

Introdução às Medidas em Física

4300152

6ª Aula (05/05/2023)

Licenciatura no IME– Turma T42

Ricardo Andrade Terini

rterini@if.usp.br

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 105

Agradecimentos aos profs. Nemitala Added e Elisabeth M. Yoshimura por cederem as apresentações que serviram de base para esta.

Experiência 4 (2 aulas): Queda Livre

Objetivos:

- **Estudar o movimento de queda de um objeto**
 - *Medidas diretas de posição em função do tempo*
 - *Medidas indiretas da velocidade em função do tempo*
- **Análise gráfica de dados**
 - *Apresentar dados de forma gráfica*
 - *Ajustar uma reta a um conjunto de dados com comportamento linear*
 - *Obter os parâmetros da reta graficamente com incertezas.*
- **Comparar com modelo de queda sob ação unicamente da força de gravidade**

Estudo do Movimento de Queda de um Objeto



- **Quais são as características desse movimento?**

- Questões históricas (**Aristóteles** × **Galileu**)
- O papel da experimentação na Física (método científico)
- Apolo 15 – homenagem a Galileu (pena e martelo, sem ar) -

<https://www.youtube.com/watch?v=Zo9jlzAssA>

- **O movimento corresponde a uma queda livre?**
Como verificar isso?

<https://www.youtube.com/watch?v=qSeW0f51QzY>

- Eleger um **Modelo experimental** próximo ao teórico (evitar resistência do ar; evitar velocidades muito elevadas: atrito (resistência) cresce com a velocidade)
- Obter o **registro temporal da queda** e não somente o tempo total de queda.

Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

Realizar a medição do movimento de um corpo em queda, incluindo:

- **cuidados experimentais:** formato do corpo; altura da queda; registro temporal confiável (marcador de tempo e registro na vertical)
- **utilização correta dos dados obtidos;**
- **técnicas adequadas de análise de dados;**
- **confeção de gráficos adequados;**
- **interpretação dos resultados** a partir de um **modelo físico** do experimento.

Hipóteses sobre o movimento

Um **corpo em queda livre** está sob a influência de uma força constante, a **força da gravidade**, portanto se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

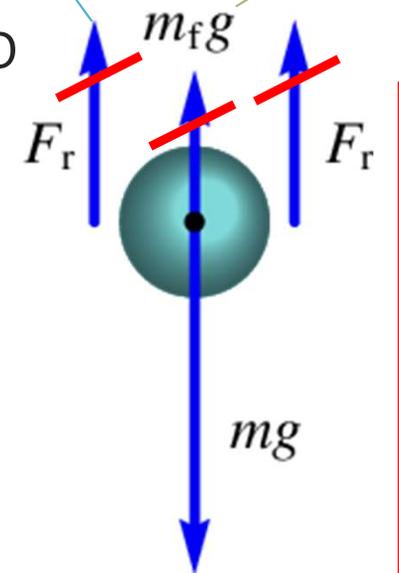
...o que leva às equações para *velocidade* e *posição*:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

resistência
do fluido

empuxo
do fluido



Supõe-se:

- ausência da influência do ar e
- proximidade do solo.

Hipótese sobre o movimento

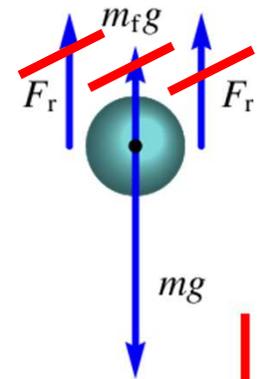
Observando o movimento na direção vertical (*eixo-x orientado para baixo*), pode-se abandonar a notação vetorial:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Corolário: Nesse modelo, a **velocidade média** num intervalo de tempo coincide com a **velocidade instantânea no centro do intervalo de tempo**:

$$\bar{v}(t_1 - t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$



Ex.: Qual o tempo de queda de um objeto a partir da altura de 2m? **Como medi-lo?** Qual a velocidade ao chegar ao chão?

Experimento 4

Queda Livre

Medir o movimento de queda de um objeto usando:

- um **corpo** em forma oval com um anel condutor a sua volta;
- um **trilho** com dois fios condutores;...

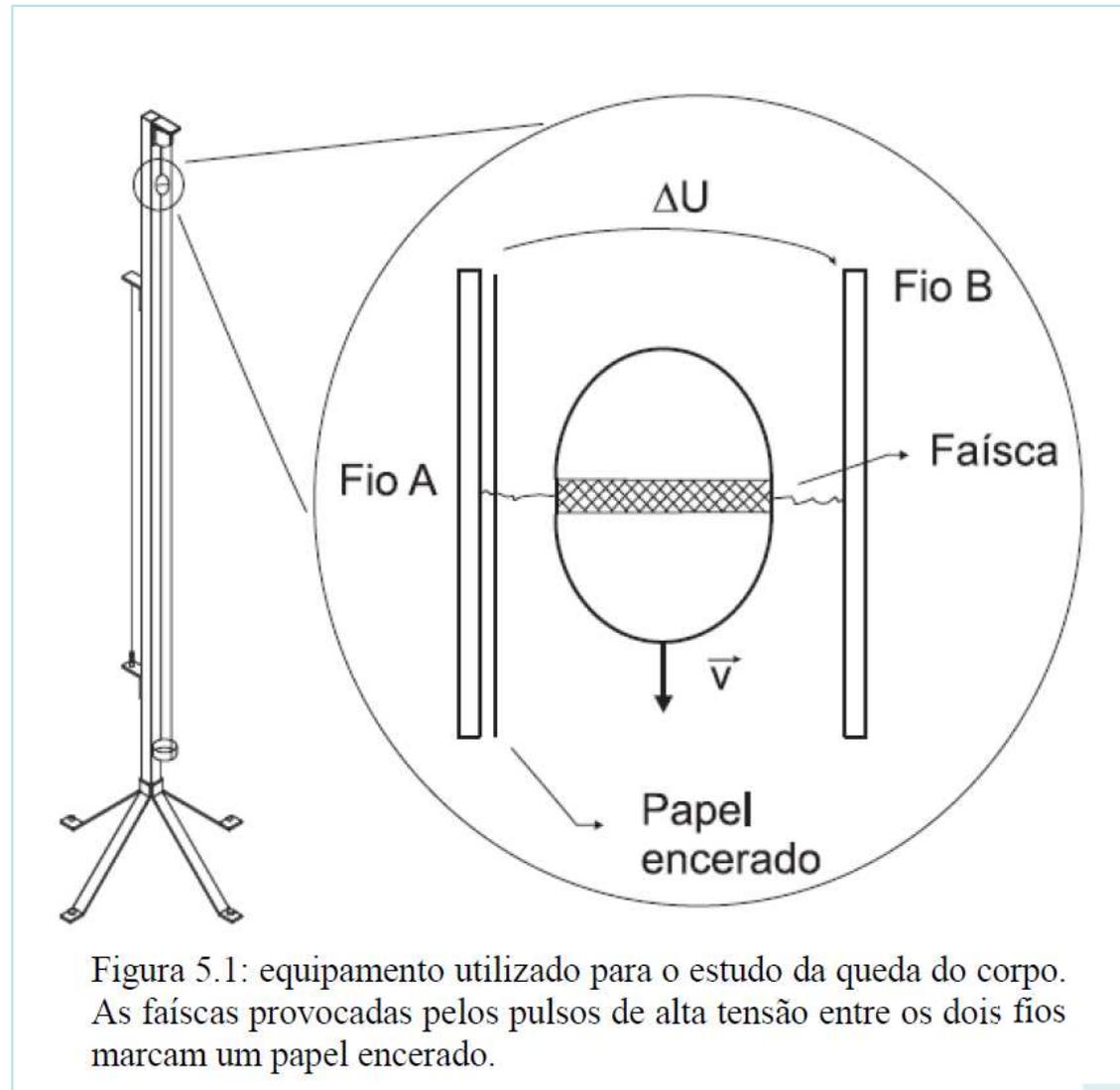


Figura 5.1: equipamento utilizado para o estudo da queda do corpo. As faíscas provocadas pelos pulsos de alta tensão entre os dois fios marcam um papel encerado.

Experimento 4

Proposta para análise

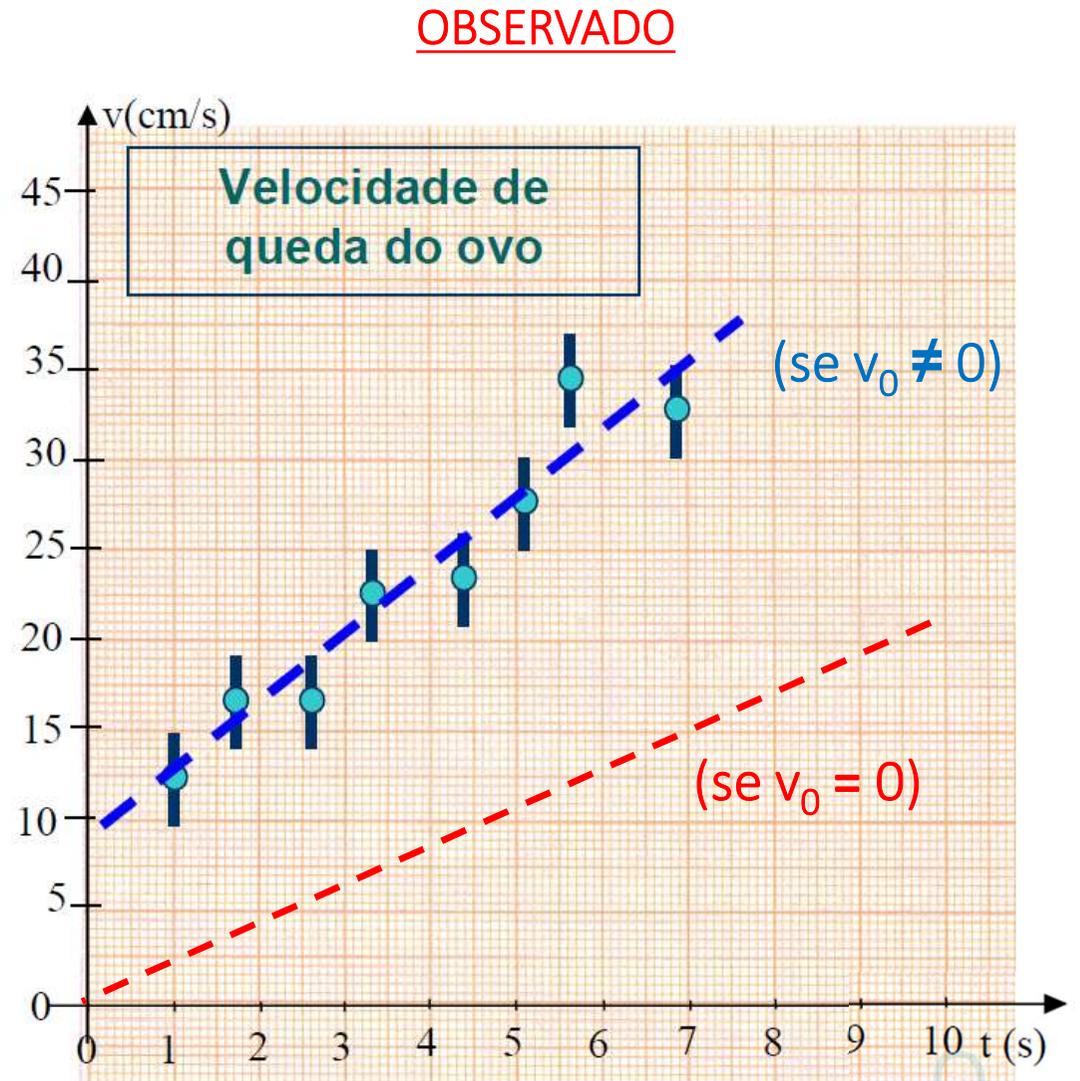
- Como podemos verificar se o *modelo da queda livre* descreve o nosso experimento?
- Verificando se a velocidade ($v(t)$) varia linearmente com o tempo (t), isto é, se $v(t) = v_0 + g \cdot t$.
- É possível fazer isso somente usando os dados de uma *tabela*? ...
- Existe uma *maneira melhor* de verificar isso?...

