

Introdução às Medidas em Física

4300152

12^a Aula (30/06/2023)

Licenciatura no IME – Turma 42

Ricardo Andrade Terini

rterini@if.usp.br

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 105

Agradecimentos aos profs. Nemitala Added e Elisabeth M. Yoshimura por cederem as apresentações que serviram de base para esta.

Experiência 6:

Cordas Vibrantes (aulas 10 e 11)

Objetivos:

Estudar os modos de vibração de uma corda presa em suas extremidades.

Exemplo: em instrumentos musicais de corda (violão, piano, violino...).

Analisar ondas estacionárias numa corda.

Organizar um procedimento para tomada de dados.

Análise de dados

Análise gráfica – escalas logarítmicas – *gráficos di-log - extração de parâmetros em gráfico di-log*

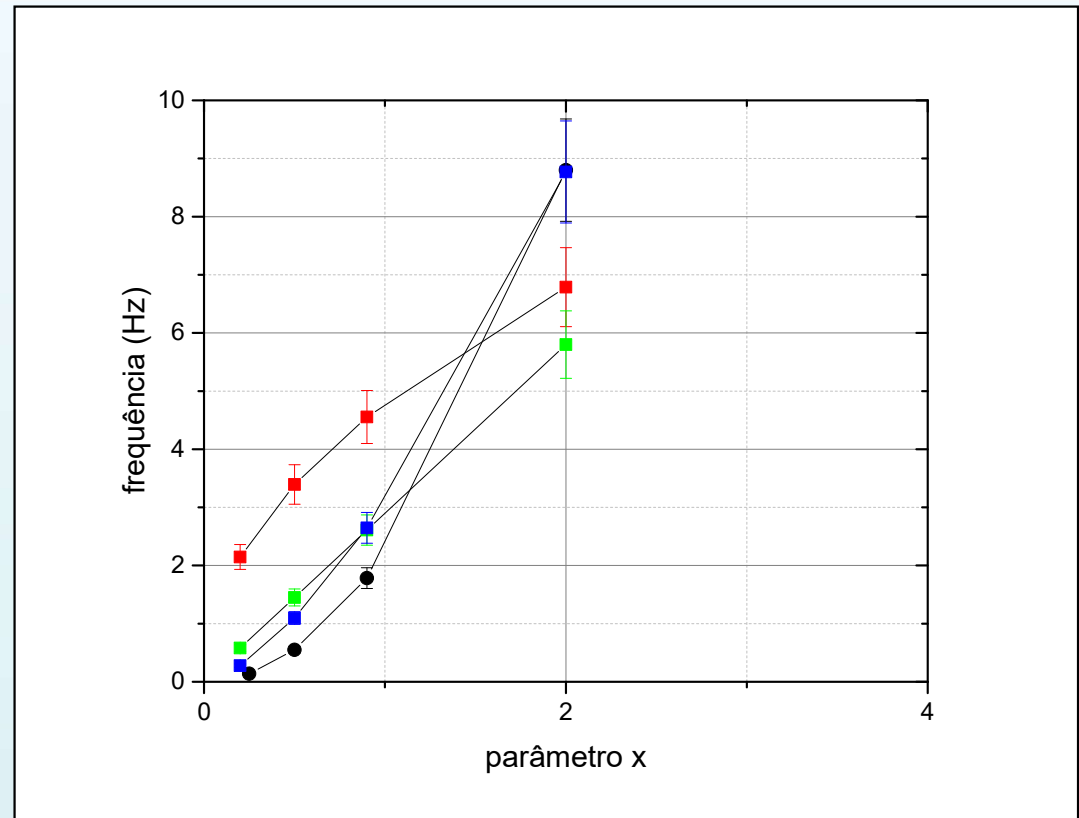
Dedução empírica de uma lei física

Análise Gráfica de Dados - Linearização

Relembrando!

Como analisar uma dependência de potência genérica?

Opção: Linearizar aplicando $\log \dots$



Ex.: Função do tipo

$$f(x) = A x^b \Rightarrow \log(f) = \log(A) + b \log(x)$$

Equação de uma reta...

Análise Gráfica de Dados – Escala dilog

Relembrando!

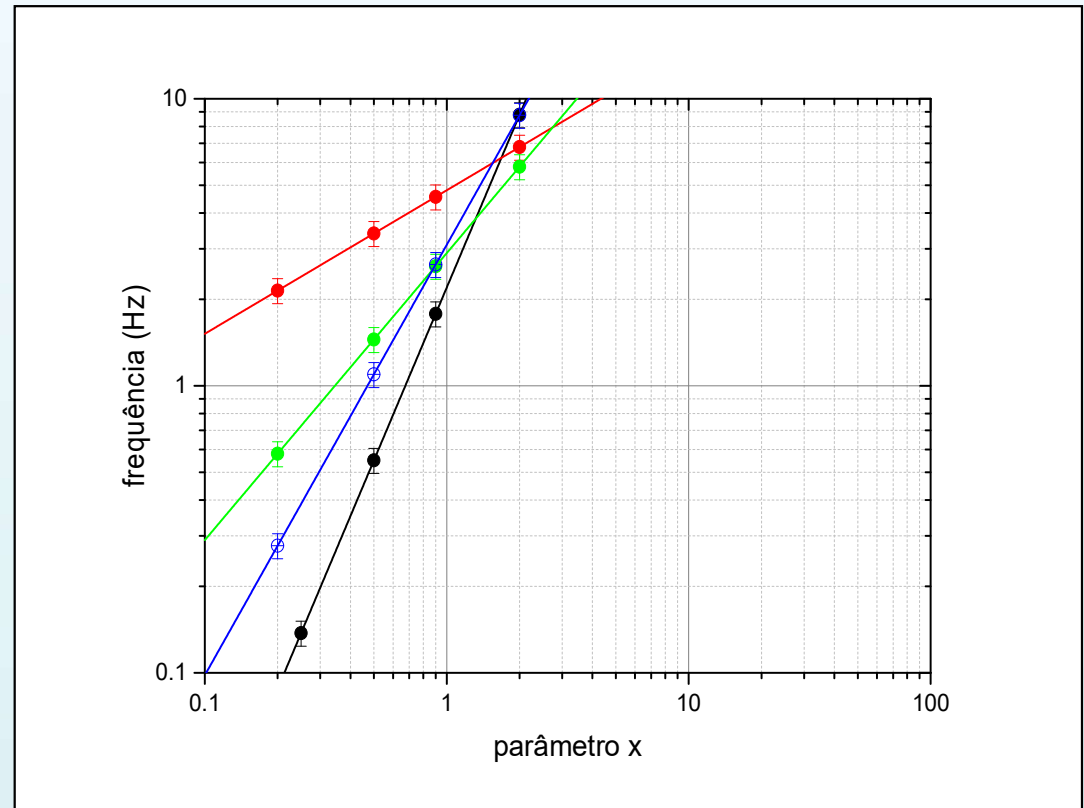
Como analisar uma dependência de potência genérica?

