

Introdução às Medidas em Física

4300152

7^a Aula (12/05/2023)

Licenciatura no IME– Turma T42

Ricardo Andrade Terini

rterini@if.usp.br

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 105

Agradecimentos aos profs. Nemitala Added, Elisabeth M. Yoshimura e Paula Allegro por cederem as apresentações que serviram de base para esta.

Experiência 4 (2 aulas): Queda Livre

Objetivos:

Estudar o movimento de queda de um objeto

- *Medidas diretas de posição em função do tempo*
- *Medidas indiretas da velocidade em função do tempo*

Análise gráfica de dados

- *Apresentar dados de forma gráfica*
- *Ajustar uma reta a um conjunto de dados com comportamento linear*
- *Obter os parâmetros da reta graficamente com incertezas.*
- *Linearização*

Comparar com modelo de queda sob ação unicamente da força de gravidade

relembrando

Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

Realizar a medição do movimento de um corpo em queda, incluindo:

- **cuidados experimentais**: formato do corpo; altura da queda; registro temporal confiável (marcador de tempo e registro na vertical)
- **utilização correta dos dados obtidos**;
- **técnicas adequadas de análise de dados**;
- **confecção de gráficos adequados**;
- **interpretação dos resultados** a partir de um modelo físico do experimento.

relembrando

Hipótese sobre o movimento

Um corpo em queda está sob a influência de uma força constante, a **força da gravidade**, e, portanto, se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

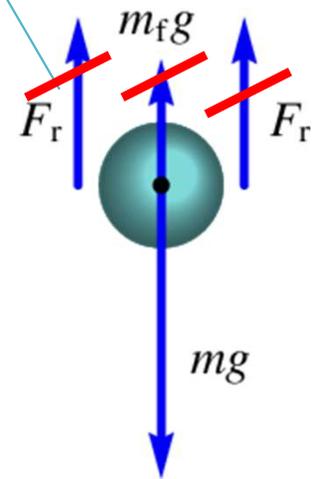
... Se essa hipótese estiver correta, o movimento do corpo caindo livremente (*sem outras forças agindo sobre ele além da gravidade*) será descrito por:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

resistência
do fluido

empuxo
do fluido



Supõe-se, então:

- ausência da influência do ar e
- proximidade do solo.

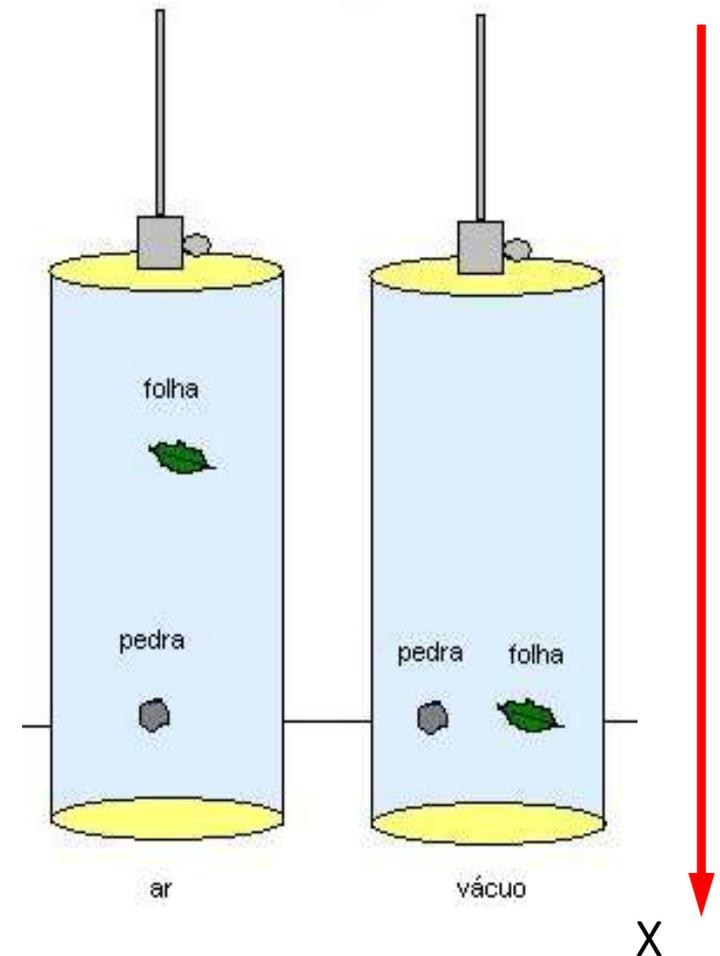
Hipótese sobre o movimento

Observando o movimento na direção vertical (*eixo-x orientado para baixo*) pode-se abandonar a notação vetorial:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Corolário: a **velocidade média** num intervalo de tempo coincide com a **velocidade instantânea no centro do intervalo de tempo**:



$$\bar{v}(t_1 - t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

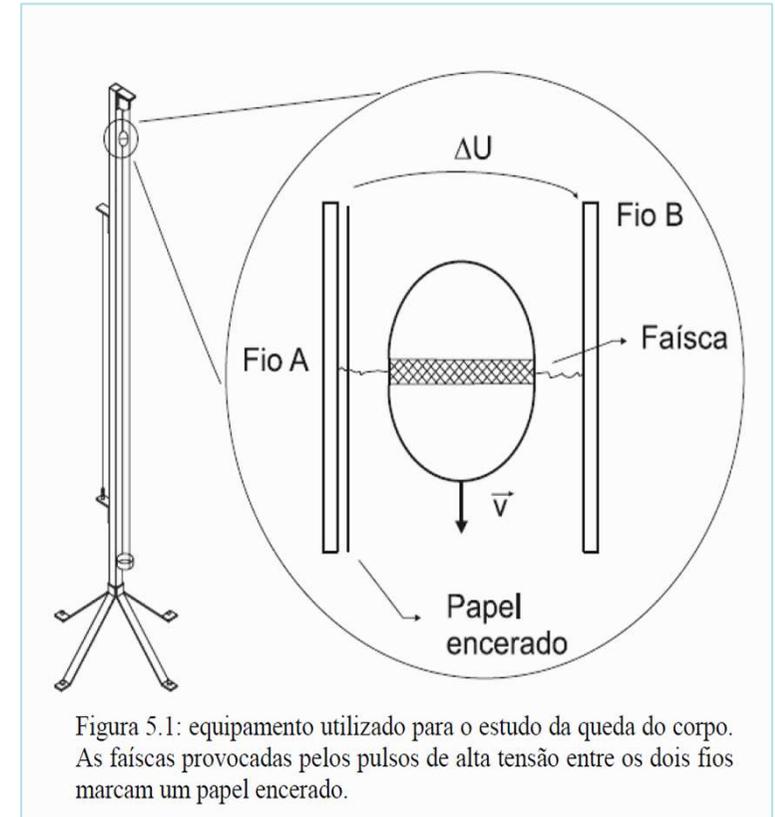
5

Aulas 6 e 7 – Experimento 4

Queda Livre

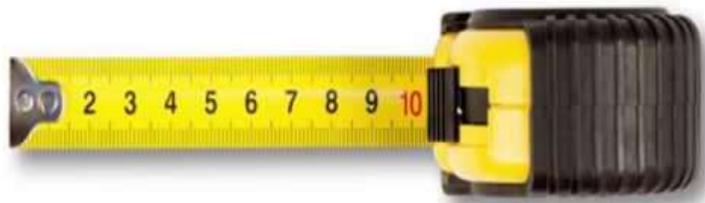
Medir o movimento de queda de um objeto usando:

- um **corpo** em forma oval com um anel condutor a sua volta;
- um **trilho** com dois fios condutores;
- um **eletroímã** que segura o corpo no topo do trilho;
- um **faiscador** que gera faíscas entre o anel condutor do corpo em queda e os fios do trilho a cada $1/60$ segundos (frequência da rede elétrica);
- uma **fita** que permite registrar as faíscas.



Resultados do Experimento

t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	...	t_n
●●	●	●	●	●	●	●		●
x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	...	x_n



Que dados obtivemos (aula passada)?

Posição em função do tempo.

Como determinar o tempo (ou o instante) de cada posição?

