

# Introdução às Medidas em Física

(Turma 43)

Aula 10 16/06/2023

Gisell Ruiz Boiset

[gisell@if.usp.br](mailto:gisell@if.usp.br)

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 209

Material preparado com base no material gentilmente cedido pela Prof. Dr. Ricardo Andrade Terini

- **Objetivos:**

- **Medidas de temperatura**

- Estudar o **resfriamento** de uma solução de glicerina aquecida.  
Aprender a utilizar **termopares** para medidas de temperatura.

- **Análise de dados**

- Verificar um **decaimento exponencial**.

- Empregar escala **mono-logarítmica** para linearização de gráficos.

- Extrair empiricamente uma lei física através de análise gráfica de dados.

- **Experiência 6: Resfriamento de um líquido**

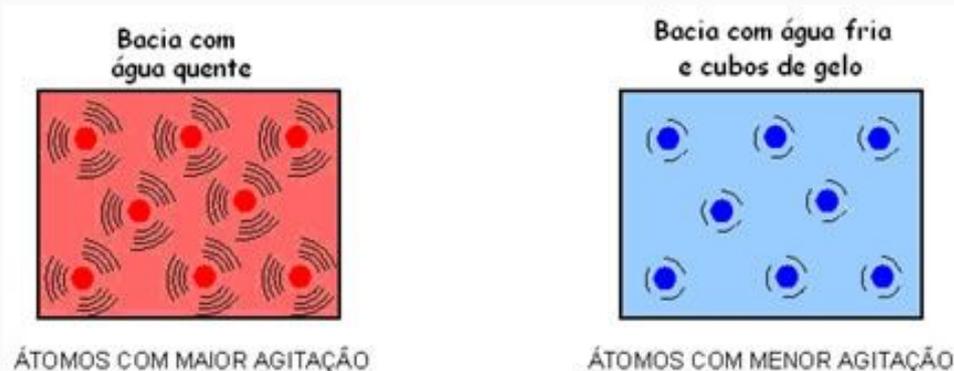
# Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
  - Experiência VI (Aula 10): Resfriamento de um líquido
  - Capítulo IV: Interpretação gráfica de dados
  
- Aba Material Didático/Arquivos 2023:
  - Manuais dos termopares que serão utilizados

# Termodinâmica - Conceitos Básicos

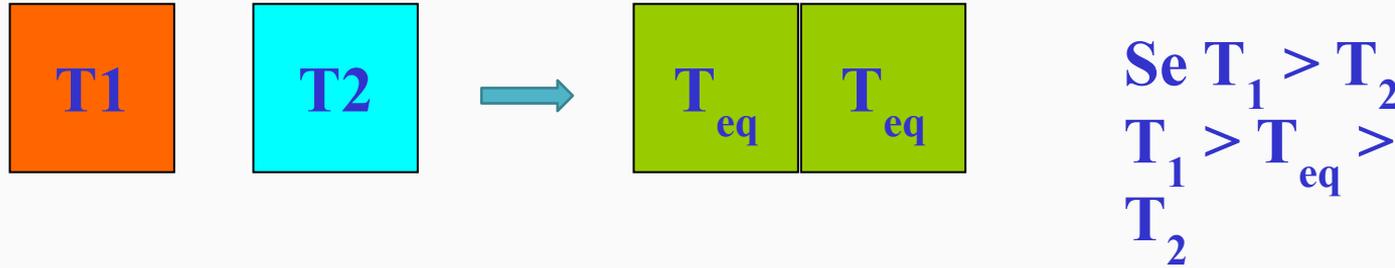
## Temperatura

- **É a medida do grau de agitação das moléculas ou átomos de uma substância.** A temperatura é uma medida da energia cinética média (de rotação, translação ou vibração) das moléculas/átomos de um corpo ou substância.
- A temperatura de um corpo pode ser modificada por **troca de calor ou por realização de trabalho** → assim, produzem mudanças na energia cinética de moléculas.



# Lei Zero da Termodinâmica

Dois corpos inicialmente a temperaturas diferentes, quando colocados em contato por um tempo suficiente chegam a um estado final em que a temperatura de ambos se iguala. Esse estado é chamado de **equilíbrio térmico**.



- Se um dos corpos é um **reservatório térmico**, o corpo inicialmente mais quente que o reservatório perde calor para ele até que sua temperatura iguale a do reservatório.
- **Portanto, um objeto mais quente que a temperatura ambiente, irá perder calor para o ambiente até igualar sua temperatura com o mesmo.**

# Lei de Resfriamento

## Objetivo do experimento:

Estudar o **processo de resfriamento até a temperatura ambiente**, de um corpo aquecido a uma determinada temperatura  $T$ .

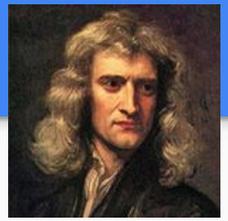
- Como deve ser a variação da temperatura?

...Linear ou conforme outra função matemática?

Inicialmente, na ausência de um modelo teórico, iremos estabelecer uma função de maneira empírica.

- Medir a Variação da temperatura em função do tempo
- Ajuste dos dados experimentais

# Lei de Resfriamento de Newton (1701)



## Hipóteses:

A **taxa de troca de calor** entre um corpo e o ambiente (reservatório a  $T_R$  constante) é proporcional à **diferença de temperatura** entre o corpo e o ambiente.



$$\frac{dQ}{dt} = cte \cdot (T - T_R)$$

A quantidade de calor é proporcional à variação da temperatura ( $Q = C \cdot \Delta T$ ); assim, espera-se que também a **taxa de variação de temperatura seja proporcional a  $\Delta T$** :

$$\frac{d(T - T_R)}{dt} = \frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{1}{\tau} (T - T_R)$$

A constante  $\tau$  tem unidade de **tempo**, e depende do **formato** e do **material** do corpo.

