



# Linhas de Transmissão - Parte 4b

Practice exercise 11.2

linha c/  $R = 30 \Omega/\text{km}$ ,  $L = 100 \text{ mH}/\text{km}$ ,  $G = 0$ ,  $C = 20 \mu\text{F}/\text{km}$   
 $f = 1 \text{ kHz}$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

a)  $Z_0 = ?$        $Z_0 = 70.25 \angle -1,367^\circ \Omega$

b) const. propagação?       $\gamma = 2.121 \times 10^{-4} + j 8.888 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

c) velocidade de fase?       $u = 7,069 \times 10^5 \text{ m/s}$   
 $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$        $u = \frac{\omega}{\beta} = f\lambda$

Exemplo 11.1

L.T. com  $Z_0 = 70 \Omega$  e const. fase  $\beta = 3 \text{ rad/m}$

$f = 100 \text{ MHz}$

calcule a indutância e a capacitância por unidade de comprimento.

considere linha sem perdas  $\Rightarrow \alpha = 0$

Sabemos q/ :  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  e  $Z_0 = 70 \Omega$       ①

$$\beta = \omega \sqrt{LC}$$
      ②

de ① :  $Z_0^2 C = L$       ③

de ② :  $\frac{\beta^2}{\omega^2 \cdot C} = L$       ④

③ = ④

$$C = \frac{\beta}{\omega Z_0}$$

$$C = 68,21 \text{ pF/m} \quad *$$

Coulomb  $[C] = [A \cdot s]$   
 $[\Omega] = [V/A]$

Farad  $[F] = [C/V]$

de ③ :

$$L = Z_0^2 C$$

$$L = 70^2 \cdot 68,21 \times 10^{-12} \quad \Omega^2 \cdot \frac{F}{m}$$

$$L = 334,23 \text{ nH/m} *$$

$$\frac{V \cancel{A}}{A^2} \cdot \frac{\cancel{A} s}{V \cdot m} = \frac{V s}{A \cdot m} \quad H$$

$$\text{Henry} \quad [H] = [V \cdot s / A]$$

$$[Wb] = [V \cdot s]$$

$$[J] = [Watt \cdot s]$$



Problem 2.1

HV2Ans Chapter 2

L.T. de comprimento  $l$ , com fonte senoidal de freq.  $f$ .

Supondo  $u = c$ , p/ qual situação abaixo a L.T. pode ser ignorada na solução do problema?

\* L.T. é ignorada quando  $l/\lambda \leq 0,01$

a)  $l = 20 \text{ cm}$        $f = 20 \text{ kHz}$

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{lf}{c} = \frac{(20 \times 10^{-2} \text{ m}) \cdot (20 \times 10^3 \text{ Hz})}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\frac{l}{\lambda} = 1,33 \times 10^{-5} \quad \Rightarrow \text{negligenciável.}$$

b)  $l = 50 \text{ km}$        $f = 60 \text{ Hz}$

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{lf}{c} = \frac{(50 \times 10^3 \text{ m}) (60 \text{ Hz})}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\frac{l}{\lambda} = 0,01 \quad (\text{no limite})$$

c)  $l = 20 \text{ cm}$        $f = 600 \text{ MHz}$

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{lf}{c} = \frac{(20 \times 10^{-2} \text{ m}) (600 \times 10^6 \text{ Hz})}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\frac{l}{\lambda} = 0,40 \quad \text{não negligenciável.}$$

## Problema 2.2

Calcule os parâmetros de L.T. R, L, G e C  
p/ um cabo coaxial com:

diâmetro: 0,5 cm (condutor interno)

" condutor externo: 1 cm

preenchido com material isolante:  $\mu = \mu_0$ ,  $\epsilon_r = 4,5$  e  
 $\sigma = 10^{-3}$  S/m

condutores são de cobre com:

$$\mu_c = \mu_0 \quad \sigma_c = 5,8 \times 10^7 \text{ S/m}$$

frequência de operação:  $f = 1 \text{ GHz}$

$$R = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sigma_c \cdot \delta} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

raio condutor interno:  $a = 0,005/2$   $a = 0,25 \times 10^{-2} \text{ m}$

raio condutor externo:  $b = 0,01/2$   $b = 0,5 \times 10^{-2} \text{ m}$

skin depth:  $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_c \sigma_c}}$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 1 \times 10^9 \text{ Hz} \cdot 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \cdot 5,8 \times 10^7 \text{ S/m}}}$$

$$\delta = 2,08981 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$R = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{5,8 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot 2,08981 \times 10^{-6} \text{ m}} \cdot \left( \frac{1}{0,25 \times 10^{-2} \text{ m}} + \frac{1}{0,5 \times 10^{-2} \text{ m}} \right)$$

