

# Introdução às Medidas em Física

4300152

7<sup>a</sup> Aula (12/05/2023)

Licenciatura no IME– Turma T42

*Ricardo Andrade Terini*

[rterini@if.usp.br](mailto:rterini@if.usp.br)

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 105

Agradecimentos aos profs. Nemitala Added, Elisabeth M. Yoshimura e Paula Allegro por cederem as apresentações que serviram de base para esta.

---

# Experiência 4 (2 aulas): Queda Livre

## Objetivos:

### **Estudar o movimento de queda de um objeto**

- *Medidas diretas de posição em função do tempo*
- *Medidas indiretas da velocidade em função do tempo*

### **Análise gráfica de dados**

- *Apresentar dados de forma gráfica*
- *Ajustar uma reta a um conjunto de dados com comportamento linear*
- *Obter os parâmetros da reta graficamente com incertezas.*
- *Linearização*

### **Comparar com modelo de queda sob ação unicamente da força de gravidade**

relembrando

# Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

Realizar a medição do movimento de um corpo em queda, incluindo:

- **cuidados experimentais**: formato do corpo; altura da queda; registro temporal confiável (marcador de tempo e registro na vertical)
- **utilização correta dos dados obtidos**;
- **técnicas adequadas de análise de dados**;
- **confecção de gráficos adequados**;
- **interpretação dos resultados** a partir de um modelo físico do experimento.

relembrando

# Hipótese sobre o movimento

Um corpo em queda está sob a influência de uma força constante, a **força da gravidade**, e, portanto, se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

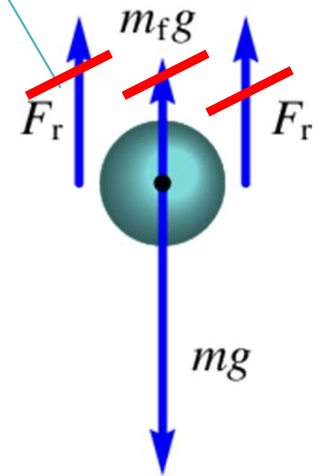
... Se essa hipótese estiver correta, o movimento do corpo caindo livremente (*sem outras forças agindo sobre ele além da gravidade*) será descrito por:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

resistência do fluido

empuxo do fluido



Supõe-se, então:

- ausência da influência do ar e
- proximidade do solo.

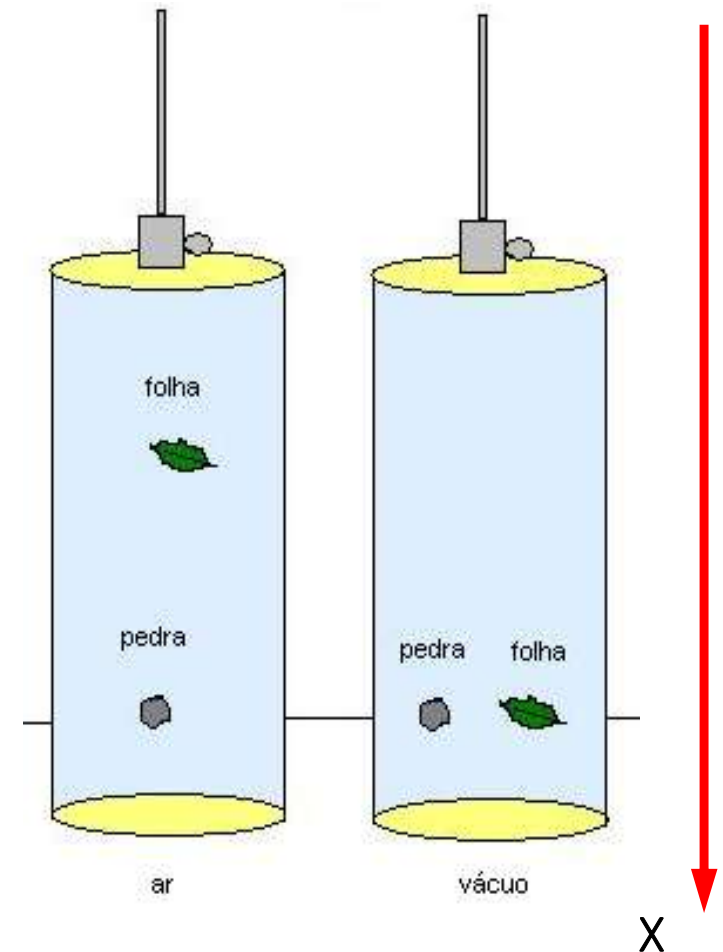
# Hipótese sobre o movimento

Observando o movimento na direção vertical (*eixo-x orientado para baixo*) pode-se abandonar a notação vetorial:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Corolário: a **velocidade média** num intervalo de tempo coincide com a **velocidade instantânea no centro do intervalo de tempo**:



$$\bar{v}(t_1 - t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

5



# Resultados do Experimento

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	...	$t_n$
●●	●	●	●	●	●	●		●
$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	...	$x_n$



Que dados obtivemos (aula passada)?

Posição em função do tempo.

Como determinar o tempo (ou o instante) de cada posição?

Escolher  $t=0$  e usar a frequência da rede (60Hz):

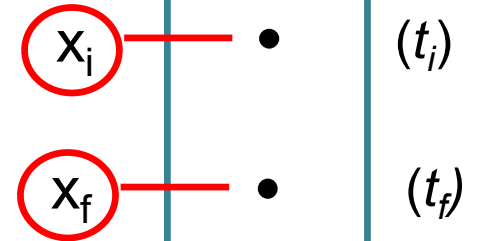
$$\Delta t = \frac{1}{60,00} \text{ s}$$

relembrando

## Como podemos calcular a velocidade do objeto em cada instante ( $t'$ )?

- A velocidade média entre dois pontos é dada por:

$$v_{\text{média}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$



...onde  $\Delta x$  é a distância entre esses dois pontos e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo que o objeto levou para ir do primeiro ( $x_i$ ) ao segundo ponto ( $x_f$ ).

- A **velocidade instantânea** para um corpo que se move com aceleração constante é dada por

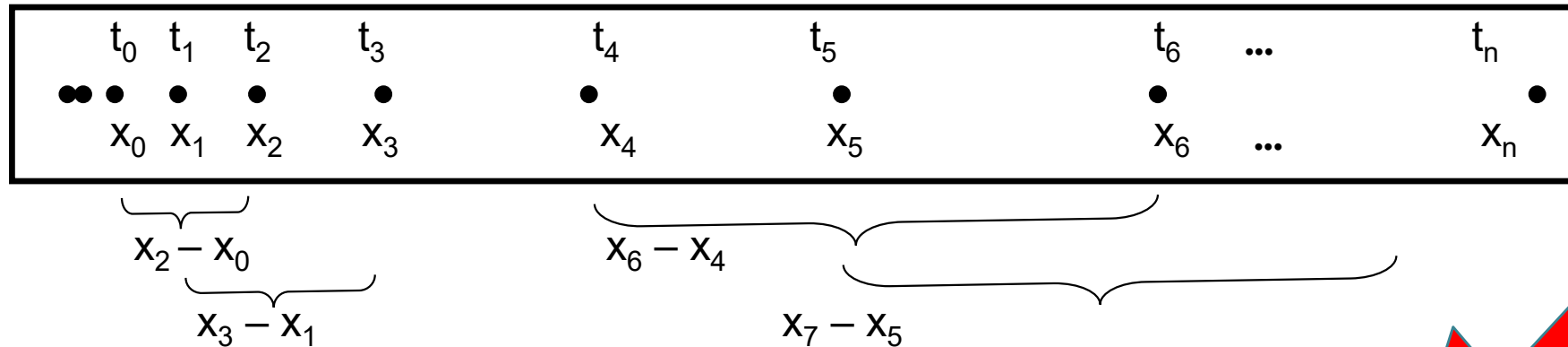
$$v_i(t') = v_{\text{media}}$$

onde,

$$t' = (t_i + t_f) / 2 = t_{\text{medio}}$$



# Análise de dados



A partir da fita marcada (posição em função do tempo), obtivemos:

- $\Delta x = x_{n+1} - x_{n-1}$
- $t_{\text{médio}} = (t_{n+1} + t_{n-1})/2$

que levam a  $v_{\text{médio}} = \Delta x / \Delta t$  no instante  $t_{\text{médio}}$

**Ex.:**  $v(t_1) = (x_2 - x_0) / (t_2 - t_0)$

Cada ponto é usado uma só vez para EVITAR CORRELAÇÃO

# Representação gráfica

## Legendas

*Variáveis + unidades*

## Escalas

*Múltiplos (x 10) de 1, 2 ou 5*

*Marcar somente valores de referência nos eixos*

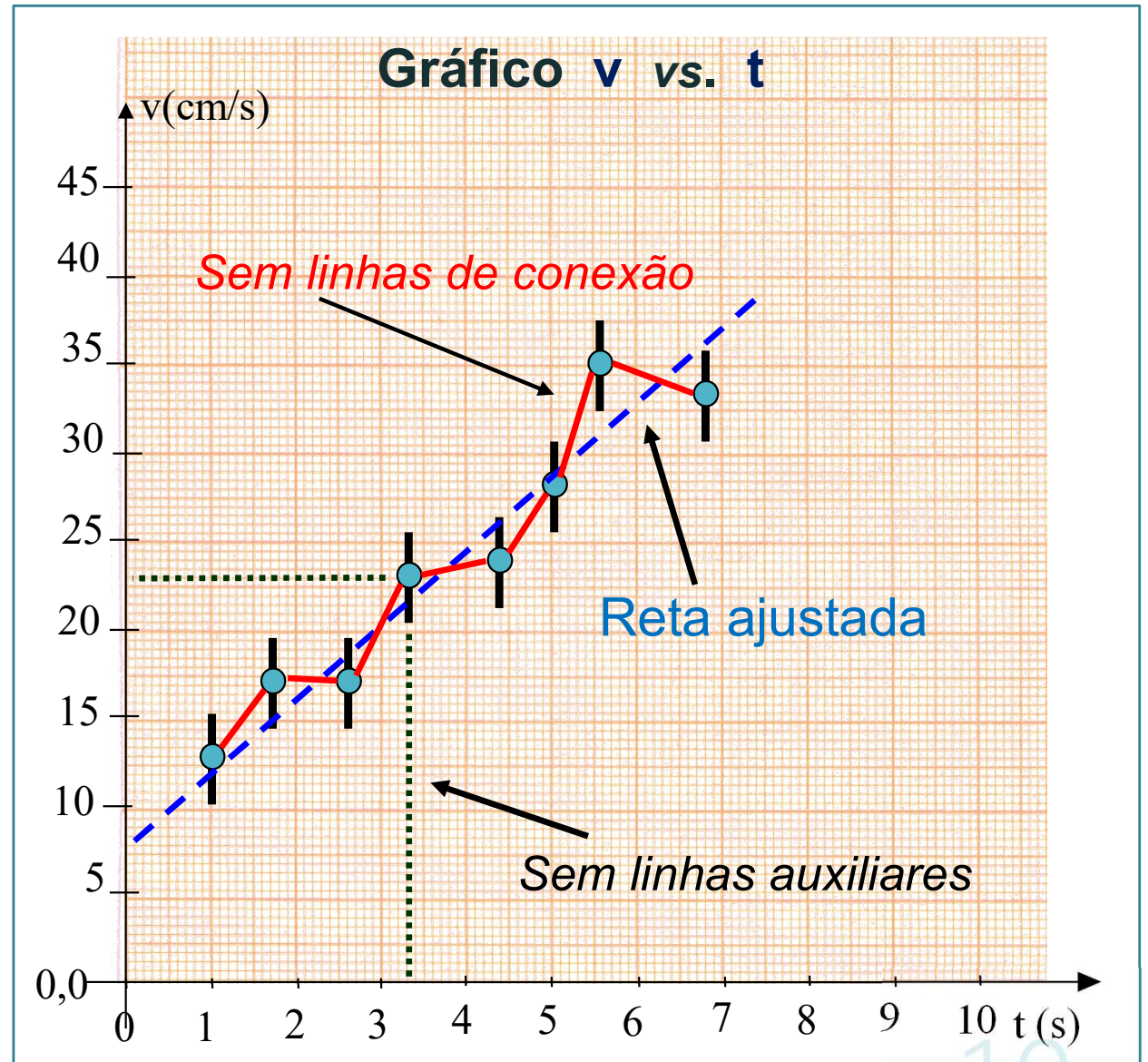
## Título

## Pontos experimentais

*Valor + incerteza*

## Ajuste de curva

*No caso, uma reta*





relembrando

# Representação gráfica: Ajuste de função

Escolher um modelo:  $Y = a + b X$

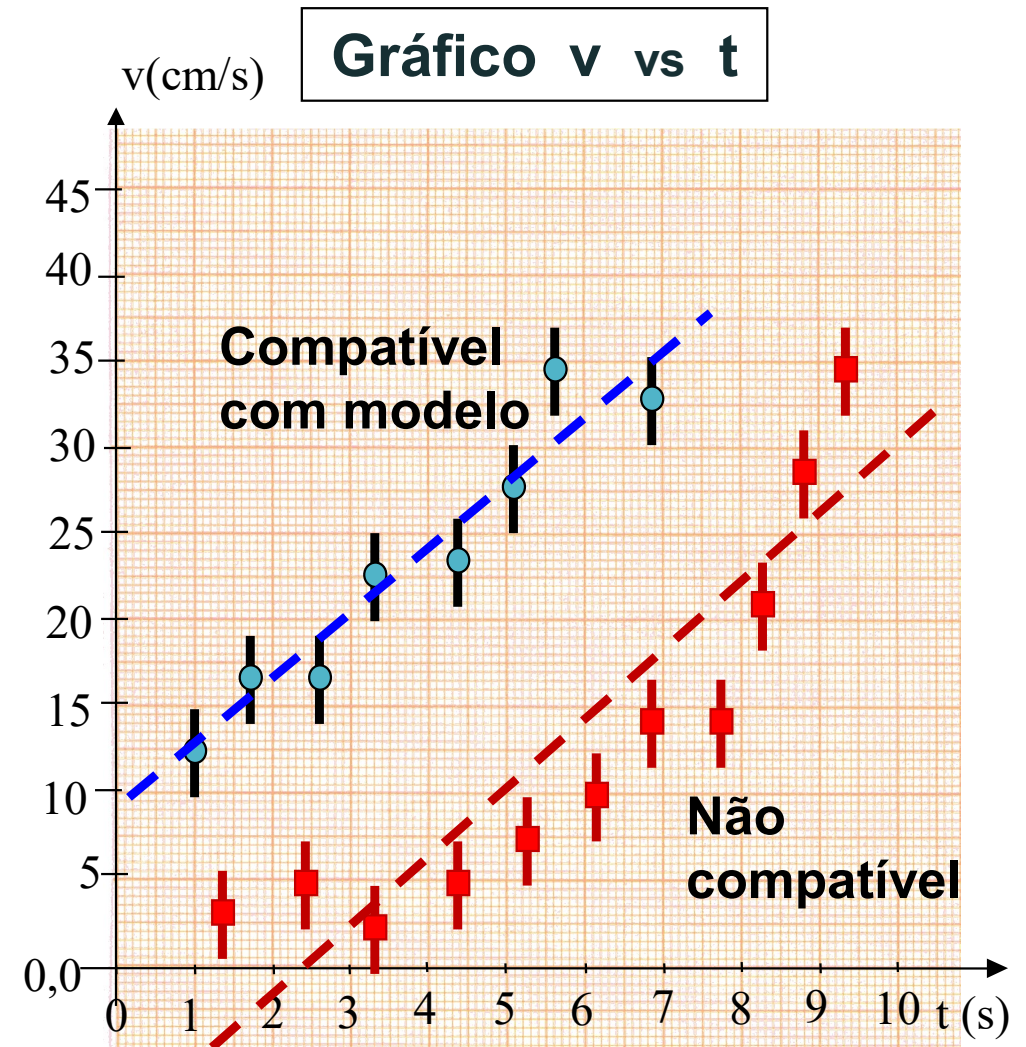
Neste exemplo:  $v(t) = a + b t$

Ajustar uma **reta média** entre os pontos experimentais:

**Critério:** distribuir igualmente os pontos entre os dois lados da reta

Compatibilidade com modelo:

Verificar **SEMPRE** se o modelo escolhido (*reta média*) realmente descreve adequadamente a tendência dos dados experimentais



# Influência de $v_0$

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

## Escolha de $t_0$

- Adequada p/  $v_0 = 0$

*Ajuste passa pela origem*

*Coefficiente angular =  $g$*

- Adequada p/  $v_0 \neq 0$

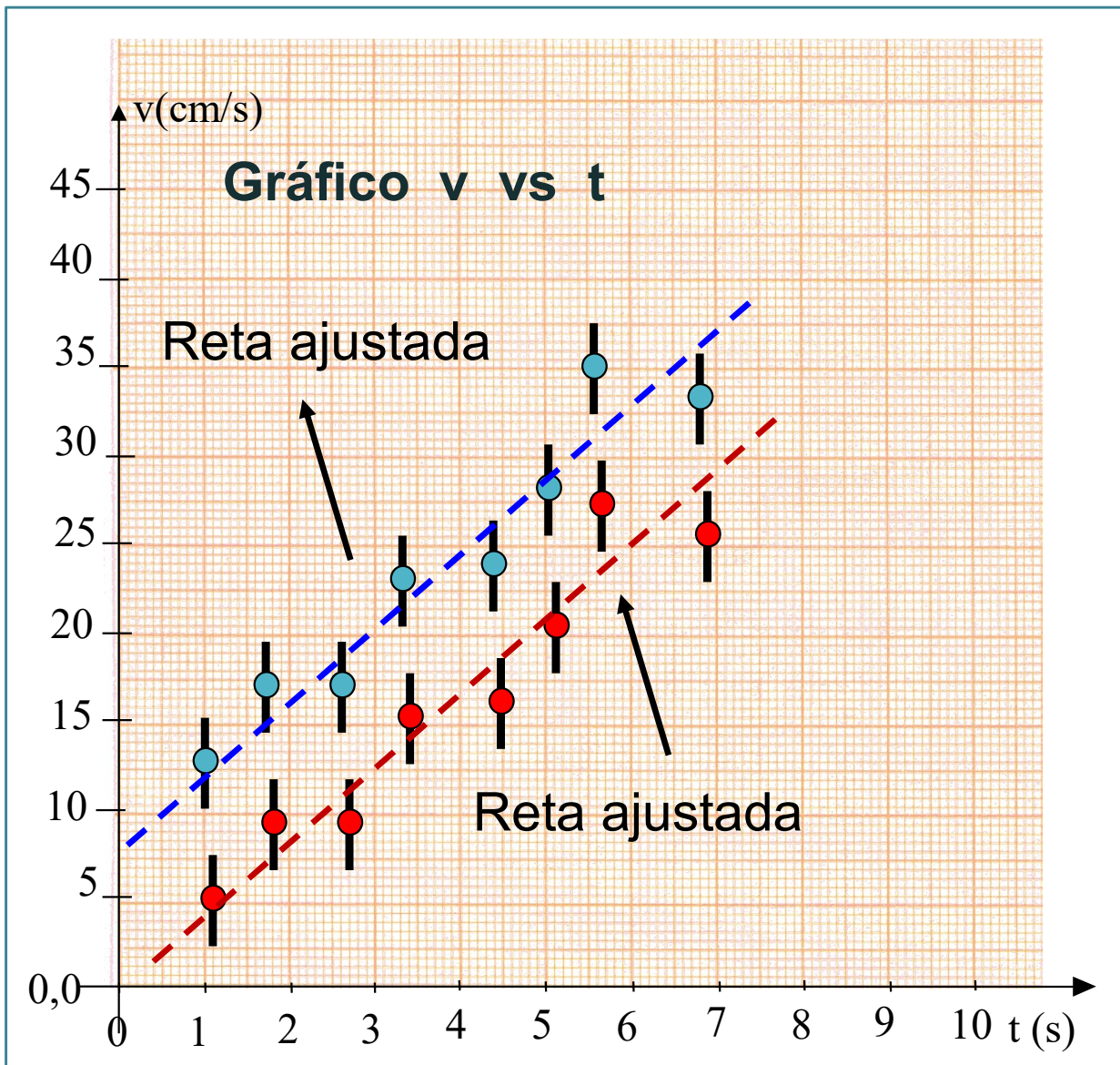
Inadequada p/  $v_0 = 0$

*Ajuste não passa pela origem*

*Coefficiente angular =  $g$*

## Sem influência p/ $g$

Retas são paralelas





# Extraindo parâmetros do ajuste linear

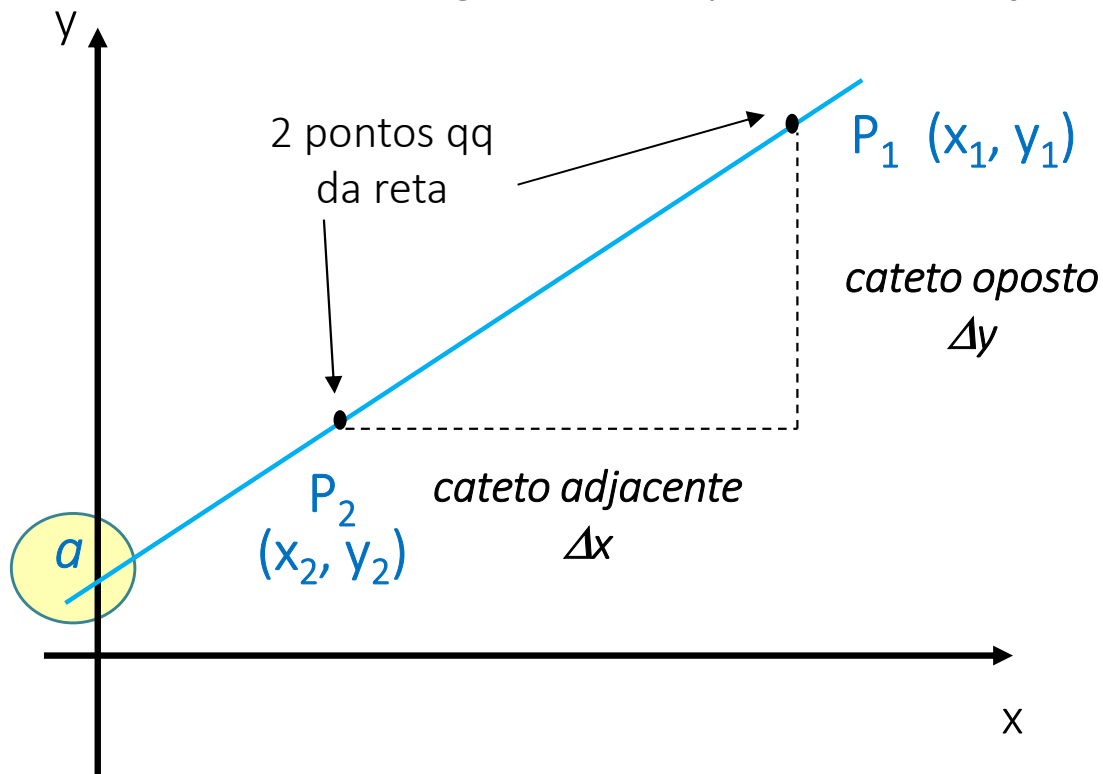
