

Introdução às Medidas em Física

4300152

5ª Aula (28/04/2023)

Licenciatura no IME– Turma T42

Ricardo Andrade Terini

rterini@if.usp.br

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 105

Agradecimentos aos profs. Nemitala Added e Elisabeth M. Yoshimura por cederem as apresentações que serviram de base para esta.

Experiência III (1 aula): Distância Focal de uma Lente

- **Objetivos** - Medidas indiretas

Medida da distância focal de uma lente

- **Conceitos**

Noções de Estatística

Propagação de Incertezas

- Trabalhar com incertezas maiores que as instrumentais

Média Ponderada

Compatibilidade entre medidas

- **Experiência 3:** *Medida da distância focal de uma lente*

Referências para a aula de hoje:

- **Apostila do curso** (página principal do *Moodle*):
Capítulo 3: Instrumentos de Medidas
Experiência III (Aula 05) Distância Focal De Uma Lente.
- **Experimento 3 - propagação de incerteza** (Texto, aba Material Didático / arquivos 2023)
Derivadas_quinta_tarde_Mariana.pdf

relembrando

Como avaliar (*obter*) incertezas

- Incertezas são obtidas com 1 alg. significativo (em geral)
- Medida direta – incerteza **instrumental (tipo B)**:
 - verificar **resolução** do instrumento
 - avaliar a **incerteza nas condições de medida**
- ❖ *Condição ideal – metade ou a menor divisão da escala analógica OU o menor valor mensurável em escalas digitais (ou indicação do manual).*



- ❖ *A incerteza instrumental pode, cf. as condições da medição, ser maior do que a precisão do instrumento.*

relembrando

Como avaliar (*obter*) incertezas

- **Medida direta – incertezas estatísticas (tipo A):**
 - avaliar a incerteza por repetição da medição

❖ *Obter média e desvio padrão*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

❖ *Calcular o desvio padrão da média - que é a incerteza estatística da média*

$$\sigma_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

❖ *Calcular o erro padrão (incerteza combinada) – que é a incerteza final da média*

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{método}}^2} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estatístico}}^2}$$

relembrando

Propagação de incerteza

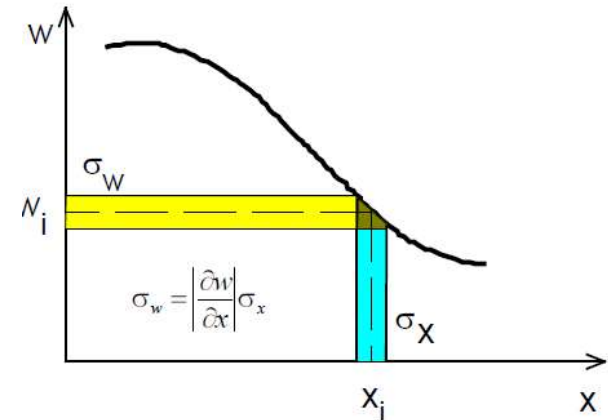
Uma medida obtida de outra medida tem incerteza?

Medida Indireta

Calcular influência da incerteza da medida primária para a grandeza calculada

- *Uma variável – DERIVADA em relação à variável de medida direta, multiplicada pela incerteza*

$$x \pm \sigma_x \quad w = w(x)$$
$$\sigma_w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \sigma_x\right)^2}$$



- *Várias variáveis – incerteza total é soma quadrática das contribuições*

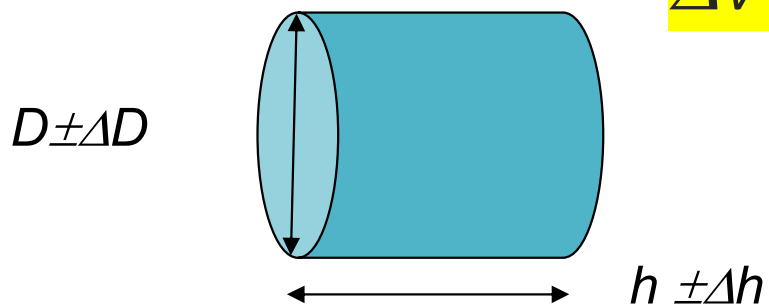
$$f = f(x, y, z, t, \dots)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \sigma_t\right)^2}$$

Propagação de incerteza

Exemplos...

1. **Volume do cilindro:** Assumimos que a incerteza devido ao diâmetro é *independente* da incerteza devido à altura.



$$\Delta V^2 = (\Delta V_{\text{devido a } \Delta D})^2 + (\Delta V_{\text{devido a } \Delta h})^2$$

$$\therefore \sigma_V = \sqrt{\sigma_{V(h)}^2 + \sigma_{V(D)}^2}$$

2. Caso particular:

$$f(x, y, z, t) = K \frac{x^a}{y^b} \sqrt{\frac{z^3}{t}}$$

Incerteza absoluta

$$\frac{\sigma_f}{f} = \sqrt{\left(a \frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(b \frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_z}{z}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_t}{t}\right)^2}$$

Incerteza relativa

Propagação de incerteza - Exemplos...

3. Densidade do cilindro:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi D^2 h}$$

$$\frac{\sigma_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}$$

$$D = 4,890 \pm 0,005 \text{ cm}$$

$$h = 1,850 \pm 0,005 \text{ cm}$$

$$m = 38,0443 \pm 0,0001 \text{ g}$$

$$\frac{\sigma_D}{D} = 0,00102$$

$$\frac{\sigma_h}{h} = 0,00270$$

$$\frac{\sigma_m}{m} = 2,63e-6$$

$$\frac{\sigma d}{d} = 0,00339$$

$$d = 1,09497 \text{ g/cm}^3$$

→ $\sigma_d = \frac{\sigma_d}{d} d = 0,00339 \times 1,09497 = 0,00371 \text{ g/cm}^3$

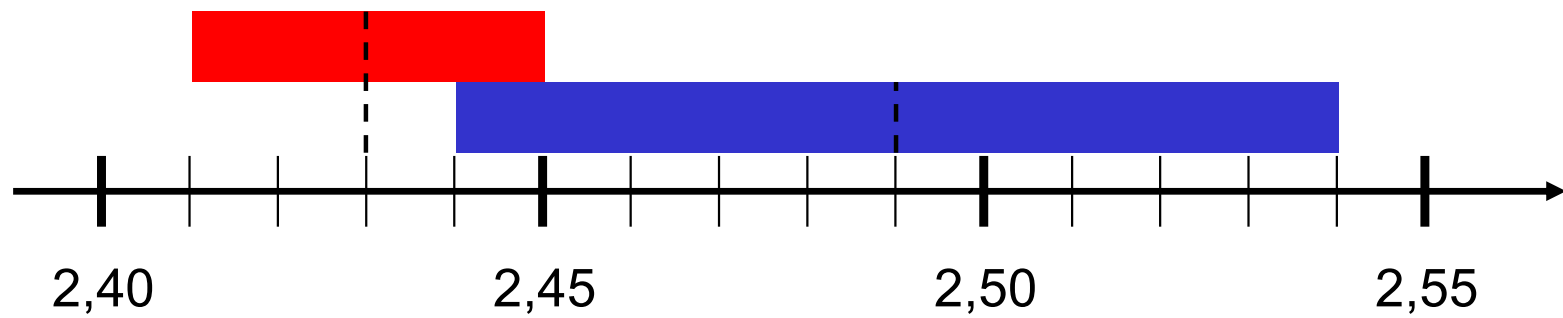
$$d = (1,095 \pm 0,004) \text{ g/cm}^3$$

relembrando

Como comparar os resultados de duas medidas?

- Levar em consideração sempre a incerteza de medida.
- Ao considerar a incerteza, nos perguntamos se as medidas são **compatíveis** ao invés de “iguais”;

Por exemplo, $2,43 \pm 0,02 \text{ mm}$ é compatível com $2,49 \pm 0,05 \text{ mm}$?

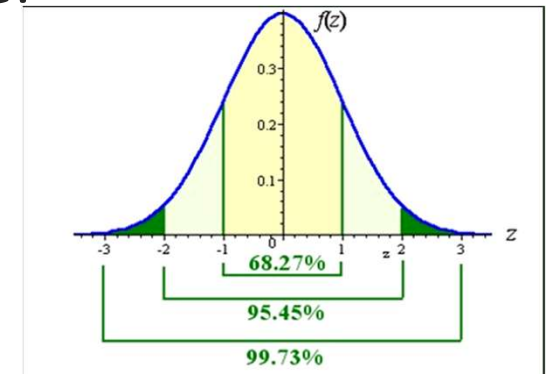


Compatibilidade de medidas

– critério: teste Z

distribuição normal;
amostras com
n grande, sem
tendências

- Superposição em 1σ = **compatíveis**
- Superposição em intervalos mais largos, 2σ ou 3σ :
compatibilidade com menor probabilidade.
- **Teste Z indica essa probabilidade**
 - Ex.: Comparação entre $(a \pm \sigma_a)$ e $(b \pm \sigma_b)$



$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$0 < Z \leq 1$, compatíveis dentro de 1σ