Escolher $t=0$ e usar a frequência da rede (60Hz):

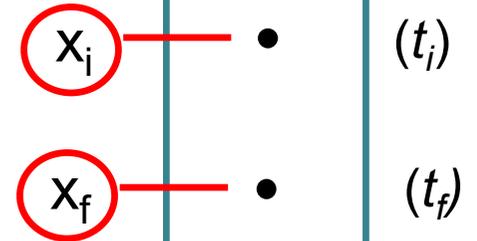
$$\Delta t = \frac{1}{60,00} \text{ s}$$

relembrando

Como podemos calcular a velocidade do objeto em cada instante (t')?

- A velocidade média entre dois pontos é dada por:

$$v_{\text{média}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$



...onde Δx é a distância entre esses dois pontos e Δt é o intervalo de tempo que o objeto levou para ir do primeiro (x_i) ao segundo ponto (x_f).

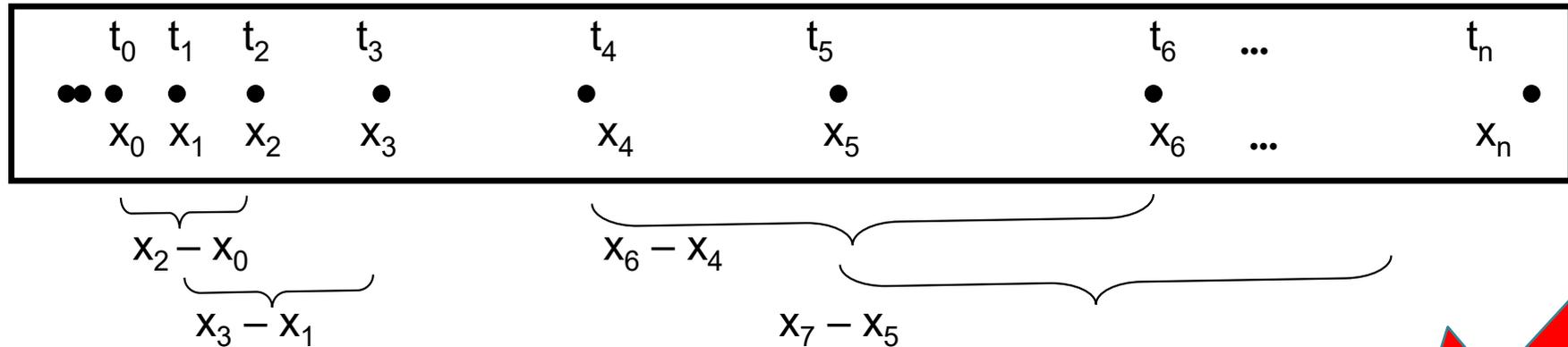
- A **velocidade instantânea** para um corpo que se move com aceleração constante é dada por

$$v_i(t') = v_{\text{media}}$$

onde,

$$t' = (t_i + t_f) / 2 = t_{\text{medio}}$$

Análise de dados

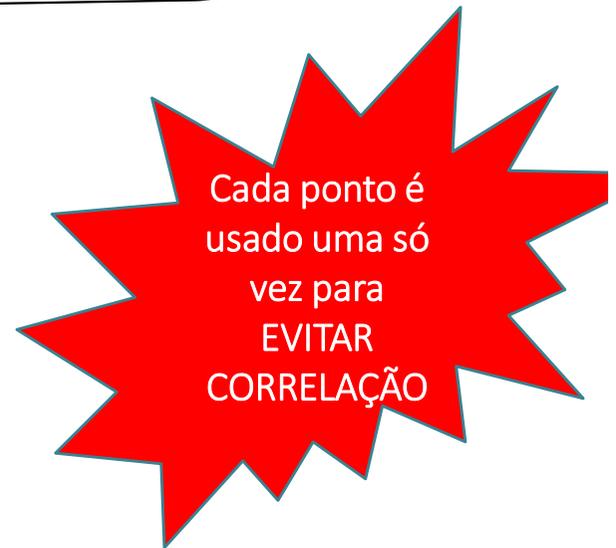


A partir da fita marcada (posição em função do tempo), obtivemos:

- $\Delta x = x_{n+1} - x_{n-1}$
- $t_{\text{médio}} = (t_{n+1} + t_{n-1})/2$

que levam a $v_{\text{médio}} = \Delta x / \Delta t$ no instante $t_{\text{médio}}$