# Lei de Resfriamento de Newton

## Consequências:

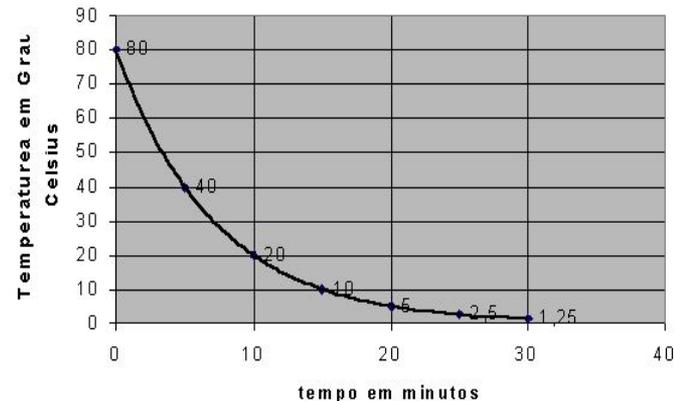
Espera-se, então, que a temperatura caia exponencialmente no tempo:

$$\Delta T = (T - T_R) = \Delta T_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\Delta T_0$  - diferença inicial de temperatura entre o líquido e o ambiente.

- Propriedades de exponenciais decrescentes com tempo:  
o tempo necessário para diminuir de uma certa fração é fixo;  
o instante inicial não importa;  
a derivada é exponencial.

Grafico Temperatura - tempo

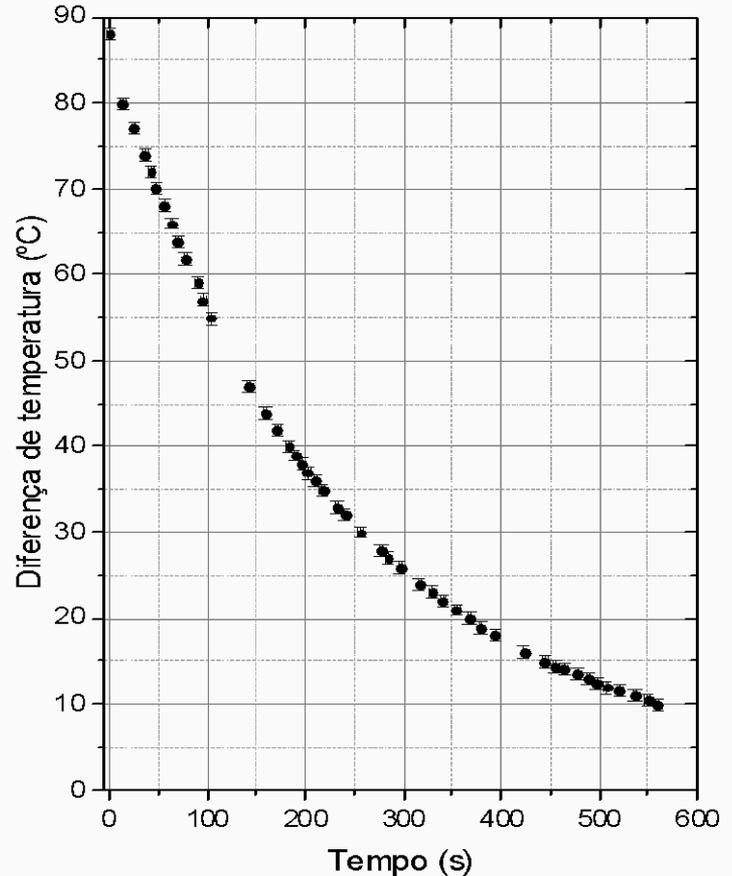


# Análise de Dados

Como analisar uma dependência que claramente não é linear?

A curva traçada pelos pontos experimentais não é uma reta.

**Qual é essa função?**



## Quando aplicamos logaritmo?

$$Y = 10^{x_1}$$

$$x_1 = \log_{10} Y$$

$$Y = 2^{x_2}$$

$$x_2 = \log_2 Y$$

$$Y = e^{x_3}$$

$$x_3 = \log_e Y = \ln Y$$

## Algumas propriedades (qualquer base)

$$\log(A.B) = \log A + \log B$$

$$\log A^B = B \log A$$

**Detalhe:**  $\log_{10}(10.X) = \log_{10} 10 + \log_{10} X = 1 + \log_{10} X$

Tentativa: função exponencial (muito comum em fenômenos semelhantes a este) :

$$T(t) - T_{\text{ambiente}} = C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$$

onde  $C_0$  e  $\mu$  são parâmetros da função.

## Como verificar?

Linearizando a função:

$$\log(T(t) - T_{\text{ambiente}}) = \log(C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t})$$

$$\log(T(t) - T_{\text{ambiente}}) = \log(C_0) + \log(e^{-\mu \cdot t})$$

$$\log(T(t) - T_{\text{ambiente}}) = \log(C_0) - \mu \cdot t \cdot \log(e)$$

$$\therefore \log(T(t) - T_{\text{ambiente}}) = a' + b' \cdot t$$

$$\text{sendo, } a' = \log(C_0) \text{ e } b' = -\mu \cdot \log(e)$$

# Análise de Dados

Então, caso seja verdade que:  $T(t) - T_{\text{ambiente}} = C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$