...

Representação gráfica

- Possibilita uma análise global e a verificação de tendências.
- Permite quantificar o fenômeno...
- Representar velocidade (*eixo-y* ou *variável dependente*) em função do tempo (*eixo-x* ou *variável independente*)

Esperado: $v(t) = v_0 + g \cdot t$



Como fazer um gráfico

O que um gráfico deve conter:

1. Título e legenda do gráfico
2. Legenda e unidade nos eixos
3. Escala adequada para os eixos
4. Dados experimentais e incertezas
5. Funções teóricas ou curvas médias (eventualmente)

(Ítem 3.1 da Apostila “Introdução às Medidas em Física”)

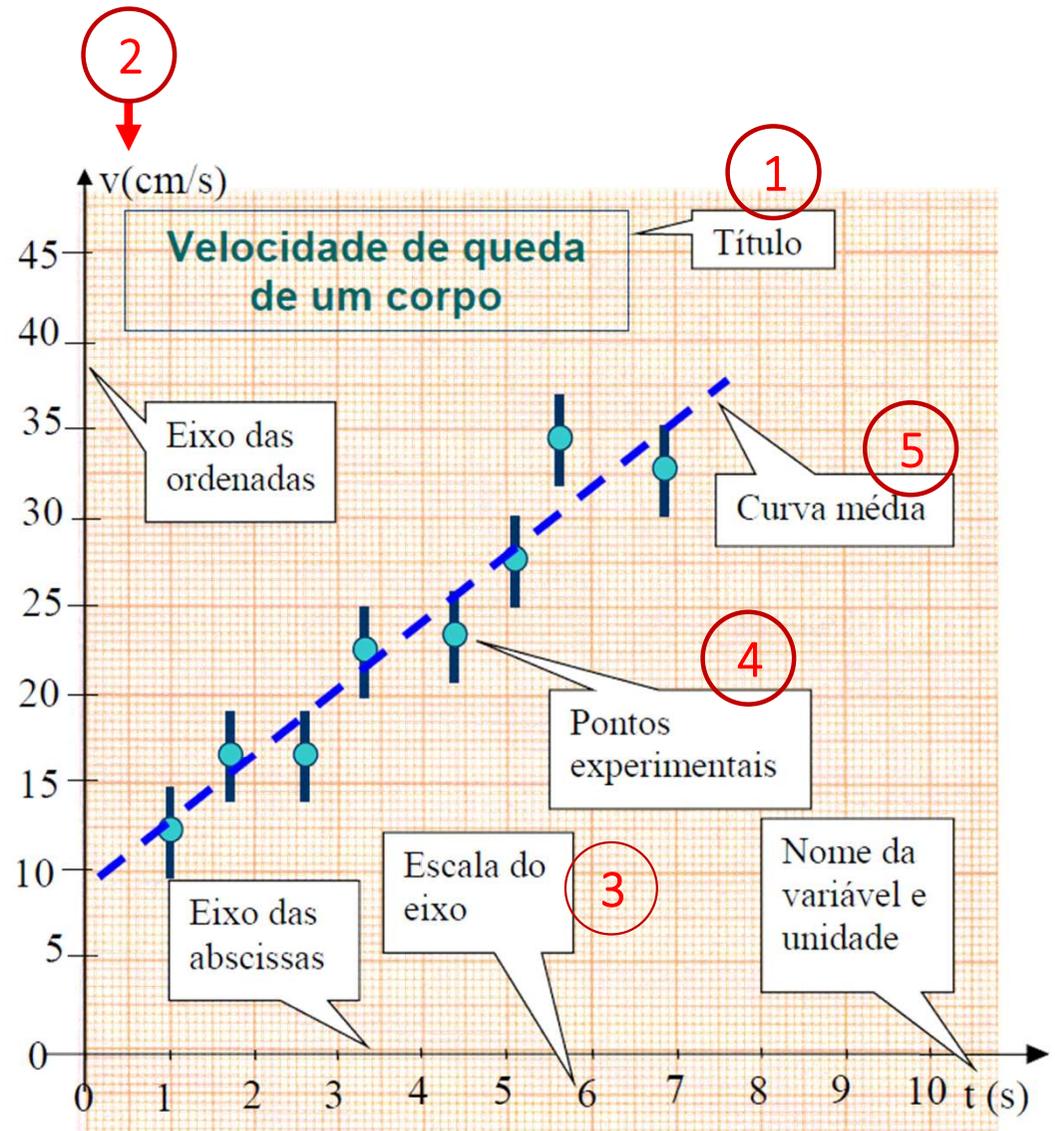
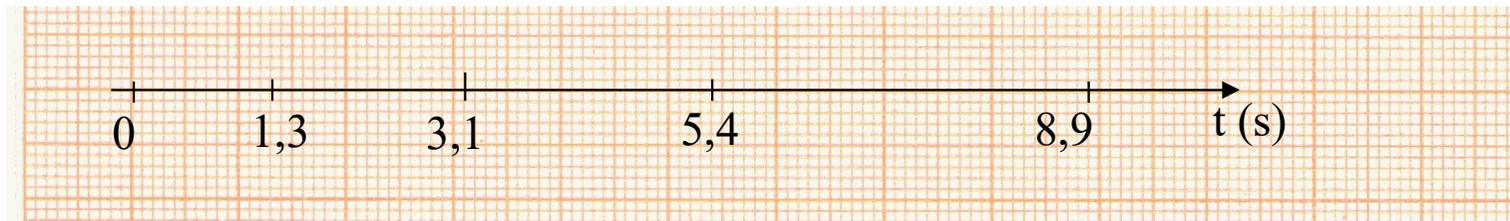


Figura 3.1. Componentes típicos de um gráfico científico padrão.

Como fazer um gráfico

NUNCA escreva os valores dos pontos experimentais nos eixos, nem desenhe traços indicando esses pontos.



Desenhe o eixo no papel e escolha sua escala.
Escalas mais aconselháveis:

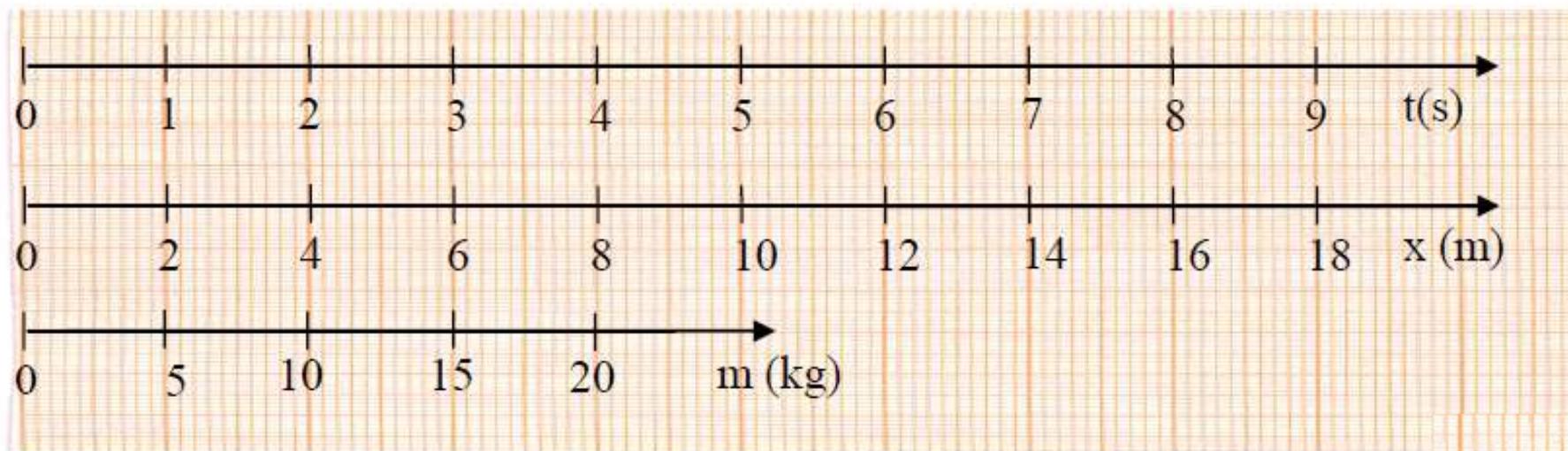


Figura 3.2. Alguns exemplos de formas CORRETAS de desenhar eixos em um gráfico.

Como fazer um gráfico

Evite usar escalas inconvenientes:

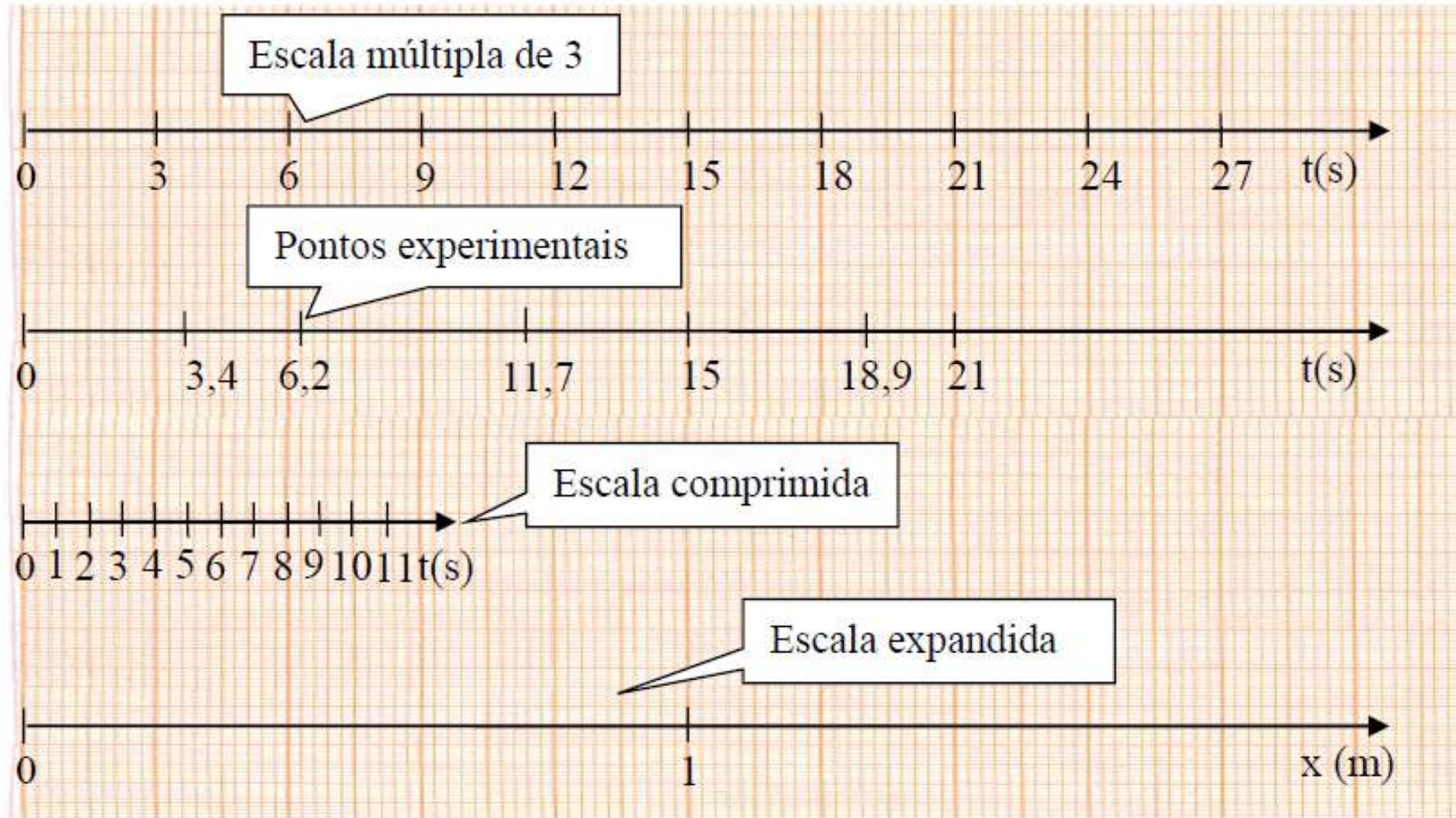


Figura 3.3. Algumas formas INCORRETAS de desenhar eixo em um gráfico.