$$y = a + b x$$

Coef linear

Coef angular

$$b = \operatorname{tg} \theta = \text{cat. oposto} / \text{cat. adjacente}$$

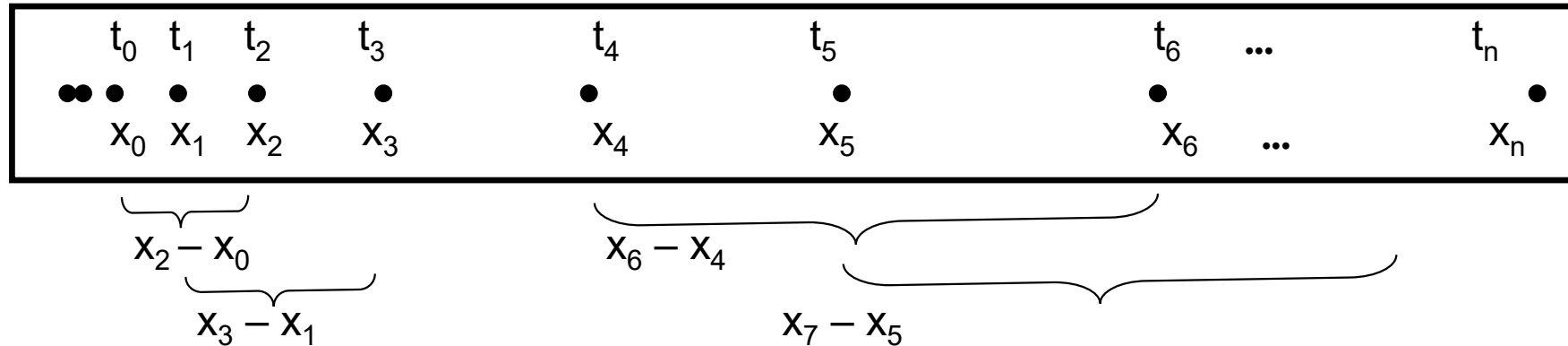
$$b = \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)}$$



No caso de um gráfico v vs. t:

$$\begin{array}{cccc} y & = & a & + & b \cdot x \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ v(t) & = & v_0 & + & g \cdot t \end{array}$$

# Análise de dados



$\Delta X$



Qual é a incerteza em  $\Delta x$ ?

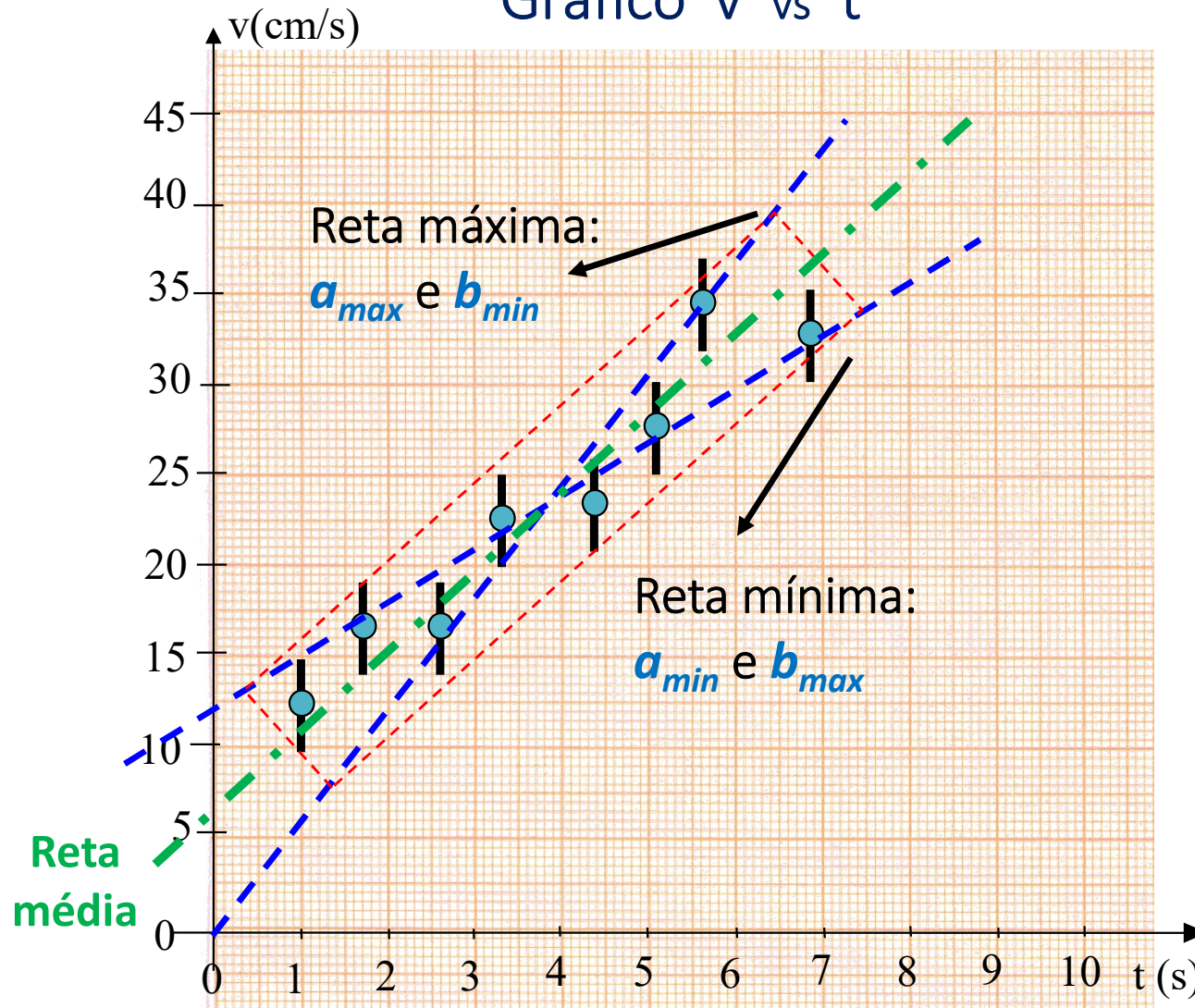
Devemos considerar uma incerteza no instante  $t$  ?

Qual é a incerteza na velocidade instantânea ?

Propagação das incertezas das medidas...