∴ Gráfico  $\log(T(t) - T_{\text{ambiente}})$  x  $t$  deve ser uma reta

$$\log(T(t) - T_{\text{ambiente}}) = \log(C_0) - \mu \cdot \log(e) \cdot t$$

$$y = a' + b' \cdot x$$

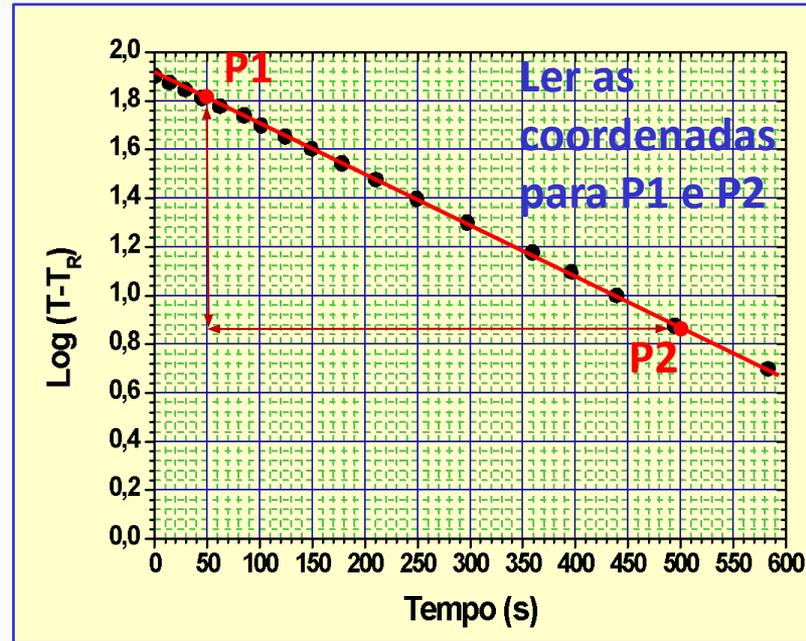
- coeficiente linear ( $a'$ ) –

$(\log(\Delta T)), \text{ para } (t) = 0$

$$a' = \log(C_0) \quad C_0 = 10^{a'}$$

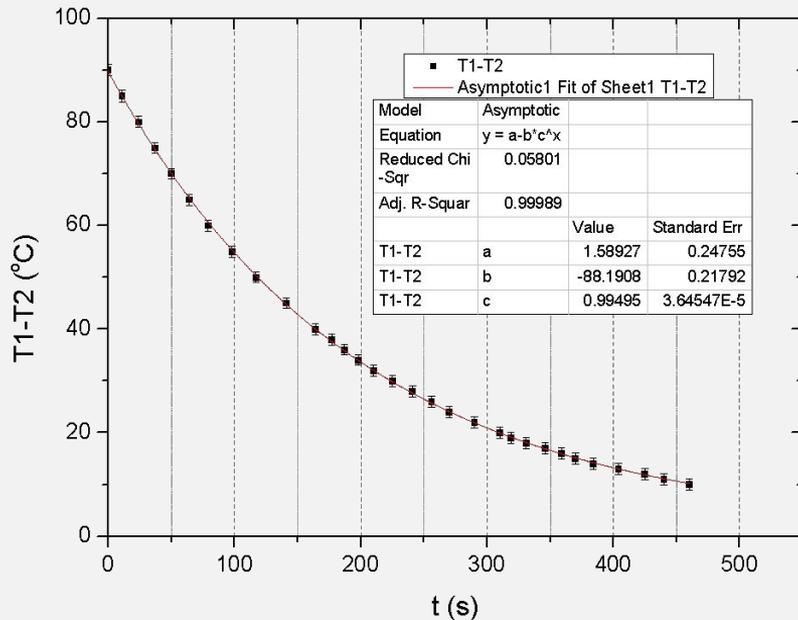
- coeficiente angular ( $b'$ ) – inclinação reta

$$b' = \frac{\log(\Delta T(t_2)) - \log(\Delta T(t_1))}{t_2 - t_1} = -\mu \log(e) \Rightarrow \mu = -\frac{b'}{\log(e)}$$

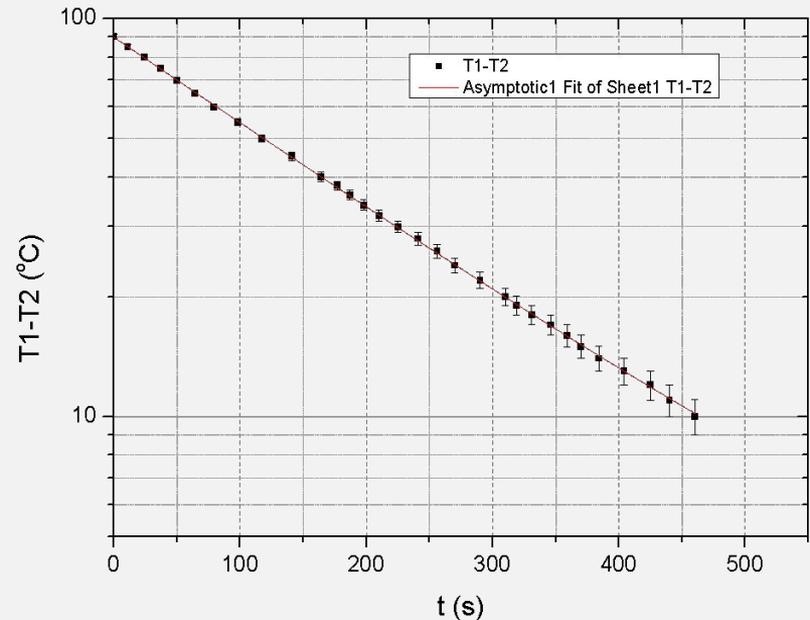


# Análise de Dados

Exemplo: Gráfico da diferença de temperatura em relação ao ambiente  $\times$  tempo:  $(T(t) - T_{ambiente}) \times t$



Escala linear



Escala logarítmica (base 10)

# Escala Logarítmica

A fim de facilitar a construção desse gráfico:

## Papel monolog

*o eixo-y é construído de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico*

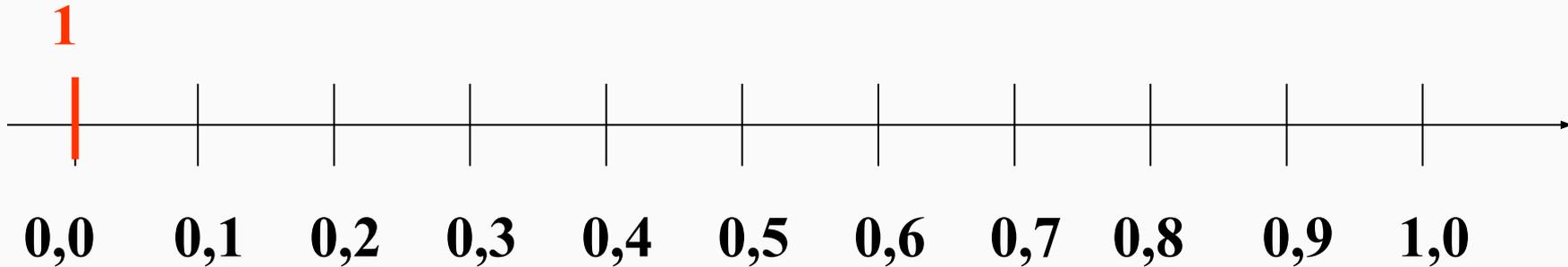


# Escala Logarítmica

A fim de facilitar a construção desse gráfico:

## Papel monolog

*o eixo-y é construído de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico*



$\text{Log}(1)=0,0$

Escala milimétrica

# Escala Logarítmica

A fim de facilitar a construção desse gráfico:

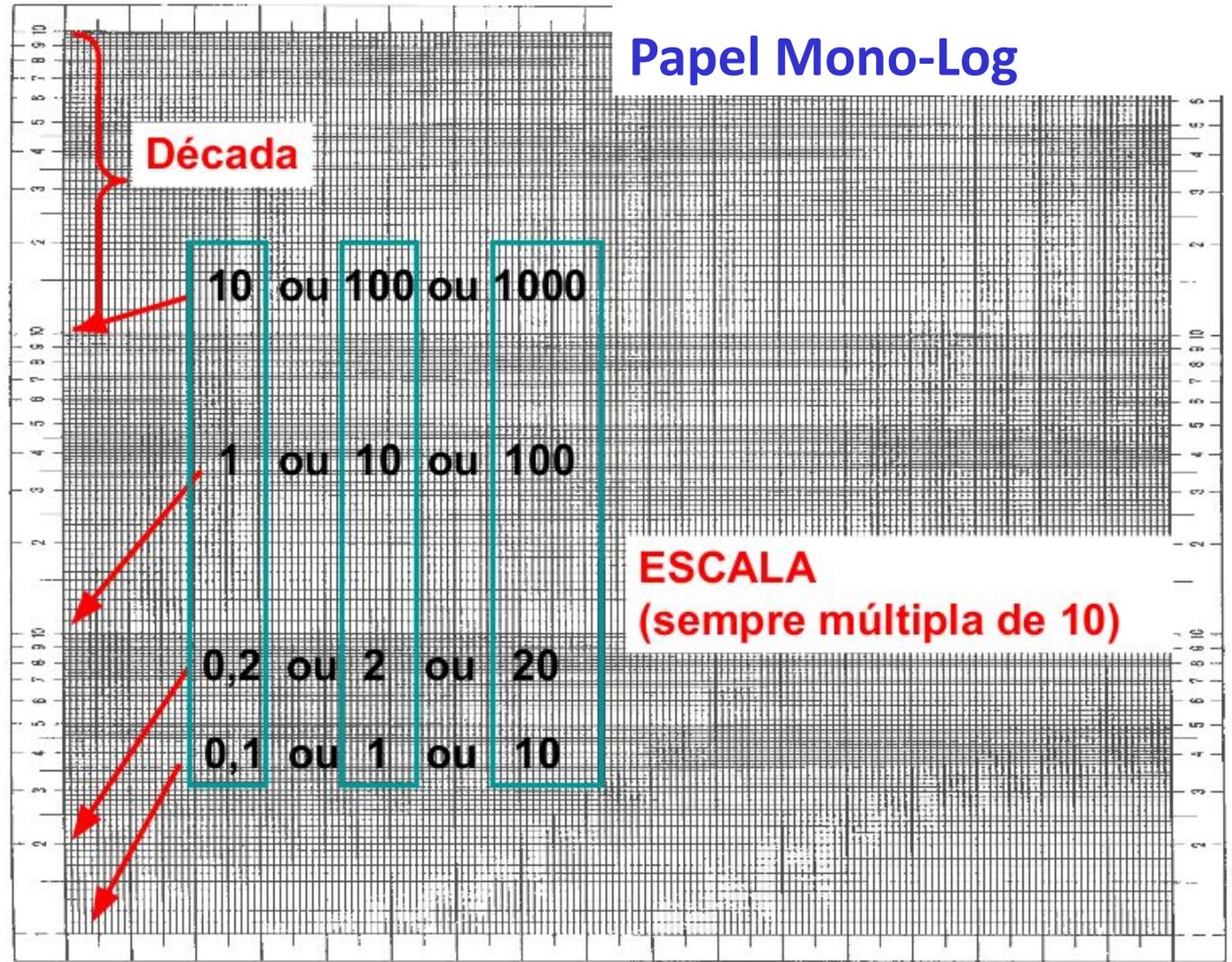
## Papel monolog

*o eixo-y é construído de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico*





# Papel Mono-Log



# Análise de dados com papel monolog

Modelo de Newton:

$$\Delta T = (T - T_R) = \Delta T_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\therefore \log(\Delta T) = \log(\Delta T_0) + \left(-\frac{t}{\tau}\right) \log(e)$$

$$Y = a + bt \dots \text{com } Y \equiv \log(\Delta T),$$

$$a \equiv \log(\Delta T_0), b \equiv \frac{-\log(e)}{\tau}$$

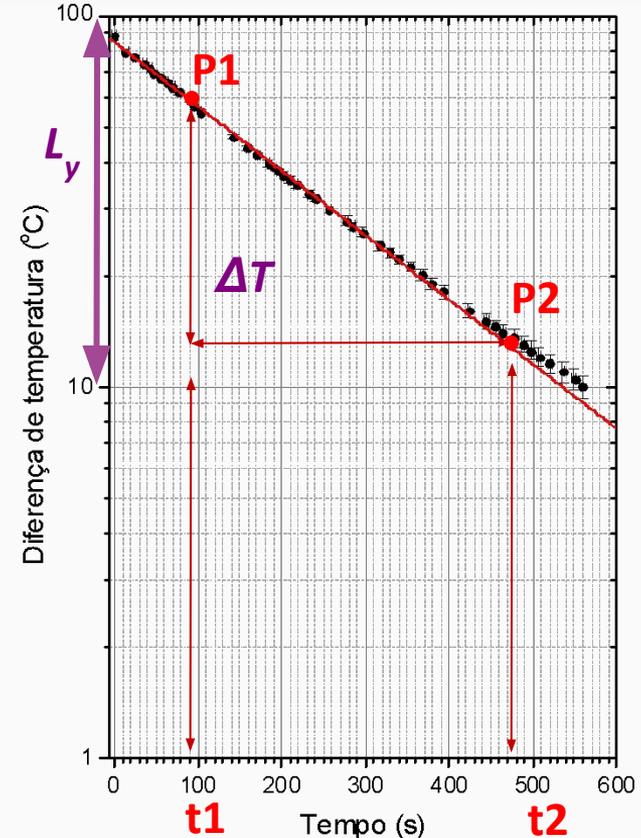
Além disso:

- diferenças de logaritmos  
podem ser obtidas com régua!

$$b' = \frac{\log(T(t_2)) - \log(T(t_1))}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta T / L_y}{t_2 - t_1}$$

Para  $\log(T)$  mede-se com régua (na vertical):

$L_y$  é a unidade (mm) e  $\Delta T$  é a distância (mm) P1 – P2



Para  $t_1$  e  $t_2$ : ler as coordenadas 19

# Exercício de classe

## Cálculo dos valores de log

Número	Valor calculado (log x)	Valor lido milimetrado
0,754	<input type="text"/>	<input type="text"/>
7,54	<input type="text"/>	<input type="text"/>

A subtração dos dois valores lidos é compatível com a subtração dos dois valores calculados?

Sim

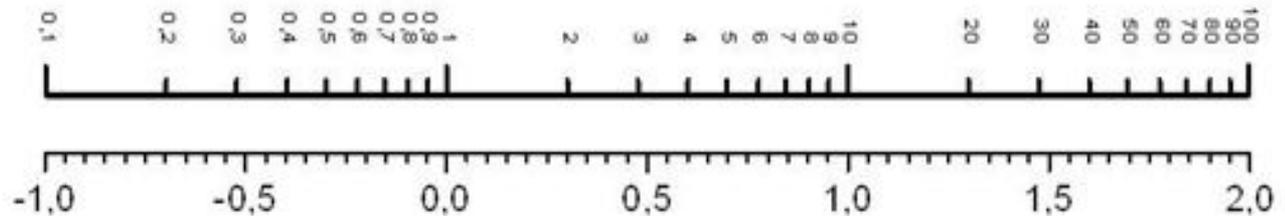
Não

## Colocar ponto na escala log

Obs:

- 1) o valor calculado deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) o valor lido deve ser escrito com o número de algarismos significativos coerentes com a escala.

## Fazer leitura na escala linear



# Exercício de classe

## Cálculo dos valores de log

## Colocar ponto na escala log

## Fazer leitura na escala linear

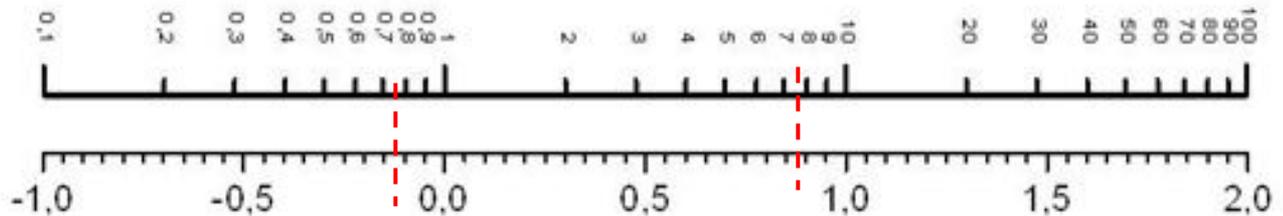
Número	Valor calculado (log x)	Valor lido milimetrado
0,754	-0,123 ✓	-0,15 ✓
7,54	0,877 ✓	0,85 ✓

A subtração dos dois valores lidos é compatível com a subtração dos dois valores calculados?

Sim ✓

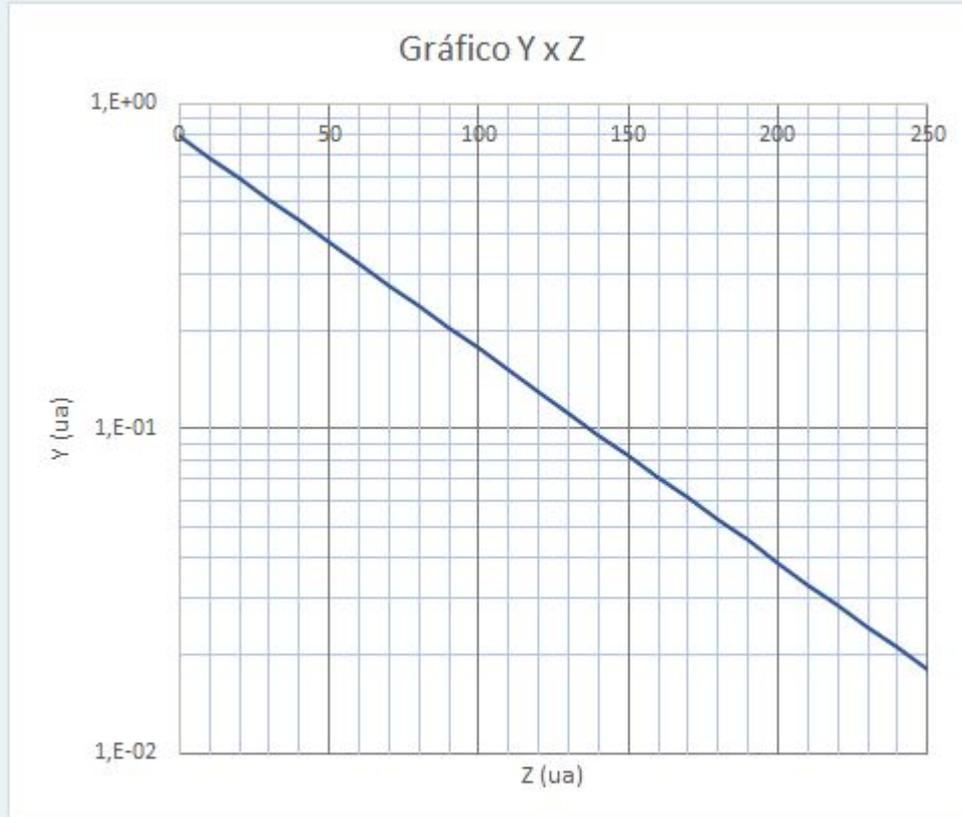
Obs:

- 1) o valor calculado deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) o valor lido deve ser escrito com o número de algarismos significativos coerentes com a escala.