$1 < Z \leq 2$, compatíveis dentro de 2σ

$2 < Z \leq 3$, compatíveis dentro de 3σ

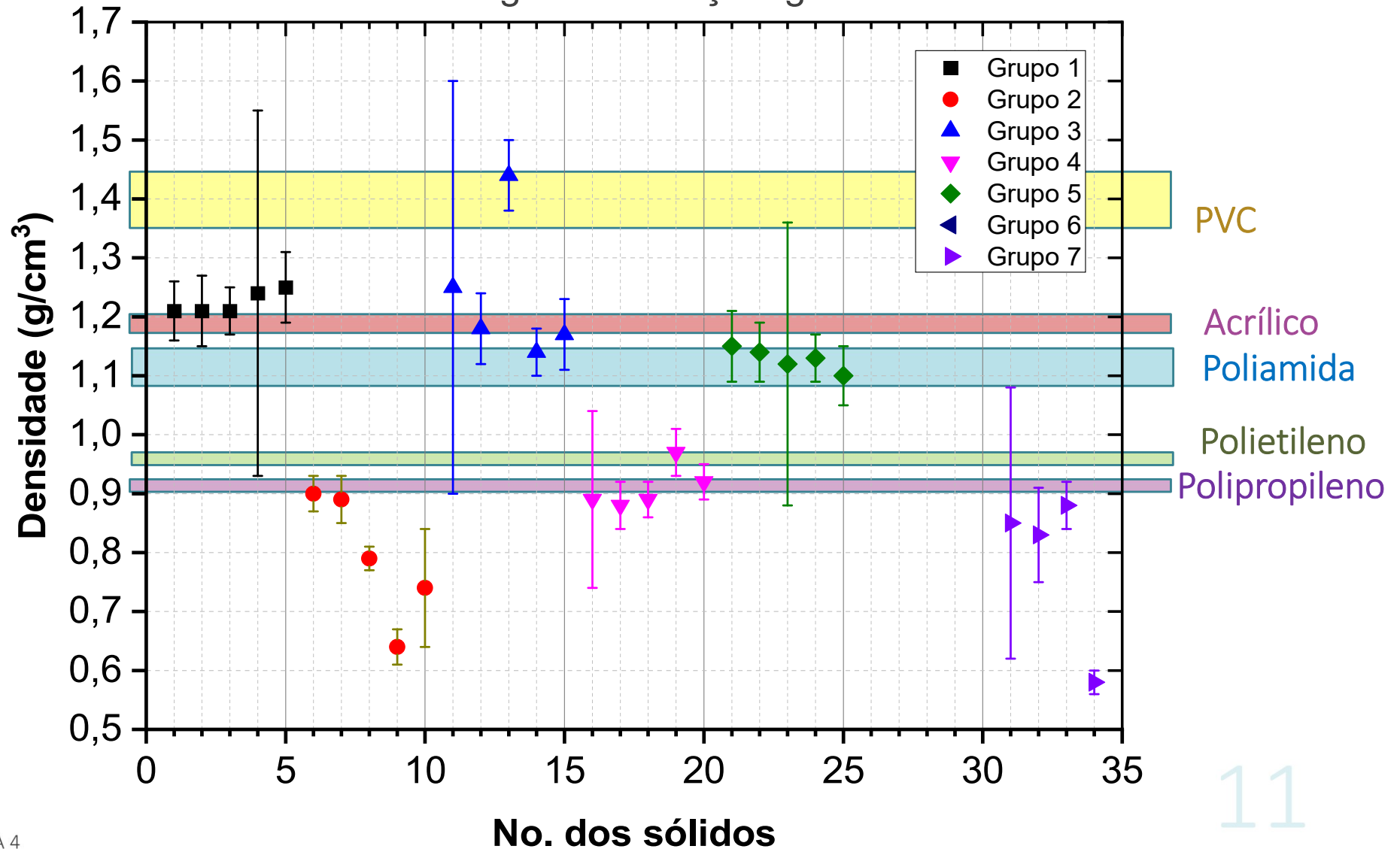
$Z > 3$, discrepantes ou não compatíveis

Exp. 2 - Dados 1a. aula - T42

balança digital

● Poliamida (nylon)	$d = 1.09$ a 1.14 g/cm^3
● Polietileno	$d = 0.941$ a 0.965 g/cm^3
● Polipropileno	$d = 0.900$ a 0.915 g/cm^3
● Acrílico	$d = 1.17$ a 1.20 g/cm^3
● PVC	$d = 1.35$ a 1.45 g/cm^3

1a. aula - Régua e Balança digital - T42

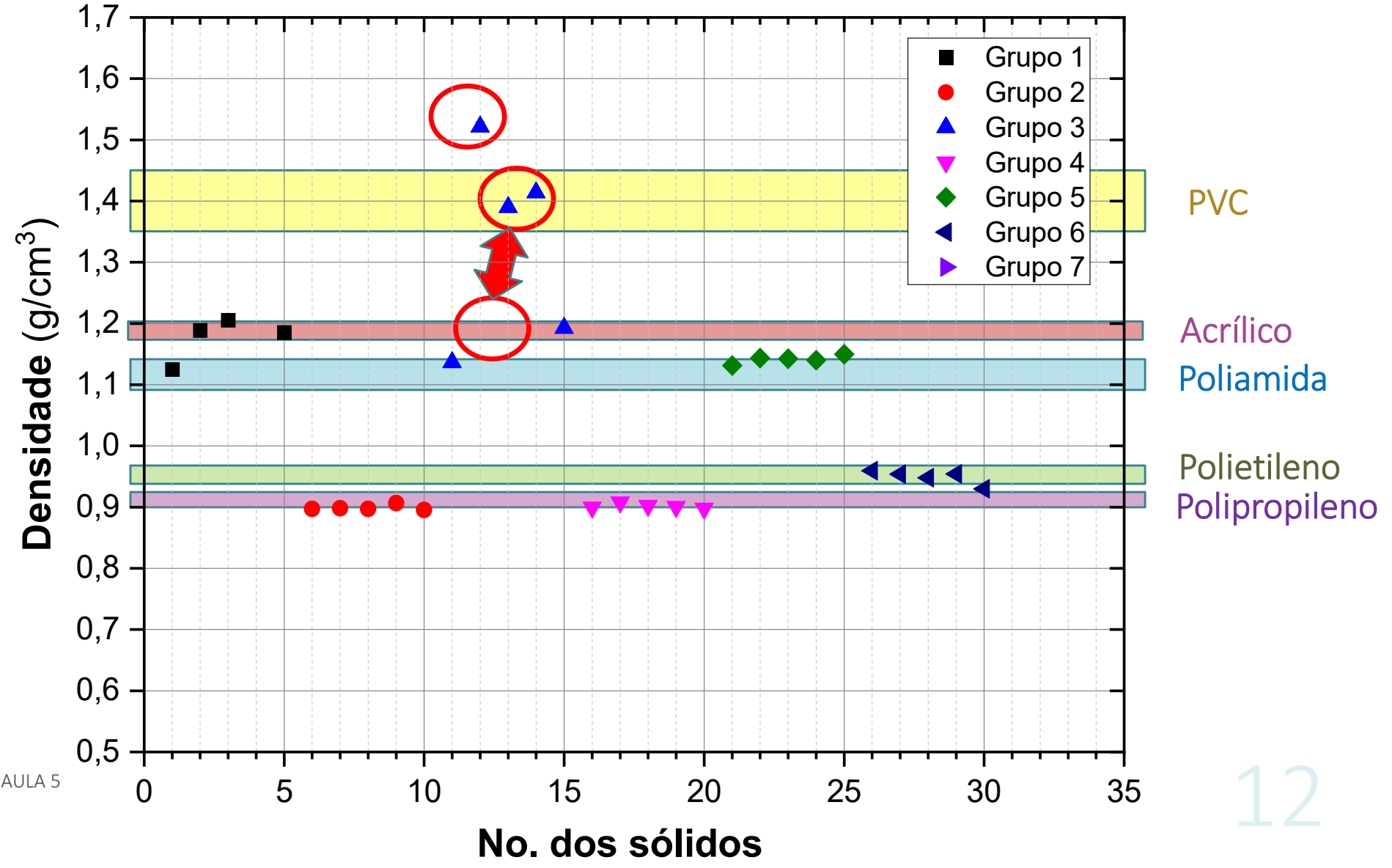


Exp. 2 - Dados 2a. Aula – T42

bal. analítica, paq. e micrômetro

● Poliamida (nylon)	d = 1.09 a 1.14 g/cm ³
● Polietileno	d = 0.941 a 0.965 g/cm ³
● Polipropileno	d = 0.900a 0.915 g/cm ³
● Acrílico	d = 1.17 a 1.20 g/cm ³
● PVC	d = 1.35 a 1.45 g/cm ³

2a. aula - T42 - Balança analítica, paquímetro e micrômetro



Aula de hoje – Experimento 3

Distância focal de uma lente

Lentes Delgadas - Objetivos

- Identificar lentes **convergentes** e **divergentes**
- Avaliar a **distância focal** da lente, grosseiramente
- Avaliar a distância focal de uma lente delgada *convergente* através da **relação entre posição de imagem e objeto** (equação dos pontos conjugados, de Gauss)
- Determinar a **incerteza da distância focal**
 - ❖ *estimar incertezas nas medidas diretas, levando em conta o **método** de medida e a **estatística***
 - ❖ *propagar incertezas*
 - ❖ *calcular **média ponderada***
- Verificar a **compatibilidade** de resultados

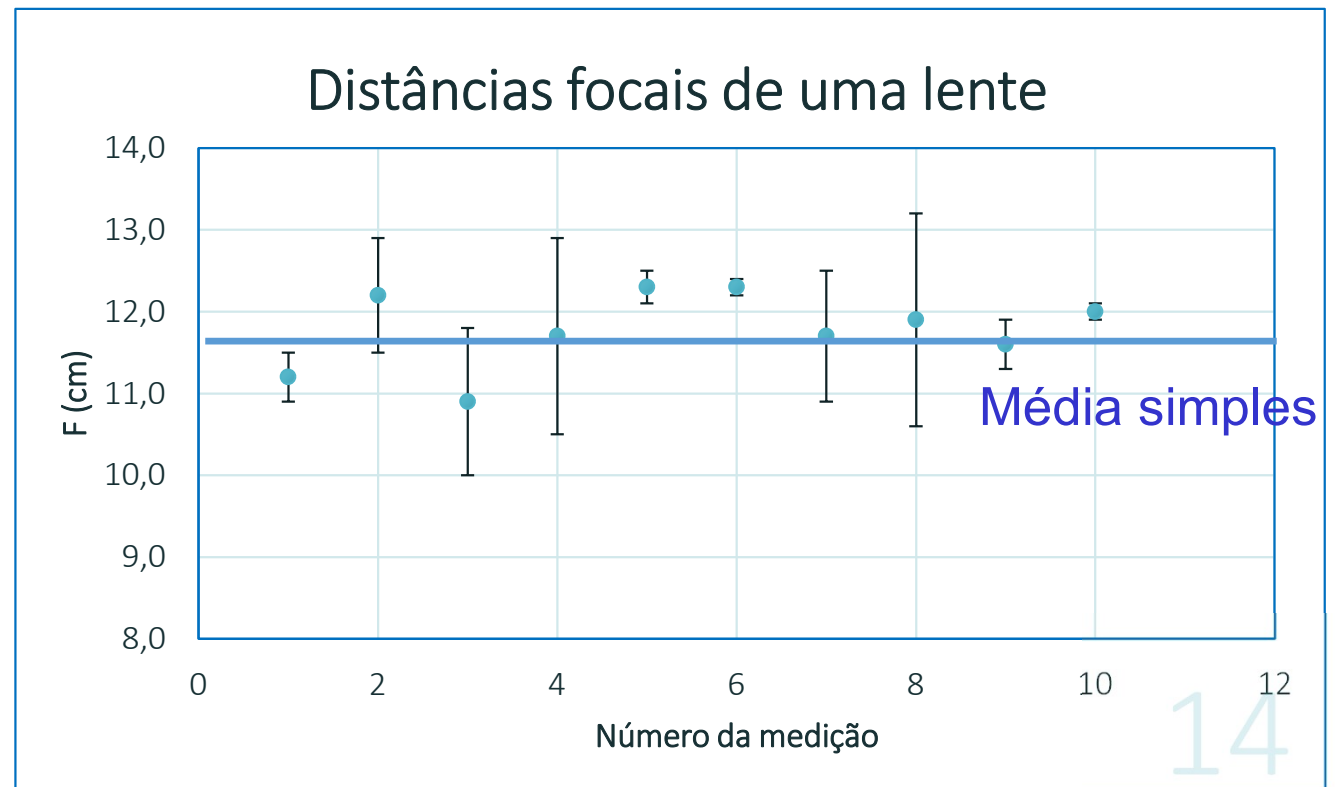
Média ponderada

Problema:

- quando se faz **várias determinações** de uma grandeza (p. exemplo, *distância focal F*) e...
- se cada valor tem **incerteza diferente**...