Opção: Linearizar com gráfico **dilog**.

Ex.: Função do tipo

$$f(x) = A x^b \Rightarrow \log(f) = \log(A) + b \log(x)$$

Equação de uma reta



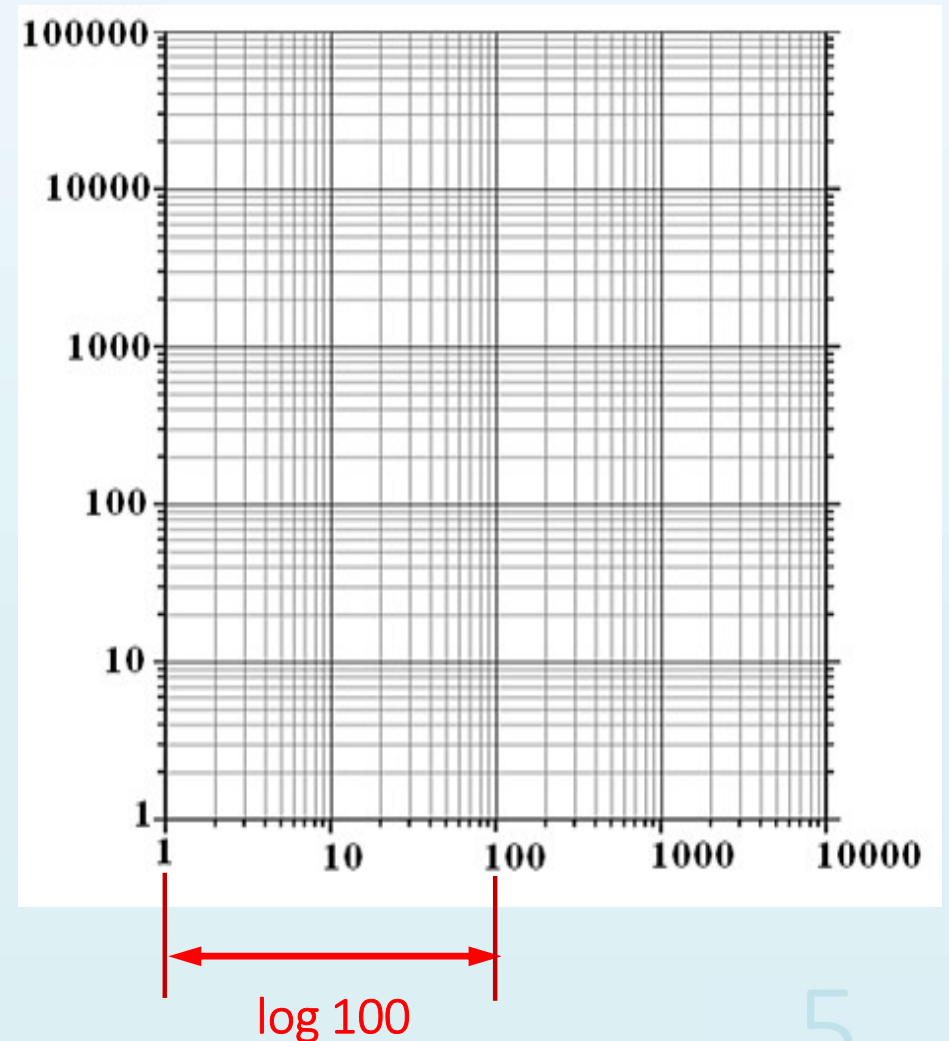
Relembrando!

Análise de dados

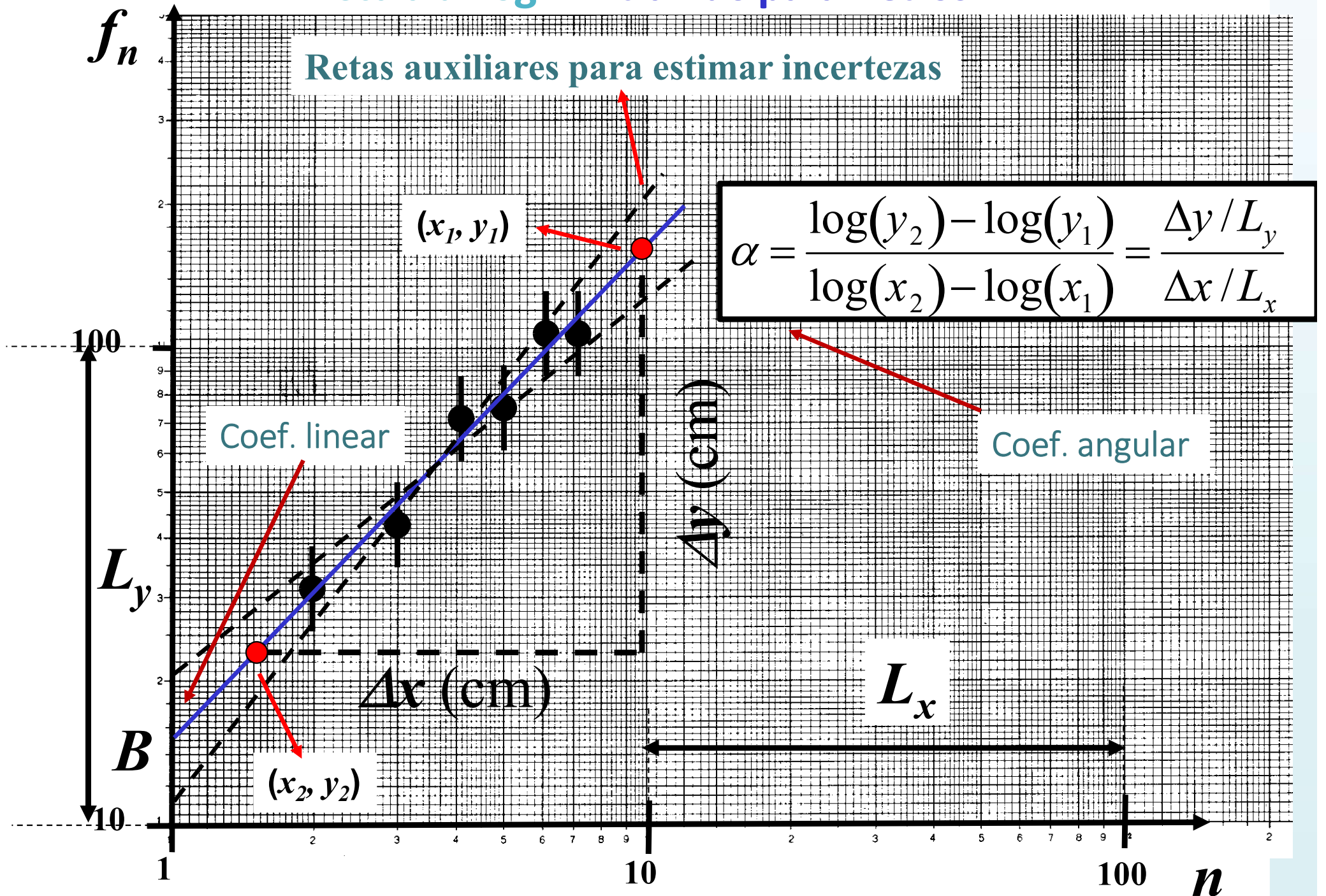
Escalas Di-Logarítmicas

A fim de facilitar a construção de gráficos como os deste experimento e evitar que tenhamos que calcular o logaritmo de todos os dados, utilizamos um **papel di-log**.