# Análise Gráfica: Incerteza dos parâmetros

Gráfico v vs t



$$y = a + b \cdot x$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

**Reta máxima:** reta de maior inclinação possível que ainda descreve os pontos exp..

**Reta mínima:** reta de menor inclinação possível que ainda descreve os pontos exp..

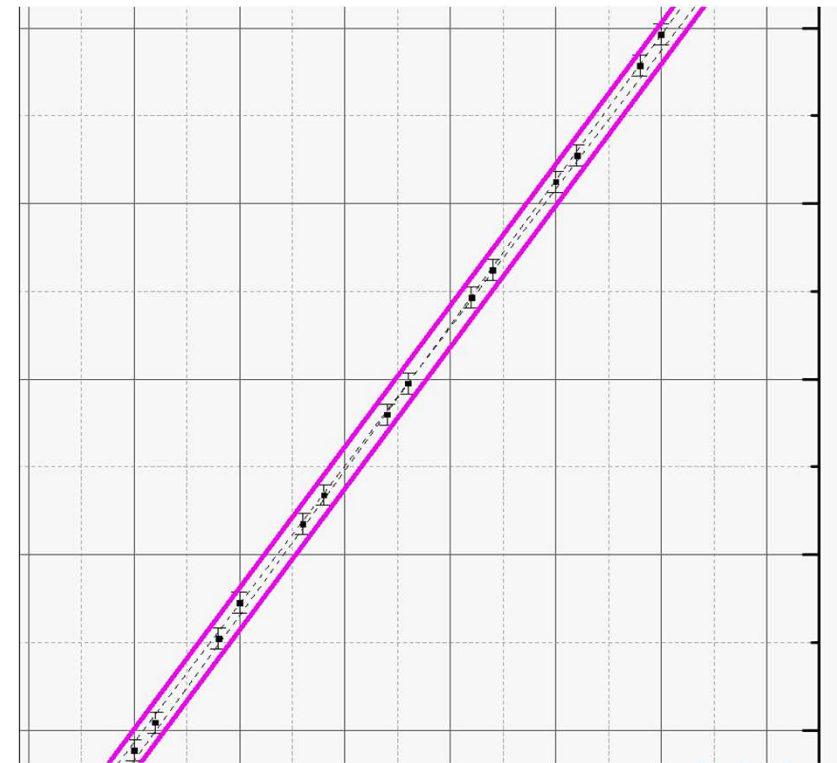
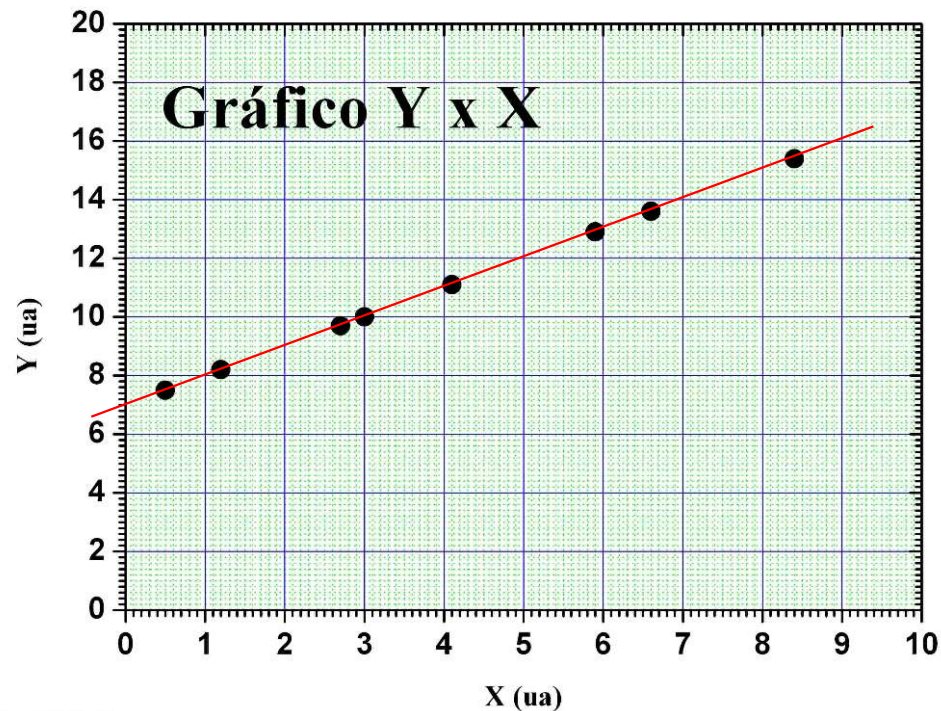
$$\sigma_a = \frac{(a_{max} - a_{min})}{2}$$
$$\sigma_b = \frac{(b_{max} - b_{min})}{2}$$



# Incerteza dos parâmetros

Para incertezas pequenas e ptos. bem alinhados: Usar **precisão da leitura no gráfico**, se não for possível traçar um retângulo.

- $\frac{1}{2}$  da menor divisão da escala. **No Ex.:**  
Escala em  $x$  -  $\sigma_x = 0,05$   
Escala em  $y$  -  $\sigma_y = 0,1$





# Análise Gráfica

## Que interpretação podemos dar aos parâmetros da reta?

Se os pontos se comportam de maneira linear, isso será *uma indicação* de que o modelo da queda livre pode ser bom para representar nossos dados;

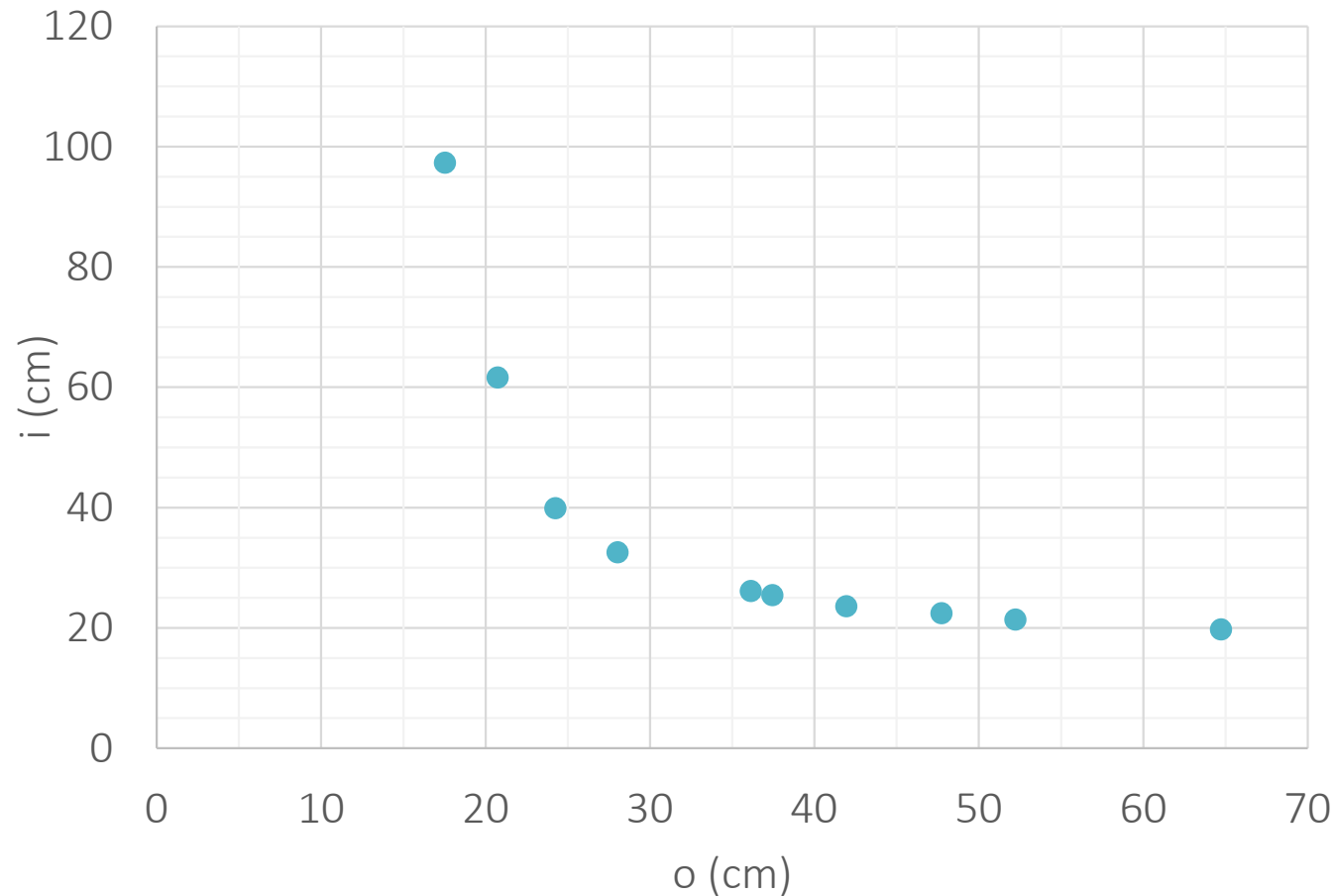
Portanto, a interpretação dos parâmetros é:

$$\begin{array}{ccccccc} y & = & a & + & b & \cdot & x \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ v(t) & = & v_0 & + & g & \cdot & t \end{array}$$

# Análise gráfica: linearização

O que fazer quando os dados não possuem tendência linear?