# Exercício de classe

Leia no gráfico monolog abaixo o valor de Y correspondente ao valor de  $Z = 200$ .  
Escreva a resposta com dois significativos.



**Posicionar ponto**

**Ler coordenada (Y)**

# Exercício de classe

Leia no gráfico monolog abaixo o valor de Y correspondente ao valor de Z = 200.  
Escreva a resposta com dois significativos.



**Posicionar ponto**

**Ler coordenada (Y)**

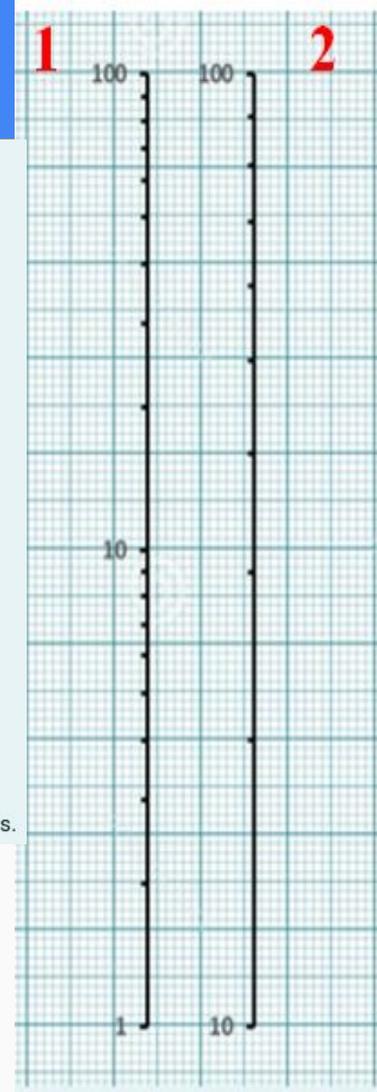
# Exercício de classe

Valores		Teórico
y2	y1	$\log(y2) - \log(y1)$
95,2	30,0	<input type="text"/>

	Medidas régua		Valor calculado
	1 década	$\log(y2) - \log(y1)$	$\log(y2) - \log(y1)$
Escala 1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Escala 2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Obs:

- 1) o valor teórico deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) Devido a dificuldade de posicionar o valor na escala logarítmica, avalie a leitura na régua com a precisão de milímetros.



# Exercício de classe

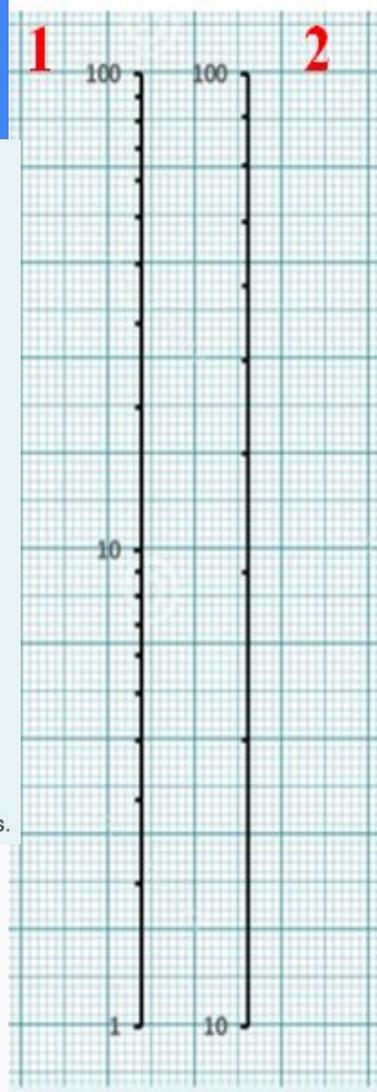
Valores		Teórico
y2	y1	$\log(y2) - \log(y1)$
95,2	30,0	<input type="text"/>

	Medidas régua		Valor calculado
	1 década	$\log(y2) - \log(y1)$	$\log(y2) - \log(y1)$
Escala 1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Escala 2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Obs:

- 1) o valor teórico deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) Devido a dificuldade de posicionar o valor na escala logarítmica, avalie a leitura na régua com a precisão de milímetros.

## Calculadora



# Exercício de classe

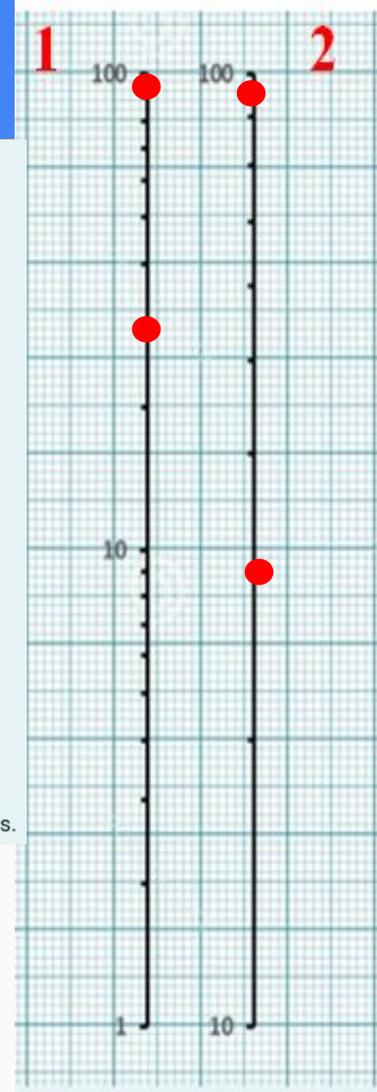
Valores		Teórico
y2	y1	$\log(y2) - \log(y1)$
95,2	30,0	<input type="text"/>

	Medidas régua		Valor calculado
	1 década	$\log(y2) - \log(y1)$	$\log(y2) - \log(y1)$
Escala 1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Escala 2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Obs:

- 1) o valor teórico deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) Devido a dificuldade de posicionar o valor na escala logarítmica, avalie a leitura na régua com a precisão de milímetros.