Nesse papel, os eixos-x e -y são construídos de forma que o **comprimento real no papel corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico.**



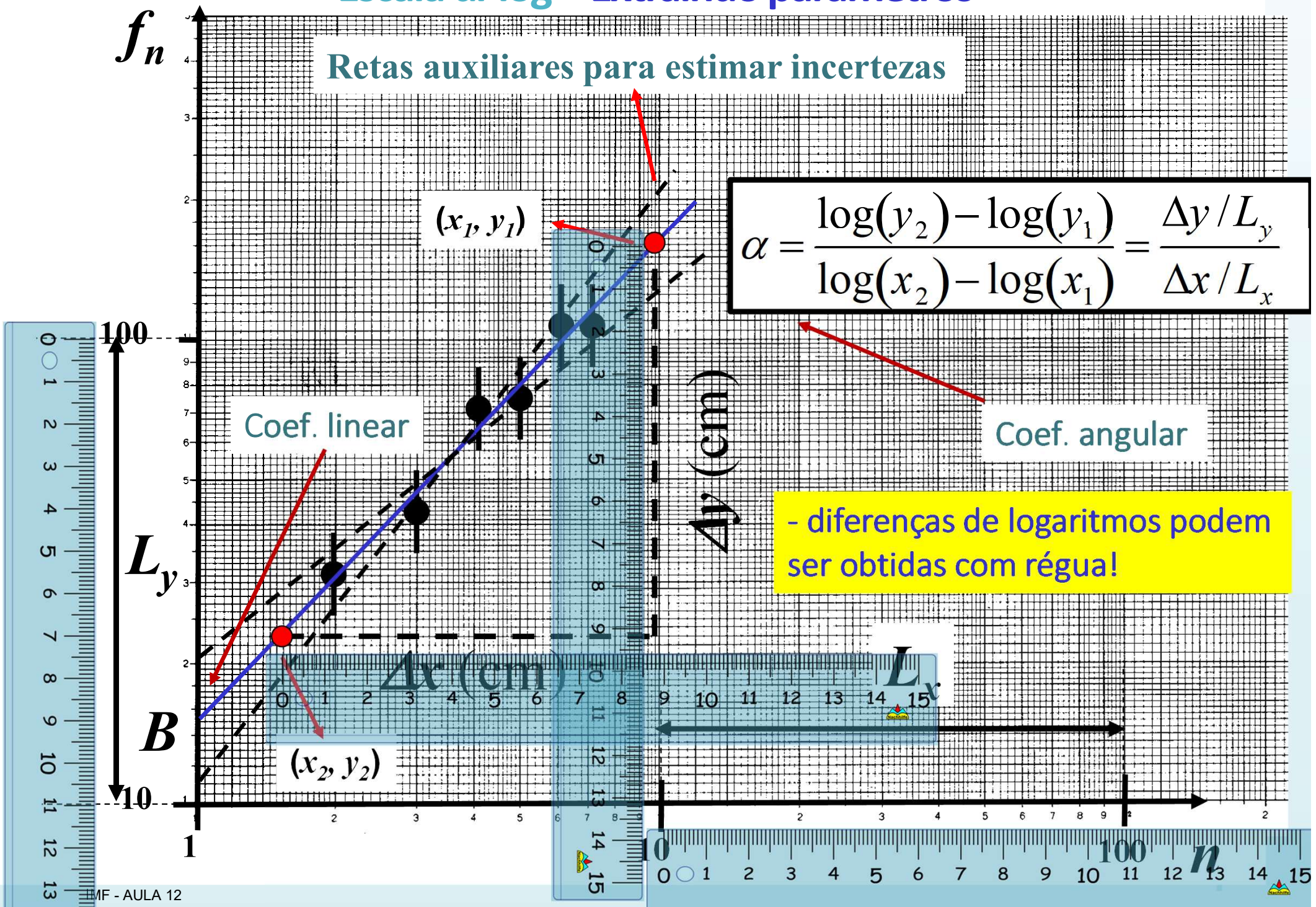
Escala di-log – Extrairdo parâmetros



Escala di-log – Extraíndo parâmetros

Retas auxiliares para estimar incertezas

$$\alpha = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} = \frac{\Delta y / L_y}{\Delta x / L_x}$$



- diferenças de logaritmos podem ser obtidas com régua!

