2. PROBABILIDADES

CONCEITOS BÁSICOS

2.1

São Paulo, sábado, 14 de fevereiro de 2009 FOLHA DE S.PAULO ilustrada

Texto Anterior | Próximo Texto | Índice

Livros/Crítica/"Uma Senhora Toma Chá"

Professor conta bons casos sobre paradoxos da ciência

"... A tal senhora do título dizia que **o gosto do chá fica diferente se alguém põe antes o leite na xícara e depois derrama o chá, ou se alguém põe antes o chá e depois derrama o leite.** Ouvindo isso, naquela tarde de verão em Cambridge, Ronald Aymler Fisher propôs que se testasse a proposição: oferecer diferentes xícaras de chá com leite àquela senhora, convenientemente vendados os seus olhos, e verificar se ela era capaz de acertar a ordem da mistura."

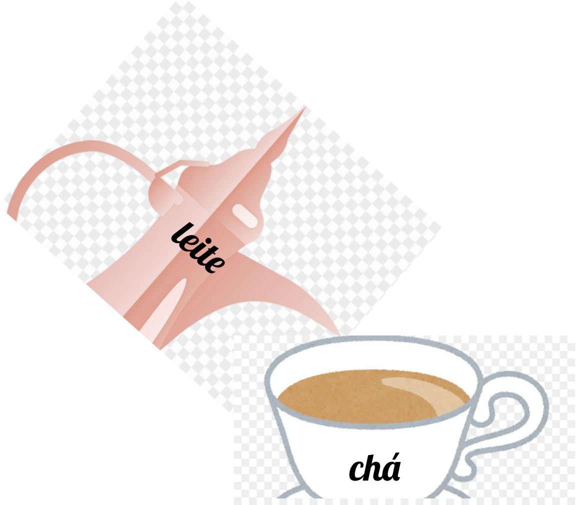
EXPERIMENTO ALEATÓRIO

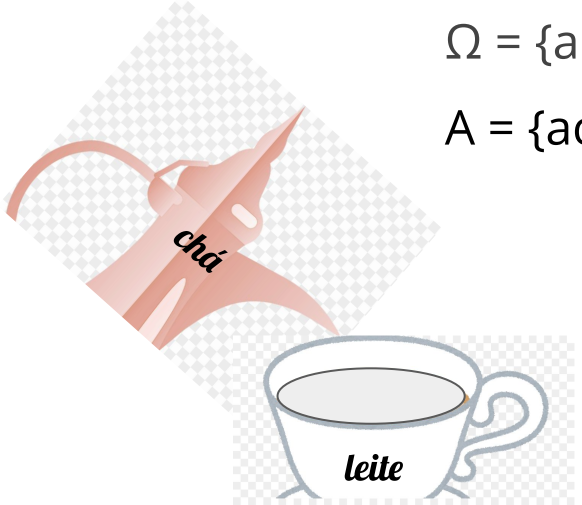
Um experimento cujo resultado não se prevê com certeza, mesmo se repetido nas mesmas condições.

Oferecer uma xícara de chá com leite à senhora e verificar se ela acerta ou não a ordem da preparação.

Desenho do Experimento

- sorteia-se um dos 2 tratamentos (tipos de preparo)
- olhos vendados
- repete-se 4 vezes o experimento





Ω = {acerta, erra}

A = {acerta}

ESPAÇO AMOSTRAL (Ω)

Conjunto cujos elementos são todos os possíveis resultados do experimento. Pode ser discreto (finito ou infinito enumerável) ou contínuo.

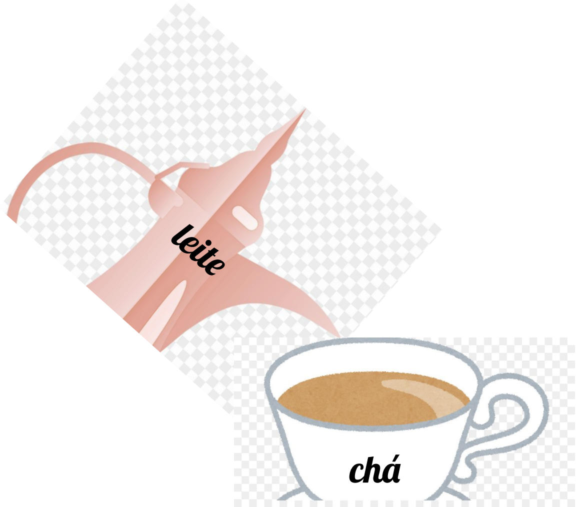
EVENTO (A, B, ...)