## Coloca pontos nas duas escalas



# Exercício de classe

Valores		Teórico
y2	y1	$\log(y2) - \log(y1)$
95,2	30,0	<input type="text"/>

	Medidas régua		Valor calculado
	1 década	$\log(y2) - \log(y1)$	$\log(y2) - \log(y1)$
Escala 1	<input type="text" value="u"/>	<input type="text" value="v"/>	<input type="text" value="v/u"/>
Escala 2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

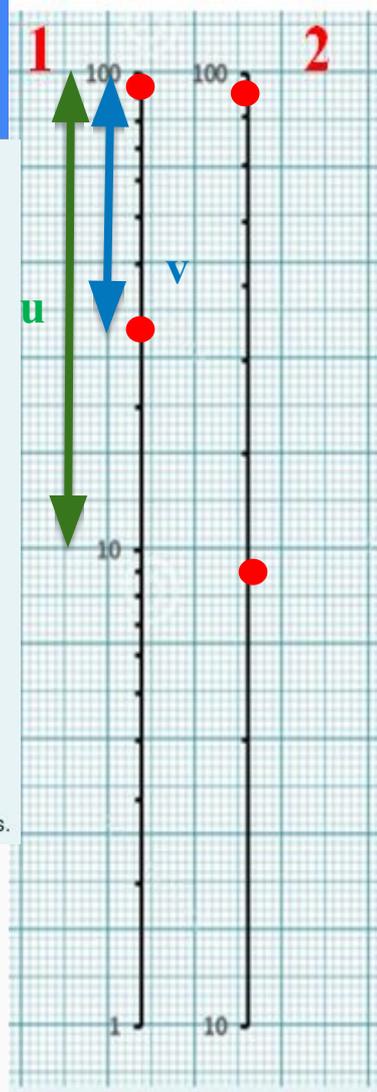
Obs:

- 1) o valor teórico deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) Devido a dificuldade de posicionar o valor na escala logarítmica, avalie a leitura na régua com a precisão de milímetros.

**Usar escala milimetrada (como régua)**

**Distância dos pontos**

**Distância de uma década**



# Exercício de classe

Valores		Teórico
y2	y1	$\log(y2) - \log(y1)$
95,2	30,0	<b>0,502</b>

	Medidas régua		Valor calculado
	1 década	$\log(y2) - \log(y1)$	$\log(y2) - \log(y1)$
Escala 1	<b>3,95</b>	<b>2,00</b>	<b>0,50</b>
Escala 2	<b>7,95</b>	<b>4,00</b>	<b>0,50</b>

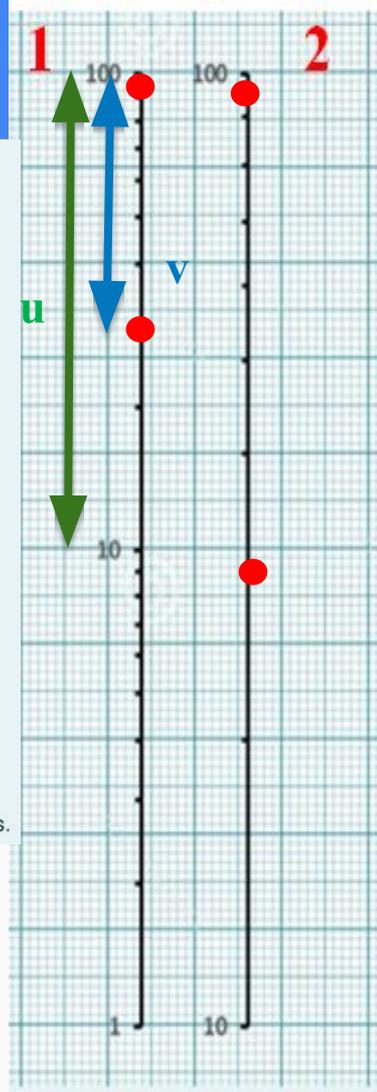
Obs:

- 1) o valor teórico deve ser escrito com três casas depois da vírgula
- 2) Devido a dificuldade de posicionar o valor na escala logarítmica, avalie a leitura na régua com a precisão de milímetros.

**Usar escala milimetrada (como régua)**

**Distância dos pontos**

**Distância de uma década**



# Medida de temperatura

- A **temperatura** de um sistema é medida através do registro de uma grandeza (*fenômeno físico*) cuja dependência com a temperatura é conhecida.
- O termômetro mais comum é o de **coluna de mercúrio** (ou de **álcool**). Fenômeno físico usado: é a **dilatação volumétrica de líquidos** quando são aquecidos.
  - O comprimento da coluna do líquido é acoplada a uma escala graduada e calibrada de temperatura.



Termômetro de  
Álcool



Termômetro de  
Mercúrio



Termômetro  
Digital

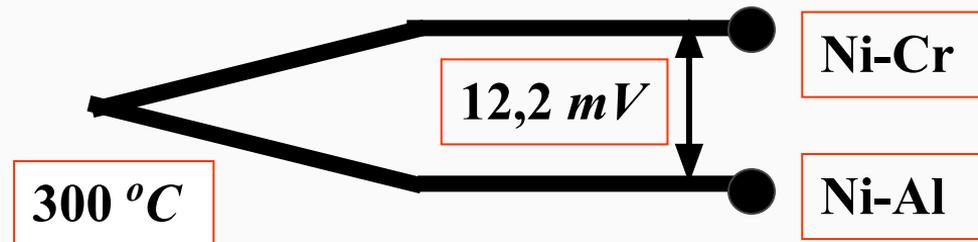


# Medida de temperatura: Termopar

- **Termopar** é um termômetro cujo princípio reside no fato de que a eletronegatividade de metais depende da temperatura de forma diferente para cada metal.
- Assim, se as pontas da junção de dois metais diferentes estiverem em temperaturas distintas, haverá a produção de uma **diferença de potencial**, que é mensurável e se relaciona com a temperatura. (**Efeito termoelétrico**)
  - Descoberto em **1822** pelo físico **Thomas Seebeck** (Estônia).