Qual o **valor final**?

Média simples?



Média ponderada

Problema:

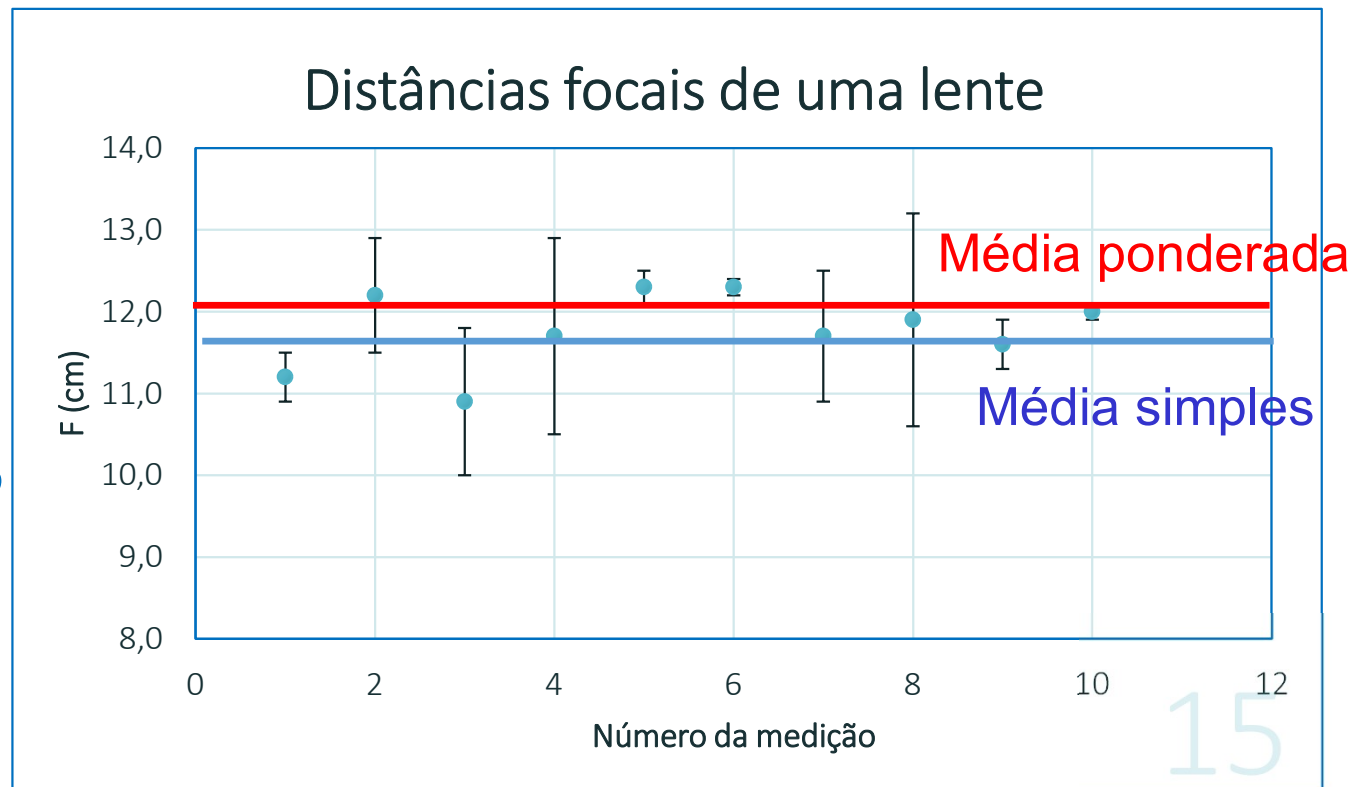
- quando se faz **várias determinações** de uma grandeza (p. exemplo, *distância focal F*) e...
- se cada valor tem **incerteza diferente**...

Qual o **valor final**?

Média simples...

ou

Média ponderada?



Média ponderada

Se cada medida F_i , tiver incerteza σ_{F_i} , isto é, se $(F_i \pm \sigma_{F_i})$...

O valor médio de F , pode ser obtido por **média ponderada**:

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^N p_i}$$

onde:

$$p_i = \frac{1}{\sigma_{F_i}^2}$$

é o *peso estatístico* de cada medida.

e a incerteza de \bar{F} é:

$$\sigma_{\bar{F}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i}}$$

Na média ponderada, têm maior peso os valores com menor barra de erro

Média ponderada

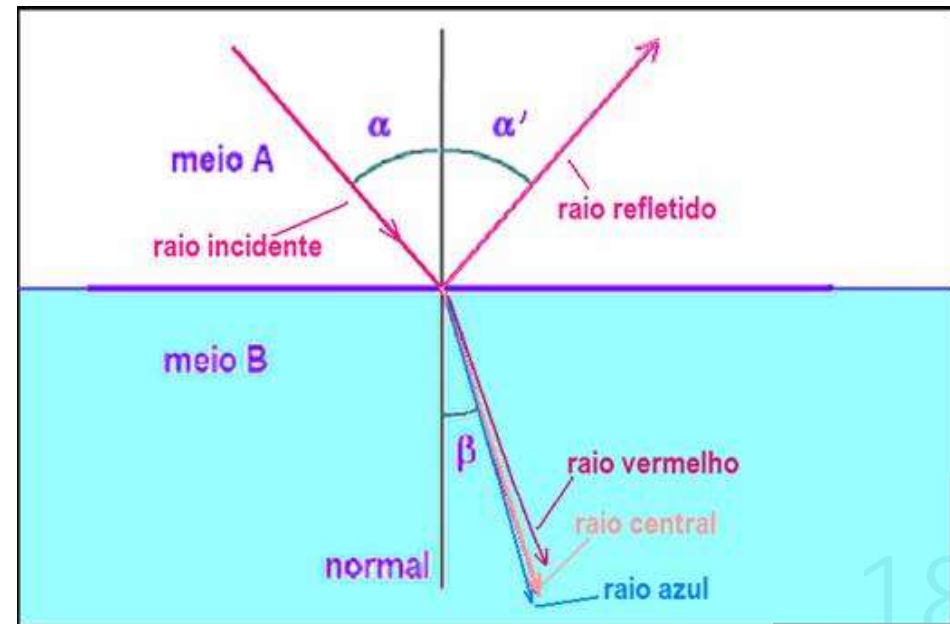
Exemplo de dados sobre distância focal F:

Medida	F (cm)	σ_F	$(1/\sigma_F)^2$	$F \cdot (1/(\sigma_F)^2)$
1	11,2	0,3	11,11111	124,4444
2	12,2	0,7	2,040816	24,89796
3	10,9	0,9	1,234568	13,45679
4	11,7	1,2	0,694444	8,125
5	12,3	0,2	25	307,5
6	12,3	0,1	100	1230
7	11,7	0,8	1,5625	18,28125
8	11,9	1,3	0,591716	7,04142
9	11,6	0,3	11,11111	128,8889
10	12,0	0,1	100	1200
			253,3463	3062,636
MÉDIAS	11,8			12,089
INCERTEZAS	0,15			0,063

Distância Focal de uma Lente

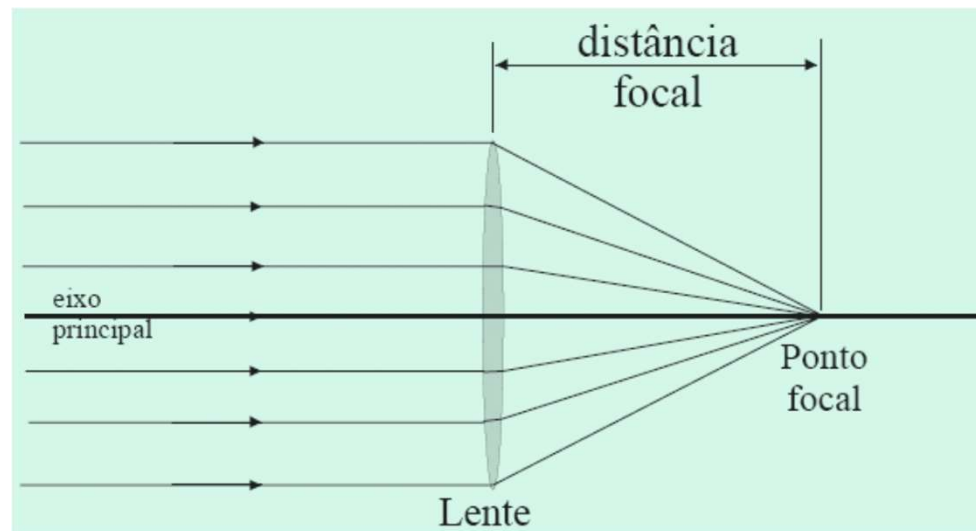
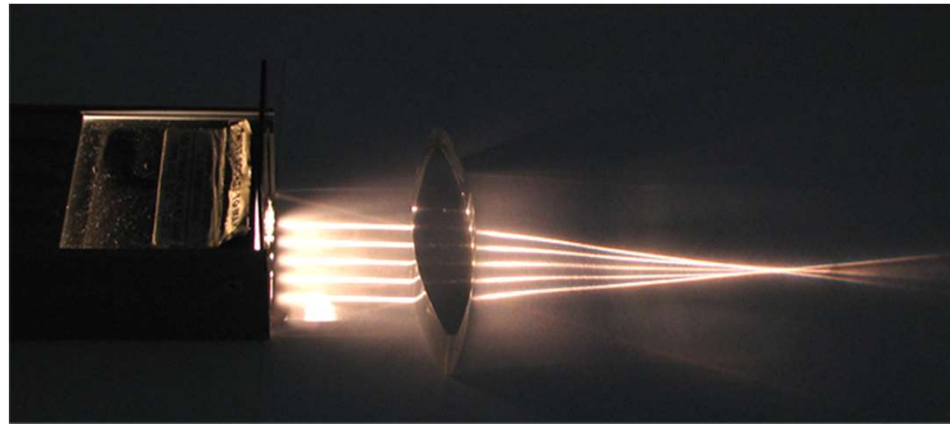