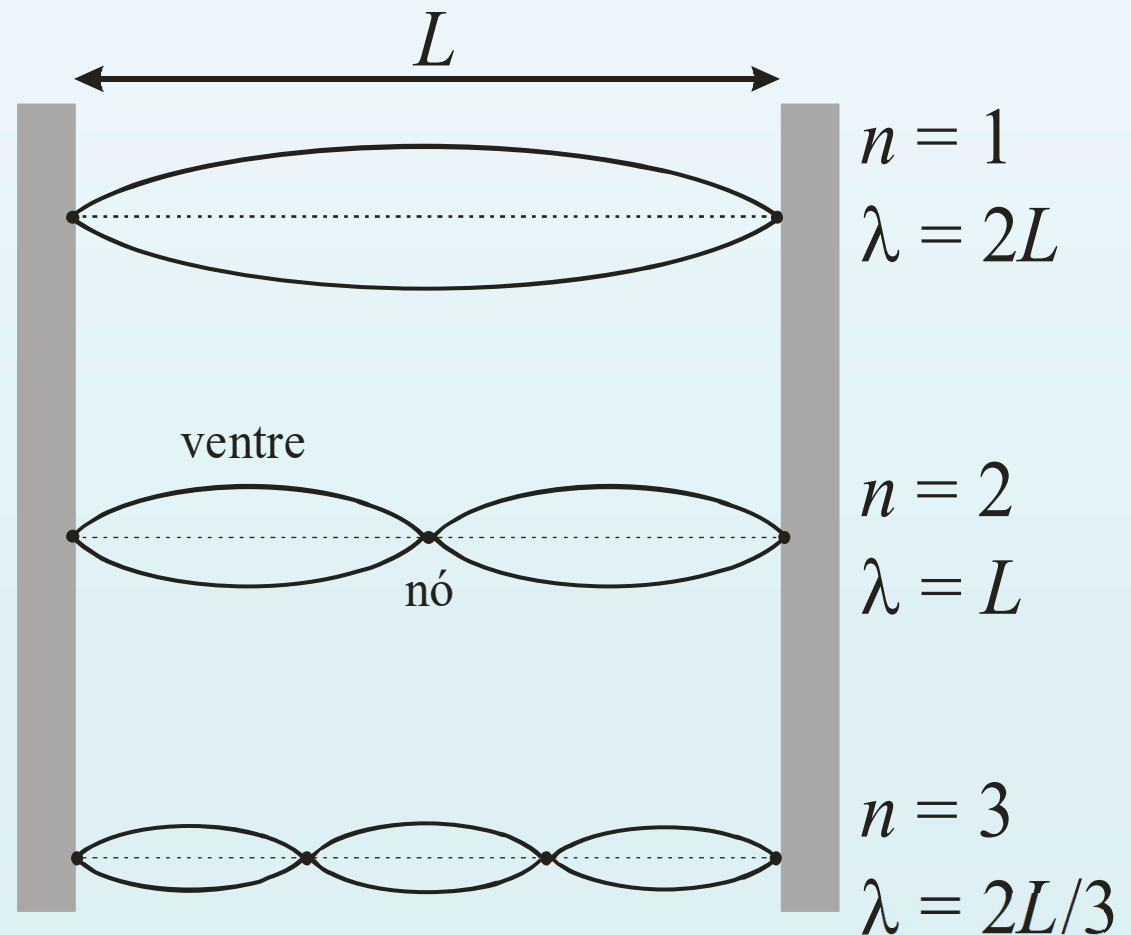
Relembrando!

Modos de vibração de um fio

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Fio preso nas duas extremidades

- Configurações possíveis de ondas estacionárias:
- Definem-se os **modos de vibração** ou **frequências de ressonância***.
- (* quando as frequências de excitação do *gerador* e de ondulação da *corda* são **iguais**, e, \therefore , a *corda* absorve a máxima energia do gerador).



As frequências de ressonância dependem de que parâmetros?

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Modo de vibração (harmônico)

Diminuindo o comprimento de onda, aumenta-se a frequência

Comprimento do fio

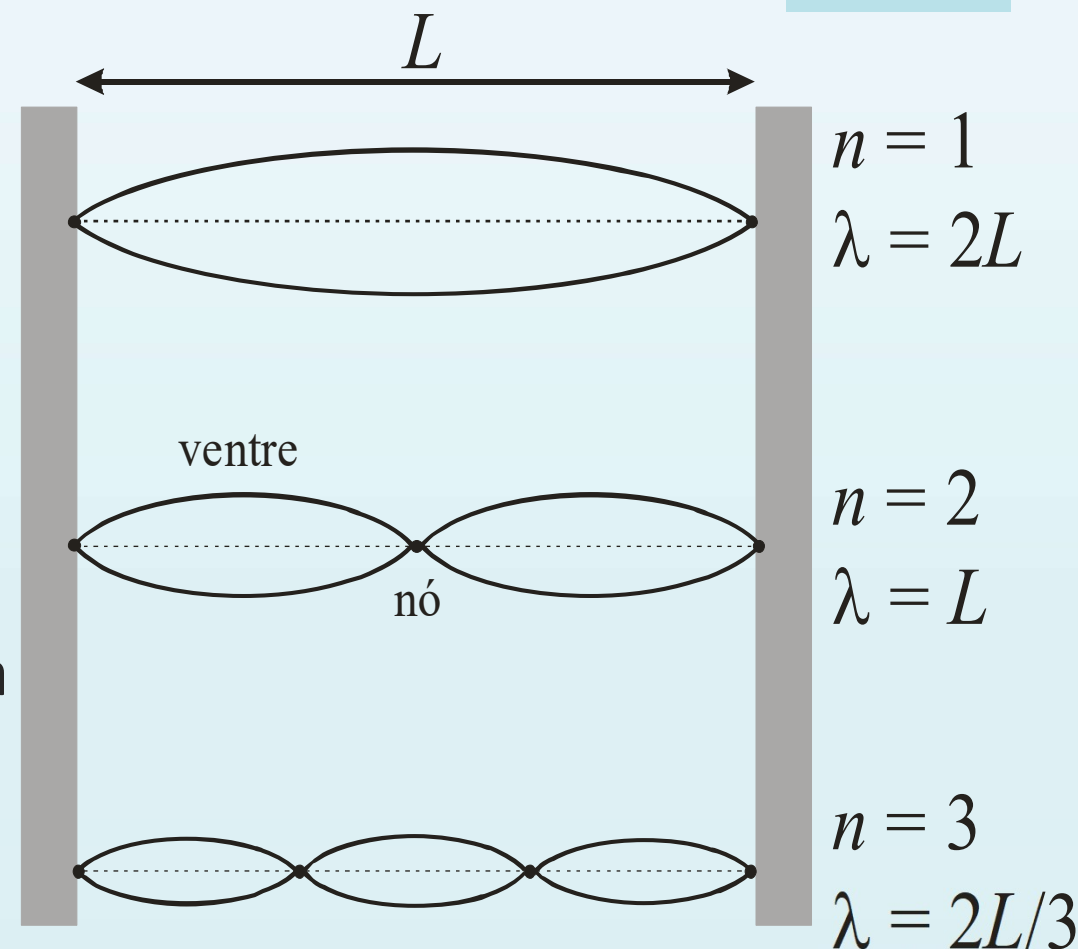
Quanto maior o comprimento, maior o comprimento de onda (menor frequência), (p/ o mesmo n)

A espessura do fio (densidade linear)

Quanto mais espesso menor a frequência (p/ o mesmo n)

A tensão do fio

Quanto maior a tensão maior a frequência (p/ o mesmo n)



De que parâmetros dependem as frequências de ressonância?

Assim, os parâmetros principais são:

Modo de vibração (n)

Comprimento do fio (L)

Densidade linear (μ) (no caso, $\mu = m / L$)

Tensão aplicada na corda (T)

Como correlacionar a frequência com esses parâmetros?

