TESTES DE HIPÓTESES

5.5

UMA POPULAÇÃO

5.5.2

Teste (aproximado) para a proporção de uma população

H_0: Sildenafil é eficaz
H_a: Sildenafil não é eficaz

$H_0: p = 0,5$
$H_a: p < 0,5$

- X: pelo menos 60% das tentativas bem sucedidas

- X ~ Bernoulli (p), i = 1, ..., n=379, independentes
  p: probabilidade de ter pelo menos 60% das tentativas bem sucedidas

$$\hat{p}_{obs} = \frac{183}{379} = 0,483$$

Table I: At least 60% of attempts at sexual intercourse successful

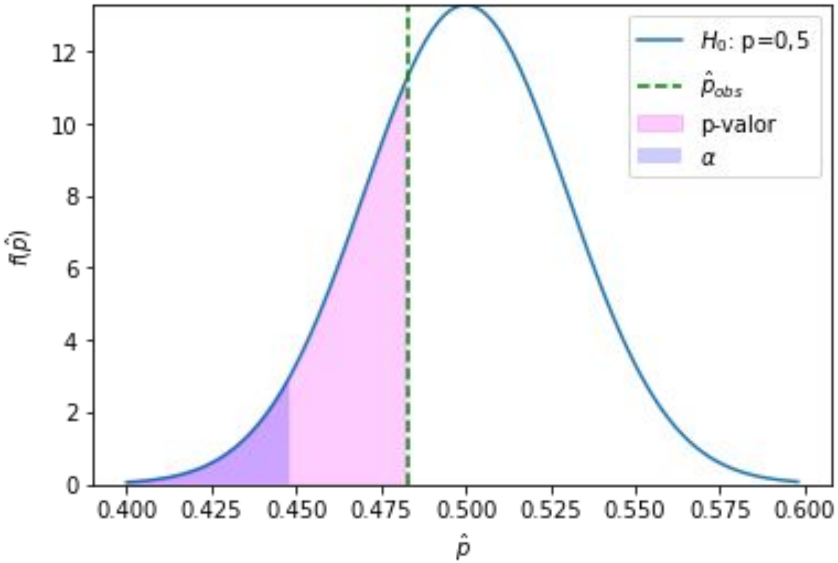
		Numb
Dosing (mg)	**Number of trials**	**Sildenafil**
25	3	88/312 (28)
50	5	216/511 (42)
100	5	223/506 (44)
200	2	93/191 (49)
Dose optimised	3	183/379 (48)

H_0: p = 0,5

H_a: p < 0,5 ← teste unicaudal

Estatística do teste e distribuição amostral (TCL), fixando-se α=0,01:

$$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \approx N(0,1)$$



p-valor = $P(\hat{p} \leq 0,483 \mid p = 0,5)$

= 0,25 > **α** : decide por H_0

A um nível de significância de 1%, conclui-se que a proporção de indivíduos com 60% ou mais de tentativas bem sucedidas é igual a 0.5

Em uma fábrica de cerveja a quantidade de cerveja em latas seguia uma distribuição normal com média 350 ml e desvio padrão 3 ml. Após alguns problemas na linha de produção, suspeita-se que houve alteração na média. Uma amostra de 20 latas forneceu uma média de 346 ml.

n=20

$\overline{x} = 346$

$\sigma^2 = 3^2$

$IC_{95\%}(\mu)$=[344,69; 347,31]