Fenômeno físico: Refração

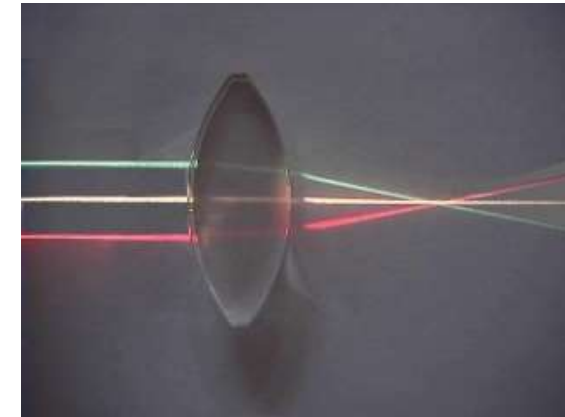
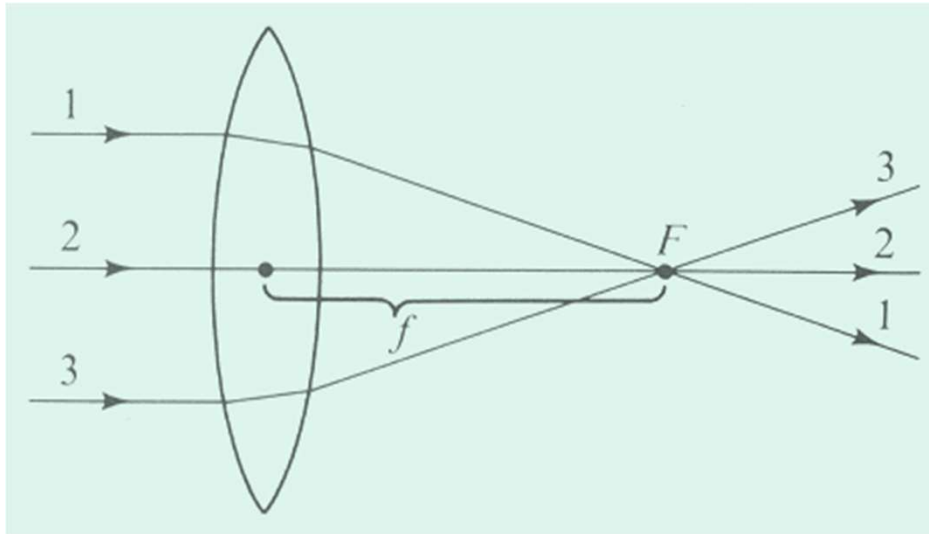


Distância Focal de uma Lente

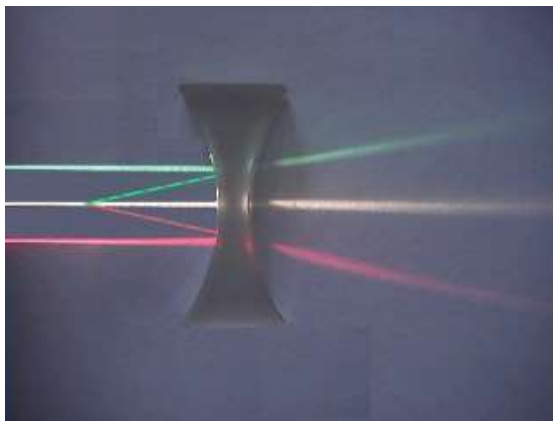
Def.: É a distância entre a lente e o ponto de foco de uma imagem, caso o objeto que gera a imagem esteja a uma distância *infinita* da lente.



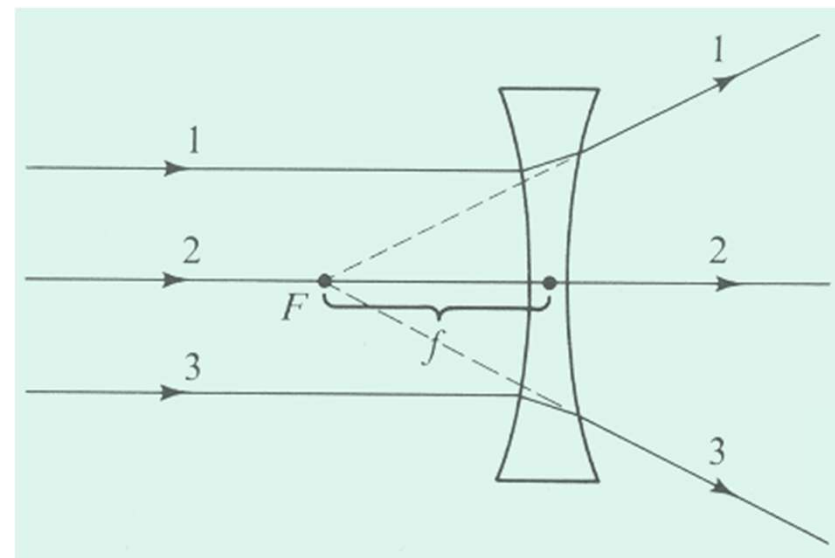
Lentes convergentes e divergentes



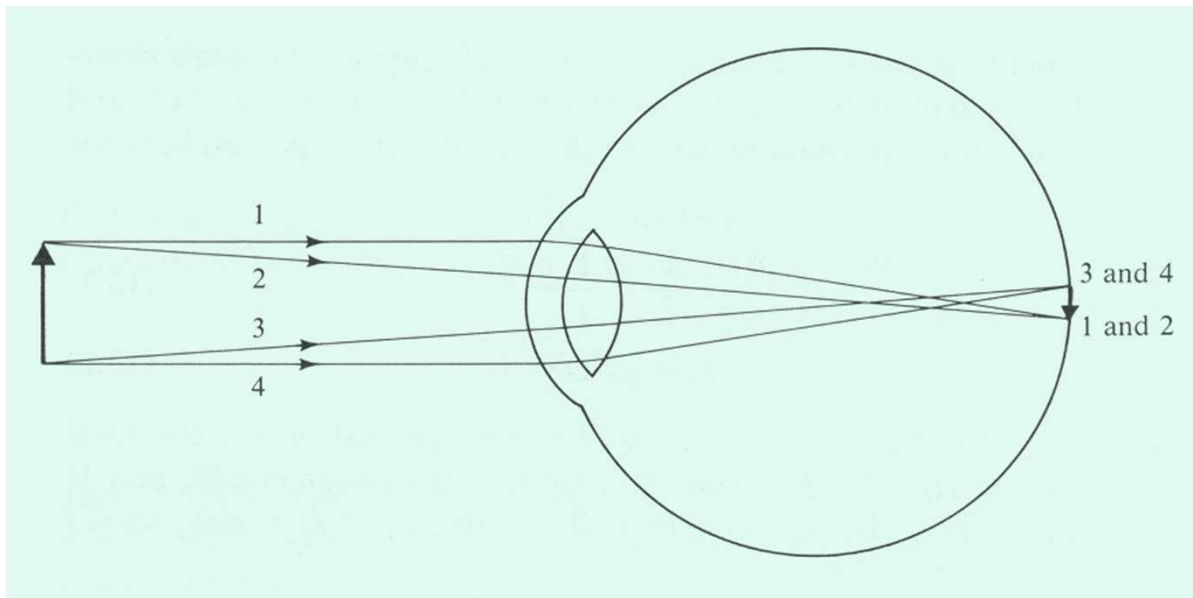
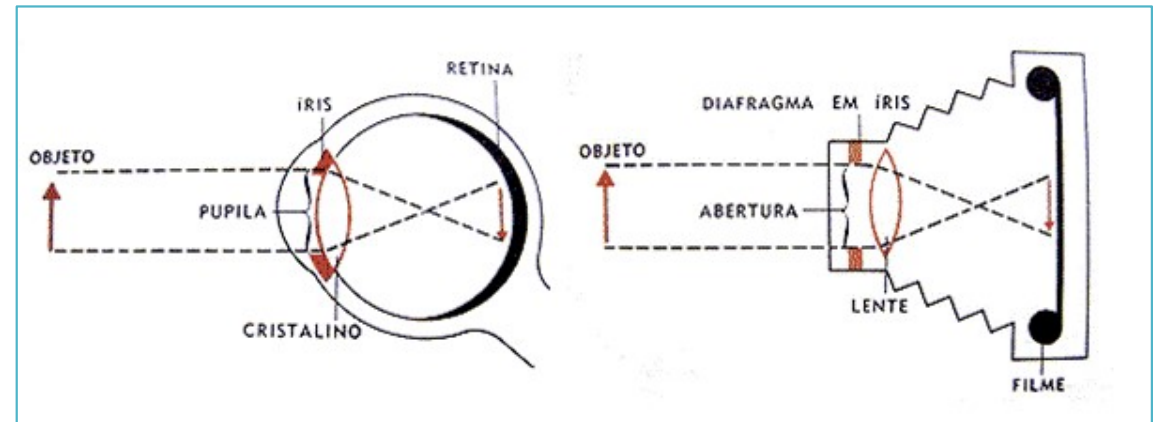
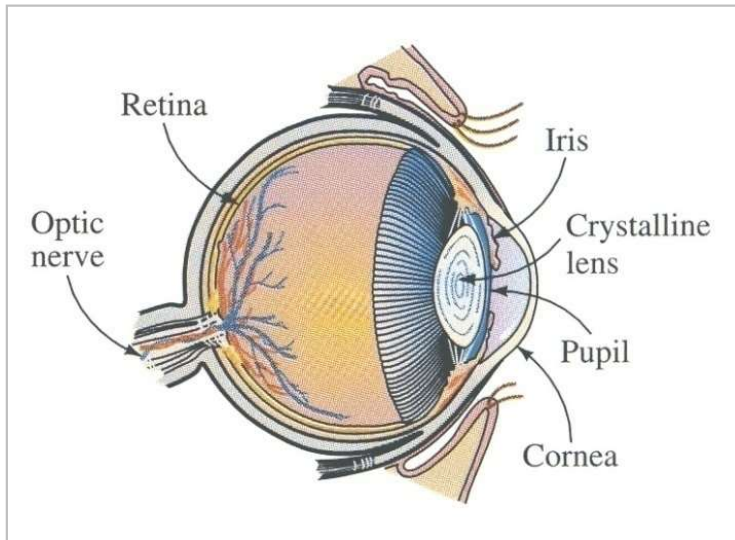
Convergente