Distância focal de uma lente



$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

$f$ : distância focal

$o$ : distância do objeto

$i$ : distância da imagem

# Linearização

Partindo de uma relação não linear:

$$Y = K X^n$$

...onde  $K$  e  $n$  são constantes e se tem interesse em determinar  $K$

Para obter relação linear, criamos uma nova variável:

$$Z = X^n$$

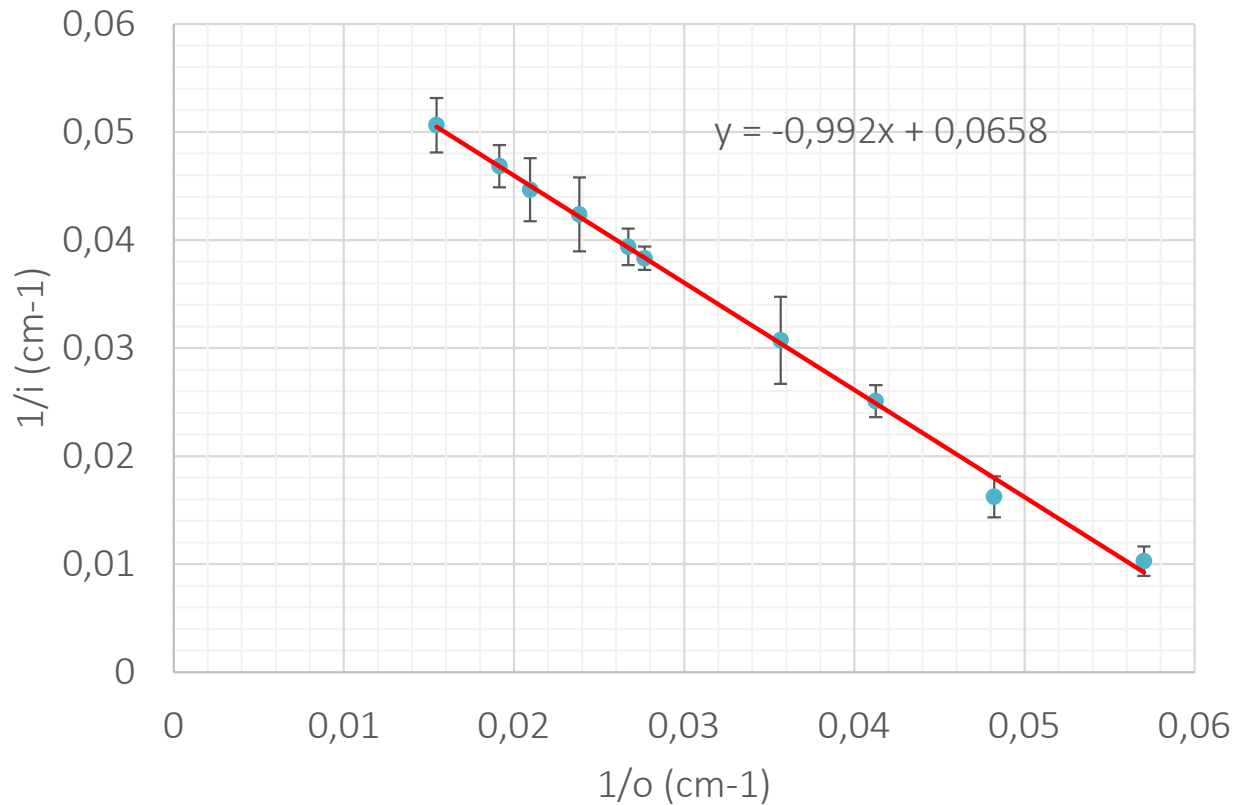
Reescrevemos a equação com a nova variável:

$$Y = K Z$$

Obtém-se o valor de  $K$  a partir do ajuste de reta no gráfico de  $Y$  vs  $Z$ .

