LISTA 1: PROBABILIDADES - SME 0320

Exercício 1. Para cada um dos casos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e diga quantos são seus elementos.

(a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.
(b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.
(c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vermelhas. Três bolas são selecionadas ao acaso com reposição e as cores são anotadas.
(d) Dois dados são lançados simultaneamente estamos interessados na soma das faces observadas.
(e) Em uma cidade, famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma.

Exercício 2. Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, "traduza" para a linguagem de conjuntos as seguintes situações:

(a) Pelo menos um dos eventos ocorre.
(b) Exatamente um dos eventos ocorre.
(c) Nenhum deles ocorre.
(d) O evento A ocorre, mas B não.

Exercício 3. Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos: $A =$ soma dos número obtidos igual a 9 e $B =$ número no primeiro dado maior ou igual a 4. Enumere os elementos de A e B. Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$ e A^c.

Exercício 4. Obtenha as probabilidades dos eventos que aparecem no **Exercício acima**.

Exercício 5. Sejam A e B dois eventos associados a um experimento. Suponha que $P(A) = 0,4$ e $P(A \cup B) = 0,7$. Seja $P(B) = p$.

(a) Para que valor de p tem-se A e B mutuamente exclusivos?
(b) Para que valor de p tem-se A e B independentes?

Exercício 6. Demonstre que, se A e B forem eventos independentes, também o serão A e B^c, A^c e B, A^c e B^c.

Exercício 7. A probabilidade de que uma indústria norte-americana será localizada em Xangai é de $0,7$; a probabilidade de que será localizada em Pequim é de $0,4$: e a probabilidade de que será localizada em Xangai ou em Pequim, ou em ambos os lugares, é de $0,8$. Qual é a probabilidade de que a empresa seja localizada

(a) em ambas as cidades?
(b) em nenhuma das cidades?

Exercício 8. Uma montagem eletrônica é formada por dois subsistemas A e B. De experimentos anteriores, as seguintes probabilidades se admitem conhecidas: $P(A \text{ falhe}) = 0,20$, $P(A \text{ e } B \text{ falhem}) = 0,15$ e $P(B \text{ falhe sozinho}) = 0,15$. Calcule as seguintes probabilidades:

(a) $P(A\text{falhe} \mid B\text{tenha falhado})$.
(b) $P(A\text{falhe sozinho})$.

Exercício 9. A poluição dos rios nos Estados Unidos é um problema há anos. Considere os seguintes eventos: $A = \{$O rio é poluído$\}$, $B = \{$Uma amostra da água testada detecta poluição$\}$ e $C = \{$A pesca é permitida$\}$. Assuma $P(A) = 0,30$, $P(B|A) = 0,75$, $P(B|A^c) = 0,20$, $P(C|A \cap B) = 0,20$, $P(C|A^c \cap B) = 0,15$, $P(C|A \cap B^c) = 0,80$, $P(C|A^c \cap B^c) = 0,90$.

(a) Determine $P(A \cap B \cap C)$.
(b) Determine $P(B^c \cap C)$.
(c) Determine $P(C)$.
(d) Determine a probabilidade de o rio ser poluído dado que a pesca é permitida e a amostra testada não detectou poluição.

Exercício 10. Dois processadores tipos A e B são colocados em teste por 50 mil horas. A probabilidade de que um erro de cálculo aconteça em um processador do tipo A é de $0,4$, no tipo B é $0,7$ e, em ambos, $0,3$. Qual a probabilidade de que:

(a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?
(b) Nenhum processador tenha apresentado erro?
(c) Apenas o processador A tenha apresentado erro?
(d) O processador A apresente erro, dado que B não apresentou?

Exercício 11. Uma indústria automobilística está preocupada com uma possível *recall* de seu sedã quatro portas mais vendido. Se houver um *recall*, há $0,25$ de probabilidade de que o defeito seja no sistema de freios; $0,18$ de que seja na transmissão; $0,17$ de que seja no sistemas de combustível e $0,40$ de que seja em alguma outra parte.

(a) Qual é a probabilidade de que o defeito esteja nos freios ou no sistema de combustível, se a probabilidade de defeitos em ambos os sistemas, simultaneamente, é de $0,15$?
(b) Qual é a probabilidade de que não haja defeitos nem no sistema de freios nem no sistemas de combustível?

Exercício 12. É comum, em muitas áreas industriais, o uso de máquinas envasadoras para colocar os produtos em caixas. Isso ocorre na indústria alimentícia, bem como em outras áreas nas quais os produtos têm uso doméstico, como o detergente. Tais máquinas não são perfeitas e podem: A, atender às especificações; B, encher as caixas menos do que o necessário; ou C, encher mais do que o necessário. Geralmente, o não enchimento das caixas é o que se deseja evitar. Seja $P(B) = 0,001$ enquanto $P(A) = 0,990$.