Divergente

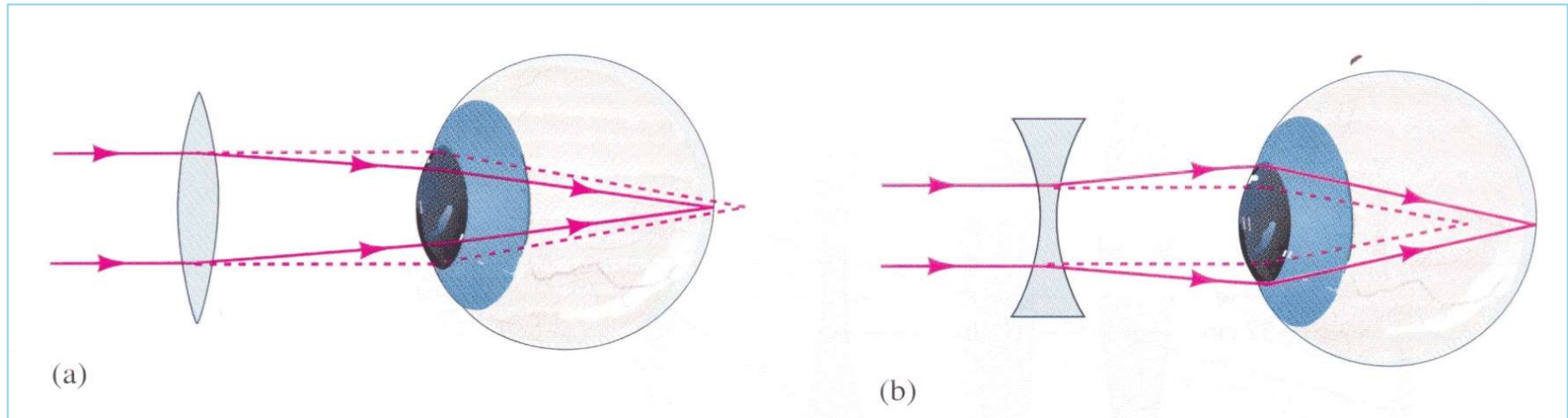


Curiosidade: olho humano e visão



- A imagem formada sobre a retina é **real** e **invertida**.
- Problemas de visão ocorrem quando a imagem não se forma sobre a retina.

Curiosidade: Correção dos problemas de visão

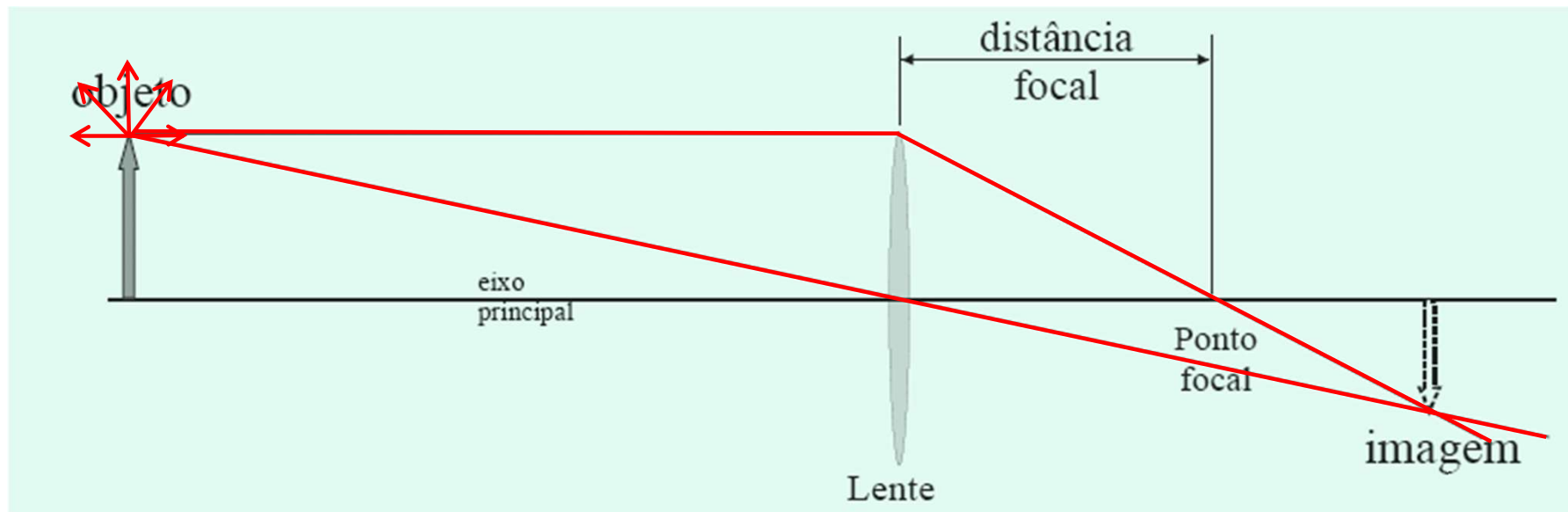


(a) Hipermetropia:
a imagem se forma **após** a
retina; a correção é feita
utilizando *lentes convergentes*.

(b) Miopia:
a imagem se forma **antes** da
retina; a correção é feita
utilizando *lentes divergentes*.

Formação da imagem

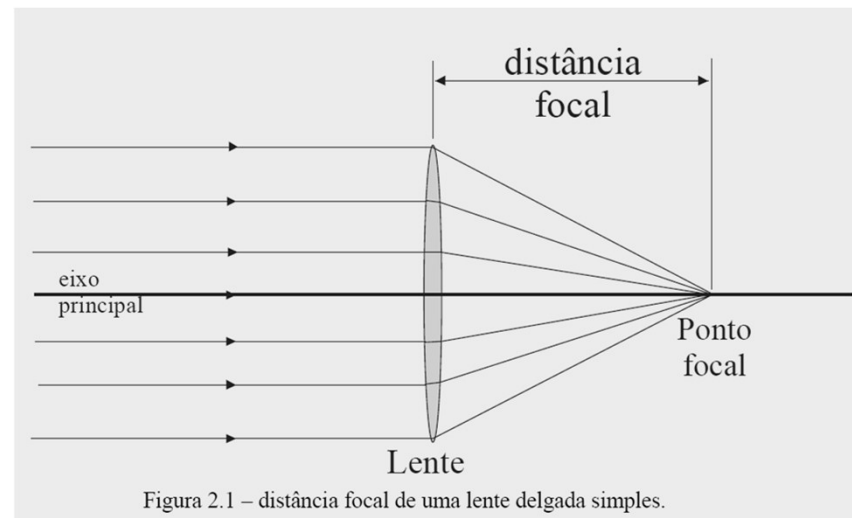
- **Raios luminosos** saem de todos os pontos do objeto em todas as direções.
- Qualquer raio luminoso paralelo ao eixo principal da lente é desviado de tal forma a passar pelo **ponto focal** da lente;
- Qualquer raio luminoso incidente sobre o **centro** da lente não sofre desvio.



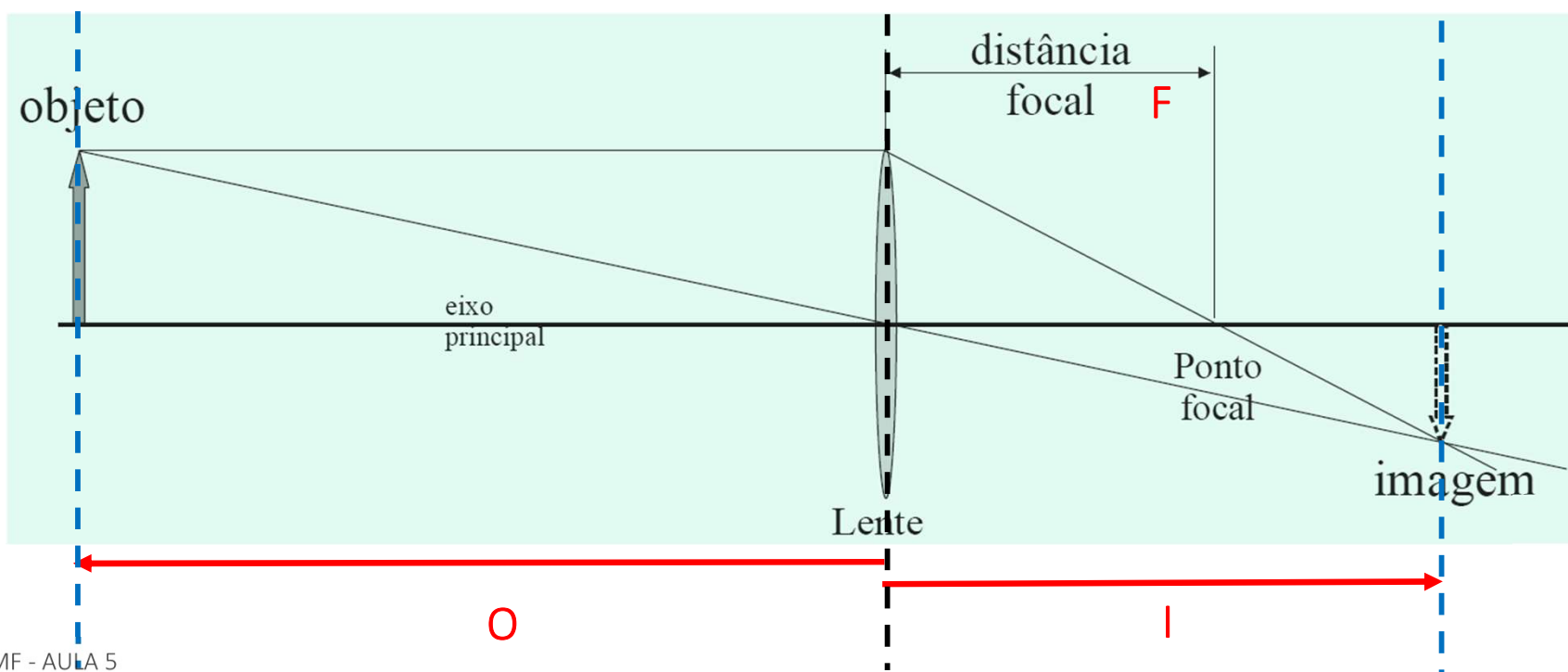
Distância focal da lente

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{I} + \frac{1}{O} \Rightarrow F = \frac{I \cdot O}{I + O}$$