Um dos tipos de termopar mais populares é o **tipo K**, composto pela junção das ligas de **níquel-cromo** e **níquel-alumínio**.



# Atividade prática

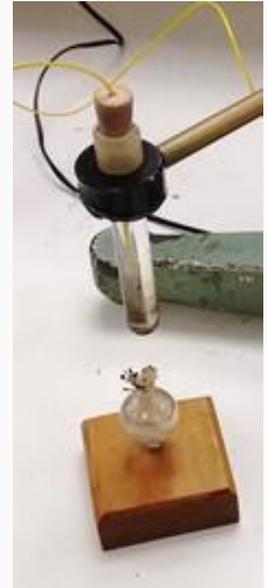
# Experimento

- **Vamos estudar o resfriamento da glicerina**

**Material:** Tubo de ensaio com glicerina + lamparina + 2 termopares acoplados a multímetro específico (no modo  $T_2 - T_1$ ) + cronômetro.

- **Procedimento geral:**

- (com lamparina) **Aquecer** cuidadosamente o tubo de ensaio com glicerina e um termopar.
- Colocá-lo para **esfriar** dentro de um cilindro no qual há um fluxo de ar constante, em que há outro termopar **fixado externamente**.
- **Medir** diretamente a **diferença de temperatura em função do tempo**.



# Experimento (Medidas)

- Posicionar os dois termopares: **um na lateral do cilindro (cooler) e outro dentro do tubo.**

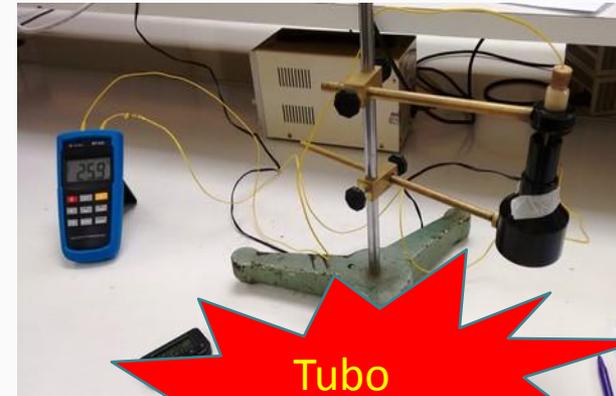
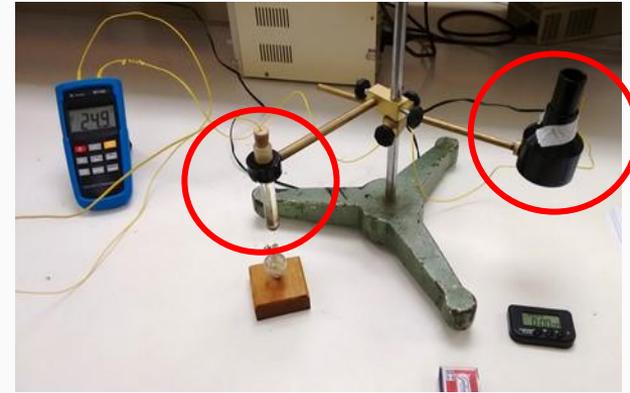
Antes de iniciar o aquecimento, verificar a altura da glicerina no tubo de ensaio e **posicionar o termopar na metade** dessa altura.

- Aquecer o tubo de ensaio até que  $(T_{\text{glic}} - T_R)$  seja  **$\sim 95^\circ\text{C}$** .

*Aquecer intermitentemente.*

- Inserir o tubo de ensaio no cilindro de resfriamento (**previamente ligado**).

Evite encostar o tubo nas paredes e no fundo do cilindro.



**Tubo  
quente !!!**

# Experimento (Medidas)

- Medir a diferença de temperatura ( $\Delta T = T_{\text{glic}} - T_R$ ) para vários instantes de tempo, **no resfriamento (modo T1-T2)**.
  - **Dispare o cronômetro** quando  $\Delta T$  chegar a **90°C**, no resfriamento.
  - **Prepare uma tabela** e **anote** o valor do tempo:
    - **de 5 em 5°C até 40°C**
    - **de 2 em 2°C até 20°C**
    - **de 1 em 1°C até 10°C**



Colocar os dados na planilha:

[https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share_link)

T(°C)	t(s)
90	0
85	...
...	...

1. **Gráficos de temperatura × tempo utilizando o papel monolog** *(em aula)*
  - Um por membro do grupo (dividindo os dados)
  - Extrair os parâmetros  $\Delta T_0$  e  $\tau$  de um ajuste de reta
2. **Gráfico de temperatura × tempo utilizando o papel milimetrado** *(em casa)*
  - Dados experimentais ( $\Delta T \times t$ ) + simulação de curva esperada usando os parâmetros  $\Delta T_0$  e  $\tau$  obtidos acima.

**Nos dois casos, cada aluno usa um conjunto diferente de dados no gráfico**

## Organização na apresentação

### Resumo

Propostas + métodos + resultados

### Introdução

Justificativa (Proposta), Objetivos, Parte teórica

**Procedimento/Arranjo experimental** - descrição simplificada

**Resultados e análise de dados** – completa (diretos/indiretos)

Tabelas, **incertezas com justificativas, cálculos.**

**Gráficos e ajustes de reta – derivação de expoentes e C**

### Discussão dos dados e Conclusão

**Comparações entre métodos ou valores teóricos.**

**Qualidade dos ajustes**

Críticas: método, resultados, incertezas

**Resposta às propostas apresentadas**

Referências bibliográficas

**Mais detalhes: Apostila de IMF, cap. V.**

# Para a próxima aula (23/06):

- No moodle (aba Experimento # 6 - Lei de resfriamento de Newton):
  - Exercício de casa - **Sexta de manhã** (até dia 23/06).
- Apostila do curso (página principal do moodle):
  - Capítulo VII - Cordas vibrantes
- Entrega do relatório – exp. 6. (um por grupo)

Gisell Ruiz Boiset

[gisell@if.usp.br](mailto:gisell@if.usp.br)

Bloco F – Conjunto  
Alessandro Volta – sl. 209

