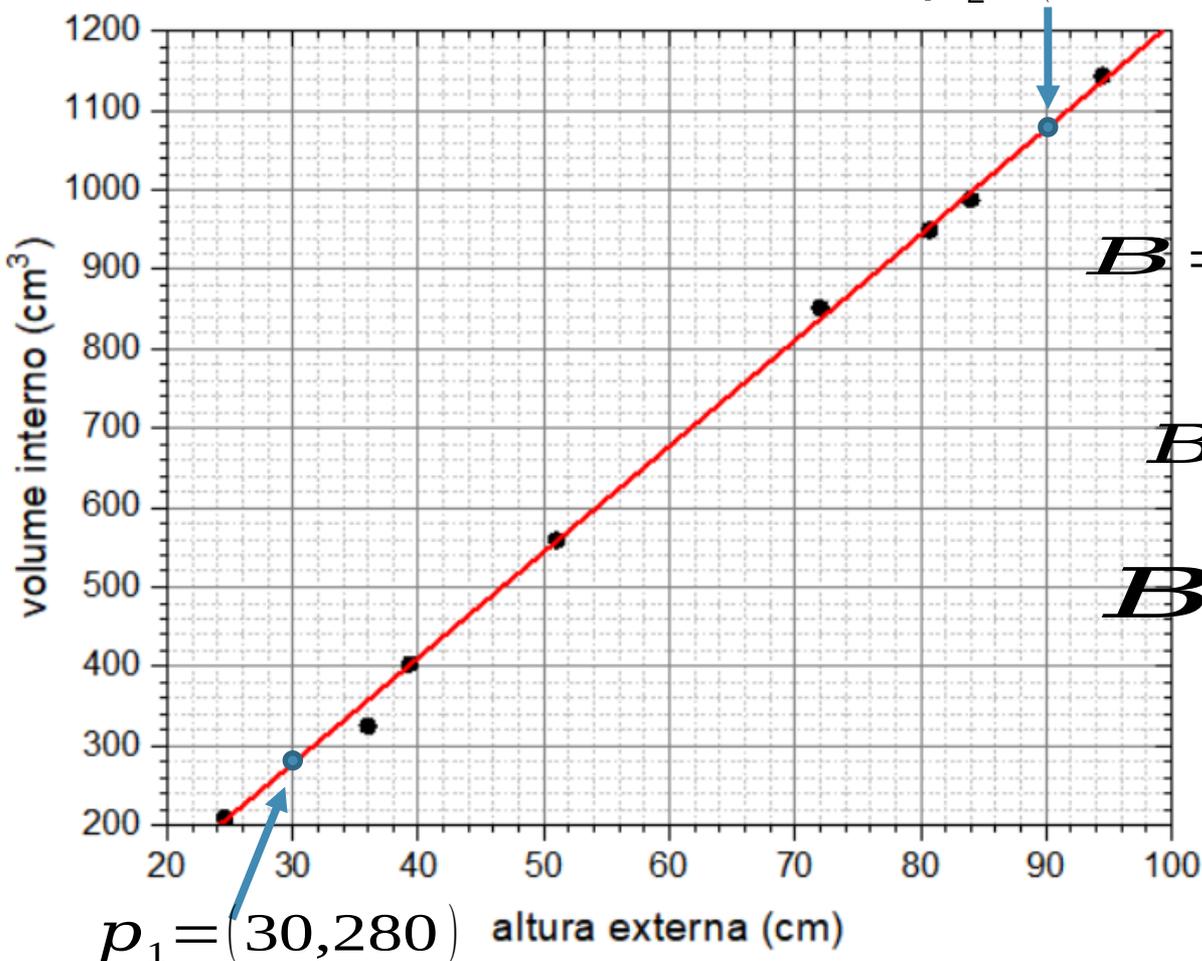
Exercícios em aula

- O volume interno de diversos cilindros e sua altura externa foram medidos para um conjunto de cilindros produzidos a partir de um mesmo tubo. Este gráfico mostra a variação dessas duas grandezas. Obtenha o coeficiente angular da reta vermelha do gráfico