Como fazer um gráfico

- **Representação dos pontos e barras de incerteza no gráfico:**
- Conjunto de dados diferentes devem ser representados com símbolos (ou **cores**) diferentes.

Nunca apenas
“ligar pontos”

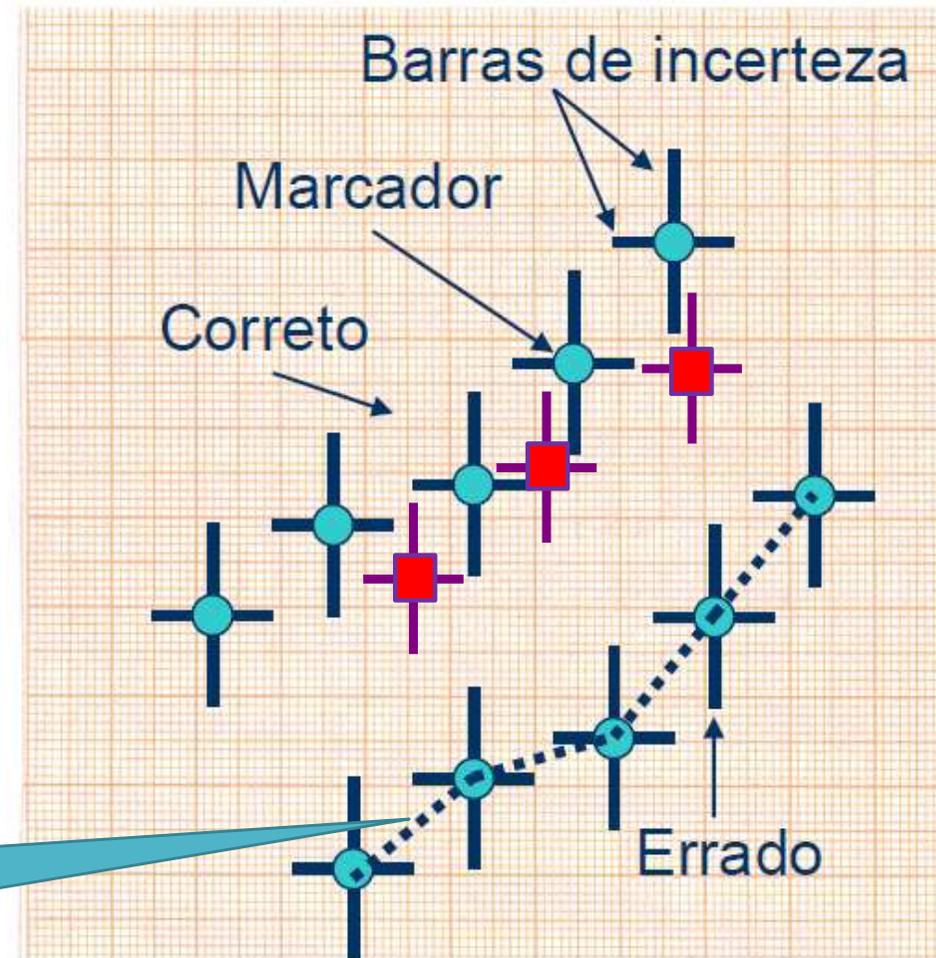


Figura 3.4. Representação de pontos experimentais em um gráfico. **NUNCA LIGUE OS PONTOS.** Indique as barras de incerteza (se for o caso) em cada ponto nos eixos x e y.

Como *quantificar* a partir do gráfico

Como verificar se v varia linearmente com t ?

- Ajustar uma **Curva média** $v \times t$, segundo um modelo físico.

Ex. 1: Ajuste de reta média.

- **Critério:** distribuir pontos **igualmente** entre os dois lados da reta.

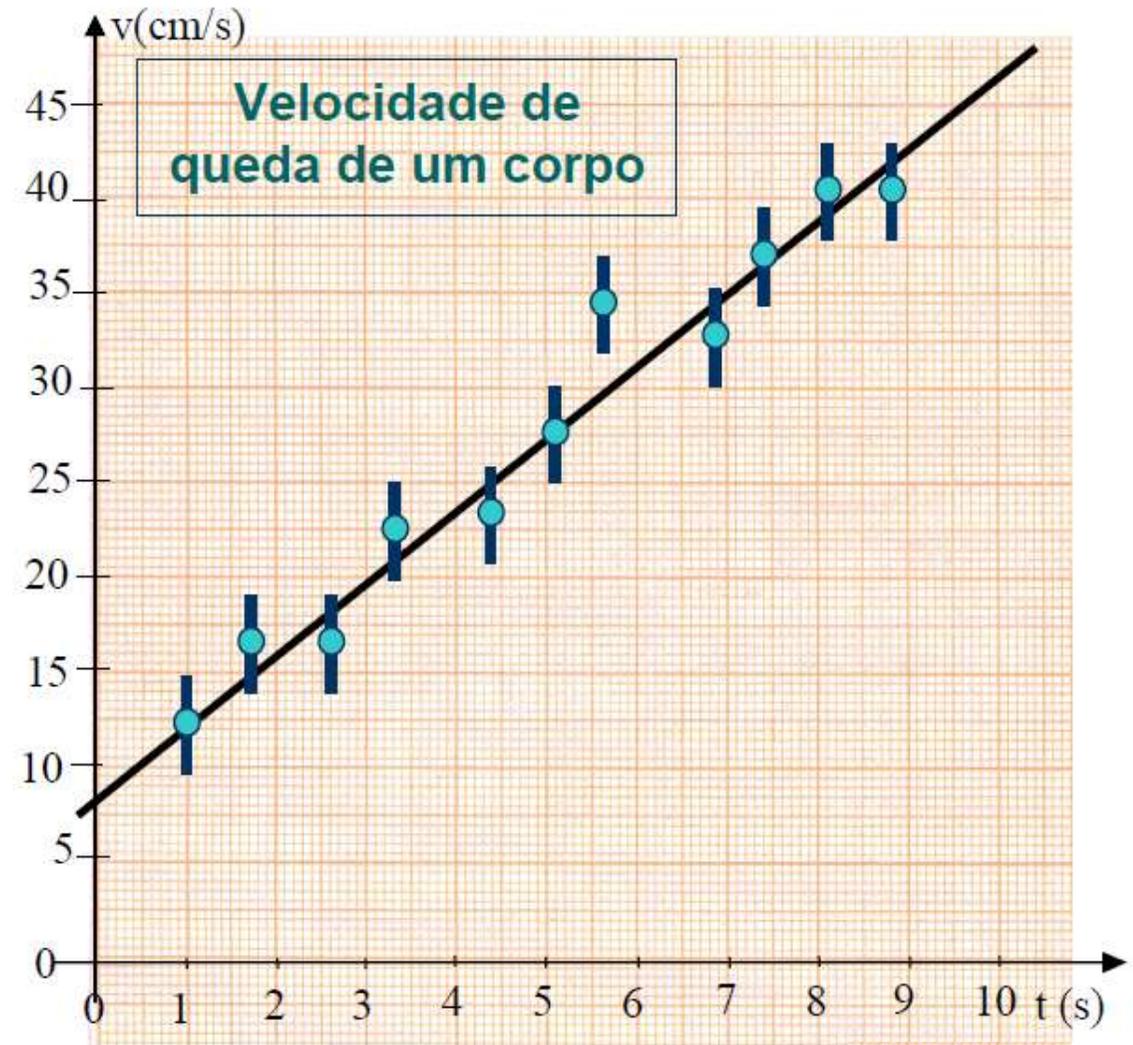


Figura 4.6. Velocidade de queda de um ovo com a sua respectiva reta média que é utilizada para extrair informações numéricas a respeito do movimento de queda.

Como quantificar a partir do gráfico

Curva média ajustada segundo um modelo físico.

Ex. 2. Neste caso, a reta média é um *modelo INADEQUADO*, apesar da distribuição igualitária dos pontos ao redor da reta.

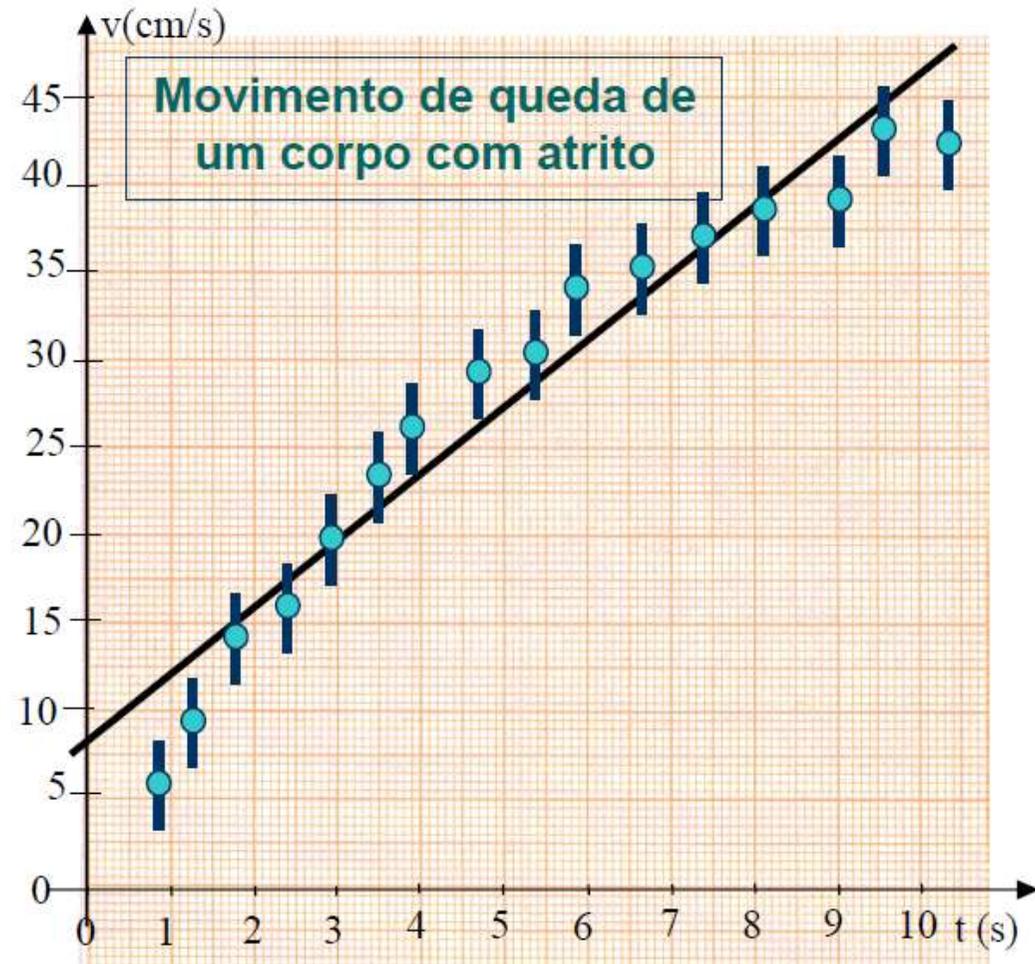


Figura 4.7. Conjunto de dados no qual o uso de uma reta média não é adequado para descrever o comportamento dos dados.