Qualquer subconjunto de Ω.

EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

A e B são dois eventos mutuamente exclusivos se não têm intersecção:

$$A \cap B = \varnothing$$



Ω = {acerta, erra}

A = {acerta}

B = {erra}

A e B são mutuamente exclusivos

Neste caso, como $B = A^c$, A e B também são complementares

EVENTOS COMPLEMENTARES

A e B são dois eventos complementares se não têm intersecção e se sua união formam o espaço amostral:

$$A \cap B = \varnothing \quad \textbf{e} \quad A \cup B = \Omega$$

Número de veículos que passam por uma praça de pedágio durante um certo intervalo: $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$

Fonte: g1.globo.com

https://www.facebook.com/203247256523779/videos/418521009057984

EXEMPLO DE ESPAÇO AMOSTRAL CONTÍNUO

Encontrar os valores de referência de normalidade para exames laboratoriais de hemograma da população brasileira.

Desenho do Experimento

- amostra de brasileiros sem doenças prévias
- limites estratificados por sexo, faixa etária
- 24h sem exercício físico e 48h sem álcool

Espaço amostral

(Hemoglobina)

$\Omega = \mathfrak{R}_{+}$

A = [12; 16,5]

B = [11; 13]

C = [13,5; 18]

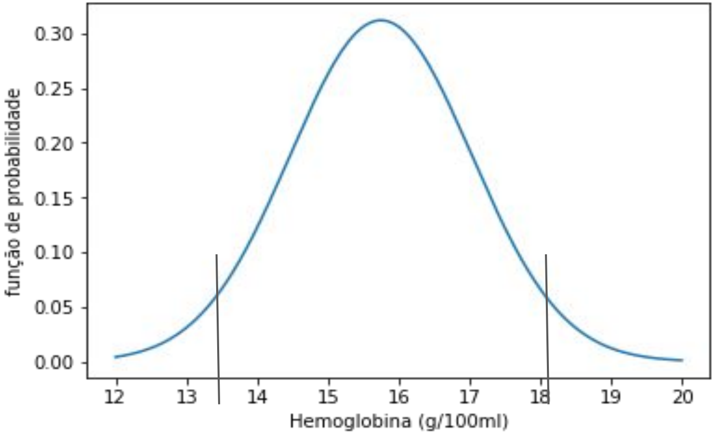
eventos mutuamente exclusivos

$B \cap C = \varnothing$

Valores normais para eritrócitos, hemoglobina, hematócrito[3]

Tipo de indivíduo	Eritrócitos (x 10^6/mm³)	Hemoglobina (g/100mL)	Hematócrito (%)	
Recém nascidos (a termo)	4 - 5,6	13,5 - 19,6	44 - 62	
Crianças (3 meses)	4,5 - 4,7	9,5 - 12,5	32 - 44	
Crianças (1 ano)	4,0 - 4,7	11,0 - 13	[illegible]	B
Crianças (10 a 12 anos)	4,5 - 4,7	11,5 - 14,8	37 - 44	
Mulheres (gestantes)	3,9 - 5,6	11,5 - 16,0	34 - 47	
Mulheres	4,0 - 5,6	12 - 16,5	[illegible]	A
Homens	4,5 - 6,5	13,5 - 18	[illegible]	C

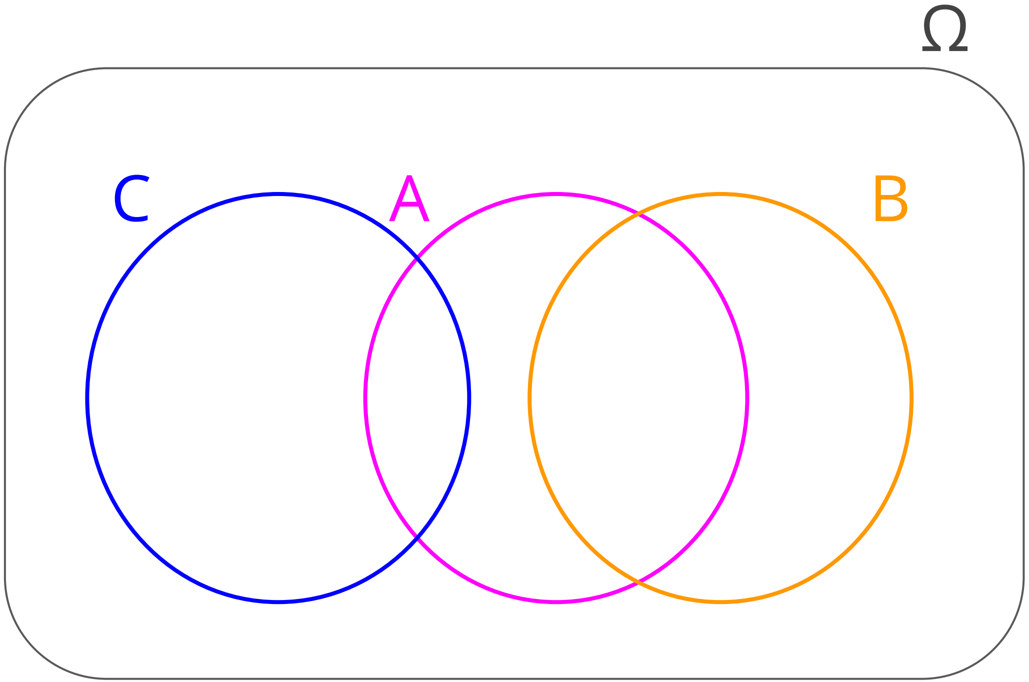
Fonte: Wikipedia: https://pt.wikipedia.org/wiki/Hemograma