Exercícios em aula

- O volume interno de diversos cilindros e sua altura externa foram medidos para um conjunto de cilindros produzidos a partir de um mesmo tubo. Este gráfico mostra a variação dessas duas grandezas. Obtenha o coeficiente angular da reta vermelha do gráfico



Escolher dois pontos na
reta vermelha afastados
um do outro

$$B = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$B = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{1080 - 280}{90 - 30}$$

$$B = 13,3 \text{ cm}$$

Tema do experimento de hoje: Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

- Hipótese sobre o movimento de um corpo em queda livre:

◦ Um corpo em queda está sob a influência de uma força constante, a força da gravidade, portanto se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

◦ O que leva às equações para velocidade e posição:

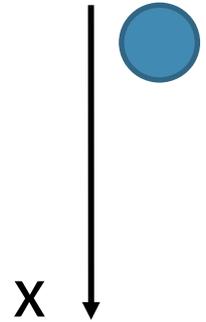
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$
$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

Hipótese sobre o movimento de queda livre

- Observando o movimento na direção vertical (eixo-x orientado para baixo) pode-se abandonar a notação vetorial:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

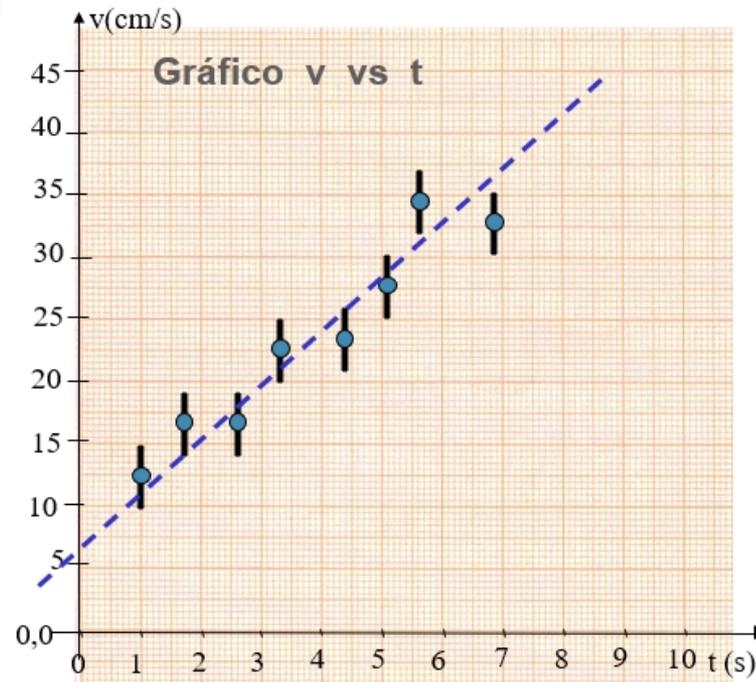


- **corolário:** a velocidade média num intervalo de tempo coincide com a velocidade instantânea no centro do intervalo de tempo:

$$v(t_1, t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

Como podemos verificar esse modelo?

- Estudando o movimento de queda de um objeto:
 - Medidas de posição em função do tempo
 - Verificando se a velocidade $v(t)$ apresenta uma dependência linear com o tempo t , isto é, , através do gráfico v vs t .



Atividade prática

Procedimento Experimental

- Medir o movimento de queda de um objeto usando:
 - um corpo em forma oval com um anel condutor a sua volta;
 - um trilho com dois fios condutores;
 - um eletroímã que segura o corpo no topo do trilho;
 - um faiscador que gera faíscas entre o anel condutor do corpo em queda e os fios do trilho a cada **1/60 segundos** (frequência da rede elétrica);
 - uma fita que permite registrar as faíscas.