- *Tomar os dados e analisá-los.*
- **Fixar todos os parâmetros, menos um deles, de cada vez.**
- *Estudar a variação da frequência com este parâmetro.*
- *Repetir o processo para os outros parâmetros.*

Exercícios de classe - Aula 12

USP - DISCIPLINAS Apoio às Disciplinas

Disciplinas » Suporte » Português - Brasil (pt_br)

4300152 - Introdução às Medidas em Física (2023)

Início / Meus Ambientes / 2023 / IF / 430 / 4300152-2023 / Experimento # 7 -Cordas vibrantes / Exercícios classe 7.2

Exercícios classe 7.2

Abre: quinta, 29 jun 2023, 00:00

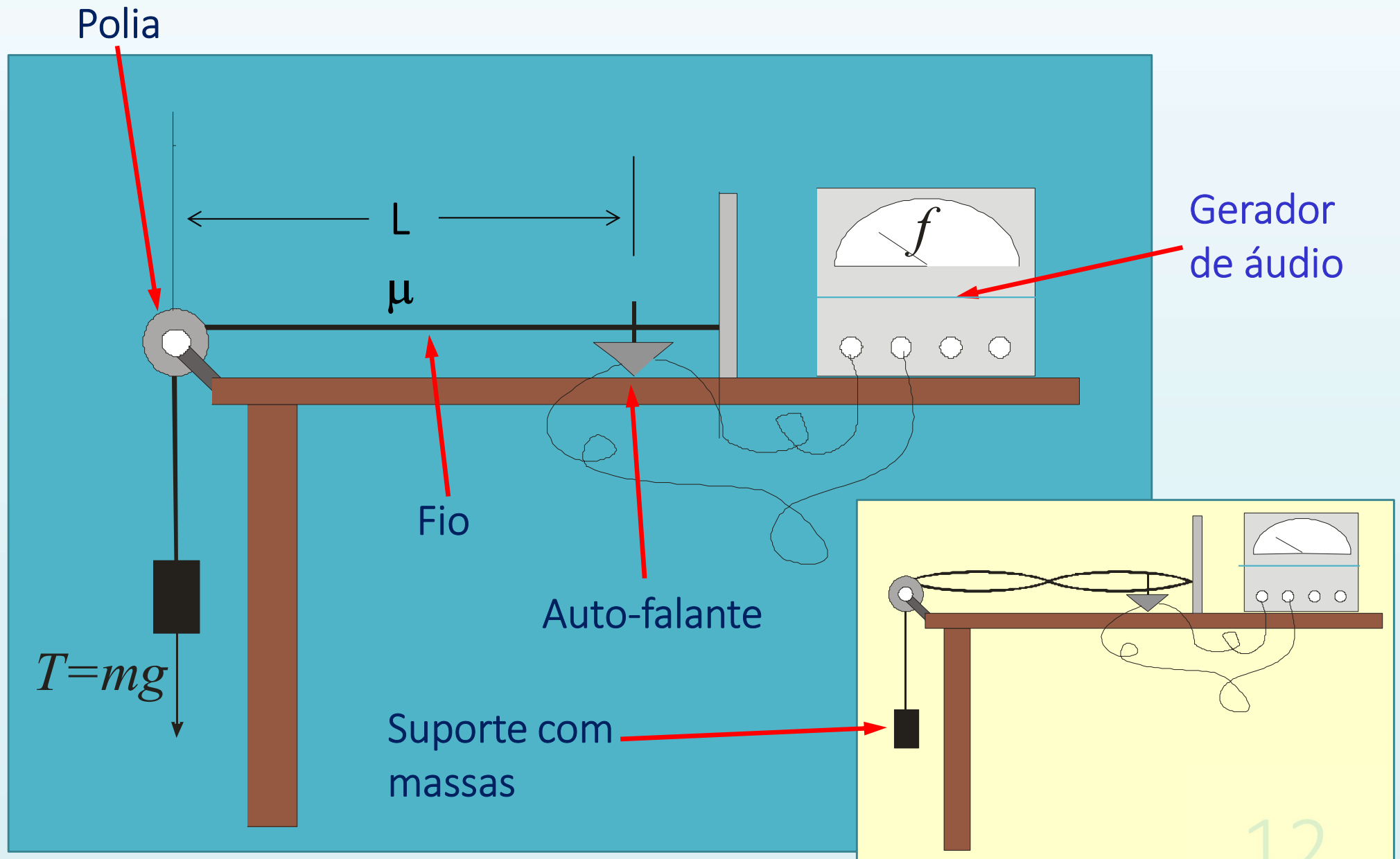
Método de avaliação: Nota mais alta

Resumo das suas tentativas anteriores

Tentativa	Estado	Revisão
Visualização prévia	Em progresso	

[Continuar a última prévia](#)

Arranjo experimental



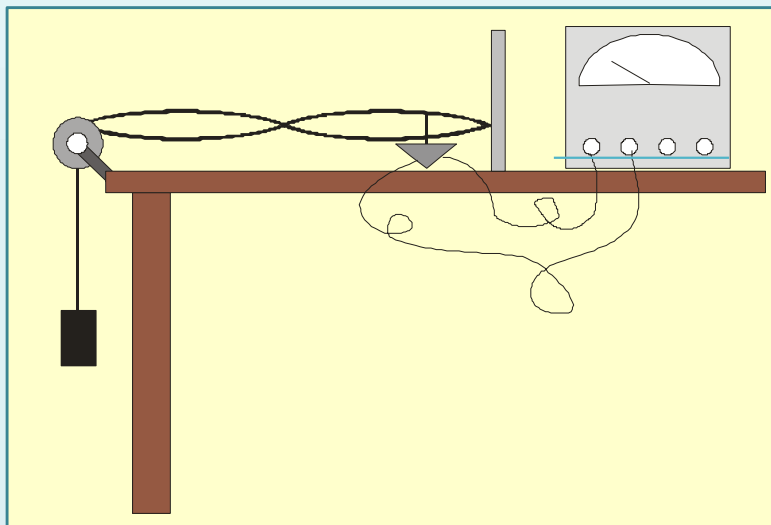
Arranjo experimental

Gerador
de áudio



Tabela de densidades lineares de fios de nylon
(atualizada em Maio/2011)

Φ (mm)	μ (mg/m)
0,20	40,95
0,25	64,10
0,30	88,40
0,40	157,7
0,45	200,3
0,50	250,4
0,60	323,5
0,70	471,3
0,80	596,3
0,90	784,5



Cada montagem tem um fio de espessura diferente.