OPERAÇÕES COM EVENTOS

2.2

DIAGRAMA DE VENN



União: $A \cup B$

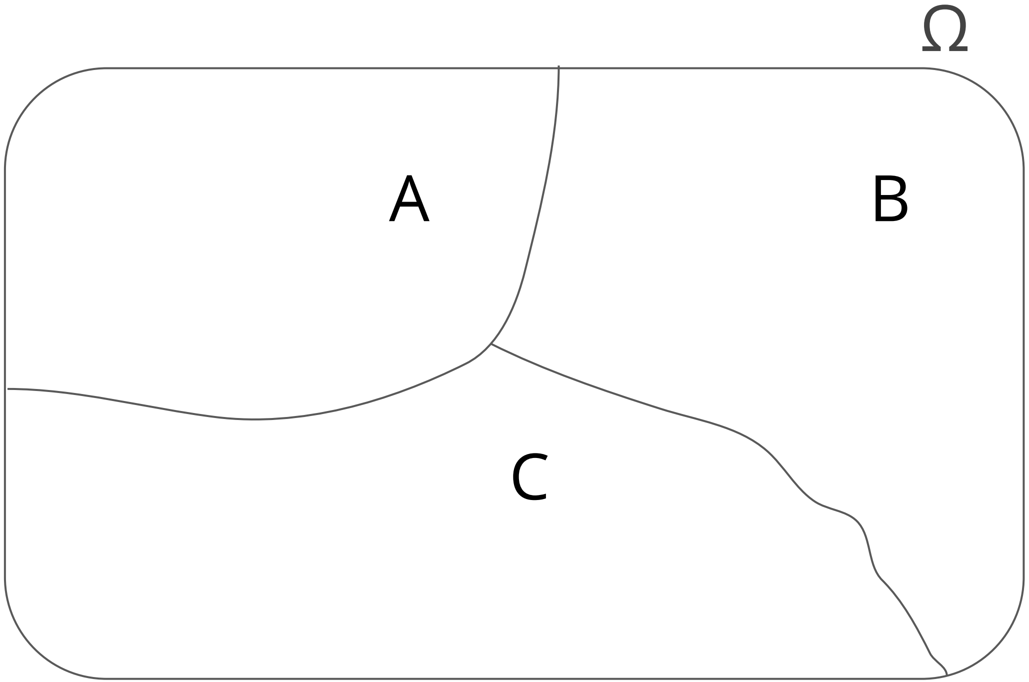
Intersecção: $A \cap B$

Mutuamente exclusivos ou disjuntos: $B \cap C = \varnothing$

Complementares:

$A \cap A^c = \varnothing$ **e** $A \cup A^c = \Omega$

PARTIÇÃO DO ESPAÇO AMOSTRAL



A, B e C formam uma partição de Ω se forem mutuamente exclusivos e se $(A \cup B \cup C) = \Omega$

LEIS DE DEMORGAN

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)^c = \bigcap_{i=1}^{n} A_i^c$$

$$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^c = \bigcup_{i=1}^{n} A_i^c$$

DEFINIÇÕES DE PROBABILIDADE

2.3

DEFINIÇÃO CLÁSSICA DE PROBABILIDADE

Se os elementos de Ω são equiprováveis e mutuamente exclusivos, a probabilidade de um evento A (subconjunto de Ω) é:

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)}$$

#: número de elementos no conjunto

Ω = {acertar, errar}

A = {acertar}

P(A) = ½ ?