Ex.: $v(t_1) = (x_2 - x_0) / (t_2 - t_0)$



Representação gráfica

Legendas

Variáveis + unidades

Escalas

Múltiplos (x 10) de 1, 2 ou 5

Marcar somente valores de referência nos eixos

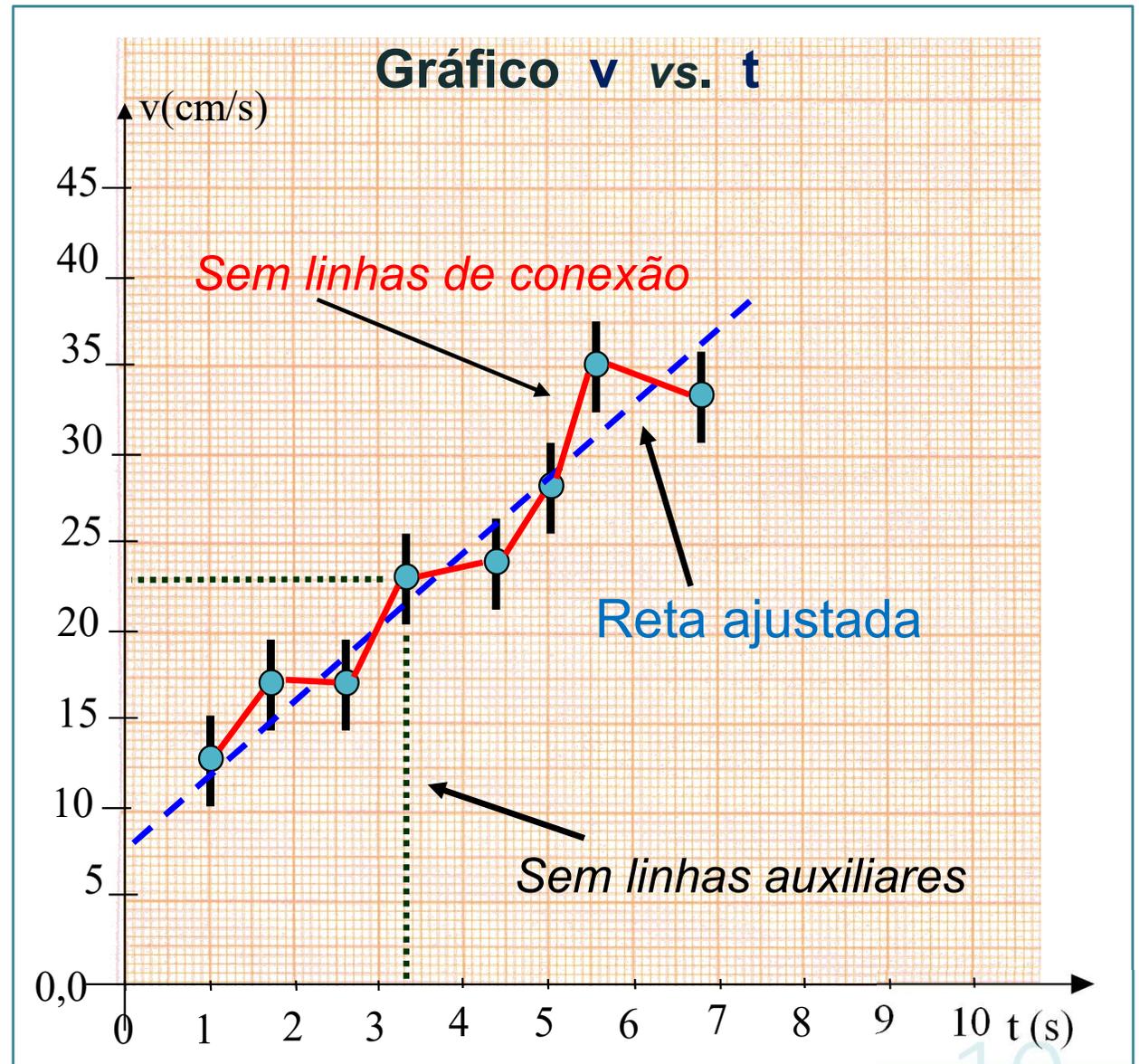
Título

Pontos experimentais

Valor + incerteza

Ajuste de curva

No caso, uma reta



relembrando

Representação gráfica: Ajuste de função

Escolher um modelo: $Y = a + b X$

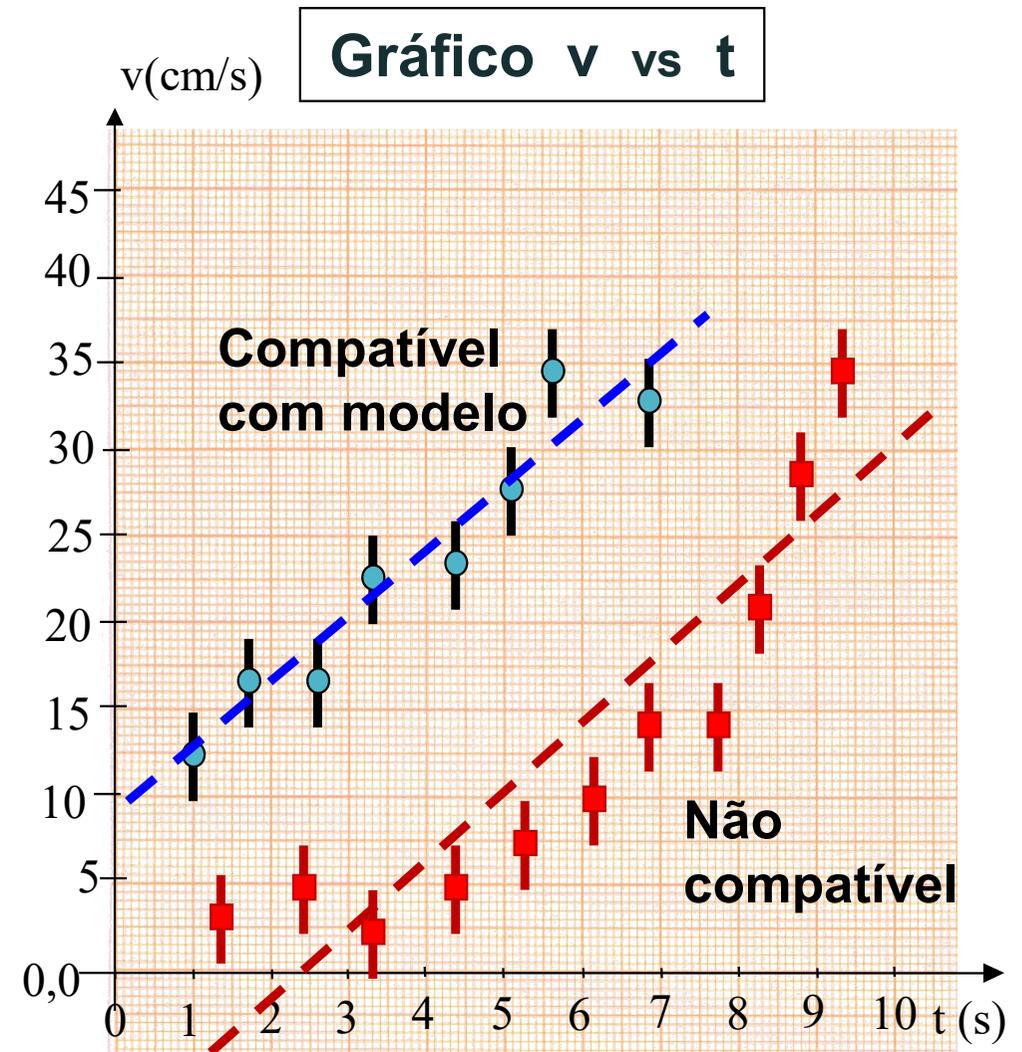
Neste exemplo: $v(t) = a + b t$

Ajustar uma **reta média** entre os pontos experimentais:

Critério: distribuir igualmente os pontos entre os dois lados da reta

Compatibilidade com modelo:

Verificar **SEMPRE** se o modelo escolhido (*reta média*) realmente descreve adequadamente a tendência dos dados experimentais