H_0: μ = 350

H_a: μ < 350

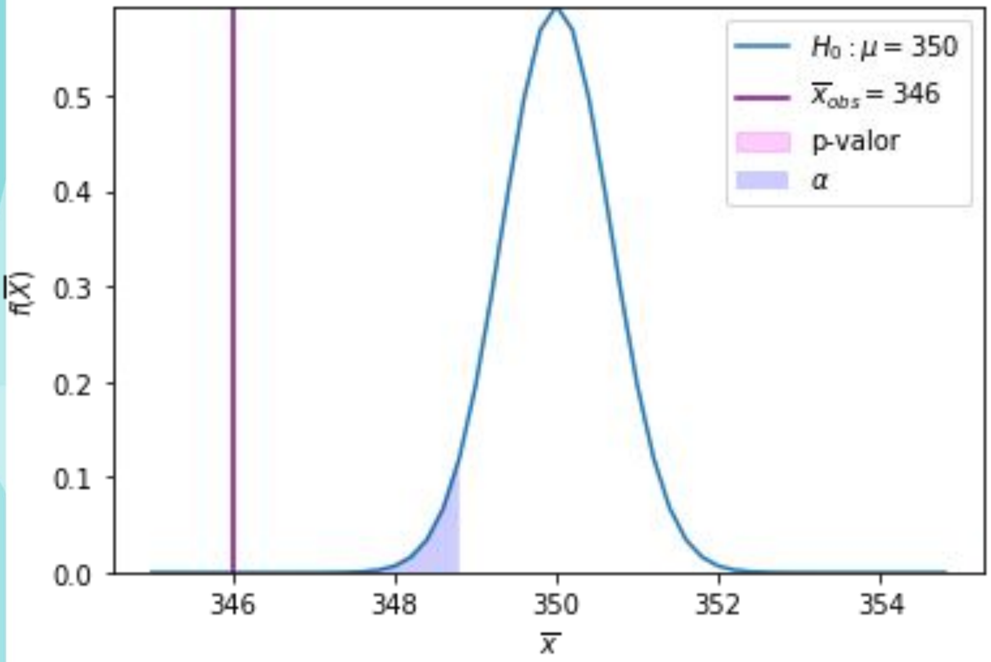
Suposições:

- X: quantidade de cerveja na lata
- $X_i \sim N(\mu, \sigma^2=9)$, i = 1, ..., n=20, independentes
- variância conhecida

Teste para a média de uma população Normal (variância conhecida)

H_0: μ = 350
H_a: μ < 350

Fixando-se α=0,05, estatística do teste: $\frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$



p-valor ou nível descritivo :

$$P(\overline{X} < 346) = P(Z < \frac{346-350}{\sqrt{9/20}})$$

$$= P(Z < -5,96) < 0,0001$$

Para α=0,05, decide-se por H_a

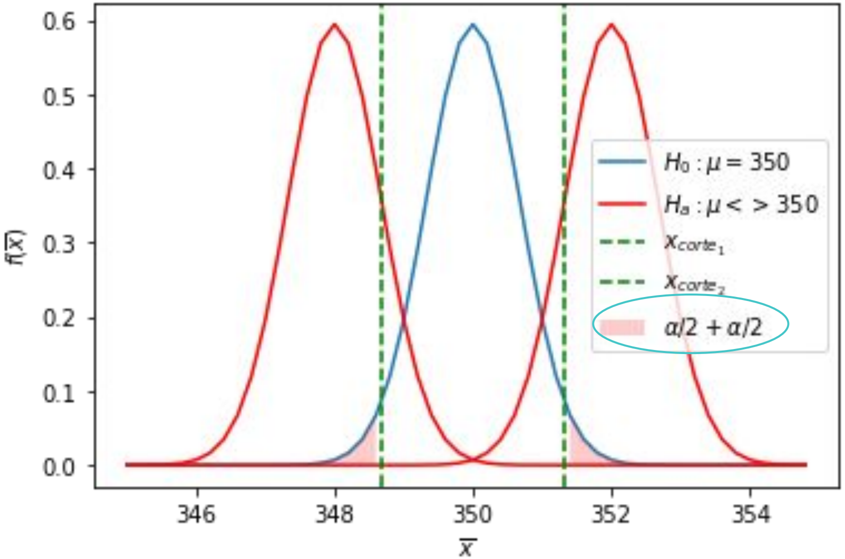
Em uma fábrica de cerveja a quantidade de cerveja em latas seguia uma distribuição normal com média 350 ml e desvio padrão 3 ml. Após alguns problemas na linha de produção, suspeita-se que houve alteração na média. Uma amostra de 20 latas forneceu uma média de 346 ml.