Análise Gráfica – reta média

- Para o caso do gráfico linear de $v(t) \times t$, podemos encontrar a **reta** ($y = a + b \cdot x$) **que melhor se ajusta aos dados** (mais se aproxima dos pontos);
- Como extrair, então, os **parâmetros** da reta ajustada?
 - O **coeficiente linear** (a) será o ponto em y onde a reta cruza o eixo vertical ($x=0$);
 - O **coeficiente angular** (b) é dado pela inclinação da reta (“ $tg(\theta)$ ”):

$$b = \text{“}tg(\theta)\text{”} = \textit{cateto oposto/cateto adjacente}$$

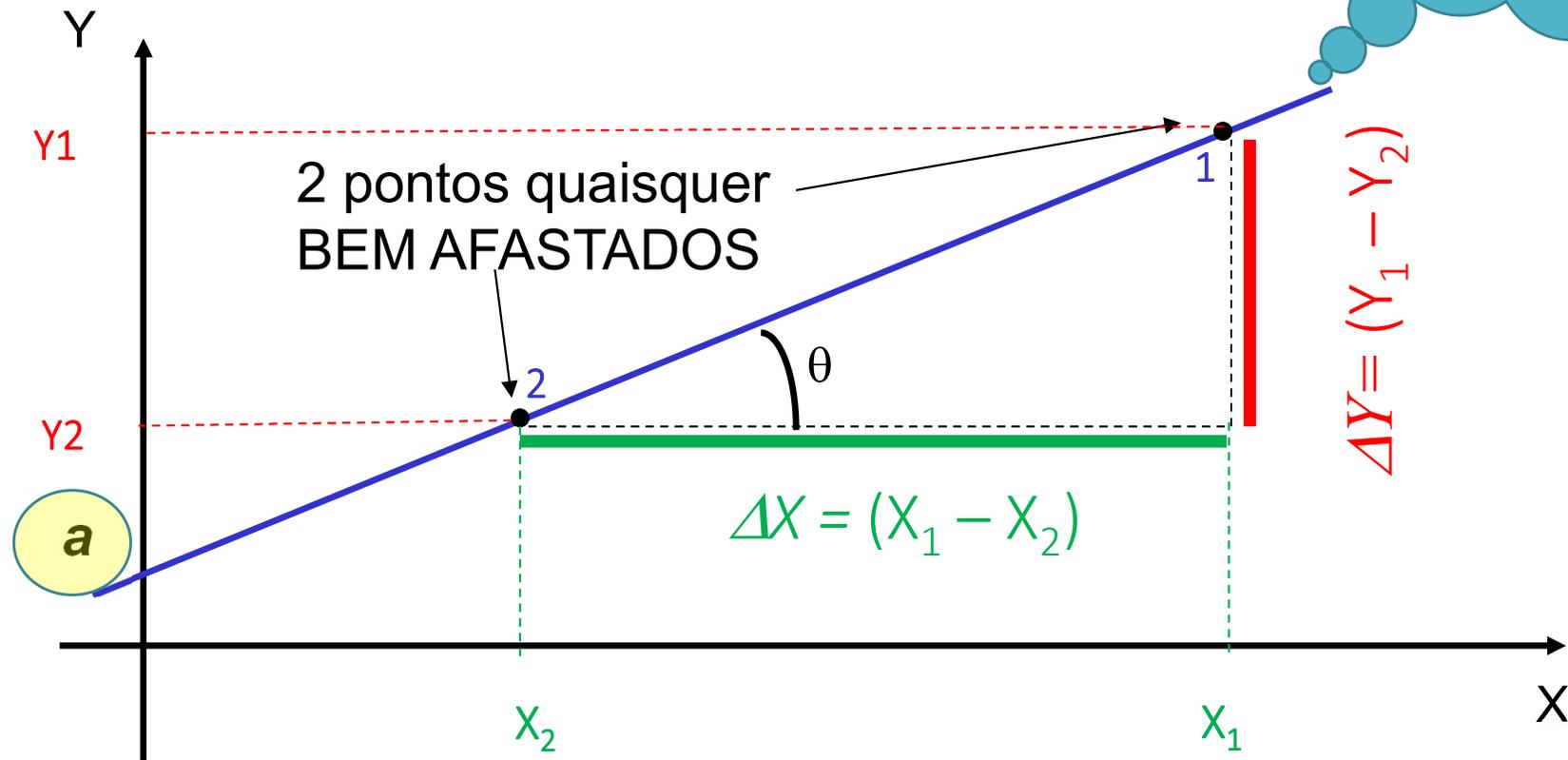
Análise Gráfica – RETA MÉDIA

$$Y = a + b X \quad (\text{eq. de uma reta})$$

a = coeficiente linear (cruzamento eixo-Y)

$b = \Delta Y / \Delta X$ = coeficiente angular

Medições
de $v \times t$
- reta
média -



Análise Gráfica

Que interpretação podemos dar aos parâmetros da reta?

Comportamento linear dos pontos: é uma indicação de que o modelo da queda livre é bom para representar os dados;

Nesse caso, a interpretação dos parâmetros pode ser:

$$\begin{array}{ccccccc} y & = & a & + & b & \cdot & x \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ v(t) & = & v_0 & + & g & \cdot & t \end{array}$$

Análise Gráfica - Avaliando v_0 e g

Será que o modelo de queda livre é adequado?:

- v_0 – coef. linear
7,5 cm/s
- g – coef. angular:
escolha de 2 ptos.

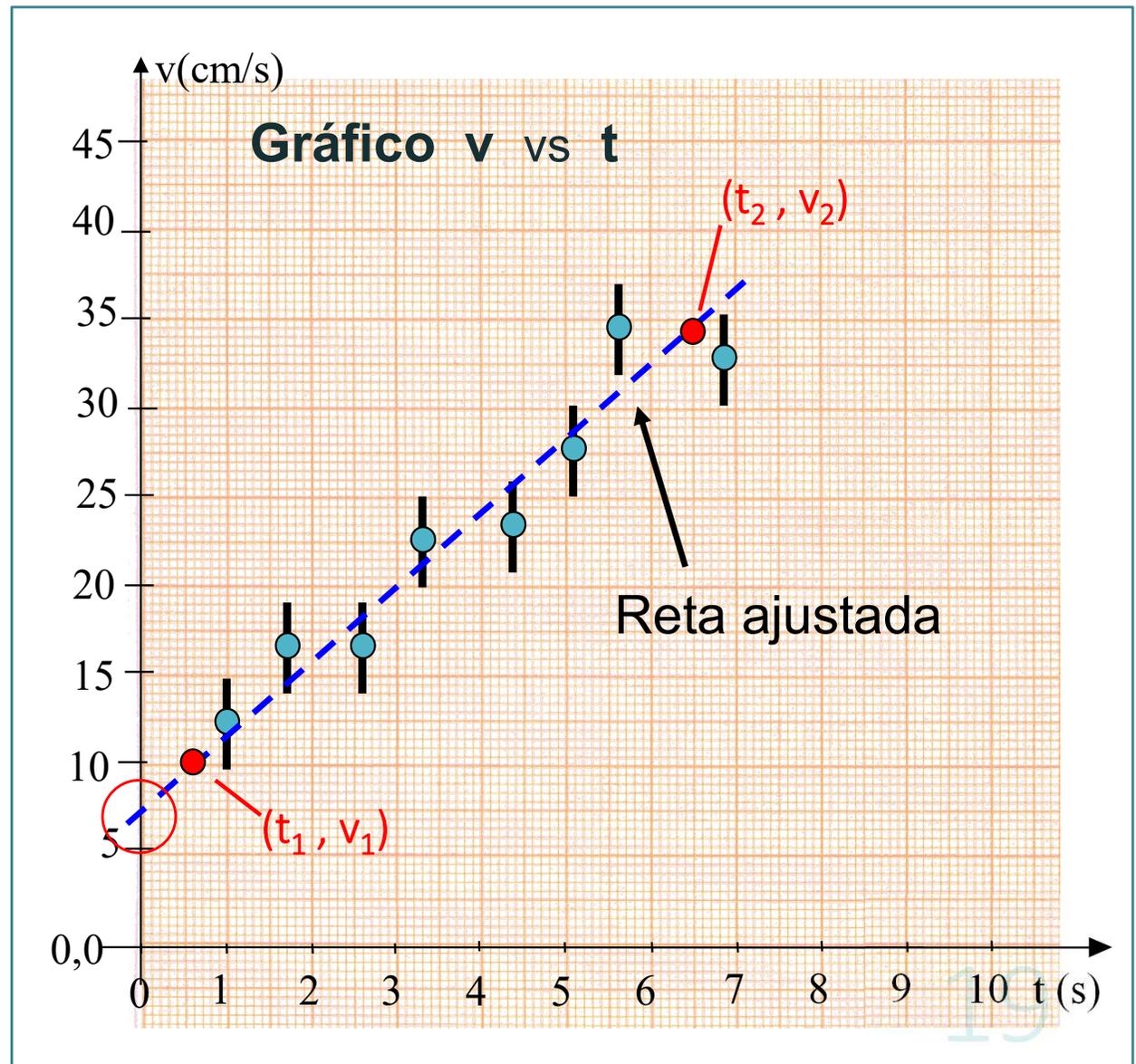
Ler coordenadas:

$$g = (v_1 - v_2) / (t_1 - t_2)$$

No exemplo:

$$(34,2 - 10,0) / (6,5 - 0,6)$$

$$g = 4,1 \text{ cm/s}^2 \text{ ??}$$



Exercícios – aula 6

USP - DISCIPLINAS Apoio às Disciplinas

Disciplinas » Suporte » Português - Brasil (pt_br)

Ricardo Andrade Terini

4300152 - Introdução às Medidas em Física (2023)

Início / Meus Ambientes / 2023 / IF / 430 / 4300152-2023 / Experimento # 4 - Queda livre / Exercícios classe 4.1