Procedimento experimental

Quatro parâmetros a serem estudados:

n , L , μ e T

Primeira aula (aula 11):

- ***Dependência da frequência com n***

Fixos: μ do fio de nylon, comprimento L do fio e massa (e $\therefore T$)

| Tabela e gráfico di-log f vs n

- ***Dependência da frequência com T (massa)***

Fixos: μ do fio de nylon, comprimento L do fio e modo $n = 2$

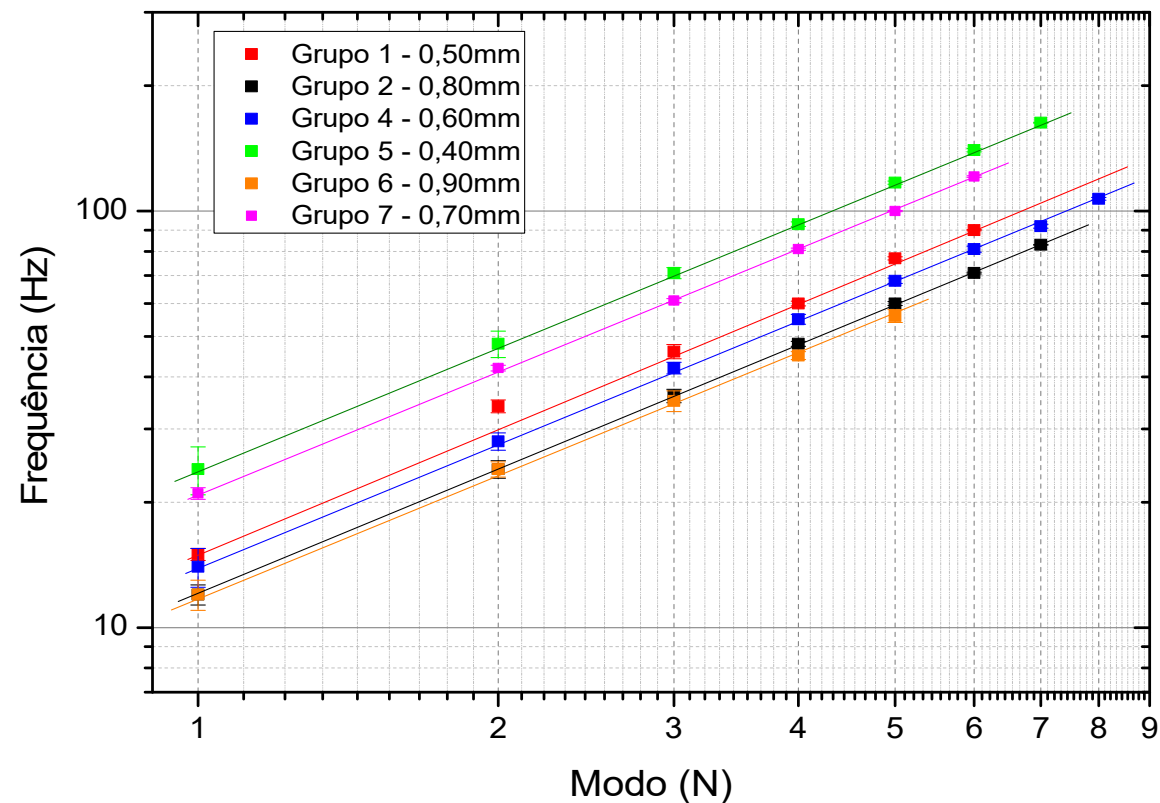
| Tabela e gráfico di-log f vs T

Procedimento experimental

Primeira aula: (outra turma)

Dependência da frequência com n

Fixos: μ do fio de nylon, comprimento do fio e massa

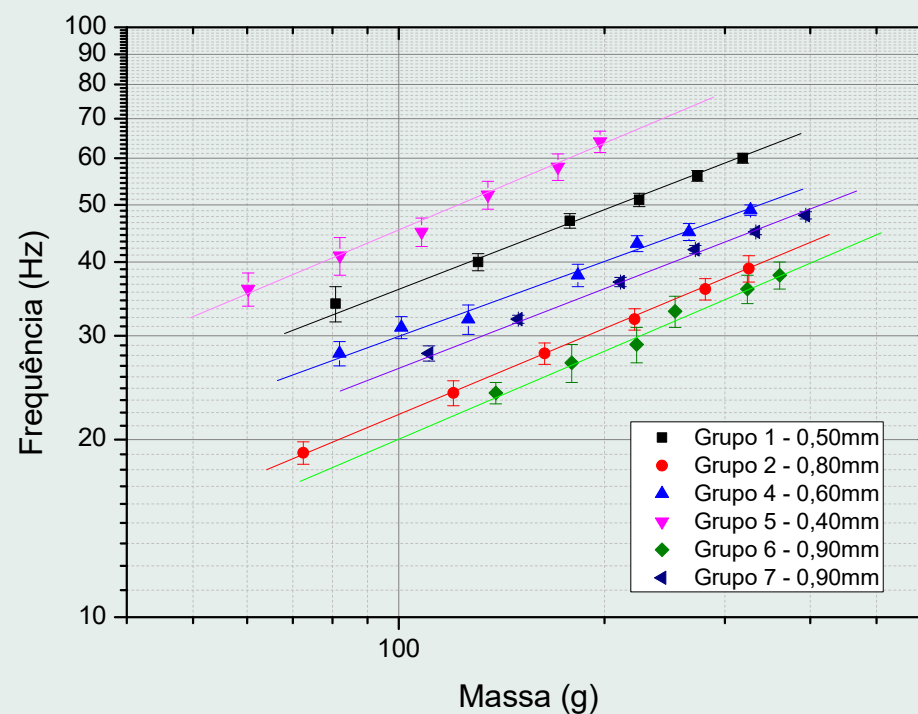
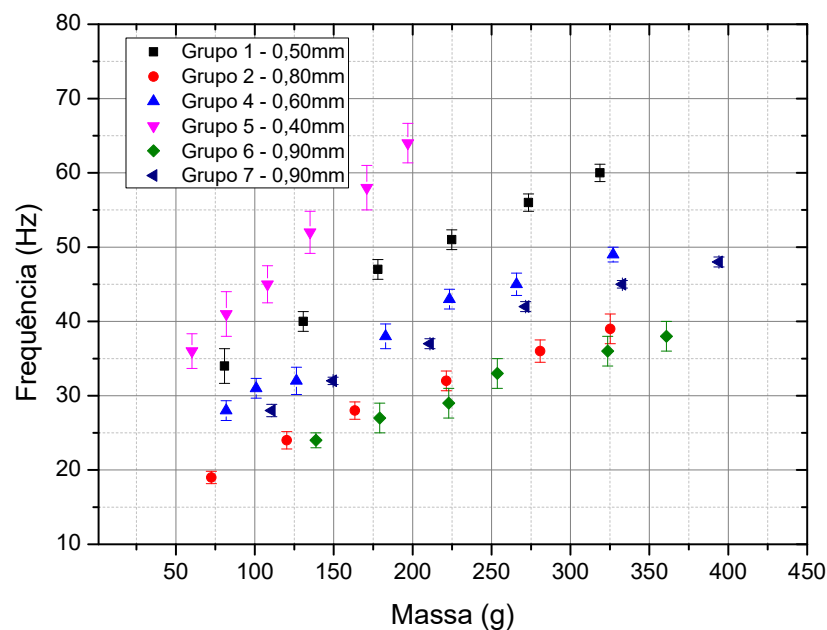


Procedimento experimental

Primeira aula: (outra turma)

Dependência da frequência com T (ou massa)

Fixos: μ do fio de nylon, comprimento L do fio e n (2)



Quais os valores dos **coeficientes angulares (+ incertezas)** dos dois gráficos da aula passada? Será necessário refazer medidas ?