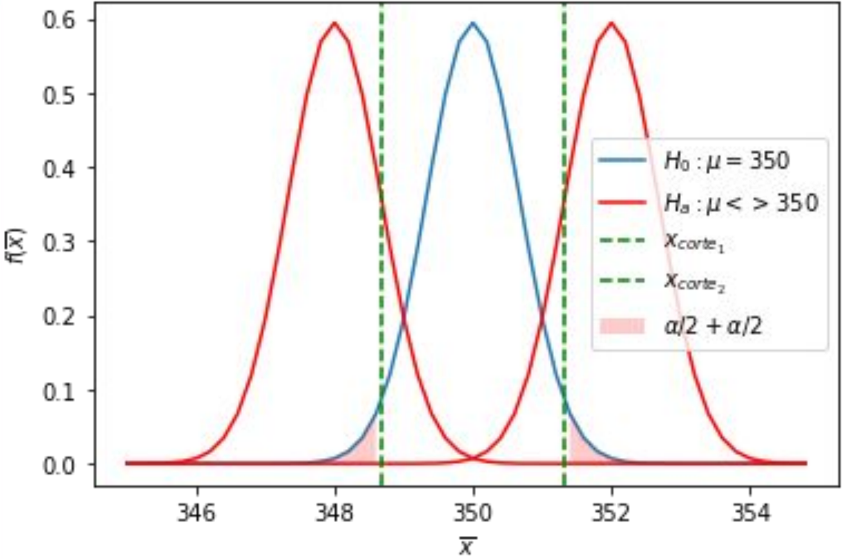
H_0: μ = 350

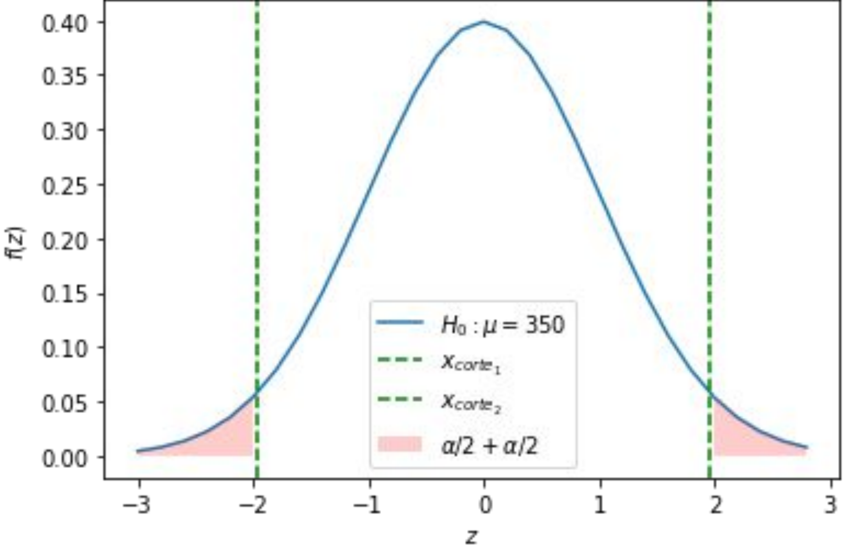
H_a: μ ≠ 350

Fixando-se α=0,05, estatística do teste: $\frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$

poderia ser um teste bicaudal







$$RC = \{\overline{x} \leq 348,68 \text{ ou } \overline{x} \geq 351,31\}$$

$$RC = \{z \leq -1,96 \text{ ou } z \geq 1,96\}$$

$$p - valor:$$

$$2.P(\overline{X} < 346) = 2.P(Z < \frac{346-350}{\sqrt{9/20}}) = 2.P(Z < -5,96) < 0,0001$$

Teste para a média de uma população Normal (variância desconhecida)

Em uma fábrica de cerveja a quantidade de cerveja em latas seguia uma distribuição normal com média 350 ml. Após alguns problemas na linha de produção, suspeita-se que houve alteração na média. Uma amostra de 20 latas forneceu uma média de 346 ml e desvio padrão 5.

n=20

$\overline{x} = 346$

$s^2 = 25$

Suposições:

- X: quantidade de cerveja na lata
- $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, i = 1, ..., n=20, independentes
- variância desconhecida