Exercícios classe 4.1

Abre: quinta, 4 mai 2023, 00:01
Fecha: sábado, 6 mai 2023, 00:00

Esse questionário foi concebido para ser realizado simultaneamente ao quarto experimento do curso, as *chances são ilimitadas*

Método de avaliação: Nota mais alta

[Pré-visualizar questionário agora](#)

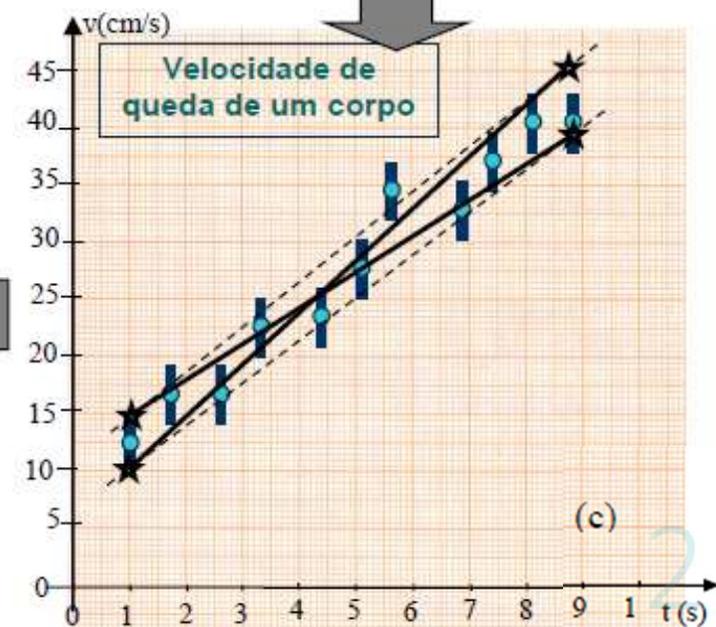
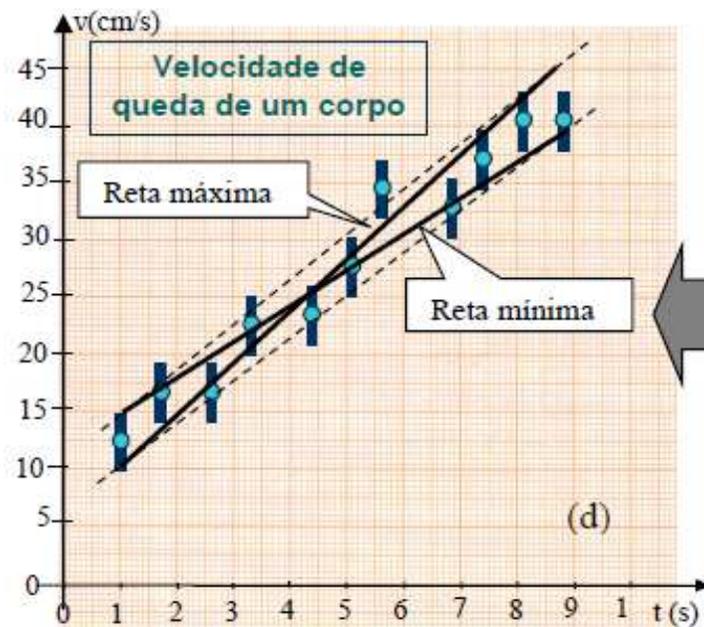
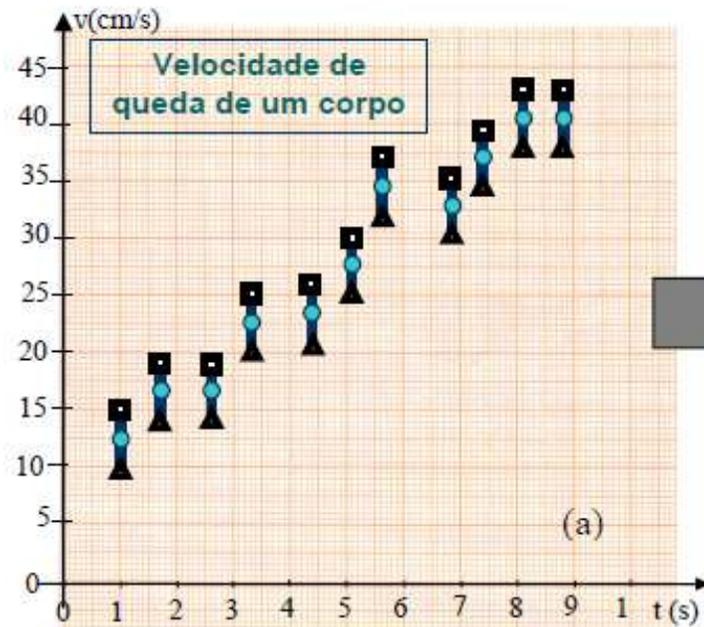
Guia 4-1 (invisível) Seguir para... Exercícios casa 4.1 - Quinta a noite (invisível)

Incertezas nos parâmetros da reta

Precisamos das incertezas de a (v_0) e b (g).

Como podemos estimá-las?

É nítido que ambos podem variar...



Análise Gráfica

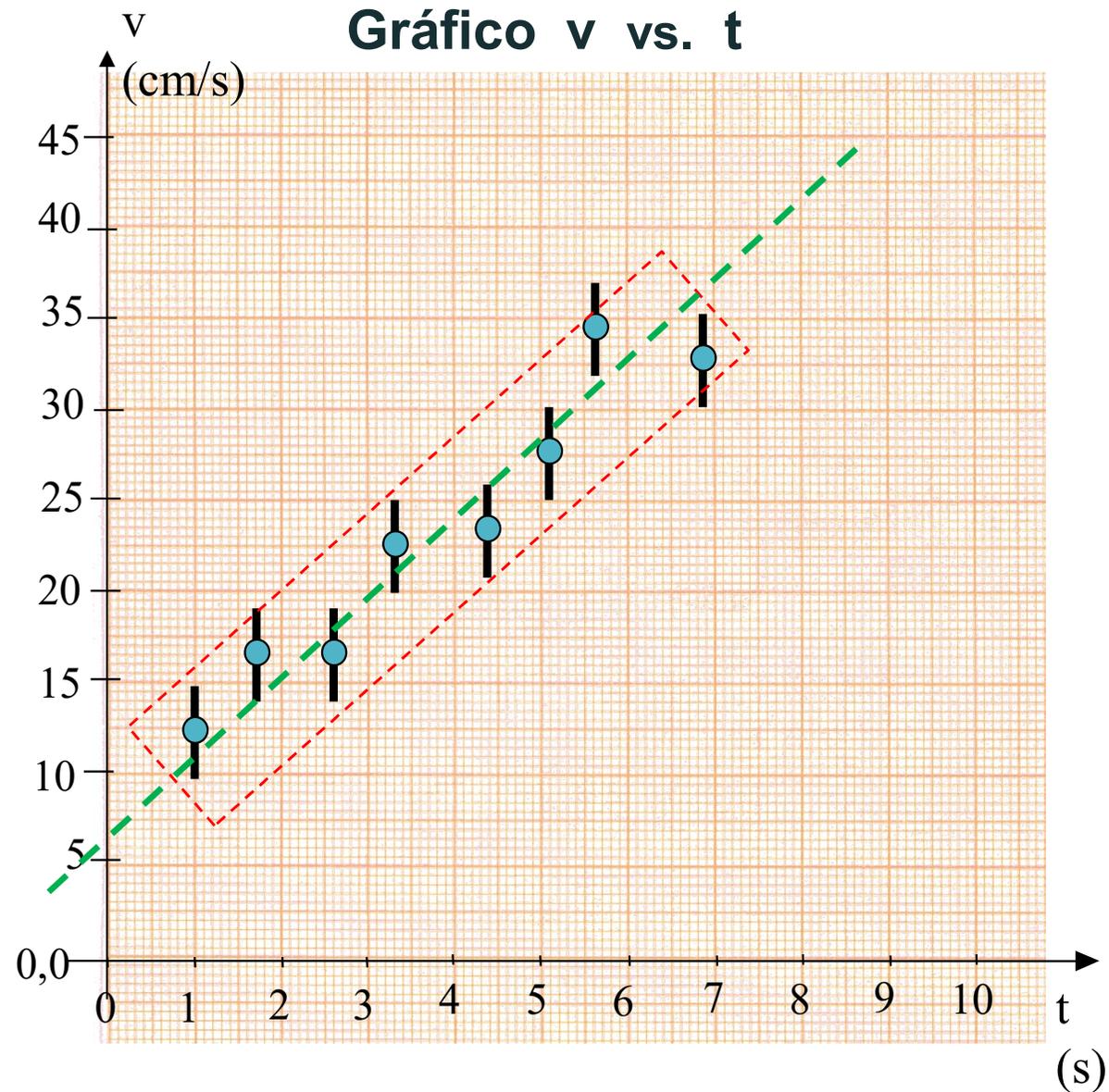
Como estimar as incertezas dos parâmetros?

Reta Média

- Valores de a e b para a reta média

Retângulo

- Menor possível
- Inclui as incertezas



Análise Gráfica

Como estimar as incertezas dos parâmetros?