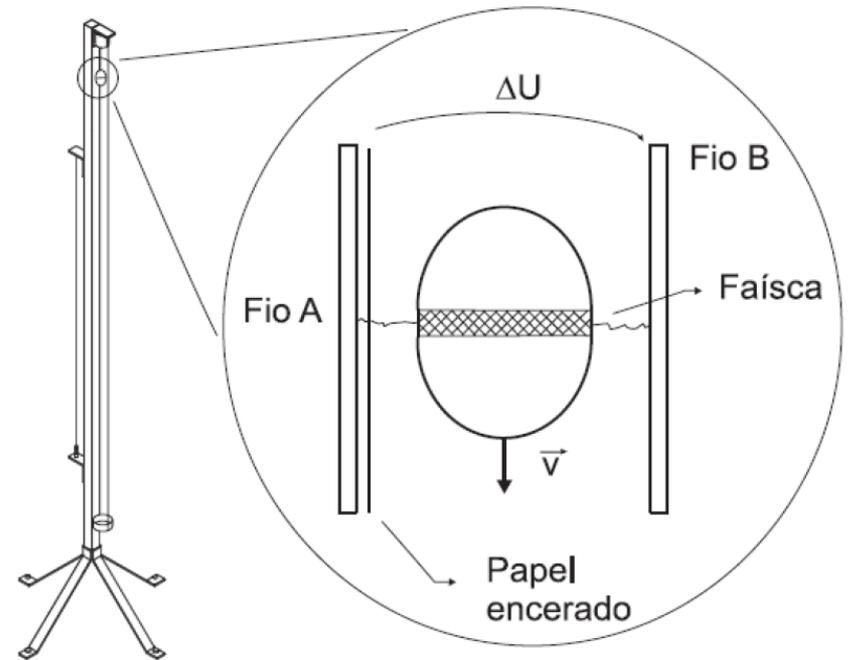


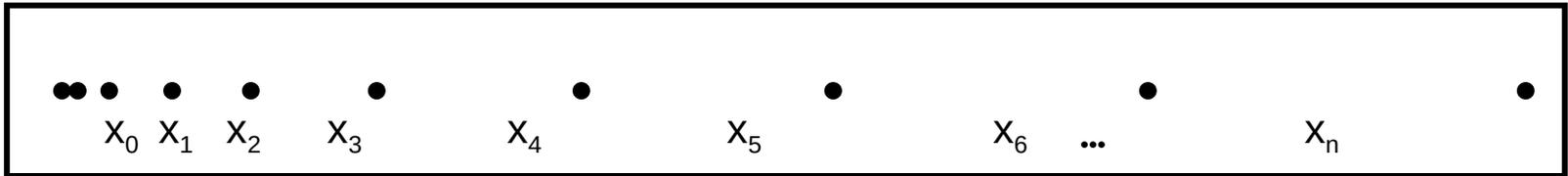
Figura 5.1: equipamento utilizado para o estudo da queda do corpo. As faíscas provocadas pelos pulsos de alta tensão entre os dois fios marcam um papel encerado.

Cuidados durante as medidas

- Alinhar o trilho na vertical (usar o fio de prumo);
- colar bem a fita na lateral do trilho, com seu lado mais brilhante para fora;
- verificar imediatamente após a medida, se os pontos foram marcados;
- **MUITO CUIDADO** com choques elétricos.
- **DESLIGAR** o faiscador após a medida!!!

Resultado do Experimento

- Que dados obtivemos?
 - Posição em função do tempo.

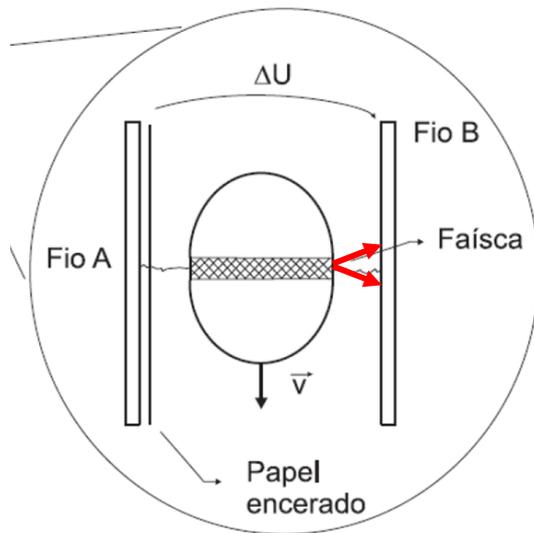


Incertezas na posição

- Não há garantia que a faísca que marcou a fita saiu exatamente na perpendicular



imprecisão na posição do corpo em queda.