# Linearização - lentes

Distância focal de uma lente



$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

$$y = a + bx$$

$$y = \frac{1}{i} \quad x = \frac{1}{o}$$

$$a = \frac{1}{f} \quad b = -1$$

$$a = 0,0658$$

$$f = 15,2 \pm 0,6 \text{ cm}$$

$$b = -0,992$$

$$F_{\text{nominal}} = 14,4 \text{ cm}$$

# Linearização: $x(t)$

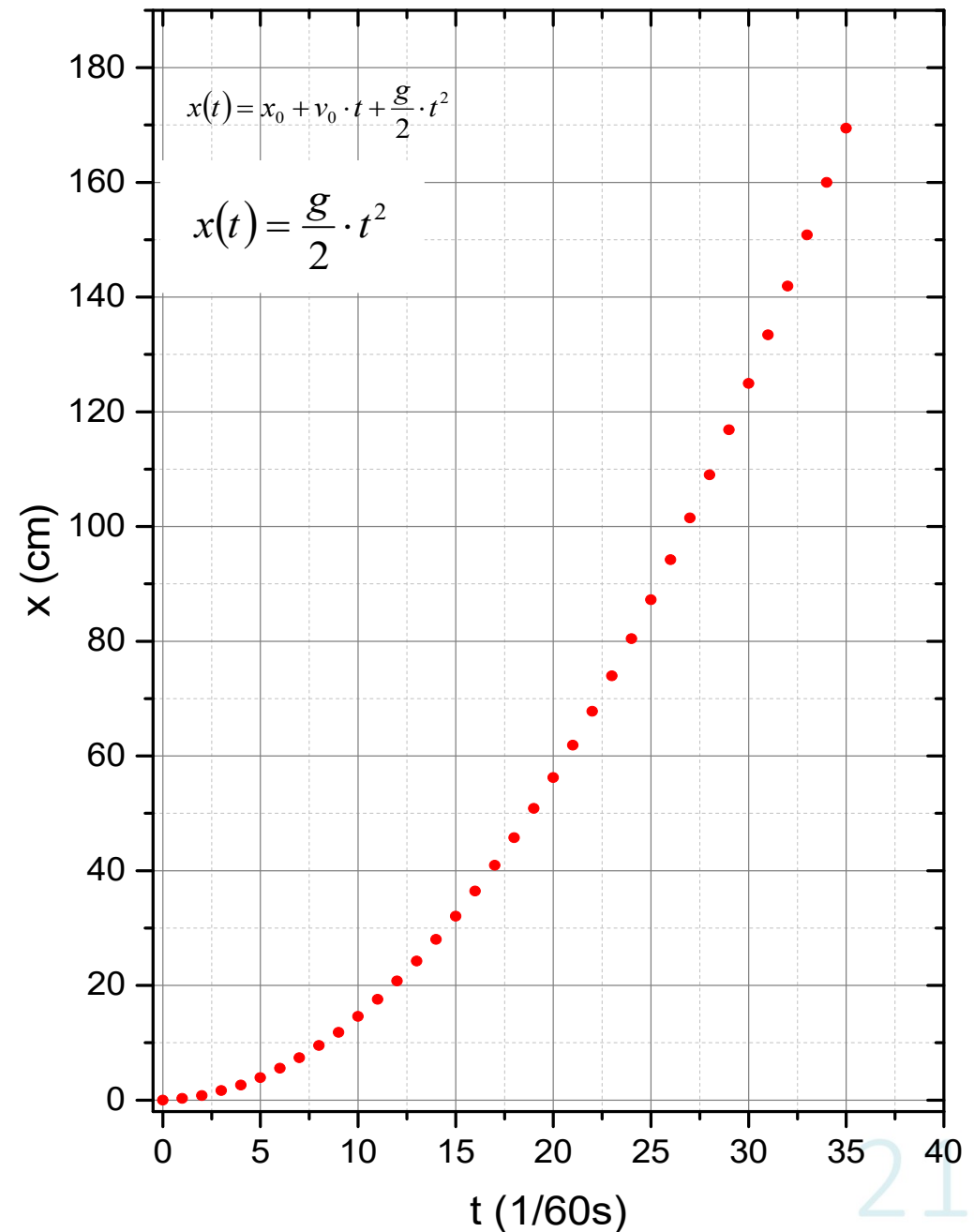
## Queda livre

$$x = \frac{1}{2}gt^2 : \textit{parábola}$$

*...redefinindo  $Z = t^2$*

$$x = \frac{1}{2}gZ : \textit{reta}$$

Espaço percorrido em função do tempo



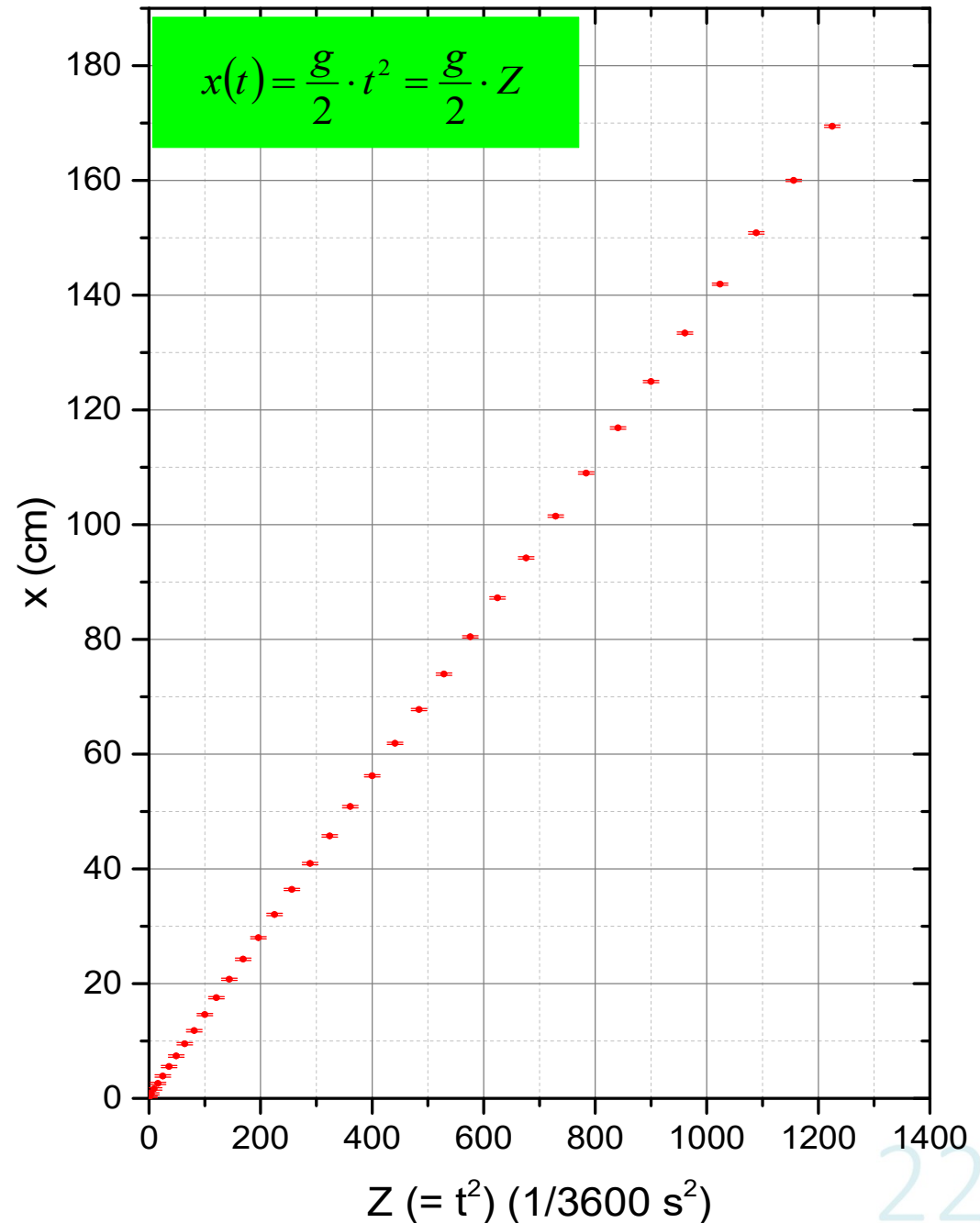
# Linearização: Queda livre

$$x = \frac{1}{2} g t^2 : \textit{parábola}$$

*redefinindo  $Z = t^2$*

$$x = \frac{1}{2} g Z : \textit{reta}$$

Linearização do espaço percorrido



# Exercícios de classe – aula 7

USP - DISCIPLINAS Apoio às Disciplinas

Disciplinas » Suporte » Português - Brasil (pt\_br)

Ricardo Andrade Terini

4300152 - Introdução às Medidas em Física (2023)

Início / Meus Ambientes / 2023 / IF / 430 / 4300152-2023 / Experimento # 4 - Queda livre / Exercícios classe 4.2

## Exercícios classe 4.2

**Abre:** quinta, 11 mai 2023, 00:01

Esse questionário foi concebido para ser realizado simultaneamente ao quarto experimento do curso, as chances são ilimitadas

Método de avaliação: Nota mais alta

Pré-visualizar questionário agora

← Guia 4.2   Seguir para...   Exercícios casa 4.2 - Quinta a noite ►

Ajuda e documentação

# Exp. 4 - Atividades da aula de hoje

## Linearização e simulação

Tabela 4. Posições do corpo em queda livre em função do tempo e em função do tempo ao quadrado

Aluno 1			Aluno 2			Aluno 3		
T (1/60 s)	T <sup>2</sup> (1/3600 s <sup>2</sup> )	Posição Alun 1 (cm)	T (1/60 s)	T <sup>2</sup> (1/3600 s <sup>2</sup> )	Posição Alun 2 (cm)	T (1/60 s)	T <sup>2</sup> (1/3600 s <sup>2</sup> )	
1			2			3		
4			5			6		
7			8			9		
10			11			12		

Tabela 5. Coeficientes linear e angular para os ajustes de reta dos gráficos posição x tempo ao quadrado e respectivos valores derivados de aceleração da gravidade (g).