Equação dos pontos conjugados de Gauss



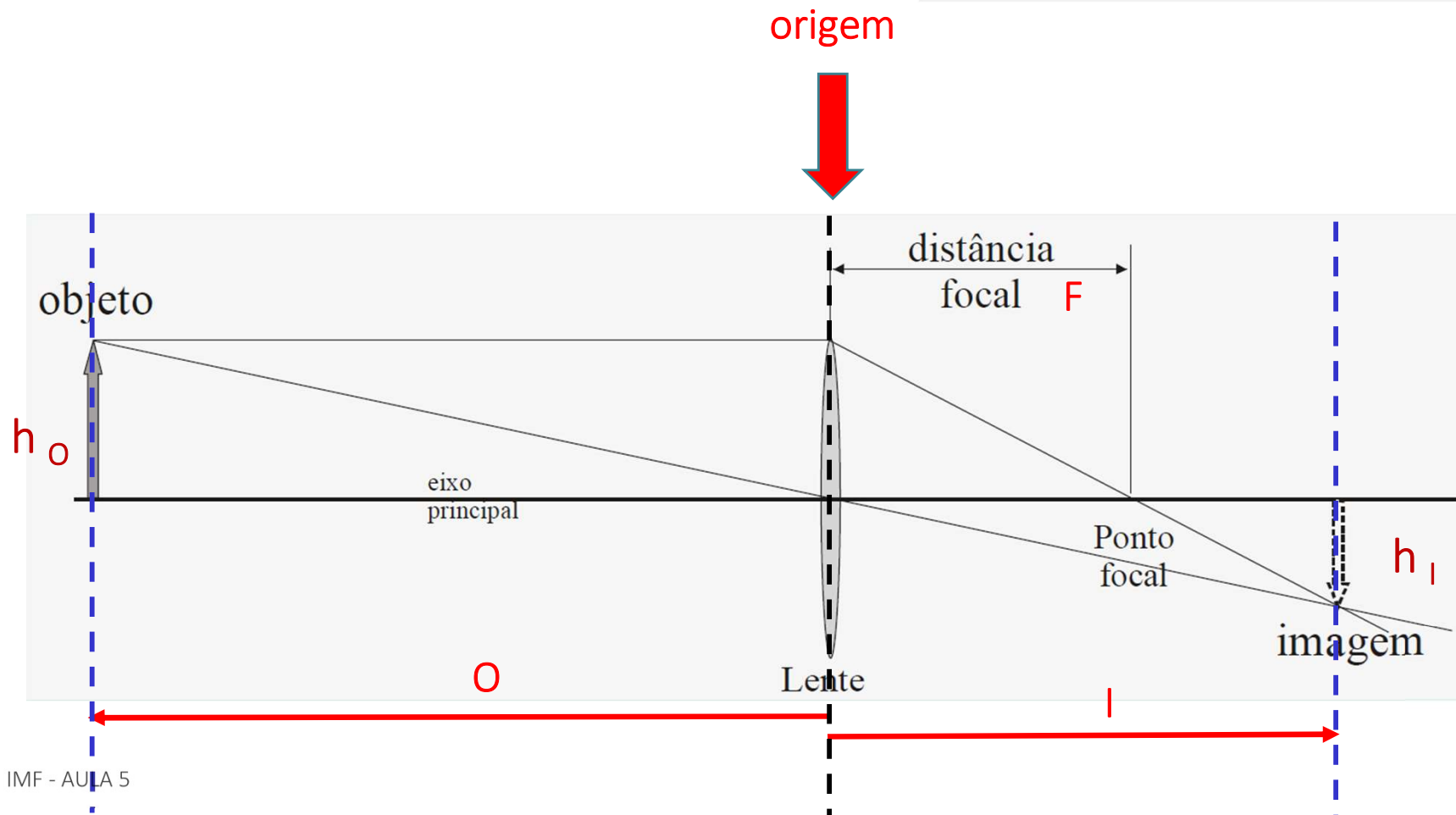
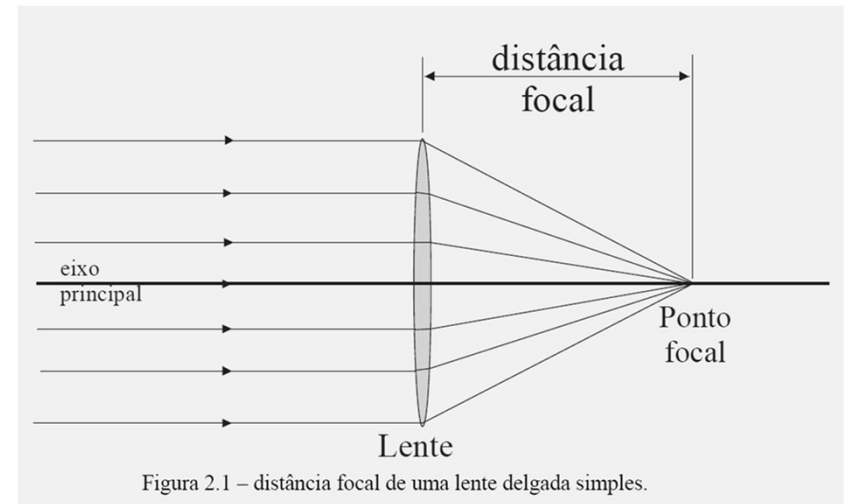
origem



Distância focal da lente

Aumento (magnificação) **linear**
da imagem em relação ao objeto:

$$A = h_i / h_o = -l / O$$

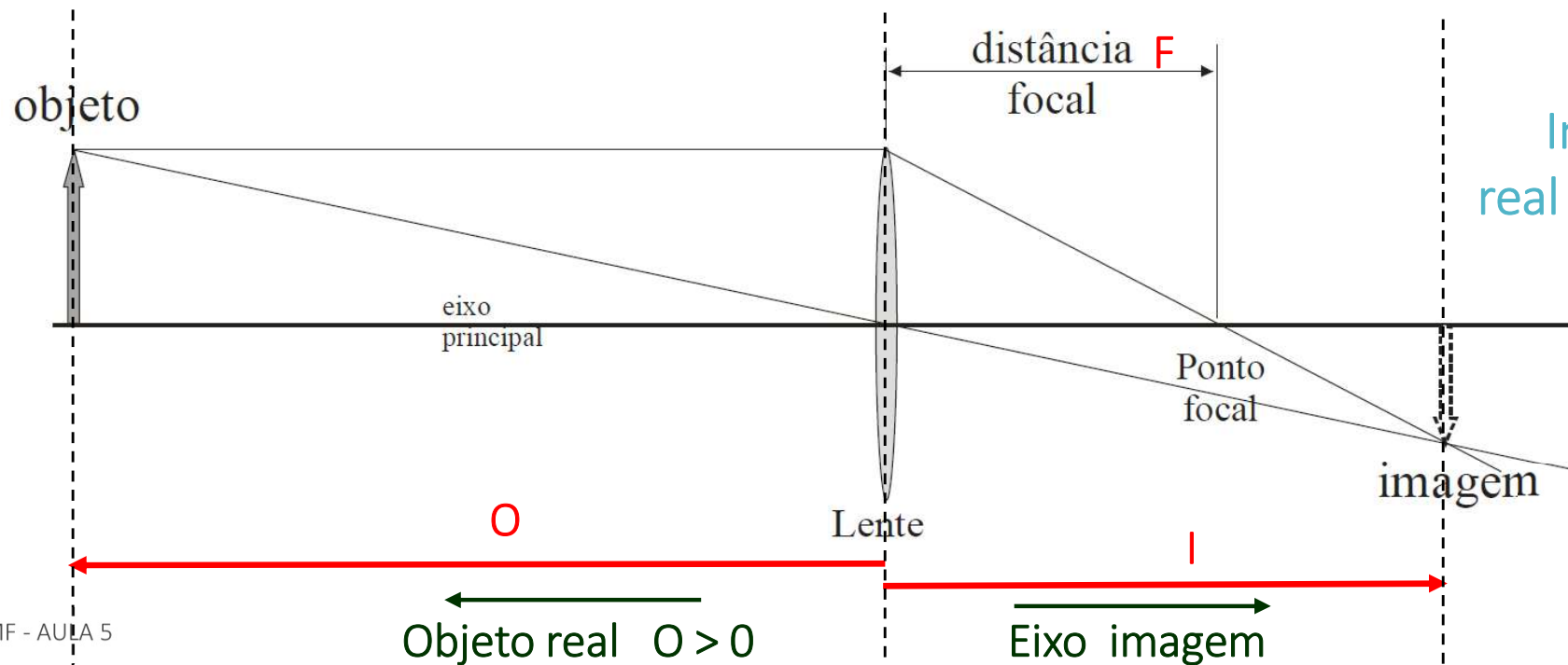


Distância focal de lente

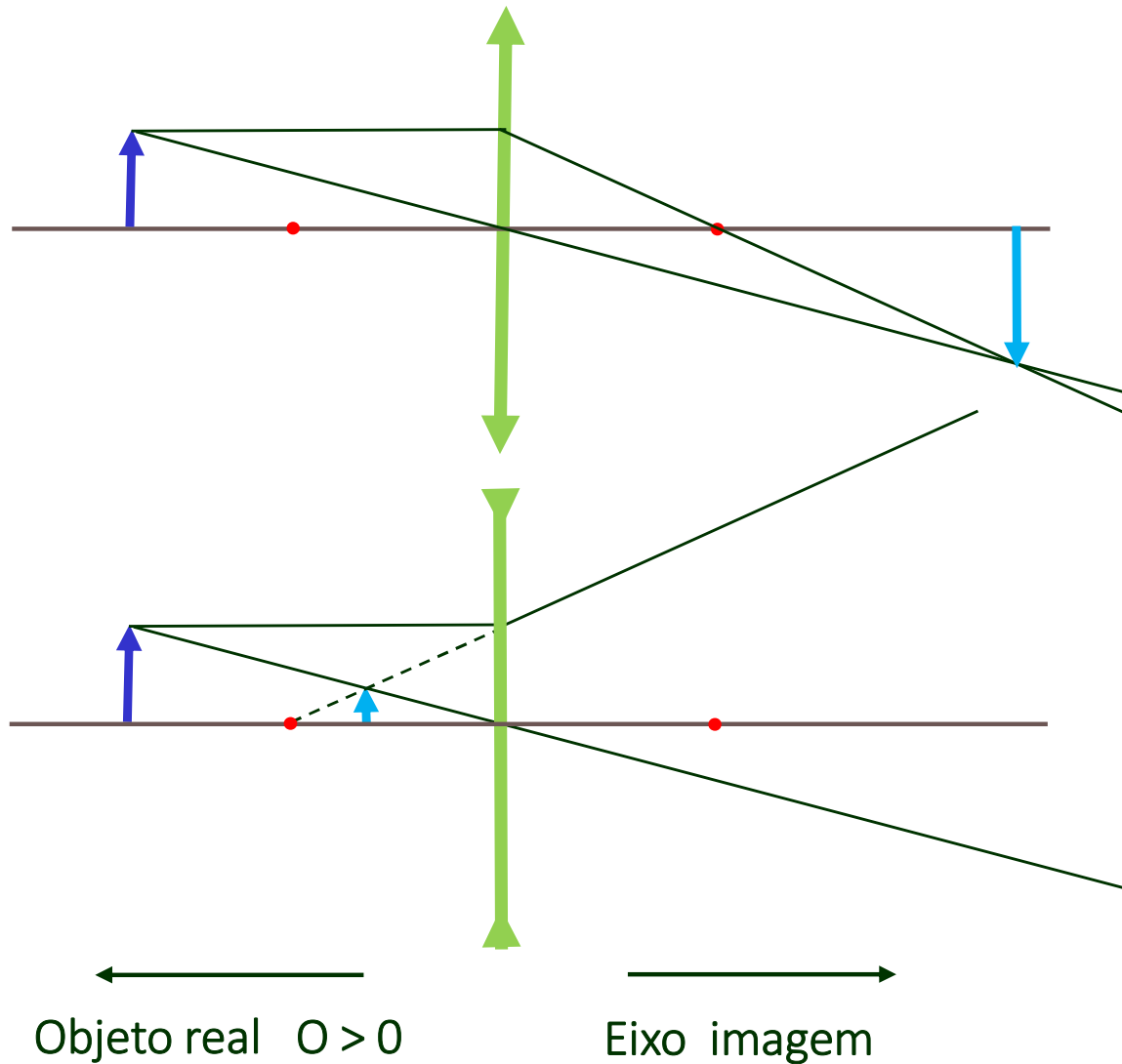
Equação dos pontos conjugados
Gauss

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{I} + \frac{1}{O} \Rightarrow F = \frac{I \cdot O}{I + O}$$

I , O e F têm sinal + ou -, dependendo da situação:
 $F > 0$ - lentes convergentes;
 $F < 0$ - lentes divergentes;
 $O > 0$ - objeto real;
 $O < 0$ - objeto virtual ("atrás da lente");
 $I > 0$ imagem real ("projetável");
 $I < 0$ imagem virtual ("atrás da lente, para objeto real");



Dist objeto > distância focal



L. Convergente $f > 0$

Imagem real: $i > 0$

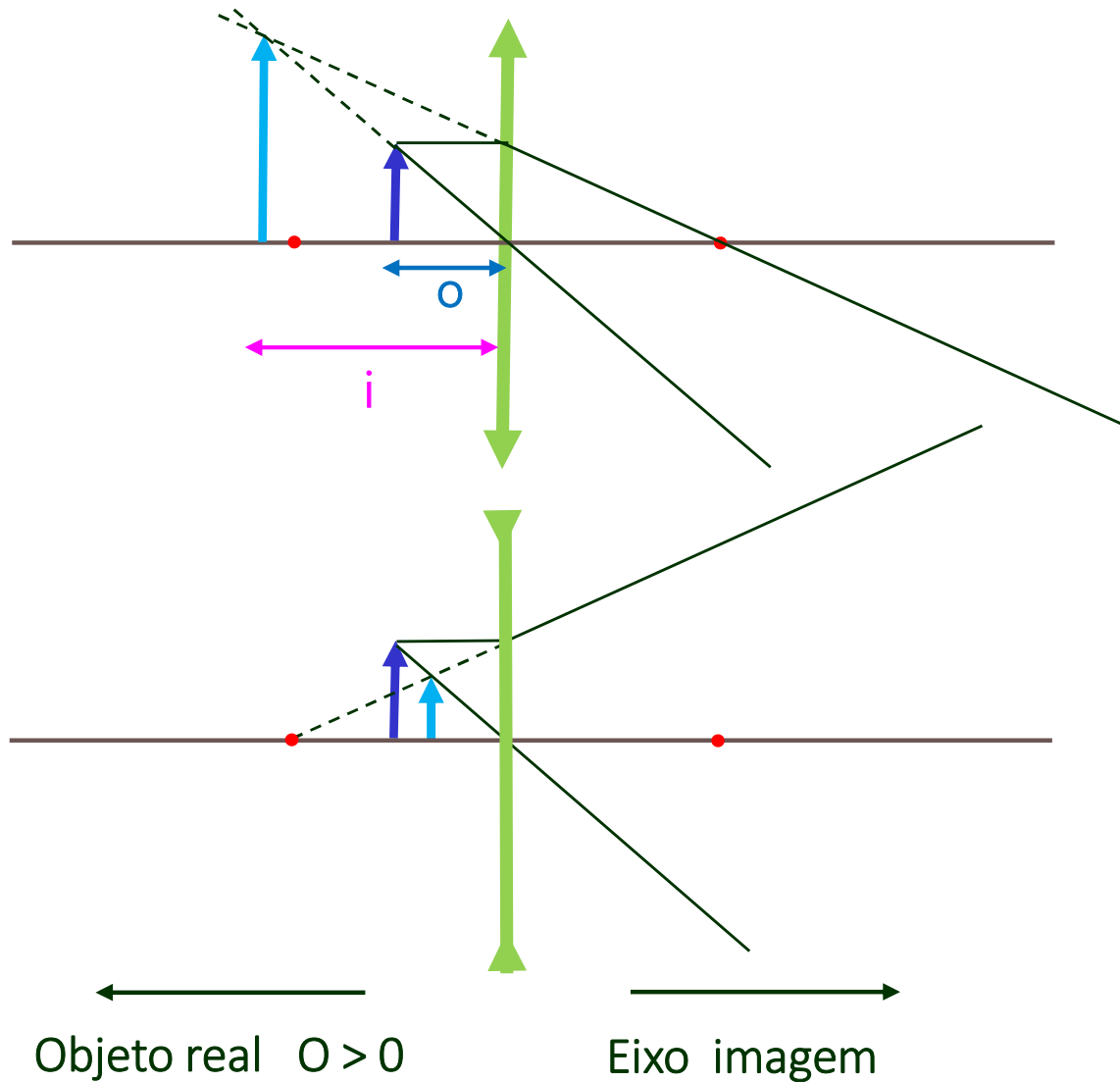
Raios refratados se encontram

L. Divergente $f < 0$

Imagem virtual: $i < 0$

Prolongamento dos raios refratados se encontram (parecem vir do mesmo ponto)

Dist objeto < distância focal



L. Convergente $f > 0$

Imagem virtual: $i < 0$

Prolongamento dos raios refratados se encontram

L. Divergente $f < 0$

Imagem virtual: $i < 0$

Prolongamento dos raios refratados se encontram (parecem vir do mesmo ponto)

Exercícios p/ classe – aula 5

https://edisciplinas.usp.br/mod/quiz/view.php?id=4570867

DISCIPLINAS
Apoio às Disciplinas

Disciplinas » Suporte » Português - Brasil (pt_br)

Ricardo Andrade Terini

4300152 - Introdução às Medidas em Física (2023)

Início / Meus Ambientes / 2023 / IF / 430 / 4300152-2023 / Experimento # 3- Distância focal de uma lente / Exercícios classe 3

questionário

ambiente

Exercícios classe 3

Abre: quinta, 27 abr 2023, 00:01
Fecha: sábado, 29 abr 2023, 00:00

Esse questionário foi concebido para ser realizado simultaneamente ao terceiro experimento do curso, as *chances são limitadas a 2 tentativas* dentro do prazo e o objetivo maior deve ser aprender os conteúdos aqui abordados, ao final de cada tentativa será possível ver sua nota prévia e o desempenho em cada questão.

Tentativas permitidas: 2

Método de avaliação: Nota mais alta

Pré-visualizar questionário agora

Experimento de hoje:

Sequência de trabalho - 1

- Classifique as lentes em **convergente** e **divergente**;

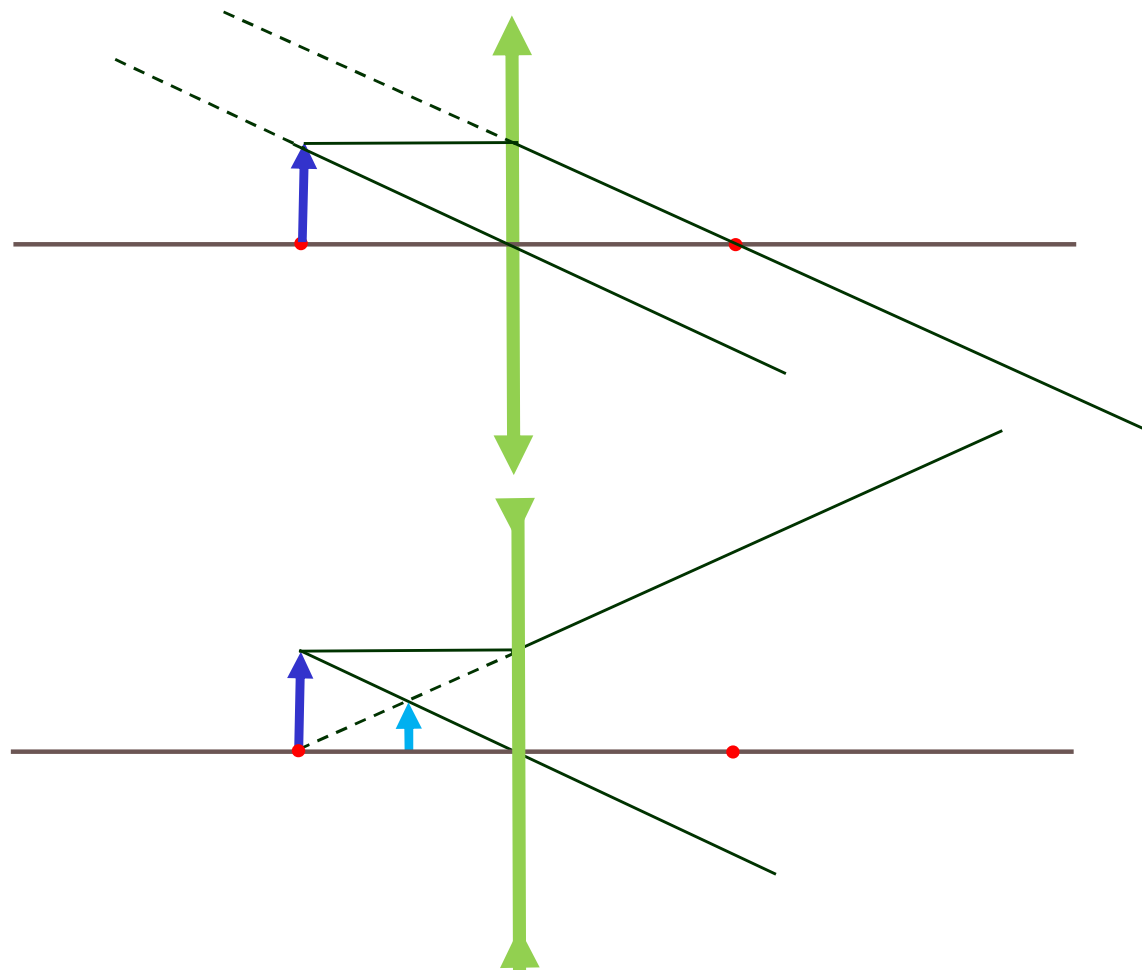
1. Estimativa rápida (grosseira) da distância focal (*Tabela 1*)