(a) Forneça $P(C)$.
(b) Qual é a probabilidade da máquina não encher as caixas menos do que o necessário?
(c) Qual é a probabilidade da máquina encher as caixas mais do que o necessário ou encher menos do que o necessário?

Exercício 13. A probabilidade de que um automóvel sendo abastecido com gasolina também necessite de uma troca de óleo é de $0,25$; a probabilidade de que ele precise de um novo filtro de óleo é de $0,40$ e a probabilidade de que sejam necessárias tanto a troca de óleo quanto a de filtro é de $0,14$.

(a) Se o óleo tiver de ser trocado, qual é a probabilidade de que o filtro também tenha de ser trocado?
(b) Se for preciso um novo filtro, qual é a probabilidade de que o óleo também precise ser trocado?

Exercício 14. A probabilidade de que Tom estará vivo daqui a 20 anos é de $0,7$ e a de que Nancy estará viva é de $0,9$. Se assumirmos a independência para ambos, qual é a probabilidade de que nenhum deles estejam vivos em 20 anos?

Exercício 15. Cada uma de duas pessoas joga três moedas balanceadas. Qual a probabilidade de que elas obtenham o mesmo número de caras?

Exercício 16. Suponha que temos duas urnas 1 e 2, cada uma com duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma moeda de prata na outra gaveta. Enquanto que a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida ao acaso. A seguir uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Verifica-se que a moeda encontrada nessa gaveta é de ouro. Qual a probabilidade de que a moeda provenha da urna 2?

Exercício 17. Em certa região do país, sabe-se, baseado em experiências anteriores, que a probabilidade de selecionar um adulto com mais de 40 anos, com câncer, é de $0,05$. Se a probabilidade do médico diagnosticar corretamente uma pessoa com câncer como portadora da doença é de $0,78$ e a probabilidade de diagnosticar incorretamente uma pessoa sem câncer como sendo portadora da doença é de $0,06$, qual é a probabilidade de que a pessoa seja diagnosticada com câncer?

Exercício 18. Uma cadeia de lojas de produtos para pintura produz e vende látex e tinta semibrilho. Com base nas vendas de longo prazo, a probabilidade de que o cliente compre a tinta látex é de $0,75$. Daqueles que compram látex, 60% também compram rolos. Mas somente 30% dos que compram tinta semibrilho compram também rolos. Um comprador selecionado aleatoriamente compra um rolo e uma lata de tinta. Qual é a probabilidade de que a tinta seja látex?

Exercício 19. Num mercado, três corretoras A, B e C são responsáveis por 20%, 50% e 30% do volume total de contratos negociados, respectivamente. Do volume de cada corretora, 20%, 5% e 2%, respectivamente, são contratos futuros em dólares. Um contrato é escolhido ao acaso e este é futuro em dólares. Qual a probabilidade de ter sido negociado pela corretora A? E pela corretora C?

GABARITO LISTA 1: PROBABILIDADES - SME 0320

Exercício 1.

(a) $\Omega = \{CC, CK, KC, KK\}$
(b) $\Omega = \{PP, PI, IP, II\}$
(c) $\Omega = \{AAA, AAV, AVA, VAA, AVV, VVA, VAV, VVV\}$
(d) $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
(e) $\Omega = \{FFF, FFM, FMF, MFF, FMM, MFM, MMF, MMM\}$

Exercício 2.

(a) $A \cup B$
(b) $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$
(c) $(A \cup B)^c$
(d) $A \cap B^c$

Exercício 3.

$A = \{(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\}$
$B = \{(4, 1), \cdots, (4, 6), (5, 1), \cdots, (5, 6), (6, 1), \cdots, (6, 6)\}$
$A \cup B = \{(3, 6), (4, 1), \cdots, (6, 6)\}$
$A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (6, 3)\}$
$A^c = \{(1, 1), \cdots, (3, 5), (4, 1), \cdots, (4, 4), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 5), \cdots, (6, 2), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

Exercício 4.

$P(A) = 4/36$, $P(B) = 18/36$, $P(A \cup B) = 19/36$, $P(A \cap B) = 3/36$, $P(A^c) = 32/36$

Exercício 5.

(a) $0,3$
(b) $0,5$

Exercício 6. Demonstração.

Exercício 7.

(a) $0,3$
(b) $0,2$

Exercício 8.

(a) $0,5$.
(b) $0,05$.

Exercício 9.

(a) $0,045$.
(b) $0,564$.
(c) $0,630$
(d) $0,1064$

Exercício 10.

(a) $0,8$.
(b) $0,2$.
(c) $0,1$
(d) $0,33$

Exercício 11.

(a) $0,27$.
(b) $0,73$.

Exercício 12.

(a) $0,009$.
(b) $0,999$.
(c) $0,01$

Exercício 13.

(a) $0,56$
(b) $0,35$

Exercício 14. $0,03$

Exercício 15. $0,3125$

Exercício 16. $0,67$

Exercício 17. $0,096$

Exercício 18. $0,8571$

Exercício 19. $0,563$ e $0,084$