Procedimento experimental

Quatro parâmetros a serem estudados:

n , L , μ e T

Segunda aula: (Usar modo $n = 2$)

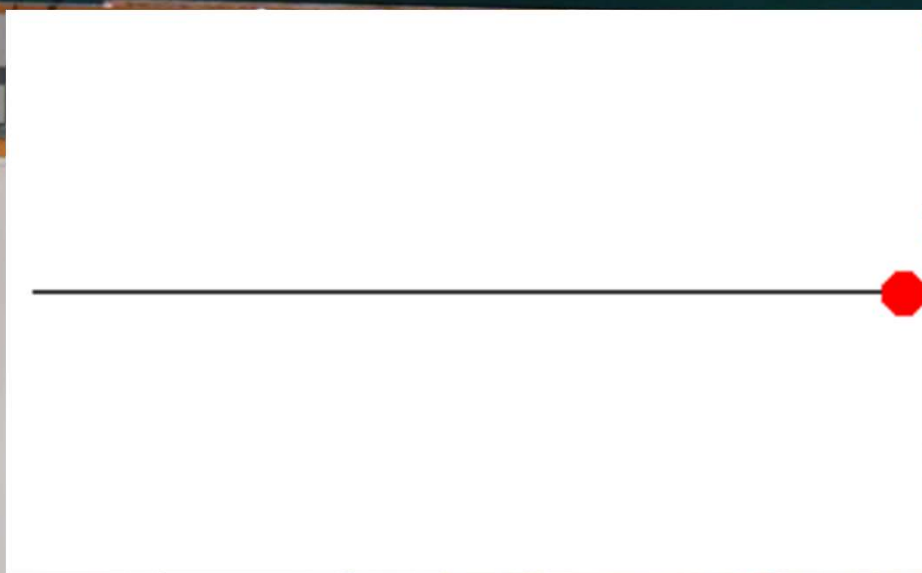
- **Dependência da frequência com L**

- Pelo menos **5 valores**, entre **~ 40 e 185 cm** (+ - equidistantes).
- Manter fixos os parâmetros restantes (μ e $m \sim 100$ g).

- **Dependência da frequência com μ**

- Ajustar comprimento $L \sim 185$ cm para todas montagens.
- Fazer **rodízio entre as montagens** (pelo menos **5**, incluindo **a** espessura **menor** ($\sim 0,2$ mm) e **a maior** ($\sim 0,9$ mm)).
- **Levar as massas fixas** (~ 100 g) escolhidas pelo grupo.

Ondas estacionárias numa corda.
O caso da onda inteira ou $n = 2$.



Análise dos dados

Como obter uma expressão para a frequência de ressonância?

Hipótese:

Supor que a frequência depende de cada parâmetro como *uma potência deste parâmetro*.

Para os nossos parâmetros, supor uma combinação de potências:

$$f_n = C n^\alpha L^\beta T^\gamma \mu^\delta$$

A partir dos dados medidos, determinar os valores dos coeficientes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ nessa expressão.

Análise dos dados

Como?

Ex.: Ao se fixar todos os parâmetros e variar somente L :

$$f_L = KL^\beta, \text{ onde: } K = cte = C'n^\alpha T^\gamma \mu^\delta$$

Como determinar K e β ?

Extrair o logaritmo da expressão acima:

$$\log(f_L) = \log(KL^\beta)$$

$$\log(f_L) = \log(K) + \beta \cdot \log(L)$$

$$y = a + b \cdot x$$

Uma reta num graf. $\log f \times \log L$

$$y = \log(f_L) \quad x = \log(L) \quad a = \log(K) \quad b = \beta$$

Coef. linear

Coef. angular

20

Análise dos dados

(2ª. aula)

Fazer o gráfico di-log das frequências de ressonância como função dos parâmetros medidos:

- **f vs comprimento L**

- Anotar modo $n = 2$ e valores de T e μ

- **f vs μ** (ou ϕ^2)

pois, sendo

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho \pi \phi^2}{4}$$

$$f_d = K_d' \phi^{2\delta}$$

- Anotar modo $n = 2$ e valores de T e L

E como obter o valor da **constante C** do ajuste de reta no papel di-log? ...

Análise dos dados (nesta aula)

Fazer o **gráfico di-log** das frequências de ressonância como função dos parâmetros medidos:



- *Gráfico 1: f vs comprimento do fio (L)*
- *Gráfico 2: f vs densidade linear (μ)*

Grupos de **2** alunos: aluno **1** faz o gráfico **1**.
aluno **2** faz o gráfico **2**.

Grupos de **3** alunos: aluno **1** faz o gráfico **1**.
aluno **2** faz o gráfico **2**.
aluno **3 também** faz o gráfico **1**.

- Os dados realmente são uma reta no papel di-log?

Calcular os *coeficientes angulares* (com incerteza) para os dados acima.

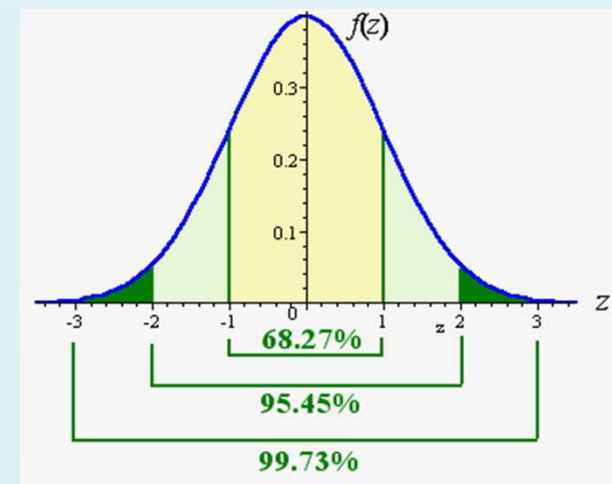
Procedimento experimental

Como determinar as incertezas das frequências lidas com o gerador ?