Componentes: Banco ótico; OBJETO (fonte); LENTE;
ANTEPARO

- **Convergente**: focar um objeto “no infinito”; OU verificar a partir de que distância perde-se a nitidez da imagem virtual (lupa)
- **Divergente**: verificar para que distância a magnificação é $\frac{1}{2}$ (nessa situação, o objeto está no foco)

Estimativa de f

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i} \Rightarrow \frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$



Para objeto real $o > 0$

L. Convergente: $f > 0$

$i > 0$ se $o > f$

$i < 0$ se $o < f$

$i = \infty$ se $o = f$

L. Divergente: $f < 0$

$i < 0$ sempre

$i = f/2$ para $o = f$

Implica metade do tamanho

Experimento de hoje:

Sequência de trabalho - 2

2. Determinação da distância focal de uma das lentes convergentes (imagem e objeto reais)

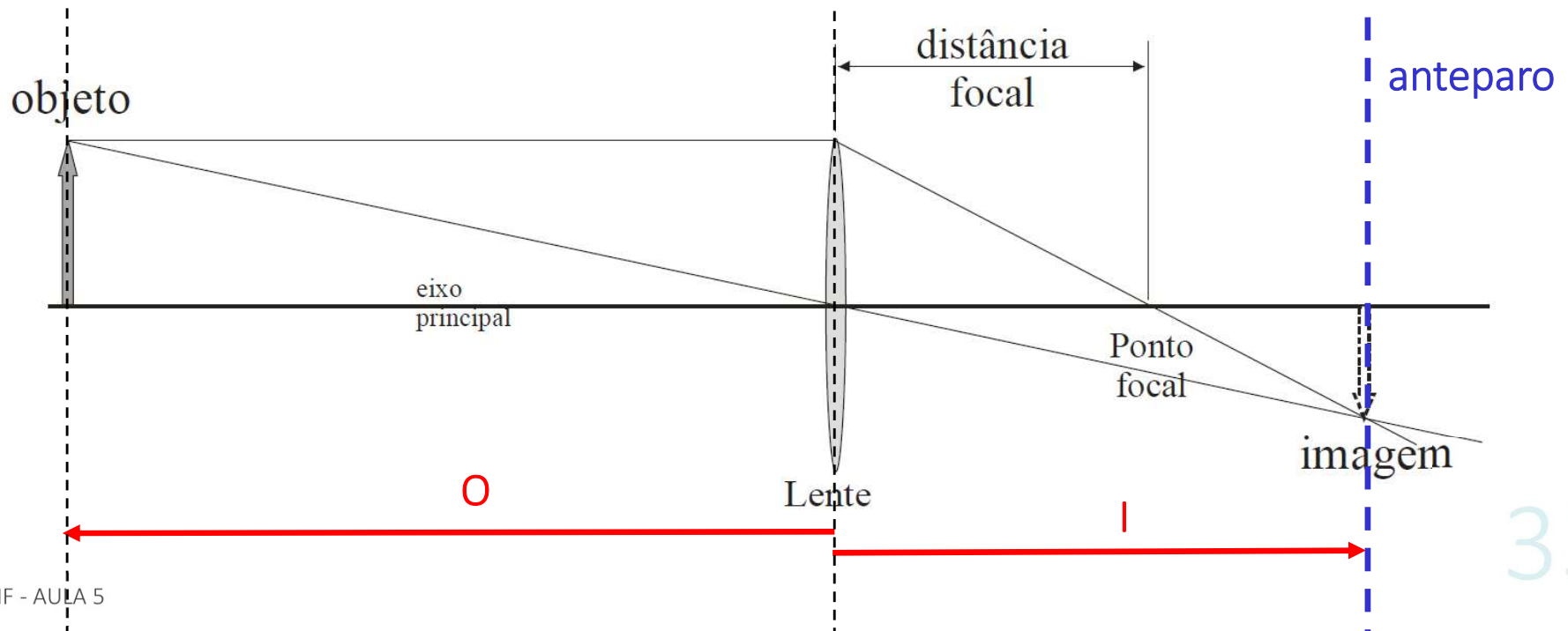
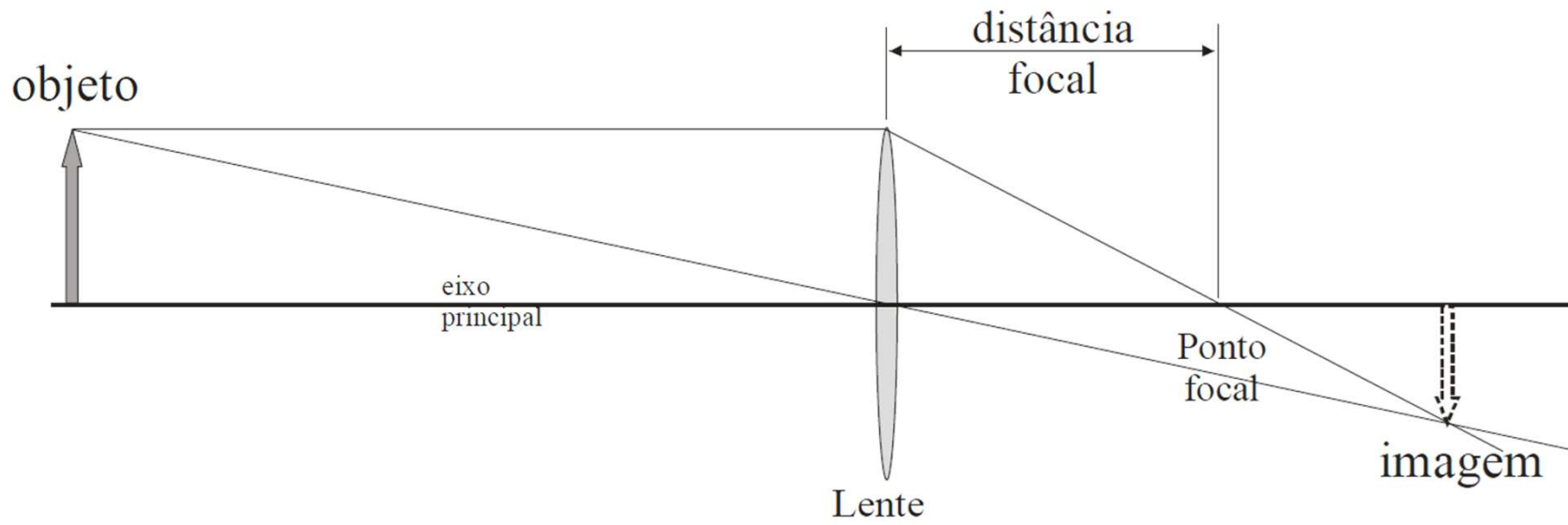
Sequência:...

- Fixar a fonte de luz (objeto) em uma das extremidades do trilho (ler *Posição da Fonte de Luz (\pm incerteza)*)
- Escolher posições da lente tais que se projetem **imagens nítidas no anteparo** – verificar intervalo possível; usar todo o trilho.
- Para cada posição da lente, achar intervalo de variação da posição do anteparo com imagem nítida:

Imagem, Anteparo +, Anteparo –, na **TABELA 2**.

Cada estudante mede 10 posições da lente (as mesmas)

Dica: para cada posição do anteparo há 2 posições da lente que projetam com nitidez.



Sequência de trabalho

Análise de dados

Como se pode estimá-las?

- A partir das *posições* de lente, objeto (fonte de luz) e anteparo (*centro do intervalo*) no trilho, calcule os valores de l e de O para cada uma das medições, com *incertezas* → **Tabela 3**.
- Completar a **Tabela 4** (inversões de l e de O , com incertezas). (*Usar planilhas, manter vários algarismos*).
- Calcular um valor de F para cada par [$1/O$, $1/l$] → **Tabela 5**
- Para cada F , obter a incerteza

$$\sigma_F = F^2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_O}{O^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l^2}\right)^2} \dots \text{ou} \dots \frac{\sigma_F}{F^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_O}{O^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l^2}\right)^2}$$

- Calcular médias ponderadas + incertezas
- Verificar *compatibilidade*

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estat}}^2}$$

Média ponderada

$$\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{p_1 f_1 + p_2 f_2 + p_3 f_3 + p_4 f_4 + p_5 f_5}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5}$$

Como calcular: $\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{\sum p_i f_i}{\sum p_i}$ onde: $p_i = \frac{1}{\sigma_{f_i}^2}$

Para pesos iguais
Incertezas iguais

$$\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{\sum p_i f_i}{\sum p_i} = \frac{p \sum f_i}{N p} = \bar{f}_{\text{simples}}$$

incerteza de f_{pond} é:

$$\sigma_{f_{\text{pond}}} = \sqrt{\frac{1}{\sum p_i}} \quad \sqrt{\frac{1}{N p}} = \frac{\sigma_f}{\sqrt{N}}$$

Para a próxima aula (05/05):

- Entrega do Guia 3 (um por grupo)
- No *Moodle* (aba Experimento # 3- Distância focal de uma lente):
Exercício p/ casa individual (até dia 05/05).
- Apostila do curso (página principal do moodle):
Experiência IV (Aulas 06 e 07) - Queda Livre