Influência de v_0

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Escolha de t_0

- Adequada p/ $v_0 = 0$

Ajuste passa pela origem

Coefficiente angular = g

- Adequada p/ $v_0 \neq 0$

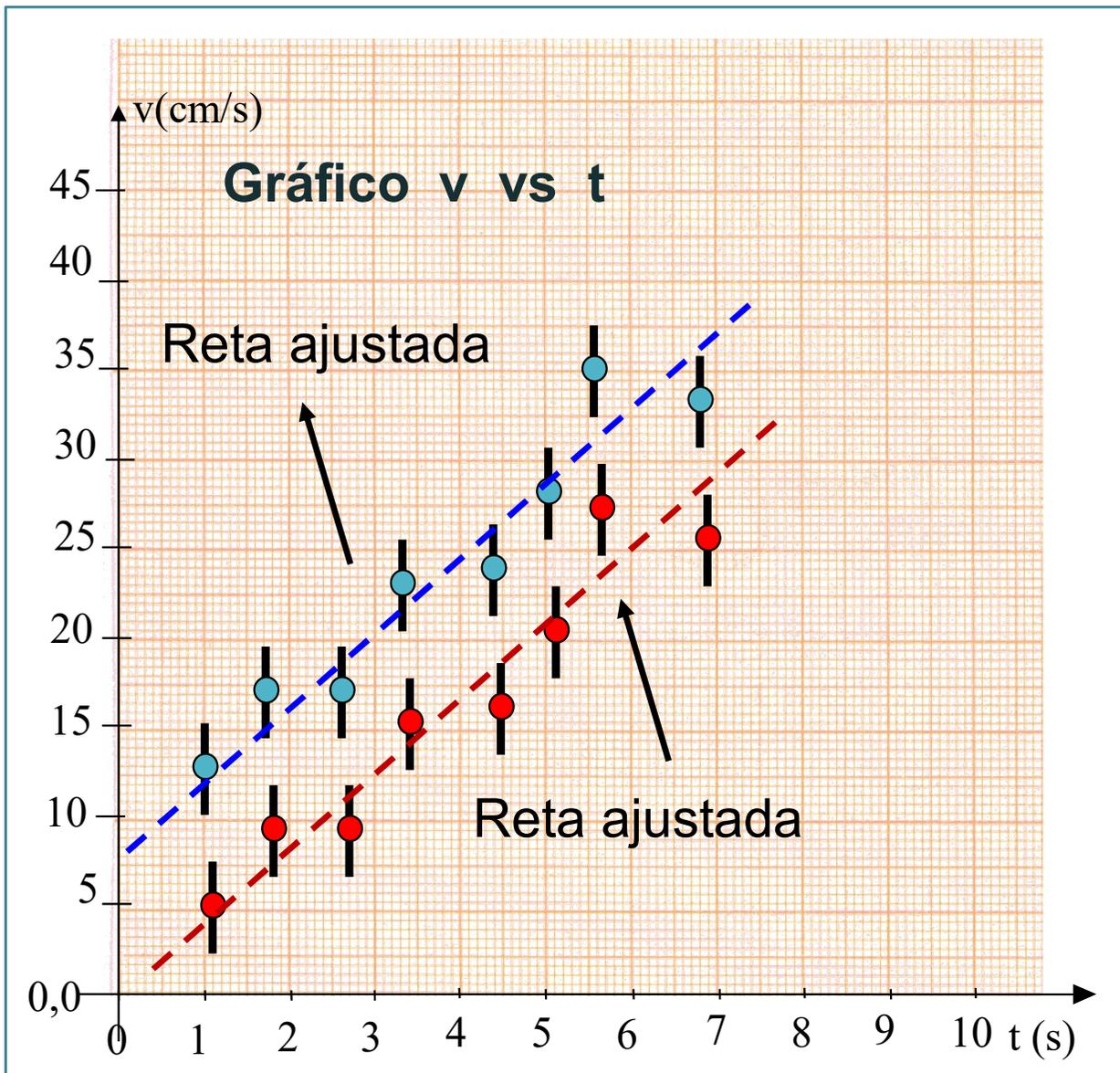
Inadequada p/ $v_0 = 0$

Ajuste não passa pela origem

Coefficiente angular = g

Sem influência p/ g

Retas são paralelas



Extraindo parâmetros do ajuste linear

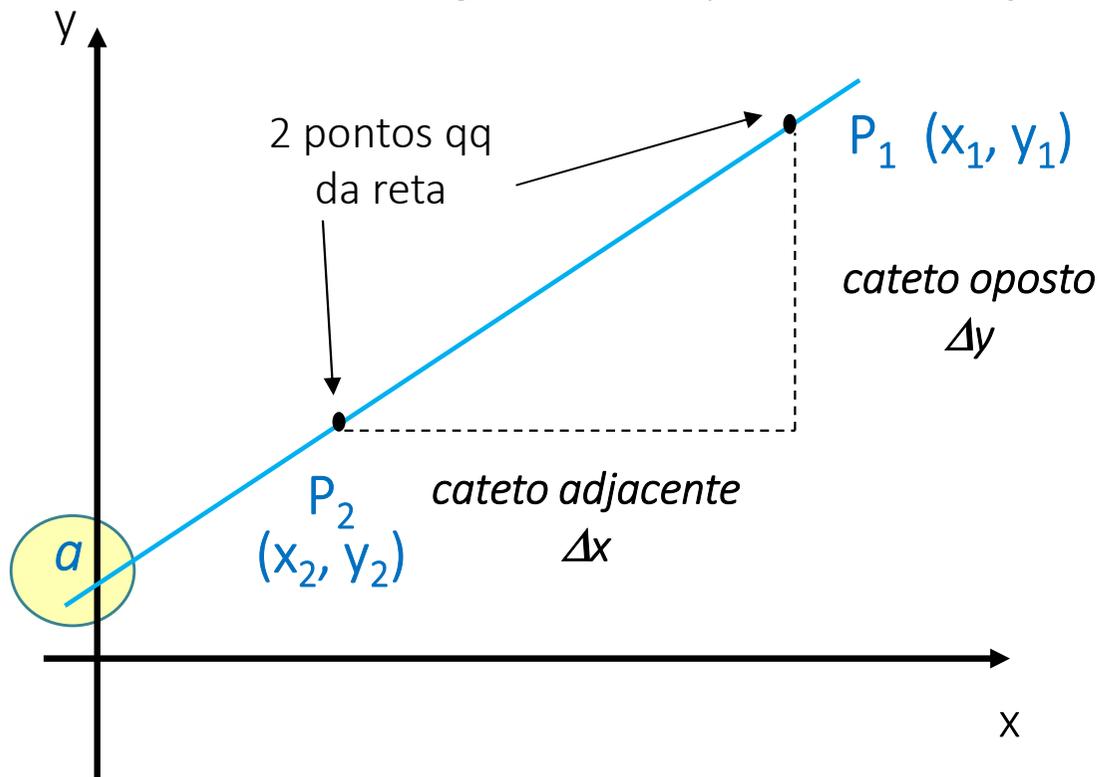
$$y = a + b x$$

Coef linear

Coef angular

$$b = \operatorname{tg} \theta = \text{cat. oposto} / \text{cat. adjacente}$$

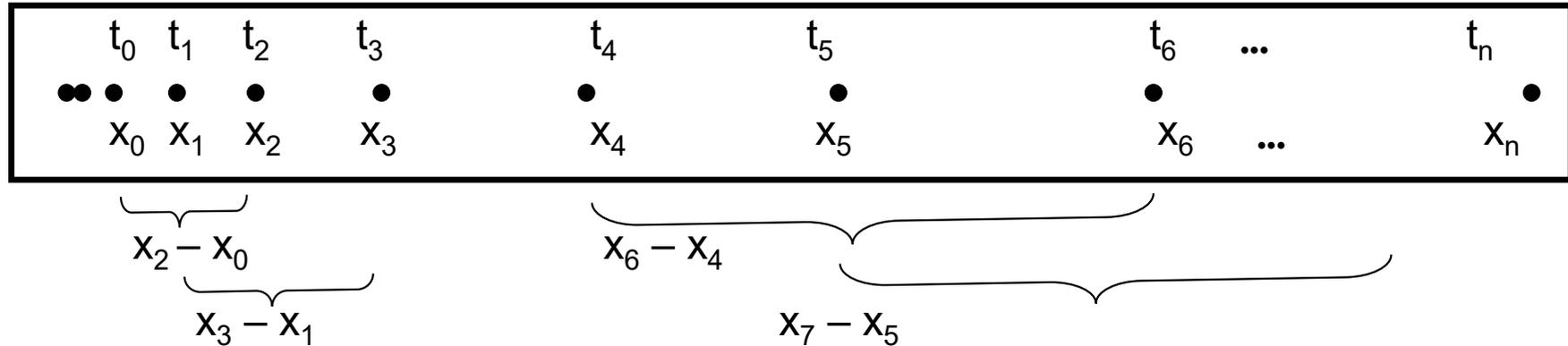
$$b = \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)}$$



No caso de um gráfico v vs. t:

$$\begin{array}{cccc} y & = & a & + & b \cdot x \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ v(t) & = & v_0 & + & g \cdot t \end{array}$$

Análise de dados



ΔX



Qual é a incerteza em Δx ?

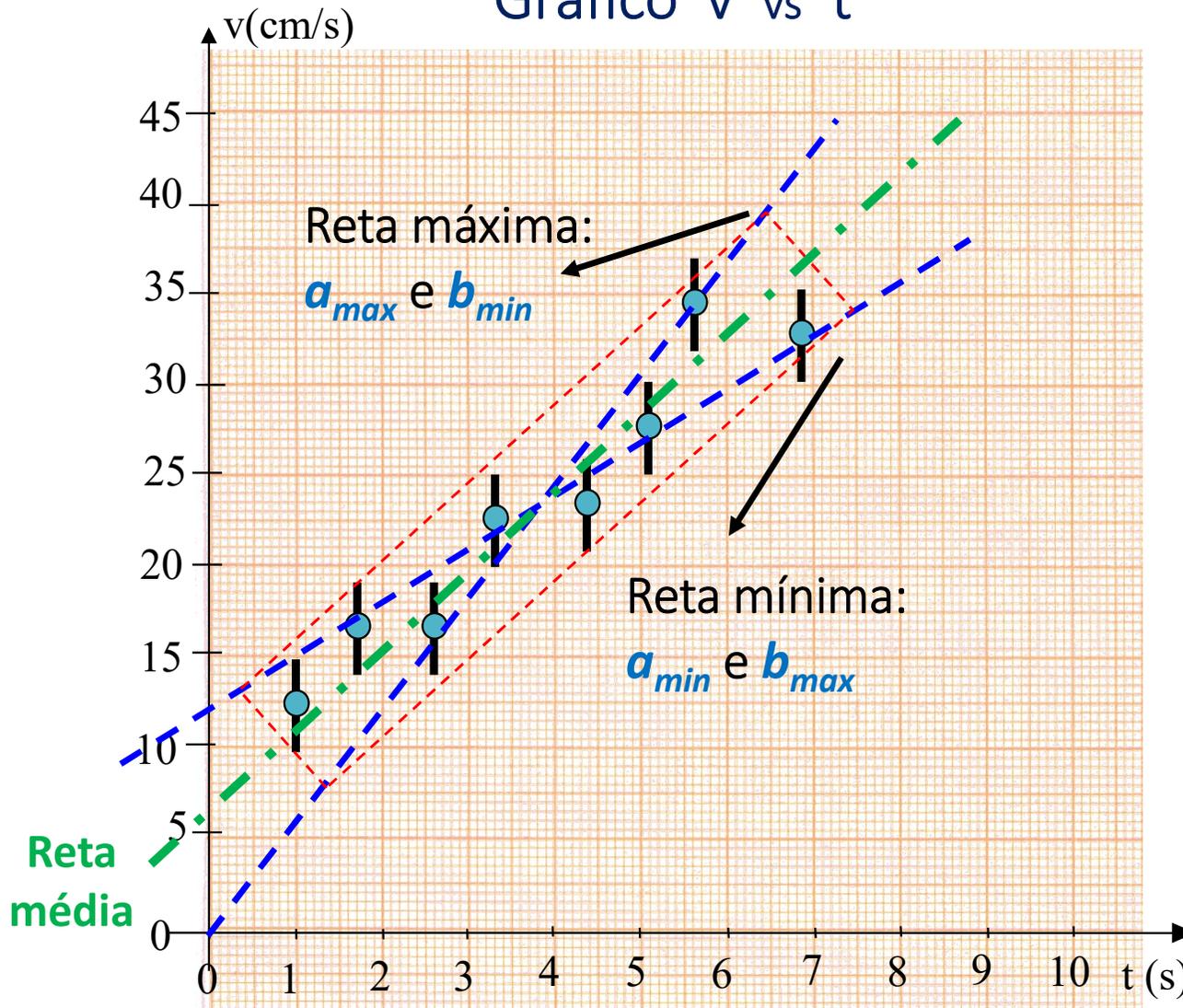
Devemos considerar uma incerteza no instante t ?