Para estabelecer a incerteza em f podemos, partindo da posição de ressonância do modo n sendo medido:

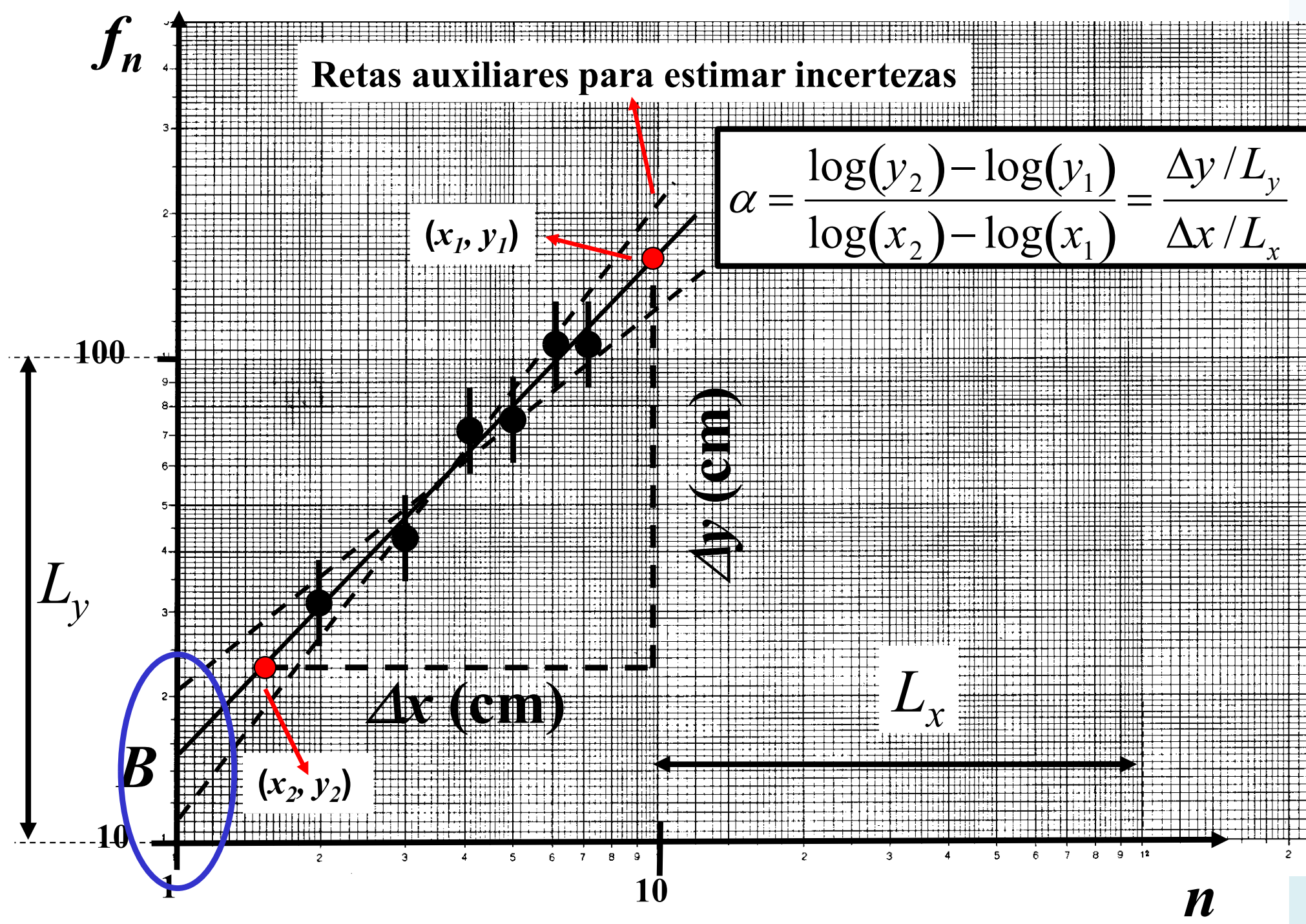
- diminuir f até aquele modo n começar a desaparecer e anotar esta frequência (seja f_-),
- voltar para a ressonância e começar a aumentar a frequência até aquele modo começar a desaparecer e anotar esta frequência (seja f_+).

Podemos então assumir que, neste intervalo temos 99% de chance de encontrar a ressonância para aquele modo e então $\Delta f = f_+ - f_- = 6.\sigma$.



Retas auxiliares para estimar incertezas

$$\alpha = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} = \frac{\Delta y / L_y}{\Delta x / L_x}$$



Avaliação da constante C

Mais fácil, no final, a partir do caso em que se varia n , mantendo os outros parâmetros fixos.

$$f = C n^\alpha L^\beta T^\gamma \mu^\delta$$

$$\log f = \log(C L^\beta T^\gamma \mu^\delta) + \alpha \log n$$

$$\text{Se.....} B = C T^\gamma L^\beta \mu^\delta \quad \therefore C = \frac{B}{T^\gamma L^\beta \mu^\delta}$$

- É bom salientar que um pequeno desvio nas potências causa um desvio amplificado no valor de C .
Um desvio de 5% em δ , p. ex., causa um desvio de 20% em C .
- A fórmula de propagação de incerteza em C somente pode ser obtida pelas derivadas parciais.
- O melhor é usar nas potências os valores previstos pela teoria.

Incerteza do valor de C

Função original: $f = C n^\alpha L^\beta T^\gamma \mu^\delta$ Fixos para essas medidas

Ajuste no gráfico dilog: $f = B n^\alpha$

$$\text{Coef. linear} = B = C L^\beta T^\gamma \mu^\delta \Rightarrow C = \frac{B}{L^\beta T^\gamma \mu^\delta}$$

Cálculo de C: Utilizar Parâmetros no SI e $g = (9,7865 \pm 0,0001) \text{ m/s}^2$

Incerteza de C (σ_C):

Sem considerar as incertezas dos expoentes :

$$\frac{\sigma_C}{C} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2 + \left(\beta \frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\delta \frac{\sigma_\mu}{\mu}\right)^2}$$

Utilizar: $\sigma_\mu = 0,02 \mu$

Discussão

Comparação dos valores obtidos com a fórmula proposta (fator Z – usar valores dos expoentes obtidos nas duas aulas):

$$f = \frac{1}{2} \frac{n}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Ajuste de reta foi a melhor opção nos gráficos dilog?

Pontos realmente estão alinhados?

Avaliação das incertezas e método

Arranjo ou procedimento precisa ser melhorado?

Para o dia 07/07:

- Entrega do Relatório 7-2 (**um por grupo**)
- Exercício 7.2 para casa **individual** - No *Moodle* (aba Experimento # 7 – Cordas Vibrantes):
- Lembrando: **dia 07/07/23 - PROVA 02**

Relatórios

Organização na apresentação

Resumo

Propostas + métodos + resultados

Introdução

Justificativa (Proposta), Objetivos, Parte teórica

Procedimento/Arranjo experimental - **descrição** simplificada

Resultados e análise de dados – completa (diretos/indiretos)

Tabelas, **incertezas com justificativas**, cálculos.

Gráficos e ajustes de reta – derivação de expoentes e C

Discussão dos dados e Conclusão

Comparações entre métodos ou valores teóricos.

Qualidade dos ajustes

Críticas: método, resultados, incertezas

Resposta às propostas apresentadas

Referências bibliográficas

Mais detalhes: Apostila de IMF, cap. V.