Incerteza na posição - metade do diâmetro da mancha

Análise de dados - Comparação com o modelo

- Modelo de queda livre: $v(t) = v_0 + g \cdot t$
- Dados: $x(t)$
- Comparação:
 - Precisamos obter a velocidade instantânea em função do tempo $v(t)$

Como podemos calcular a velocidade do objeto em cada instante (t_n)?

- A velocidade média entre dois pontos é dada por:

$$v_{\text{média}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

≡ x é a distância entre esses dois pontos
 t é o intervalo de tempo que o objeto levou para ir do primeiro para o segundo ponto

- A velocidade instantânea para um corpo que se move a aceleração constante é dada por:

$$v_i(t') = v_{\text{média}}$$

$$t' = (t_i + t_f) / 2 = t_{\text{medio}}$$

Análise de dados - comparação com o modelo

- Portanto, precisamos obter da fita marcada:

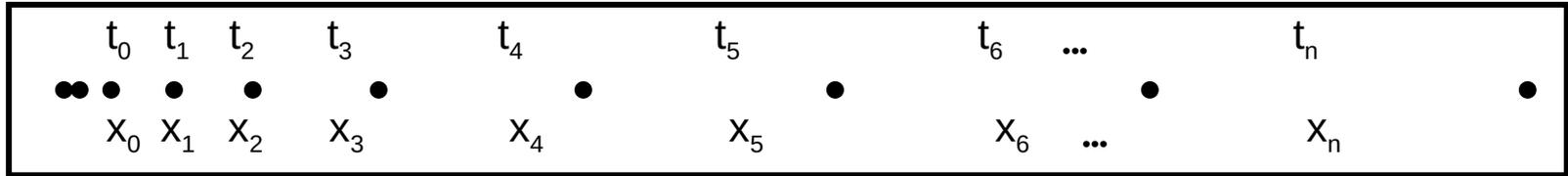
$$\Delta x = x_{n+1} - x_{n-1}$$

- que leva a:

no instante $t_{\text{médio}}$

Análise dos dados: Tempo

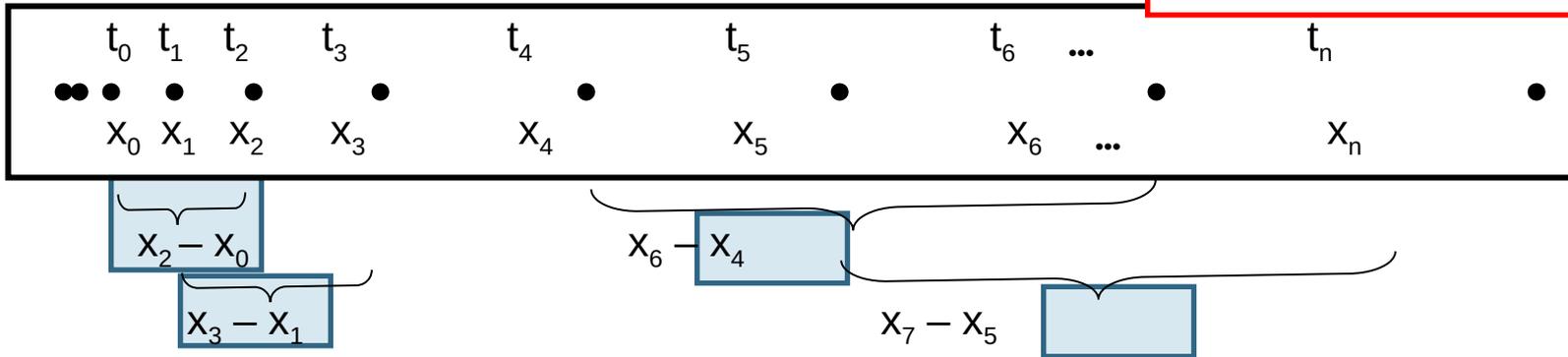
- Dados: Posição em função do tempo.



- Como determinar o tempo (ou instante) de cada posição?
 - Escolher $t=0$ e usar a frequência da rede ($1/60$ s).
- Vamos trabalhar com o tempo em unidades de $1/60$ s.
 $1 \text{ ut} = \frac{1}{60} \text{ s}$
- Conversão para segundos **SÓ NO FINAL** de toda a análise!