Aluno	Coeficiente angular	Coeficiente linear	g (cm/s <sup>2</sup> )
1			
2			
3			



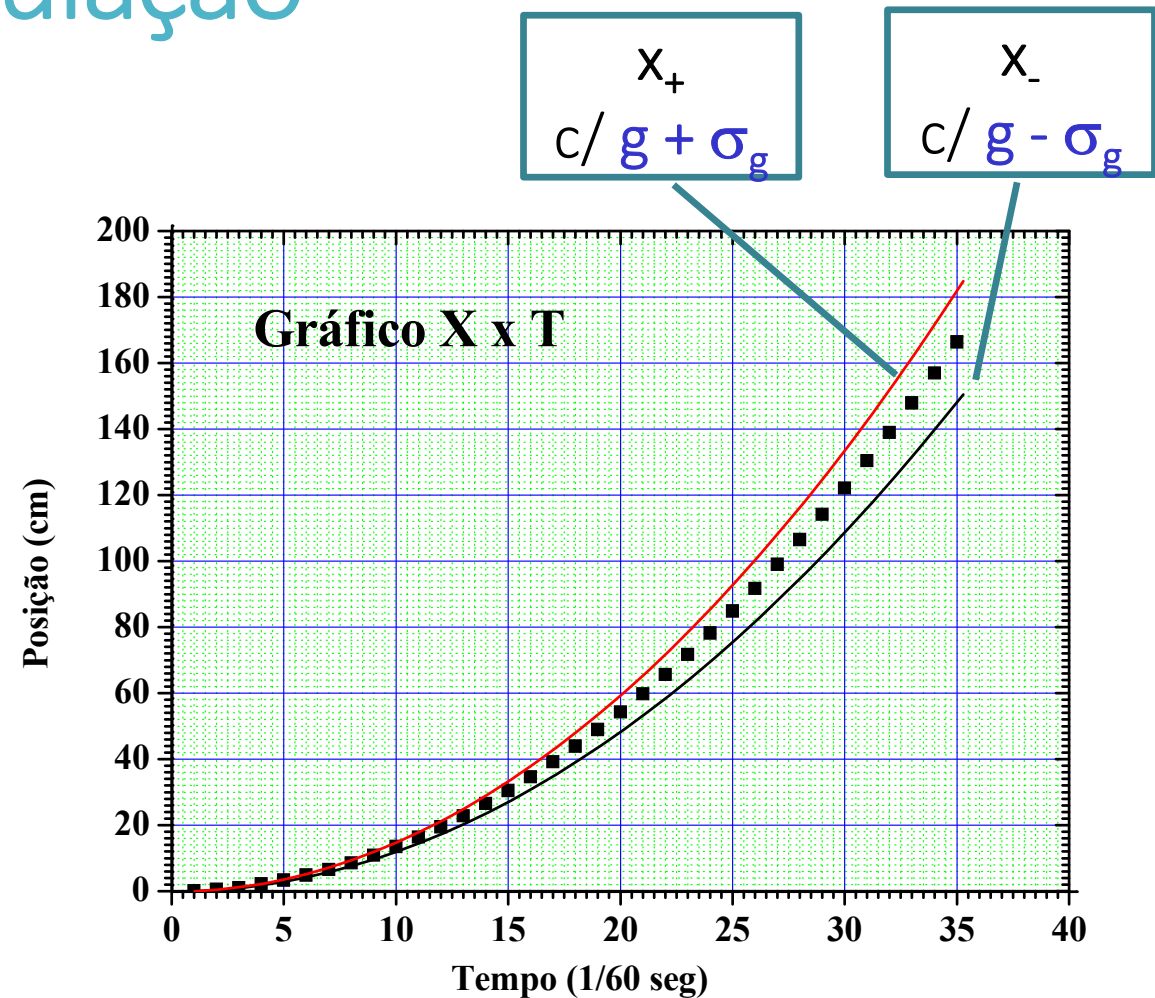
# Simulação

- Usar fórmula esperada.
- Estimar valores esperados para  $x$  de acordo com  $g$  obtido do gráfico  $v$  vs.  $t$ .

Cálculos:

$$x_+ = \frac{1}{2} (g + \sigma_g) t^2$$

$$x_- = \frac{1}{2} (g - \sigma_g) t^2$$



# Discussão

No final do experimento:

- O parâmetro  $a$  ( $v_0$ ) é coerente com um movimento que se iniciou no repouso?
  - Quantas faíscas você desprezou para iniciar a escala de tempo ( $t=0$ )?
  - Como avaliar se  $v_0$  está dentro do esperado?
- E  $b$  é compatível com o valor da **aceleração da gravidade**?
  - O IAG obteve o valor de **978,622  $cm/s^2$**  para a aceleração da gravidade fazendo uma medida bastante precisa.

relembrando

# Média ponderada

Seja cada medida  $F_i$ , com incerteza  $\sigma_{F_i}$ , isto é,  $(F_i \pm \sigma_{F_i})$ .

O valor médio de  $F$ , pode ser obtido por **média ponderada**:

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^N p_i}$$

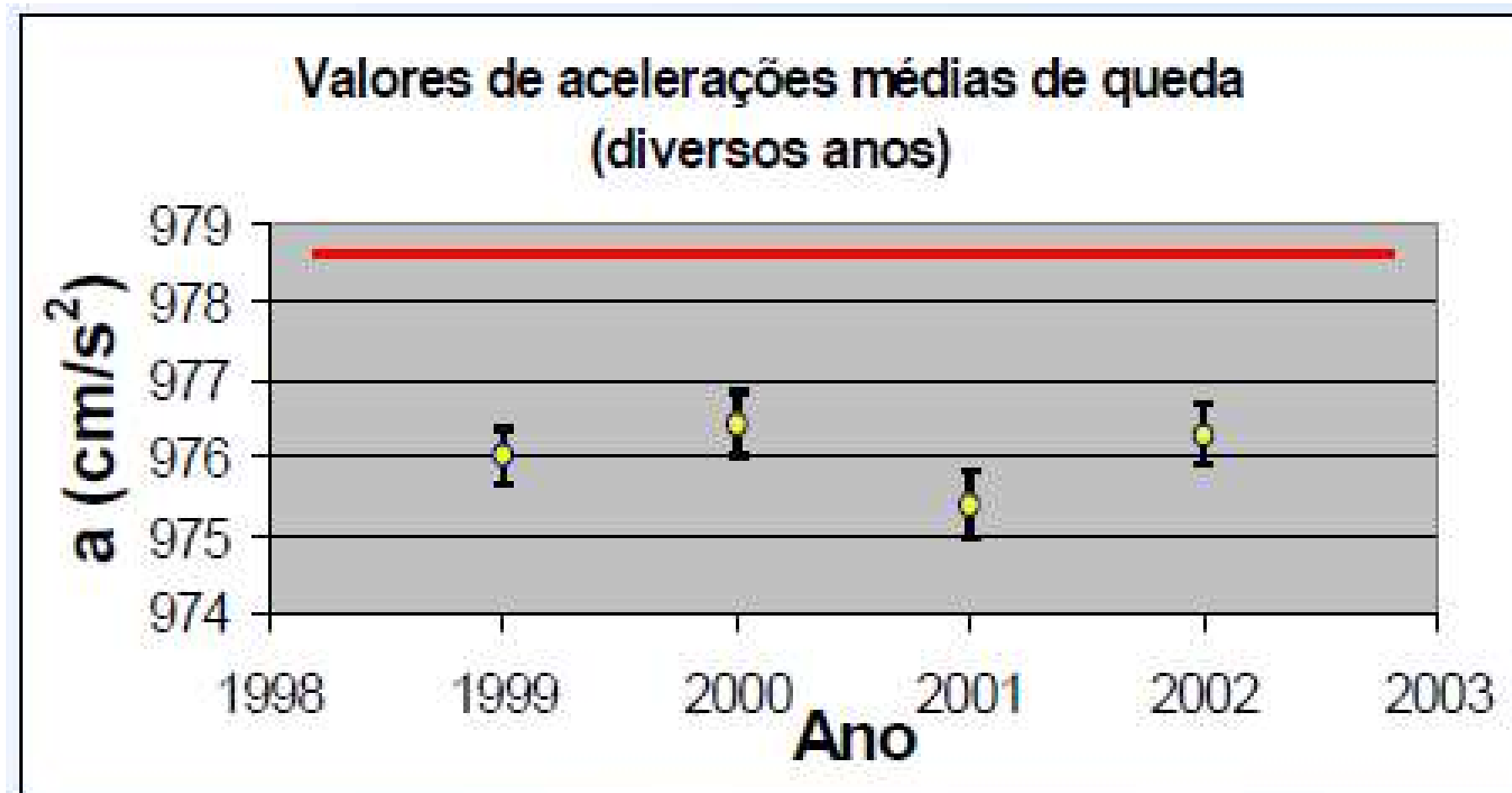
onde:

$$p_i = \frac{1}{\sigma_{F_i}^2}$$

é o *peso estatístico* de cada medida.

e a incerteza de  $\bar{F}$  é:

$$\sigma_{\bar{F}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i}}$$



$$g_{IAG} = 9,7864(3) \text{ m/s}^2$$

Guimarães Filho et al., APRENDENDO FÍSICA COM O USO DE EXPERIMENTOS DE GRANDE PRECISÃO EM LABORATÓRIOS DIDÁTICOS: O ESTUDO DA QUEDA DE UM CORPO, XVI SNEF.

# Para a próxima aula (26/05):

- Entrega do **Guia 4.2** (um por grupo)
- No *Moodle* (aba Experimento # 4- Queda livre):  
Exercício de casa **individual** (até dia 26/05).

- Lembrando: **dia 19/05/23 - PROVA 01**

**LOCAL DA PROVA: sala 2021**

**HORÁRIO DA PROVA: das 8:30 h às 11:30 h**

**TRAZER: Calculadora e régua**

Quaisquer mudanças: **VER NO MOODLE**  
(início/locais das provas)