Apenas se P(acertar)=P(errar)

- mesma quantidade de chá e de leite nos 2 tratamentos
- xícara com camada dupla para isolamento térmico

QUANTO SE ESPERA DE ACERTO AO ACASO?

ao acaso: **P(acerto)=0,5**

EXERCÍCIO

Lançamento de dois dados balanceados. Calcular a probabilidade de:

a) se obter soma das faces igual a 7

b) se obter soma maior do que 5

c) que o resultado do primeiro dado seja maior do que o resultado do segundo.

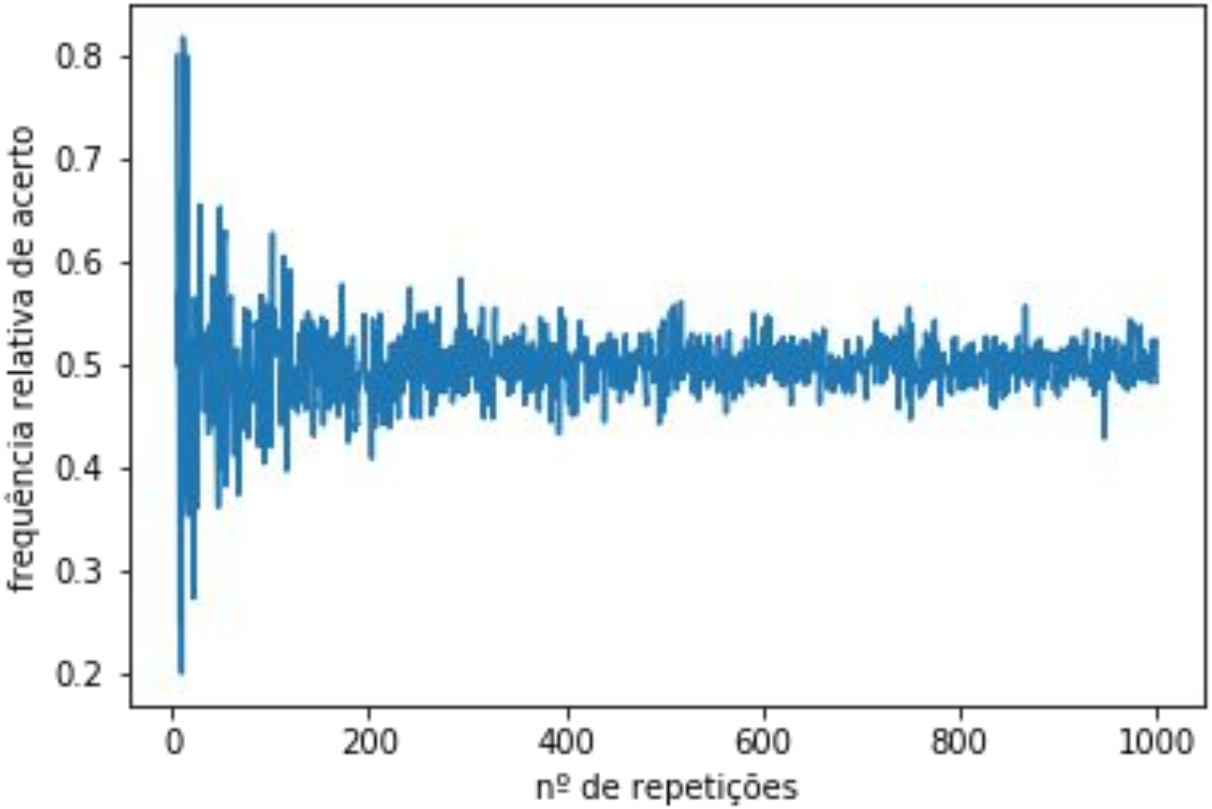
$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccccc} 1,1 & 1,2 & 1,3 & 1,4 & 1,5 & 1,6 \\ 2,1 & 2,2 & 2,3 & 2,4 & 2,5 & 2,6 \\ 3,1 & 3,2 & 3,3 & 3,4 & 3,5 & 3,6 \\ 4,1 & 4,2 & 4,3 & 4,4 & 4,5 & 4,6 \\ 5,1 & 5,2 & 5,3 & 5,4 & 5,5 & 5,6 \\ 6,1 & 6,2 & 6,3 & 6,4 & 6,5 & 6,6 \end{array} \right\}$$