Análise de dados: ΔX

Cada ponto usado
uma só vez para
EVITAR CORRELAÇÃO !



- Construir a tabela:

Tabela 1: Medidas das posições do corpo em função do tempo e medidas das distâncias percorridas em intervalos ΔT .

Medidas		Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo (1/60 s)	Posição (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(2/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)
0		0 - 1					
1				0 - 2		1 - 2	
2		2 - 3		1 - 3			
3						3 - 4	
4		4 - 5					
5				4 - 6		5 - 6	
6		6 - 7		5 - 7			

Análise de dados

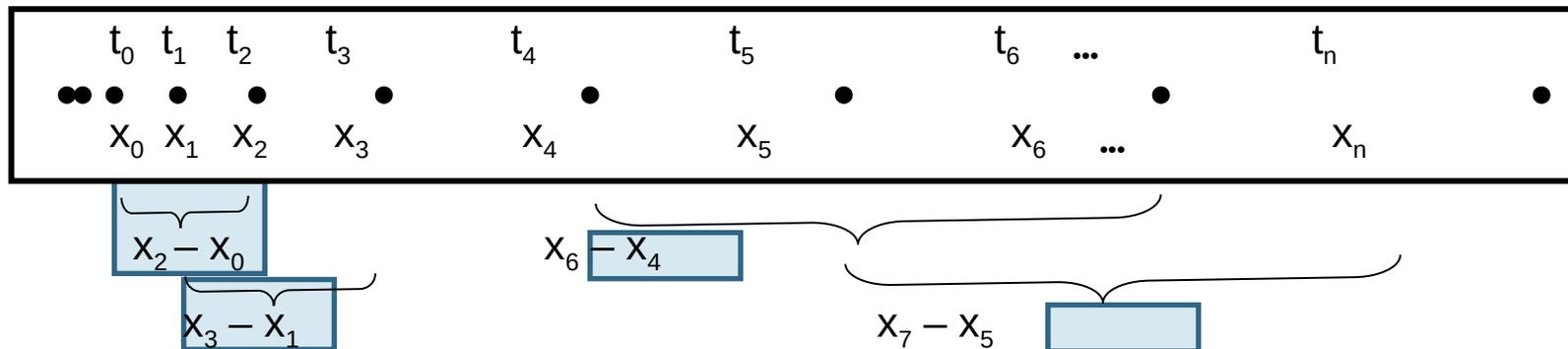


Tabela 2. Velocidade do elipsoide em função do tempo, para cada aluno

Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)

Análise de dados - incertezas

- Devemos considerar uma incerteza em $t_{\text{médio}}$?
- Qual é a incerteza no intervalo de tempo $\equiv t =$?
 - Propagação incerteza do tempo
- Qual é a incerteza em $\equiv x =$?
 - Propagação incerteza da posição
- Qual é a incerteza na velocidade ?
 - Propagação Δx e Δt

$$\frac{\sigma_v}{v} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} = \frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}$$

Valor frequência muito precisa

Atividades do guia 4-1

- Obter os dados de deslocamento da fita. Colocar os valores das medidas no guia e na planilha online:

- link da planilha:

https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share_link

- Construir a tabela de velocidade em função do tempo. Não esquecer as incertezas
- Fazer o gráfico de velocidade em função do tempo (Cada aluno faz o seu gráfico com seus dados!)
- Avaliar g e v_0
- Comparar com valores esperados

Análise Gráfica

- O parâmetro a (v_0) é coerente com um movimento que se iniciou no repouso? Quantas faíscas você desprezou para iniciar a escala de tempo ($t=0$)? Como avaliar se v_0 está dentro do esperado?
- E b é compatível com o valor da aceleração da gravidade? O IAG obteve o valor de $978,622 \text{ cm/s}^2$ para a aceleração da gravidade fazendo uma medida bastante precisa.

Para a próxima aula (12/05):

- Entrega do Guia 4.1 (um por grupo)
- No moodle (aba Experimento # 4- Queda livre):
 - Exercício individual (até dia 12/05).