$R = 0,788 \text{ } \Omega/\text{m}$  \*

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}}{2\pi} \ln\left(\frac{0,5 \times 10^{-2} \text{ m}}{0,25 \times 10^{-2} \text{ m}}\right)$$

$$L = 138,63 \text{ nH/m} *$$

$$G = \frac{2\pi \sigma_{\text{die}}}{\ln(b/a)}$$

$$G = \frac{2\pi \cdot 10^{-3} \text{ S/m}}{\ln(0,5 \times 10^{-2} \text{ m} / 0,25 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

$$G = 9,065 \text{ mS/m} *$$

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\ln(b/a)}$$

$$C = \frac{2\pi \cdot 4,5 \times 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}}{\ln(0,5 \times 10^{-2} \text{ m} / 0,25 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

$$C = 361,17 \text{ pF/m} *$$

Problem 2.21

gerador  $v_g(t) = 5 \cos(2\pi \times 10^9 t) \text{ V}$

$$Z_g = 50 \Omega$$

$$Z_0 = 50 \Omega \quad (\text{sem perdas T.L.})$$

super  $u = C$

com ar espaçamento

comprimento da linha  $\Rightarrow l = 5 \text{ cm}$

$$\text{carga } Z_L = 100 - j100 \Omega$$

Encontre: air-spaced T.L. (L.T. separada por ar)

- $\Gamma$  na carga
- $Z_{in}$  na entrada da linha
- tensão de entrada  $\tilde{V}_i$  e corrente de entrada  $I_i$

$$a) \Gamma_L = \frac{z_L - z_0}{z_L + z_0} = \frac{(100 - j100) - 50}{100 - j100 + 50}$$

$$\Gamma_L = 0,538 - j0,308$$

$$\Gamma_L = 0,62 \angle -29,8^\circ \quad *$$

b)  $Z_{in} = ?$  na entrada da linha  $\Rightarrow z=0$

$$Z_{in}(z) = z_0 \cdot \frac{z_L + j z_0 \tan[\beta(l-z)]}{z_0 + j z_L \tan[\beta(l-z)]}$$

$$\beta = \frac{\omega}{u} \quad \text{ver eq. (14)}$$

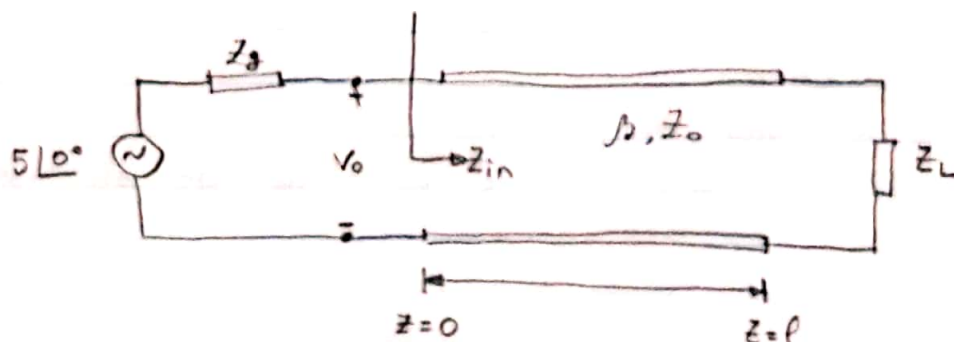
$$\text{como } u = c \quad \beta = \frac{2\pi \times 10^9 \text{ rd/s}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\beta = \frac{20\pi}{3} \text{ rd/m}$$

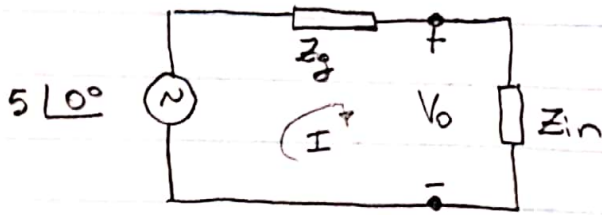
$$Z_{in} = 50 \cdot \frac{(100 - j100) + j50 \cdot \tan\left[\frac{20\pi}{3} \frac{\text{rd}}{\text{m}} \cdot 0,05 \text{ m}\right]}{50 + j(100 - j100) \tan\left[\frac{20\pi}{3} \frac{\text{rd}}{\text{m}} \cdot 0,05 \text{ m}\right]}$$

$$Z_{in} = 12,53 - j12,72 \ \Omega$$

c)  $V_s(0)$  e  $I_s(0)$



circuito equivalente:



$$5\angle 0^\circ = I Z_g + V_o$$

$$V_o = I Z_{in}$$

$$5\angle 0^\circ = \frac{V_o Z_g}{Z_{in}} + V_o$$

$$5\angle 0^\circ = V_o \left( \frac{Z_g + Z_{in}}{Z_{in}} \right)$$

$$V_o = 5\angle 0^\circ \cdot \frac{Z_{in}}{Z_g + Z_{in}}$$

$$V_o = 5\angle 0^\circ \cdot \frac{17,856 \angle -45,44^\circ}{63,809 \angle -11,5^\circ}$$

$$V_o = 1,4 \angle -33,94^\circ \text{ V}$$

$$I = \frac{V_o}{Z_{in}} = \frac{1,4 \angle -33,94^\circ}{17,856 \angle -45,44^\circ}$$

$$I = 78,41 \angle 11,5^\circ \text{ mA} *$$