OUTRA DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADE

Frequência relativa de vezes que ocorre o evento A em infinitas repetições do experimento:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{\text{nº de vezes que ocorre A}}{n}$$

ao acaso: P(acerto)=0,5



AXIOMAS DA PROBABILIDADE

$$0 \leq P(A) \leq 1, \forall A \subset \Omega$$

$$P(\Omega) = 1$$

Se A_1, A_2, ... são mutuamente exclusivos:

$$P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

PROPRIEDADES DE PROBABILIDADE

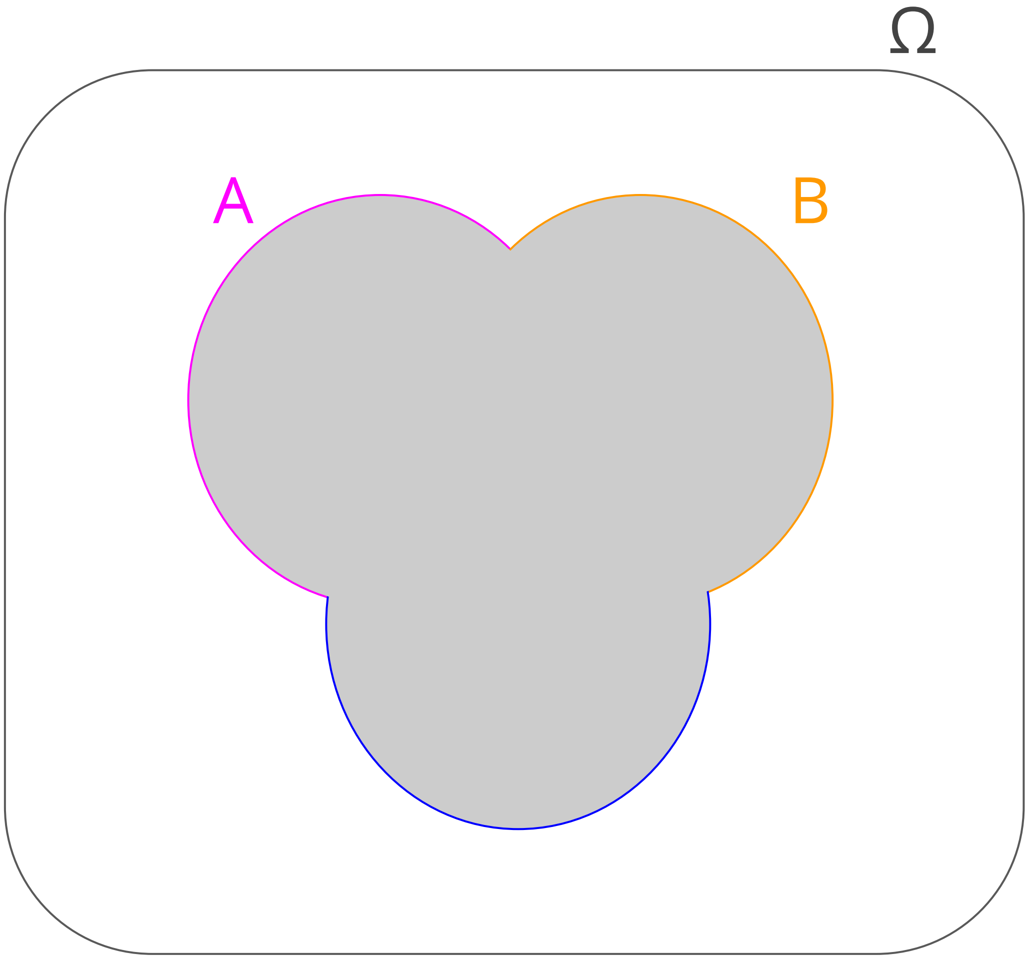
$$P(\emptyset) = 0$$

Se $A \subset \Omega$, então $P(A) = 1 - P(A^c)$

Se $A \subset B \subset \Omega$, então $P(A) \leq P(B)$

Se $A, B \subset \Omega$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_n) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) - \sum_{i_1 < i_2} P(E_{i_1} \cap E_{i_2}) + \cdots +$$
$$(-1)^{R+1} \sum_{i_1 < i_2 < \cdots < i_R} P(E_{i_1} \cap E_{i_2} \cap \cdots \cap E_{i_R}) + \cdots +$$
$$(-1)^{n+1} P(E_{i_1} \cap E_{i_2} \cap \cdots \cap E_{i_n})$$



P(A ∪ B ∪ C)

=

P(A)
+P(B)
+P(C)

-P(A∩B)
-P(A∩C)
-P(B∩C)

+P(A∩B∩C)