Reta Média

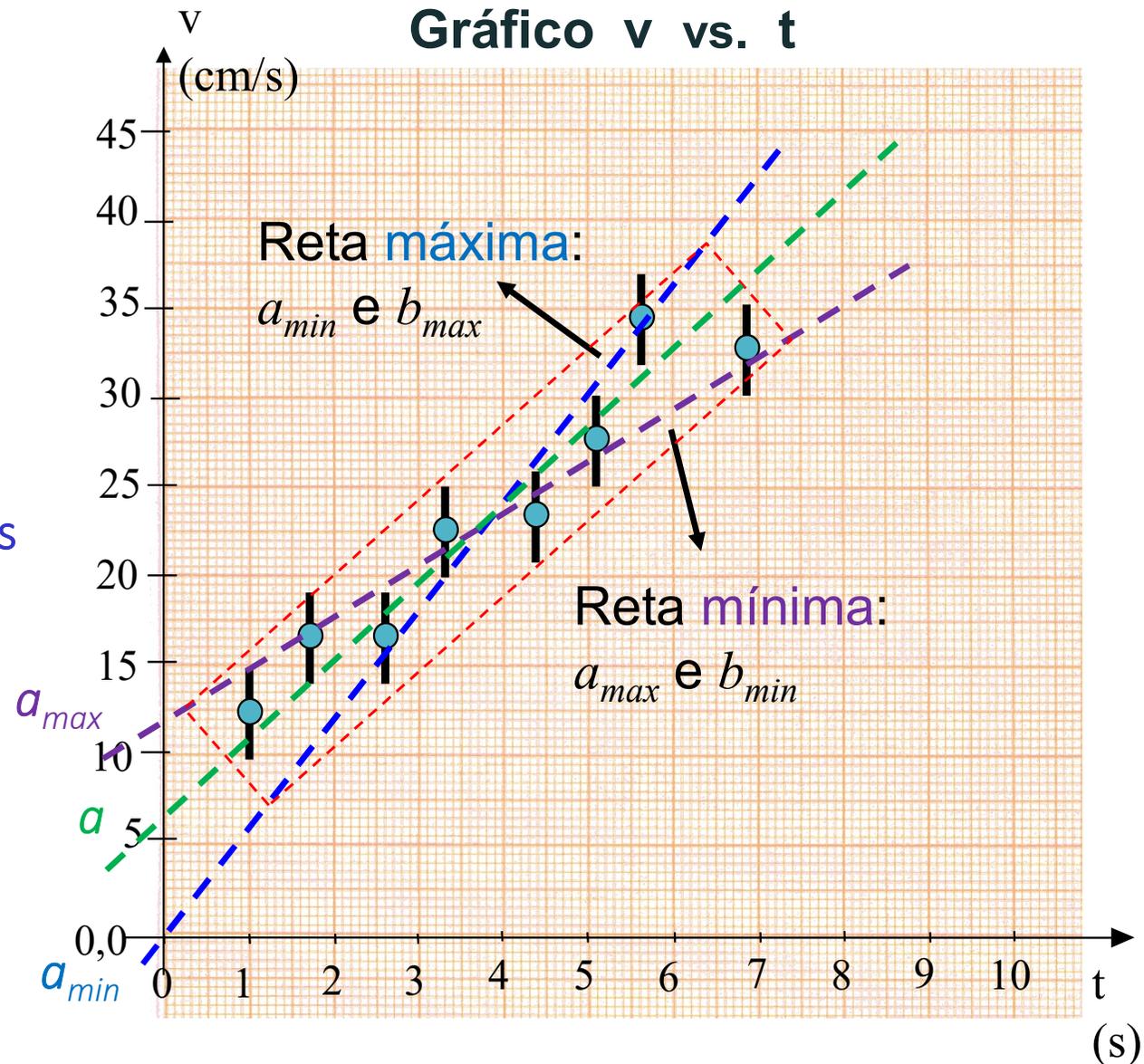
- Valores de a e b para a reta média

Retângulo

- Menor possível
- Inclui as incertezas

Retas máxima e mínima

- Avaliar a e b para cada reta diagonal



Análise Gráfica

Como estimar as incertezas dos parâmetros?

As incertezas de a (v_0) e b (g) são dadas por:

$$\sigma_a = (a_{max} - a_{min})/2 \quad \text{e} \quad \sigma_b = (b_{max} - b_{min})/2$$

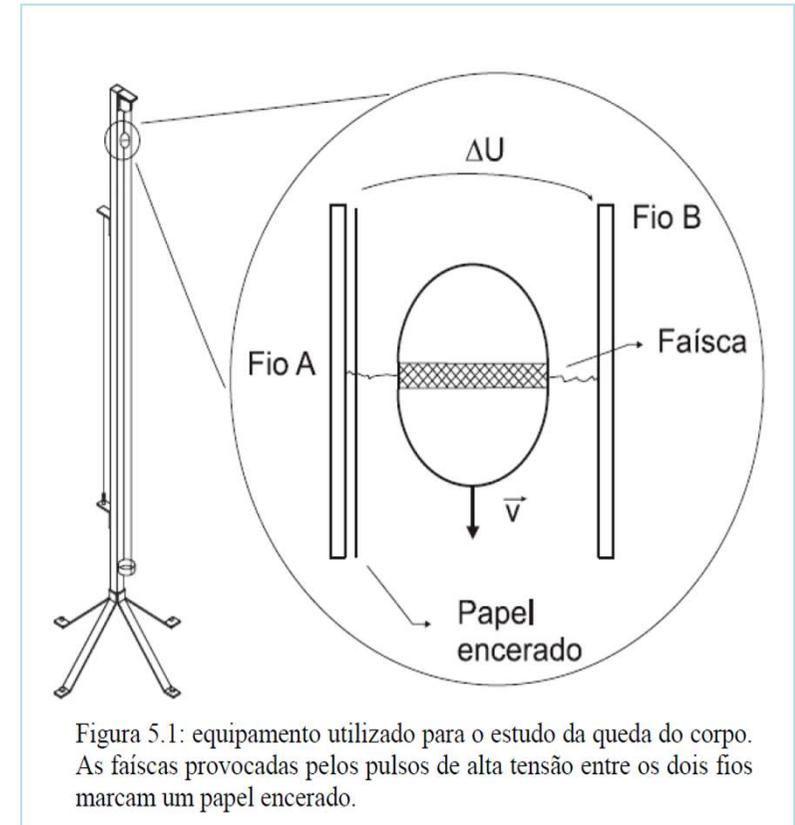
Com as incertezas calculadas, podemos avaliar se o resultado está de acordo com o modelo da queda livre, isto é, **se os valores dos parâmetros estão compatíveis com os valores esperados segundo o modelo.**

Aulas 6 e 7 – Experimento 4

Queda Livre

Medir o movimento de queda um objeto usando:

- um **corpo** em forma oval com um anel condutor à sua volta;
- um **trilho** com dois fios condutores;
- um **eletroímã** que segura o corpo no topo do trilho;
- um **faiscador** que gera faíscas entre o anel condutor do corpo em queda e os fios do trilho a cada **$1/60$ segundos** (frequência da rede elétrica);
- uma **fita de papel encerado** que permite registrar as faíscas.

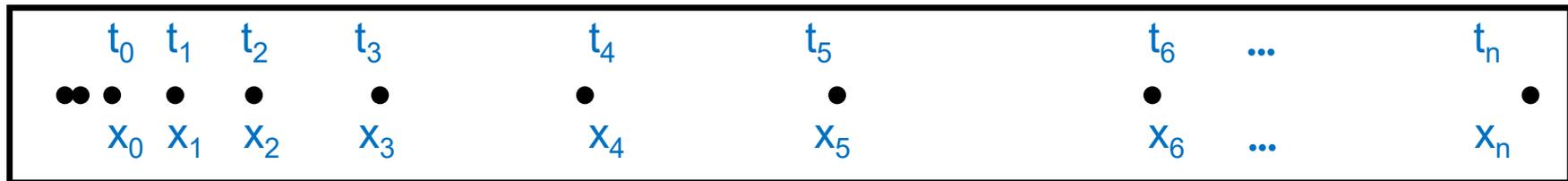


Aula de hoje:

Cuidados antes e durante as medidas

- Alinhar o trilho na vertical (usar o fio de prumo);
- Colar bem a fita na lateral do trilho, com seu lado mais brilhante para fora;
- **MUITO CUIDADO com choques elétricos** (só ligar a fonte quando for soltar o corpo em estudo).
- **DESLIGAR** o fuscador após a queda do corpo!!!
- Verificar imediatamente após a medida, se os pontos *foram marcados* na fita (na frente *ou* no verso...);

Resultado do Experimento



Que dados obtivemos?

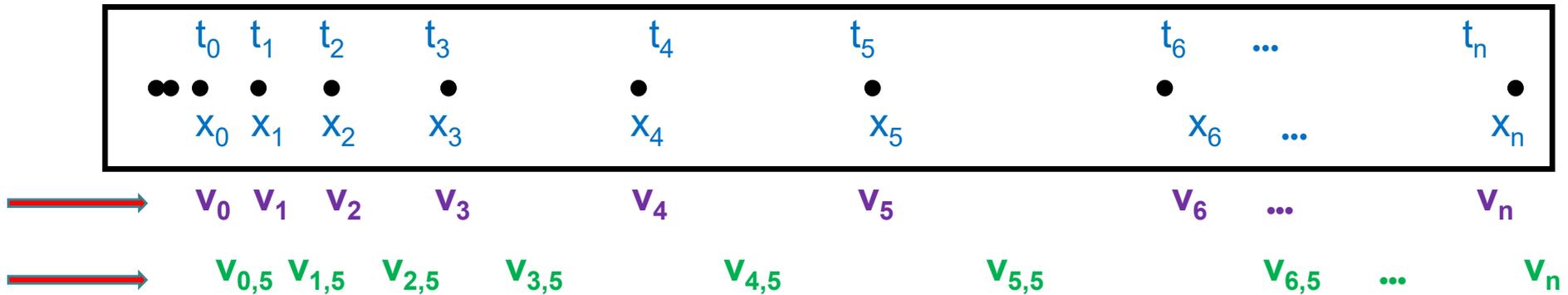
Posição em função do tempo (marcar na fita).

Como determinar o tempo (ou o instante) de cada posição?

Escolher $t = 0$ e usar a frequência da rede (60 Hz):

$$\therefore \mathbf{ut} = \frac{1}{60,00000} \text{ s}$$

Análise de dados - posições e velocidades



Para compararmos nossos dados com o *modelo* que tenta descrever o movimento do corpo, precisamos obter a **velocidade instantânea em instantes determinados** – para construir o **gráfico de $v \times t$**

$$v_i(t') = v_{media}$$

$$t' = (t_i + t_f) / 2 = t_{medio}$$

$$\bar{v}(t_1 - t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

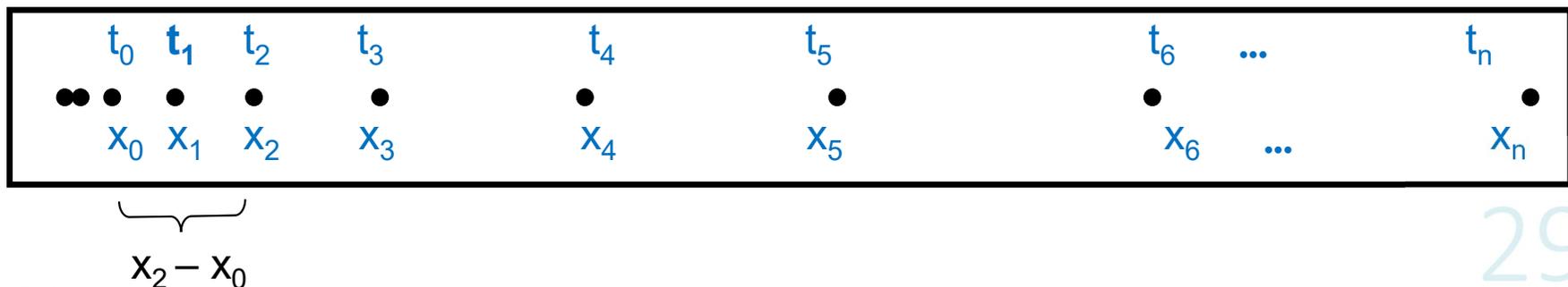
Cálculo da velocidade do objeto no instante t_m

A velocidade média entre dois pontos é dada por:

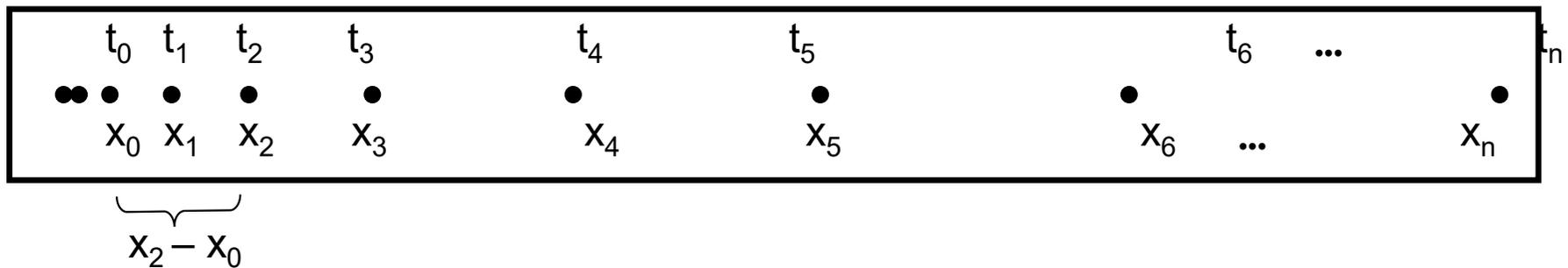
$$v_{\text{média}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \rightarrow v(t_m) = \overline{v}_{t_i, t_j} = \frac{\Delta x_{ij}}{\Delta t_{ij}} = \frac{x(t_j) - x(t_i)}{t_j - t_i}$$

$$t' = (t_i + t_f) / 2 = t_{\text{medio}}$$

...onde Δx é a distância entre esses dois pontos e Δt é o intervalo de tempo que o objeto levou para ir do primeiro até o segundo ponto.