H_0: μ = 350

H_a: μ ≠ 350

Fixando-se α=0,05, estatística do teste: $\frac{\overline{X}-\mu}{\sqrt{s^2/n}} \sim t_{n-1}$

$$p - valor : 2.P(T_{19} < \frac{346-350}{\sqrt{25/20}}) = 2.P(T_{19} < -3,6) = 0,0019$$

1. Para apenas um parâmetro

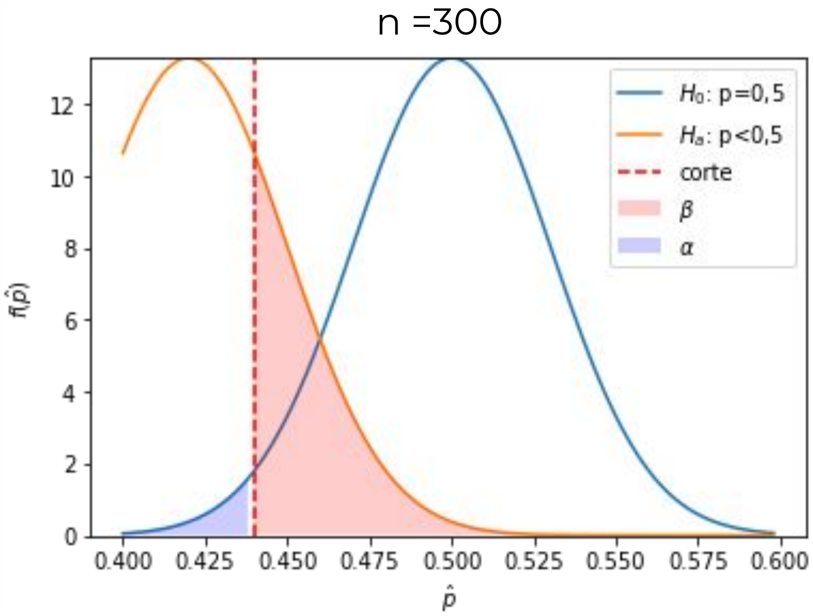
$H_0 : \mu = \mu_0$			
H_1	*Caso*	*Estatística de teste*	*Rejeitar* H_0 *se:*
$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	1. σ é conhecida e X tem distribuição normal	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $\|Z\| > z_{1-\alpha/2}$
$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	2. σ é desconhecida e X tem distribuição normal	$T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ la t tem $n-1$ g.l.	$T > t_{1-\alpha}$ $T < t_\alpha = -t_{1-\alpha}$ $\|T\| > t_{1-\alpha/2}$
$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	3. σ é desconhecida e o tamanho de amostra n é suficientemente grande	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $\|Z\| > z_{1-\alpha/2}$
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$			
H_1	*Caso*	*Estatística de teste*	*Rejeitar* H_0 *se:*
$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	X tem distribuição normal	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ la χ^2 tem $n-1$ g.l.	$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}$ $\chi^2 < \chi^2_\alpha$ $\chi^2 < \chi^2_{\alpha/2}$ o $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha/2}$
$H_0 : p = p_0$			
H_1	*Caso*	*Estatística de teste*	*Rejeitar* H_0 *se:*
$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	O tamanho de amostra n é suficientemente grande	$Z = \dfrac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $\|Z\| > z_{1-\alpha/2}$