Qual é a incerteza na velocidade instantânea ?

Propagação das incertezas das medidas...

Análise Gráfica: Incerteza dos parâmetros

Gráfico v vs t



$$y = a + b \cdot x$$
$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Reta máxima: reta de maior inclinação possível que ainda descreve os pontos exp..

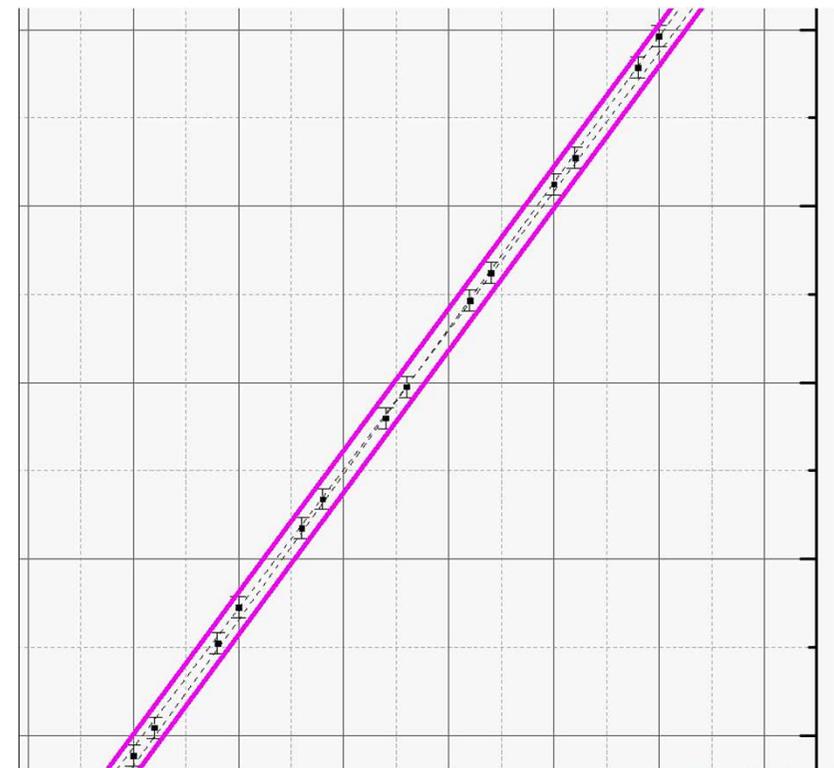
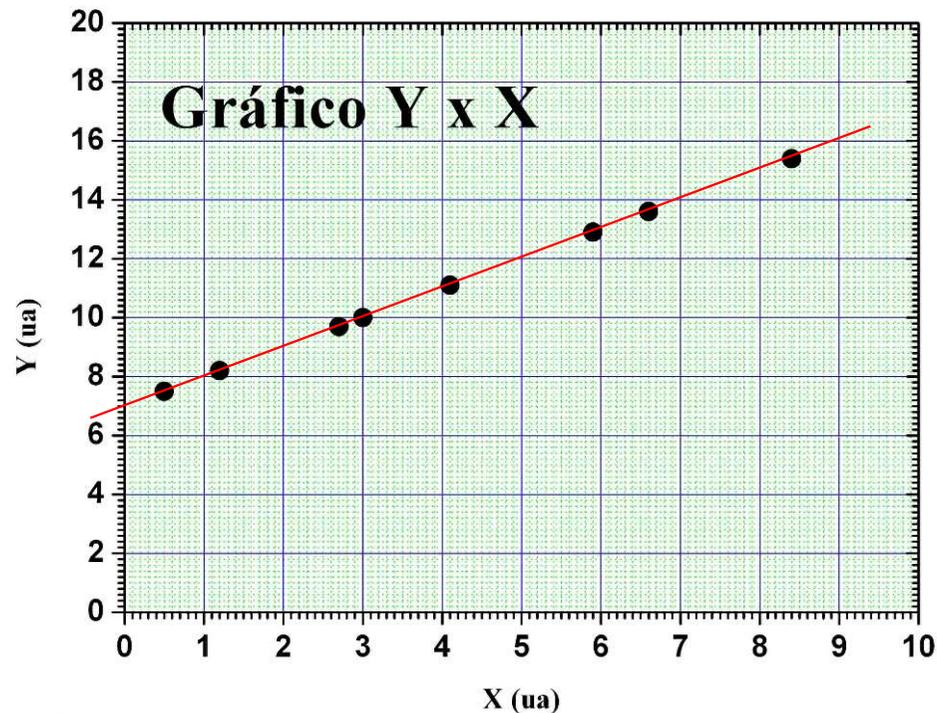
Reta mínima: reta de menor inclinação possível que ainda descreve os pontos exp..

$$\sigma_a = \frac{(a_{max} - a_{min})}{2}$$
$$\sigma_b = \frac{(b_{max} - b_{min})}{2}$$

Incerteza dos parâmetros

Para incertezas pequenas e ptos. bem alinhados: Usar **precisão da leitura no gráfico**, se não for possível traçar um retângulo.

- $\frac{1}{2}$ da menor divisão da escala. **No Ex.:**
Escala em x - $\sigma_x = 0,05$
Escala em y - $\sigma_y = 0,1$



Análise Gráfica

Que interpretação podemos dar aos parâmetros da reta?

Se os pontos se comportam de maneira linear, isso será *uma indicação* de que o modelo da queda livre pode ser bom para representar nossos dados;

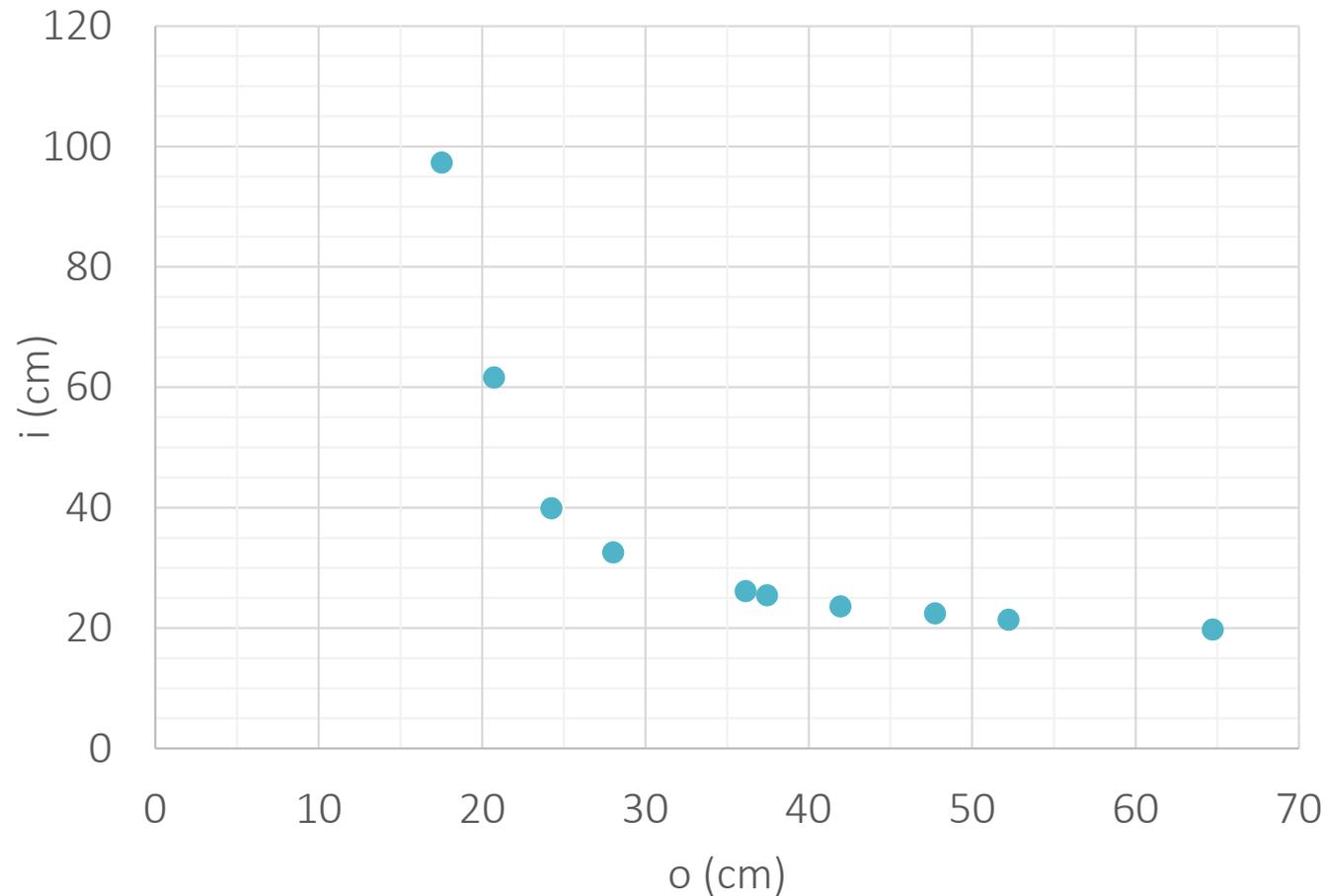
Portanto, a interpretação dos parâmetros é:

$$\begin{array}{ccccccc} y & = & a & + & b & \cdot & x \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & \updownarrow & \\ v(t) & = & v_0 & + & g & \cdot & t \end{array}$$

Análise gráfica: linearização

O que fazer quando os dados não possuem tendência linear?

Distância focal de uma lente



$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

f : distância focal

o : distância do objeto

i : distância da imagem

Linearização

Partindo de uma relação não linear:

$$Y = K X^n$$

...onde K e n são constantes e se tem interesse em determinar K

Para obter relação linear, criamos uma nova variável:

$$Z = X^n$$

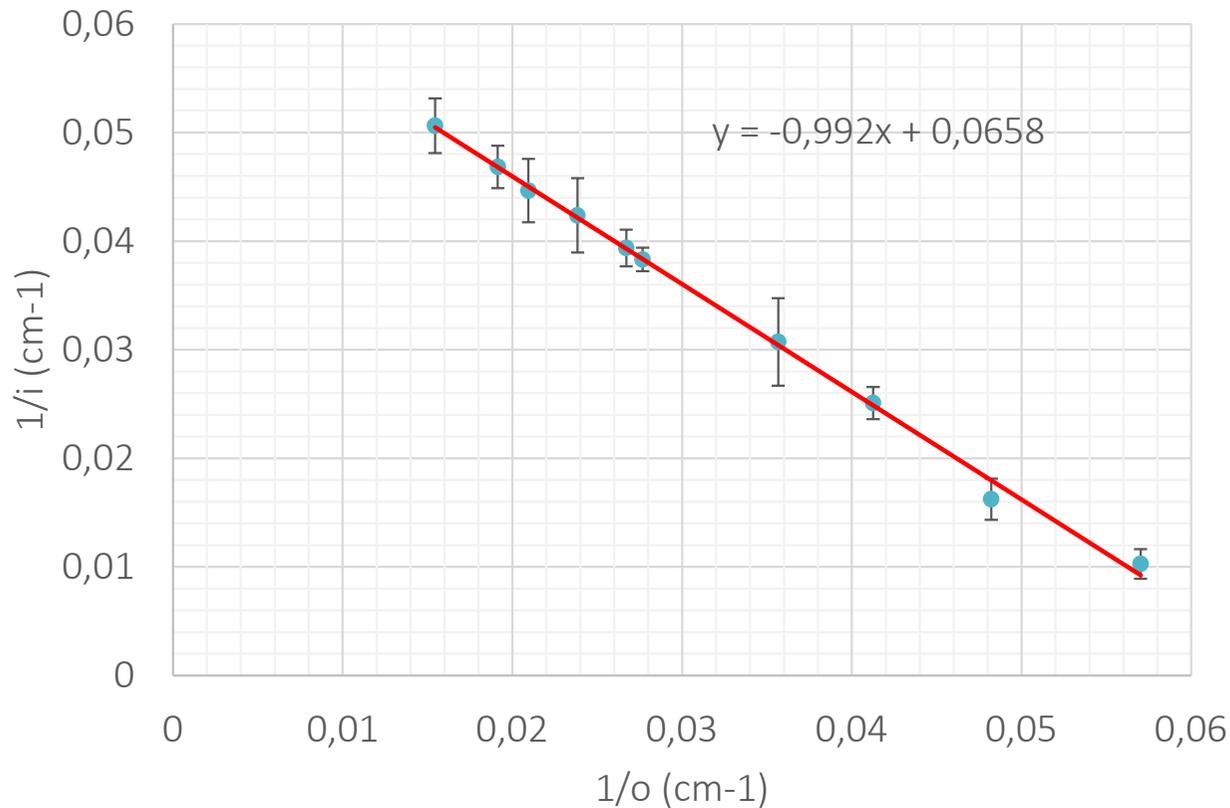
Reescrevemos a equação com a nova variável:

$$Y = K Z$$

Obtém-se o valor de K a partir do ajuste de reta no gráfico de Y vs Z .