Análise de dados posições

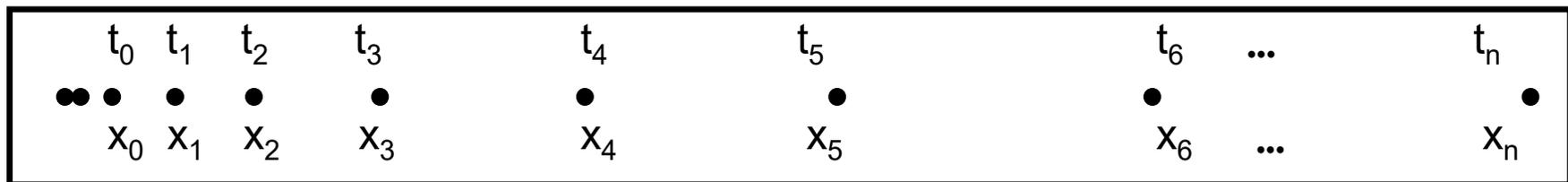


Vamos trabalhar com o tempo em unidades *ut* tais que $ut = 1/60,000$ s.

Só no final faremos a conversão de volta para **segundos**.

Isso EVITA CÁLCULOS DESNECESSÁRIOS e ERROS.

Análise de dados



$$x_2 - x_0$$

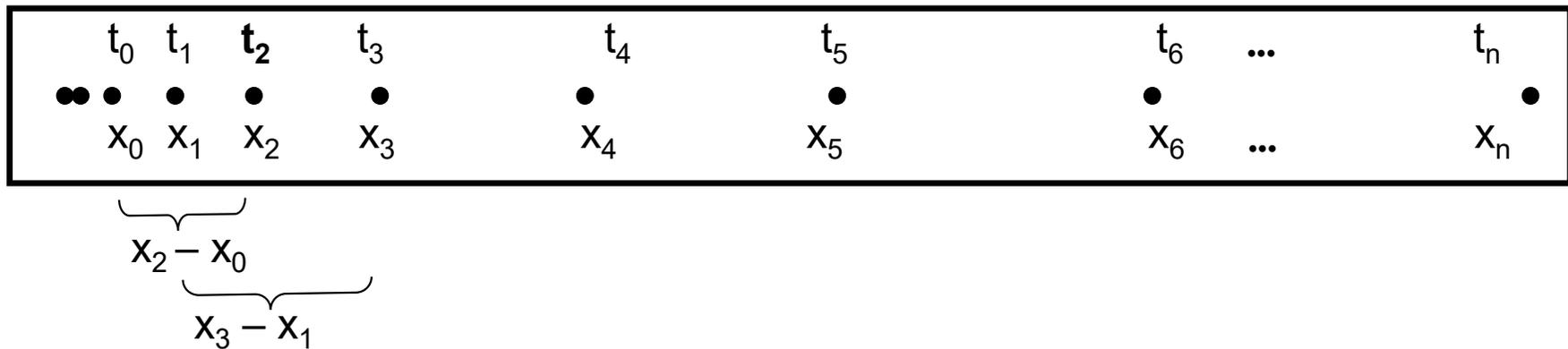
Ex.: $v(t_1) = (x_2 - x_0) / (t_2 - t_0)$

Portanto, da fita marcada (*posição em função do tempo*), precisamos obter pares:

- $\Delta x = x_{n+1} - x_{n-1}$
- $t_{\text{médio}} = (t_{n+1} + t_{n-1}) / 2,$

que levam a $v_{\text{médio}} = \Delta x / \Delta t$ no instante $t_{\text{médio}}$

Análise de dados



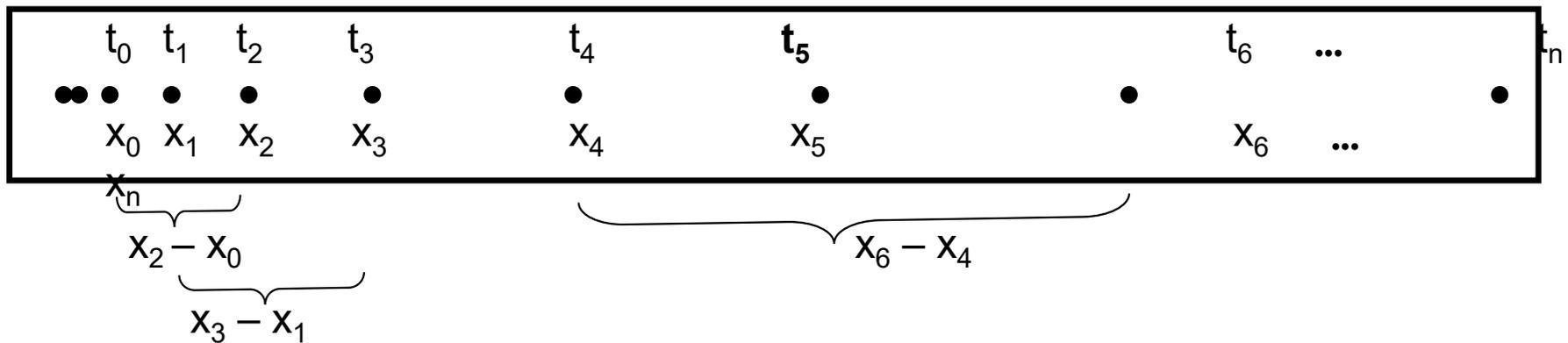
Portanto, da fita marcada (**posição em função do tempo**), precisamos obter :

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n-1}$$

$$\mathbf{t}_{\text{médio}} = (\mathbf{t}_{n+1} + \mathbf{t}_{n-1})/2$$

que levam a $\mathbf{v}_{\text{médio}} = \Delta \mathbf{x} / \Delta \mathbf{t}$ no instante $\mathbf{t}_{\text{médio}}$

Análise de dados



Portanto, da fita marcada (**posição em função do tempo**), precisamos obter :

$$\Delta x = x_{n+1} - x_{n-1}$$

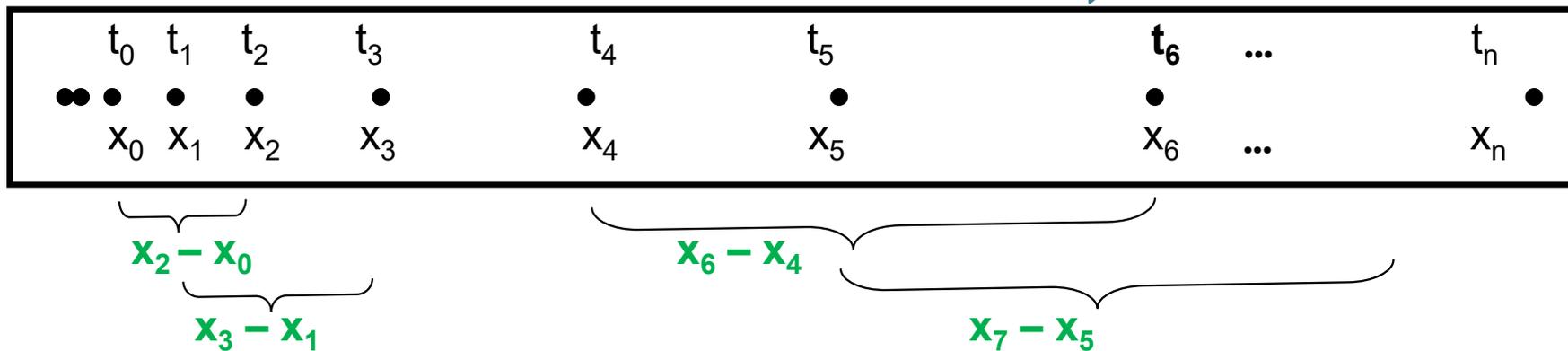
$$t_{\text{médio}} = (t_{n+1} + t_{n-1})/2$$

que levam a $v_{\text{médio}} = \Delta x / \Delta t$ no instante $t_{\text{médio}}$

Análise de dados

posições

cada ponto é usado uma só vez para EVITAR CORRELAÇÃO

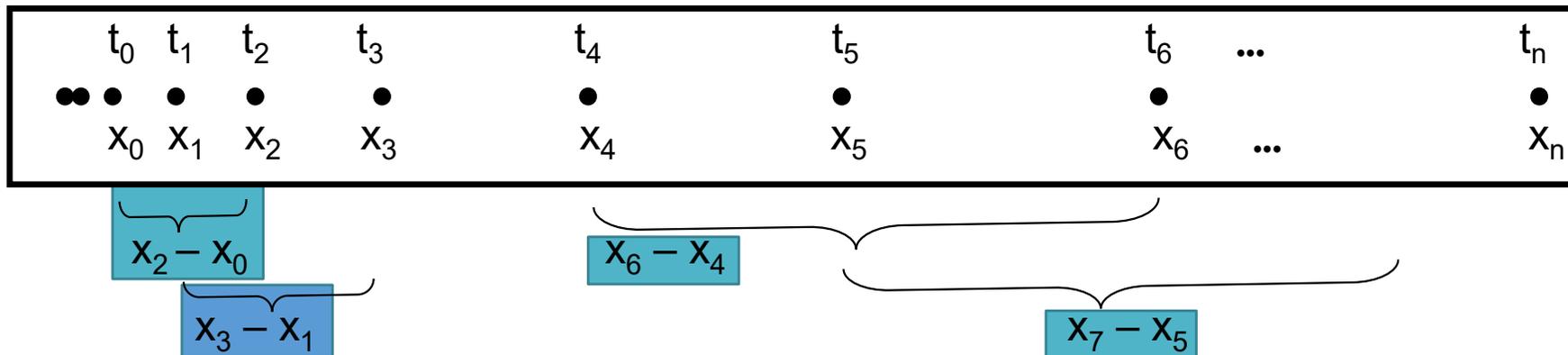


Construir a tabela 1, de posições (ex.):

Tabela 1: Medidas das posições do corpo em função do tempo e medidas das distâncias percorridas em intervalos ΔT .