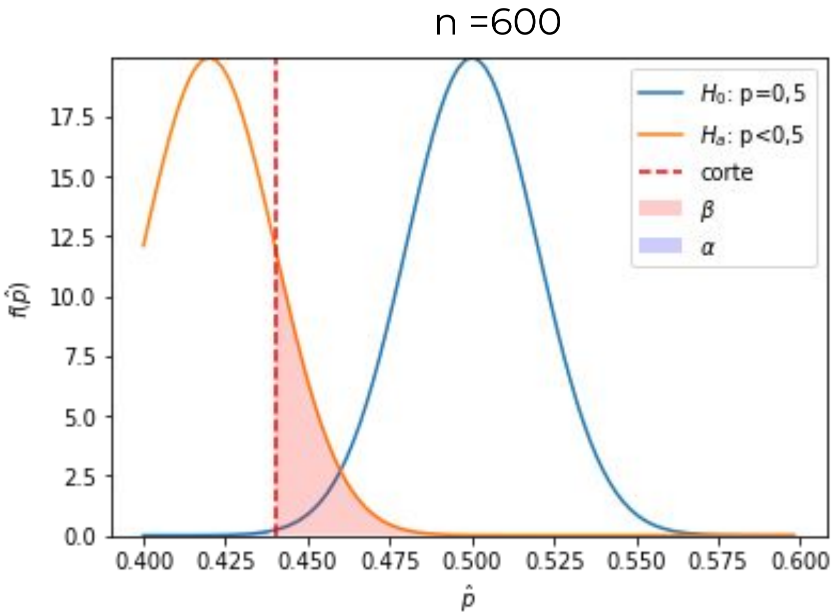
TEOREMA CENTRAL DO LIMITE $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \approx N(0,1)$

Teorema Slutsky $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{s^2/n}} \approx N(0,1)$

Tamanho Amostral

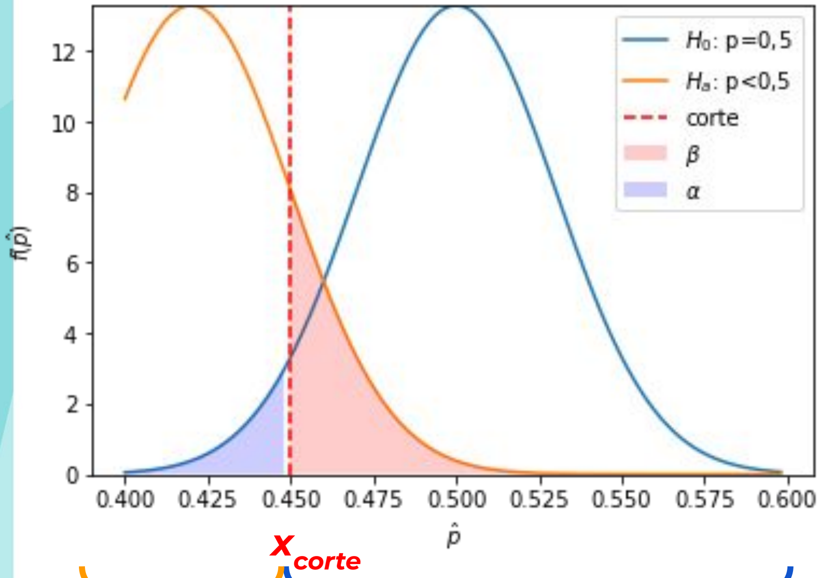
No estudo do Sildenafil:





$$\hat{p} \approx N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

equilibrar α e β variando n



decido que p<0,5 (por H_a)

decido que p=0,5 (por H_0)

Qual o tamanho amostral para testar a eficácia do Sildenafil?

definir o teste:

H_0: p = p_0

H_a: p < p_0 *teste unicaudal*

dados necessários

nível de significância, α

poder do teste, π = 1 - β

p_0

ε = p - p_0 *diferença a ser detectada*

Var(X) = p(1-p) *amostra piloto*

$$\alpha = P(\hat{p} \leq x_{corte} \mid p = p_0)$$
$$= P\left(Z \leq \frac{x_{corte} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}\right)$$
$$x_{corte} = p_0 + z_\alpha \sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

$$\pi = 1 - \beta = 1 - P(\hat{p} > x_{corte} \mid p)$$
$$= P(\hat{p} \leq x_{corte} \mid p)$$
$$x_{corte} = p + z_\pi \sqrt{p(1-p)/n}$$

$$\boxed{n = \left(\frac{z_\alpha \sqrt{p_0(1-p_0)} - z_\pi \sqrt{p(1-p)}}{\epsilon}\right)^2}$$

ε =0,01 → da ordem de 15mil
ε =0,05 → da ordem de 600

"If you torture the data long enough, it will confess."

Ronald Coase
1910-2013