Linearização - lentes

Distância focal de uma lente



$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

$$y = a + bx$$

$$y = \frac{1}{i} \quad x = \frac{1}{o}$$

$$a = \frac{1}{f} \quad b = -1$$

$$a = 0,0658$$

$$f = 15,2 \pm 0,6 \text{ cm}$$

$$b = -0,992$$

$$F_{\text{nominal}} = 14,4 \text{ cm}$$

Linearização: $x(t)$

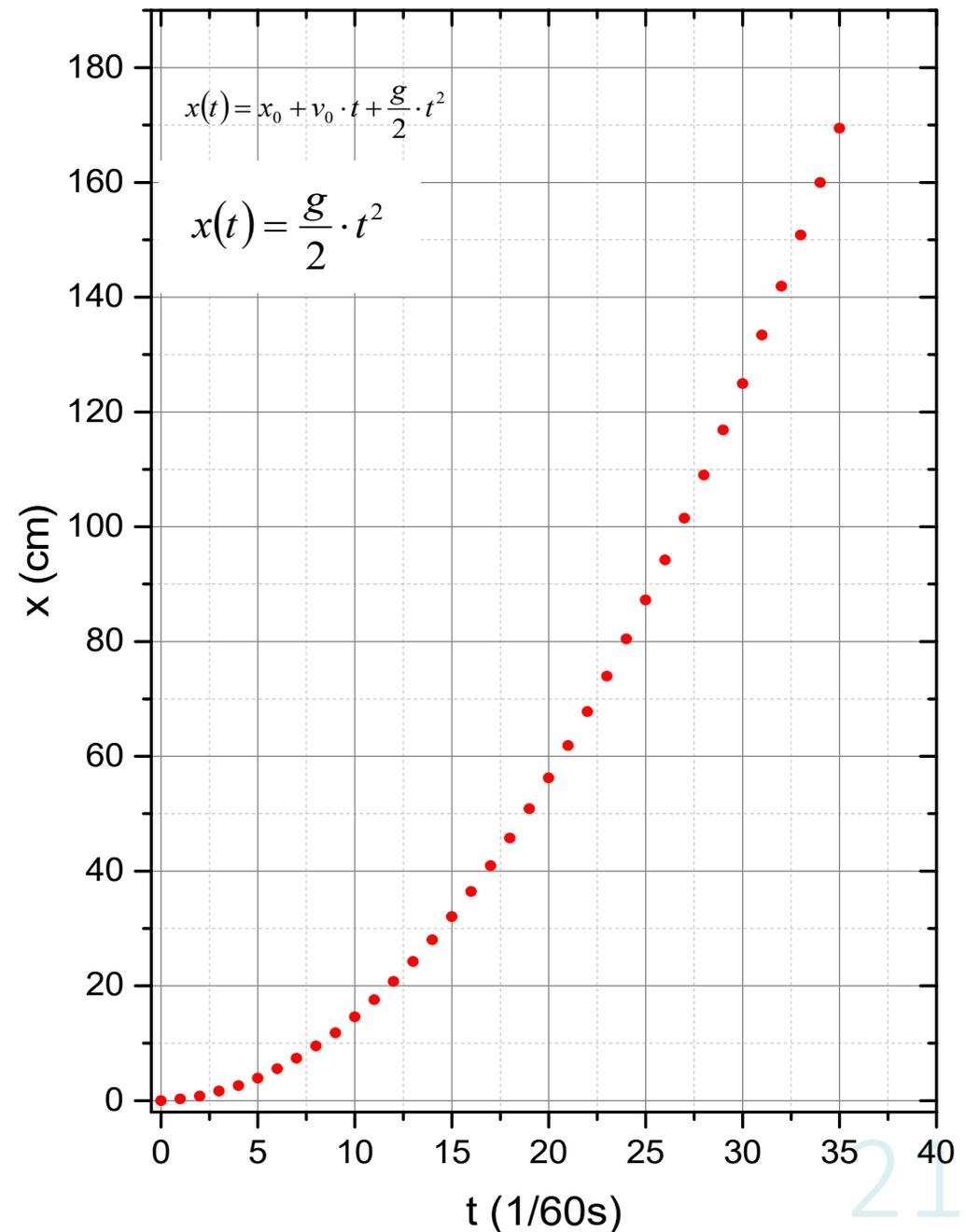
Queda livre

$$x = \frac{1}{2}gt^2 : \textit{parábola}$$

...redefinindo $Z = t^2$

$$x = \frac{1}{2}gZ : \textit{reta}$$

Espaço percorrido em função do tempo



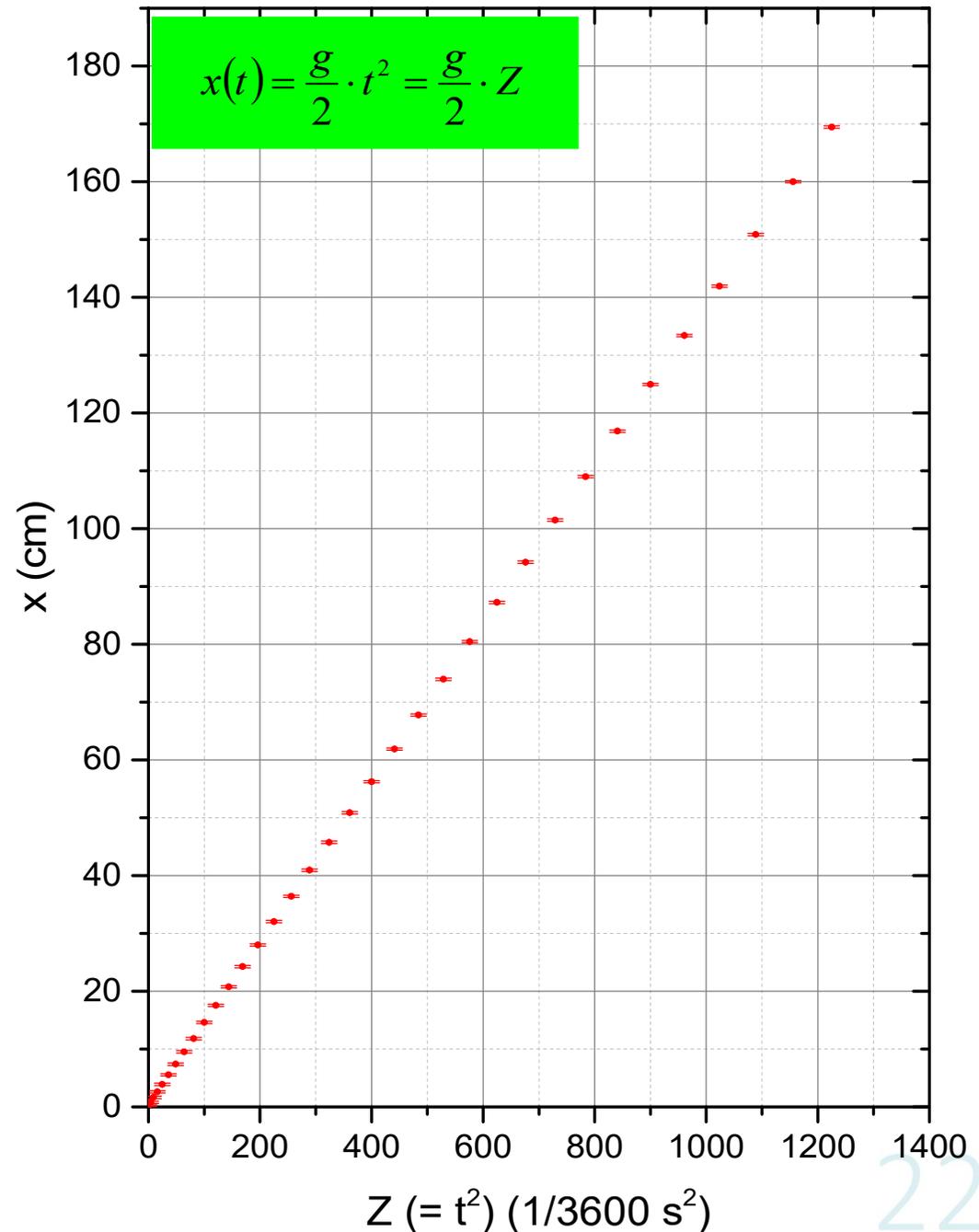
Linearização: Queda livre

$$x = \frac{1}{2} g t^2 : \textit{parábola}$$

redefinindo $Z = t^2$

$$x = \frac{1}{2} g Z : \textit{reta}$$

Linearização do espaço percorrido



Exercícios de classe – aula 7

USP - DISCIPLINAS Apoio às Disciplinas

Disciplinas » Suporte » Português - Brasil (pt_br)

Ricardo Andrade Terini

4300152 - Introdução às Medidas em Física (2023)

Início / Meus Ambientes / 2023 / IF / 430 / 4300152-2023 / Experimento # 4 - Queda livre / Exercícios classe 4.2

Exercícios classe 4.2

Abre: quinta, 11 mai 2023, 00:01

Esse questionário foi concebido para ser realizado simultaneamente ao quarto experimento do curso, as chances são ilimitadas

Método de avaliação: Nota mais alta

Pré-visualizar questionário agora

← Guia 4.2 Seguir para... Exercícios casa 4.2 - Quinta a noite ►

Ajuda e documentação

Exp. 4 - Atividades da aula de hoje

Linearização e simulação

Tabela 4. Posições do corpo em queda livre em função do tempo e em função do tempo ao quadrado

Aluno 1			Aluno 2			Aluno 3		
T (1/60 s)	T ² (1/3600 s ²)	Posição Alun 1 (cm)	T (1/60 s)	T ² (1/3600 s ²)	Posição Alun 2 (cm)	T (1/60 s)	T ² (1/3600 s ²)	Posição Alun 3 (cm)
1			2			3		
4			5			6		
7			8			9		
10			11			12		

Tabela 5. Coeficientes linear e angular para os ajustes de reta dos gráficos posição x tempo ao quadrado e respectivos valores derivados de aceleração da gravidade (g).