Medidas		Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo (1/60 s)	Posição (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(2/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)
0		0 - 1					
1				0 - 2		1 - 2	
2		2 - 3		1 - 3			
3						3 - 4	
4		4 - 5					
5				4 - 6		5 - 6	

Análise de dados velocidades



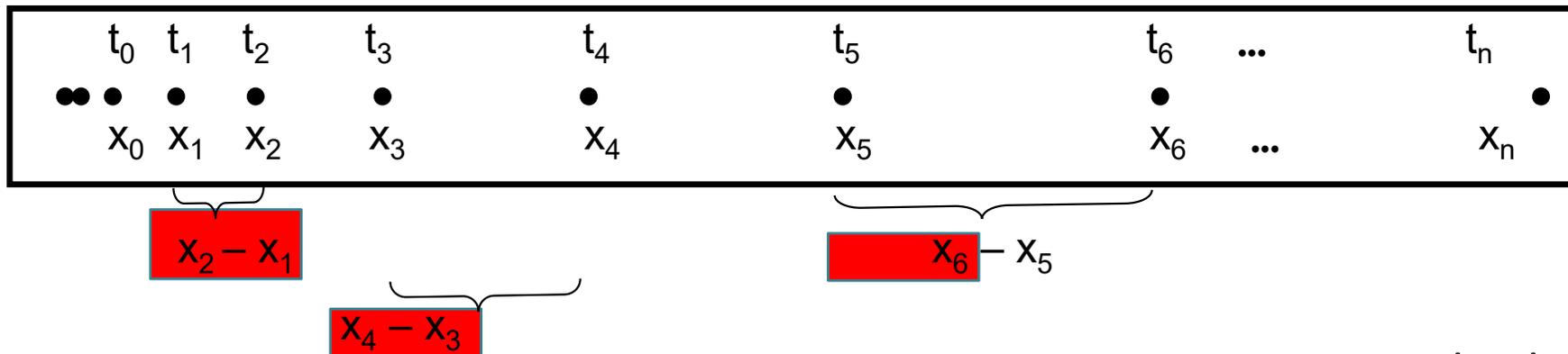
Com os deslocamentos, construir a tabela 2 de velocidades (ex.):

Tabela 2. Velocidade do elipsoide em função do tempo, para cada aluno

Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)

Análise de dados

(outro aluno)

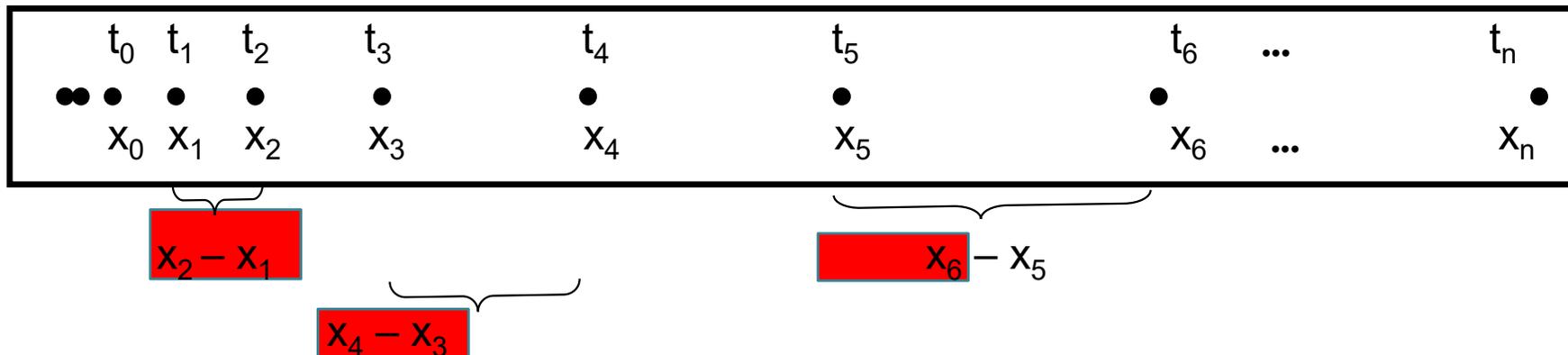


Construir a tabela 1:

Tabela 1: Medidas das posições do corpo em função do tempo e medidas das distâncias percorridas em intervalos ΔT .

Medidas		Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo (1/60 s)	Posição (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(2/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)
0		0 - 1					
1				0 - 2		1 - 2	
2		2 - 3		1 - 3			
3						3 - 4	
4		4 - 5					
5				4 - 6		5 - 6	

Análise de dados (*outro aluno*)



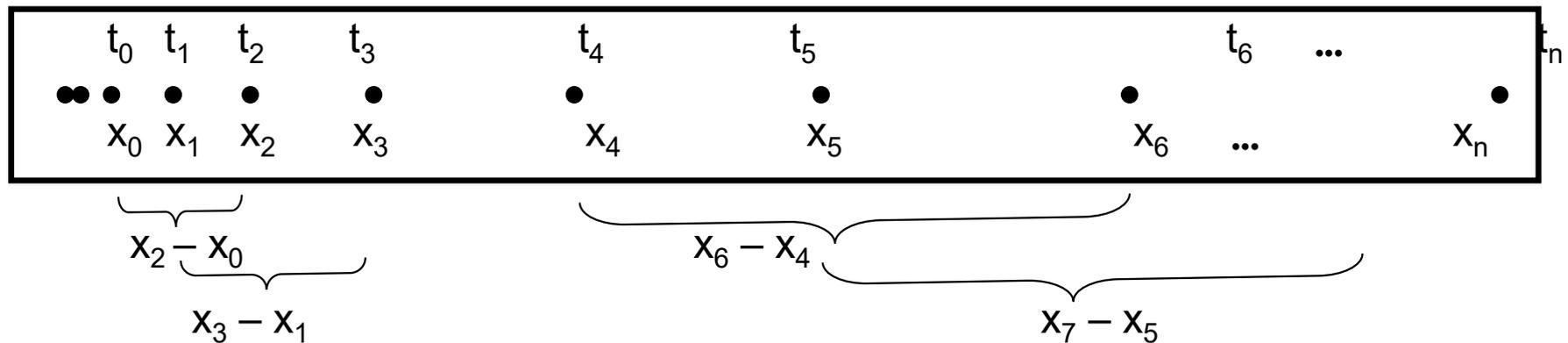
Com os deslocamentos, construir a tabela 2:

Tabela 2. Velocidade do elipsoide em função do tempo, para cada aluno

Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)

Análise de dados

Incertezas



Qual é a incerteza em Δx ?

(Propagação da posição)

Devemos considerar uma incerteza no instante t ?

(Propagação do tempo)

Qual é a incerteza na velocidade?

(Propagação de Δx e de Δt)

Propagação de incertezas

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

$$\frac{\sigma_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta X}}{\Delta X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta X}}{\Delta X}\right)^2}$$

Valor frequência muito precisa

Distância

$$\Delta X = X_f - X_i$$

$$\sigma_{\Delta X} = \sqrt{(\sigma_{X_f})^2 + (\sigma_{X_i})^2} = \sigma_X \sqrt{2}$$

Intervalo de tempo

$$\Delta t = t_f - t_i$$

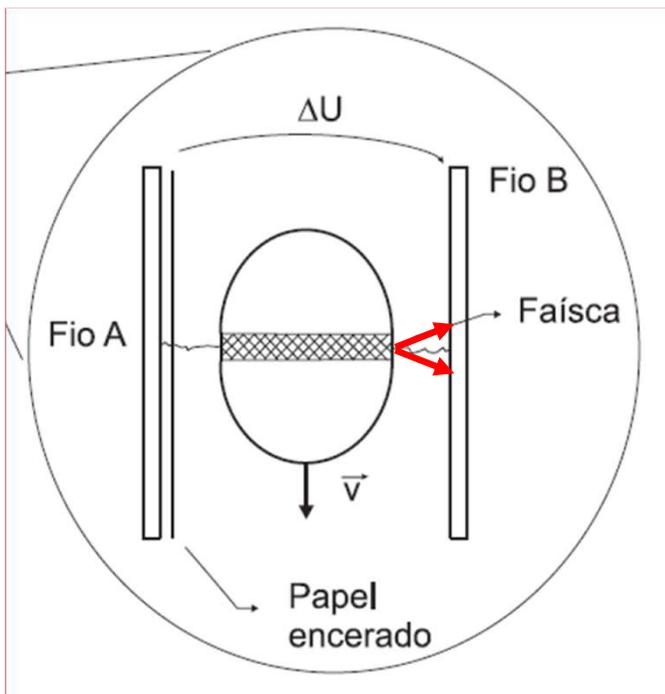
$$\sigma_{\Delta t} = \sqrt{(\sigma_{t_f})^2 + (\sigma_{t_i})^2} = \sigma_t \sqrt{2}$$

Velocidade final

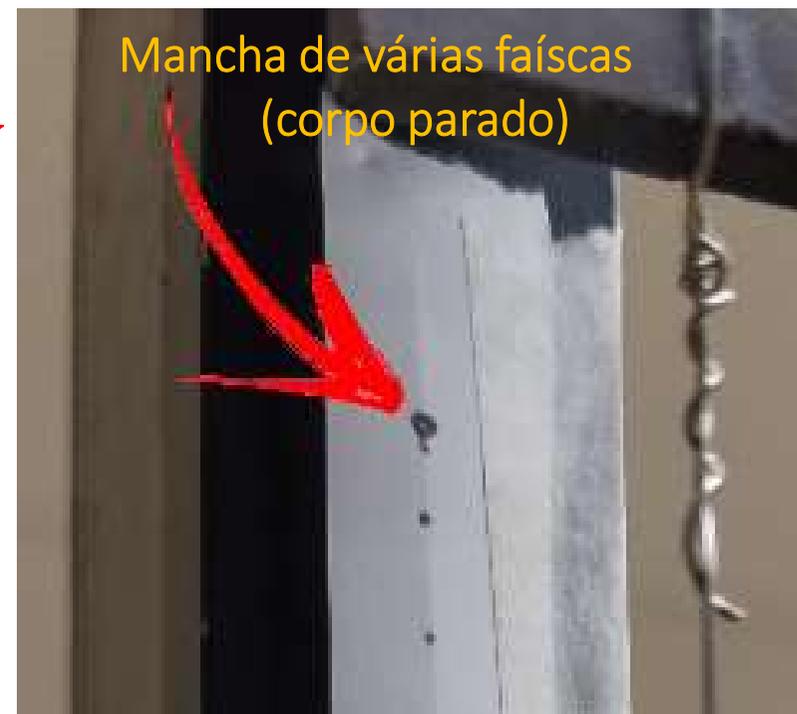
$$\sigma_V = \frac{\sigma_{\Delta X}}{\Delta X} V = \frac{\sigma_{\Delta X}}{\Delta X} \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{\sigma_{\Delta X}}{\Delta t}$$

Incertezas na posição

Não há garantia que a faísca que marcou a fita saiu exatamente *na perpendicular* – implica em uma **imprecisão na posição** do corpo em queda. **(Estimar)**



ΔX



2 cm

Atividades do guia 4-1

- Obter da fita os dados de **posições** $\pm inc.$ (Tab. 1).
Colocar os valores das medidas no guia e na planilha online:
link da planilha:
https://drive.google.com/drive/folders/1KJwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share_link
- Construir a tabela de **velocidade** em função do tempo (Tab. 2). Não esquecer as incertezas.
- Fazer o gráfico de *velocidade em função do tempo* ($\mathbf{v} \times \mathbf{t}$) (Cada aluno faz um gráfico com seus dados!)
- Avaliar g e v_0
- Comparar com valores esperados.
- Analisar os resultados

Análise Gráfica

No final do experimento:

- O parâmetro a (v_0) é coerente com um movimento que se iniciou no *repouso*?
- Quantas faíscas você desprezou para iniciar a escala de tempo ($t=0$)?
- Como avaliar se v_0 está dentro do esperado?
- E b é compatível com o valor da **aceleração da gravidade**? O IAG obteve o valor de **978,622 cm/s²** para a aceleração da gravidade, fazendo uma medida bastante precisa.

Para a próxima aula (12/05):

- Entrega do Guia 4.1 (**um por grupo**)
- No *Moodle* (aba Experimento # 4- Queda livre):
Exercício de casa **individual** (até dia 12/05).