Aluno	Coeficiente angular	Coeficiente linear	g (cm/s ²)
1			
2			
3			

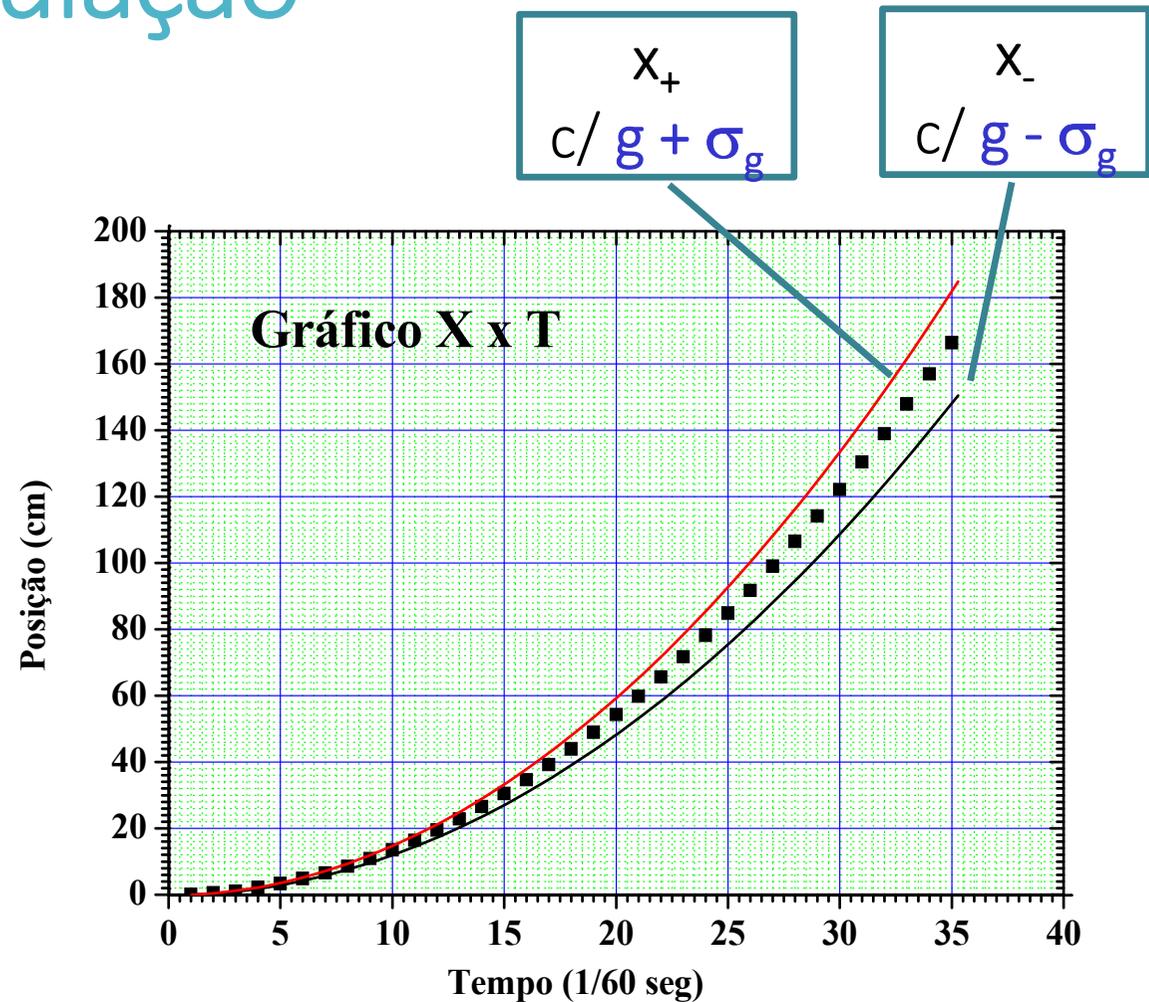
Simulação

- Usar fórmula esperada.
- Estimar valores esperados para x de acordo com g obtido do gráfico v vs. t .

Cálculos:

$$x_+ = \frac{1}{2} (g + \sigma_g) t^2$$

$$x_- = \frac{1}{2} (g - \sigma_g) t^2$$



Discussão

No final do experimento:

- O parâmetro a (v_0) é coerente com um movimento que se iniciou no repouso?
 - Quantas faíscas você desprezou para iniciar a escala de tempo ($t=0$)?
 - Como avaliar se v_0 está dentro do esperado?
- E b é compatível com o valor da **aceleração da gravidade**?
 - O IAG obteve o valor de **978,622 cm/s^2** para a aceleração da gravidade fazendo uma medida bastante precisa.

relembrando

Média ponderada

Seja cada medida F_i , com incerteza σ_{F_i} , isto é, $(F_i \pm \sigma_{F_i})$.

O valor médio de F , pode ser obtido por **média ponderada**:

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^N p_i}$$

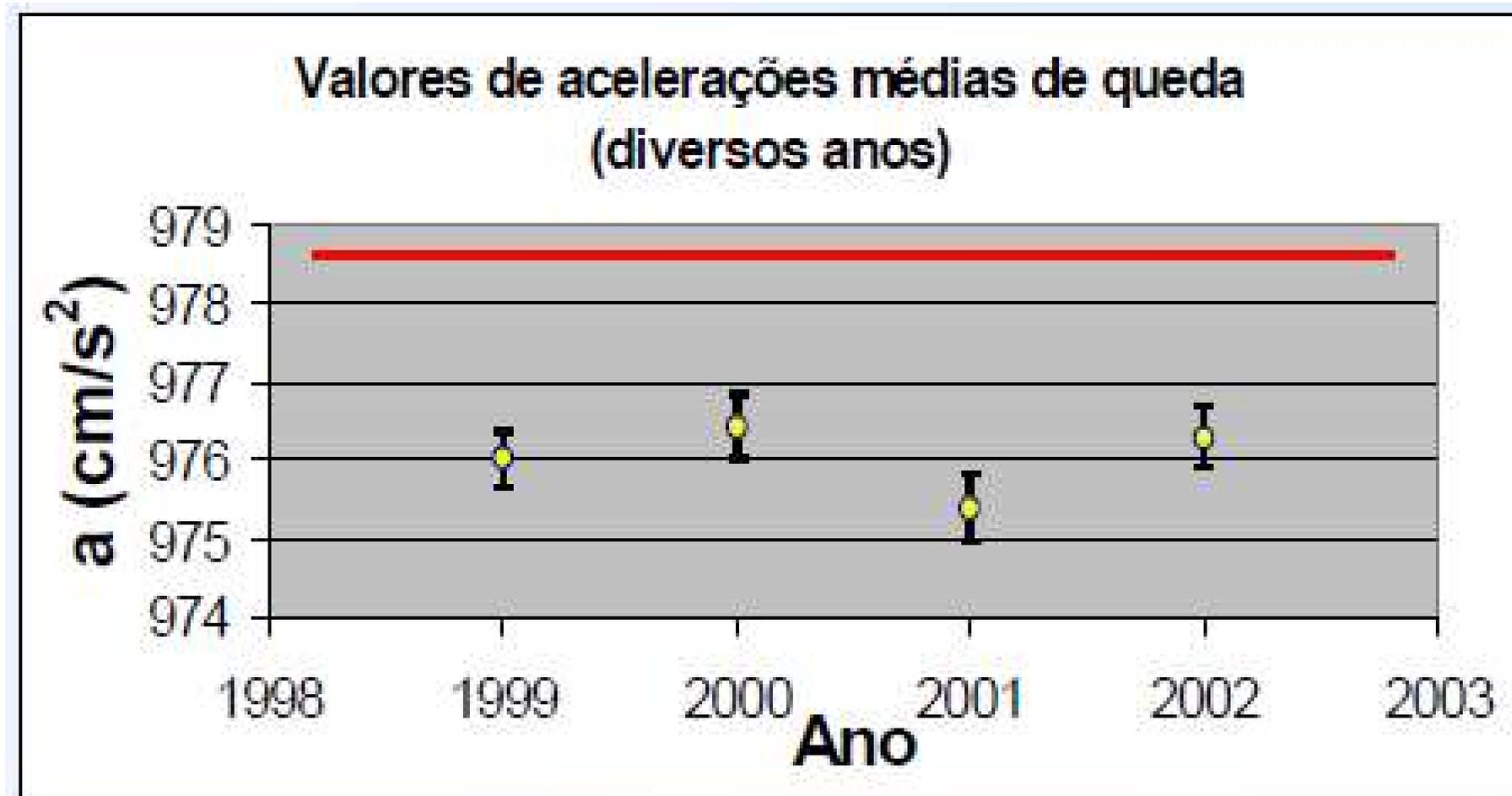
onde:

$$p_i = \frac{1}{\sigma_{F_i}^2}$$

é o *peso estatístico* de cada medida.

e a incerteza de \bar{F} é:

$$\sigma_{\bar{F}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i}}$$



$$g_{IAG} = 9,7864(3) \text{ m/s}^2$$

Guimarães Filho et al., APRENDENDO FÍSICA COM O USO DE EXPERIMENTOS DE GRANDE PRECISÃO EM LABORATÓRIOS DIDÁTICOS: O ESTUDO DA QUEDA DE UM CORPO, XVI SNEF.

Para a próxima aula (26/05):

- Entrega do **Guia 4.2** (um por grupo)
- No *Moodle* (aba Experimento # 4- Queda livre):
Exercício de casa **individual** (até dia 26/05).

- Lembrando: **dia 19/05/23 - PROVA 01**

LOCAL DA PROVA: sala 2021

HORÁRIO DA PROVA: das 8:30 h às 11:30 h

TRAZER: Calculadora e régua

Quaisquer mudanças: **VER NO MOODLE**
(início/locais das provas)