

# Circuitos Trifásicos

Milana Lima dos Santos

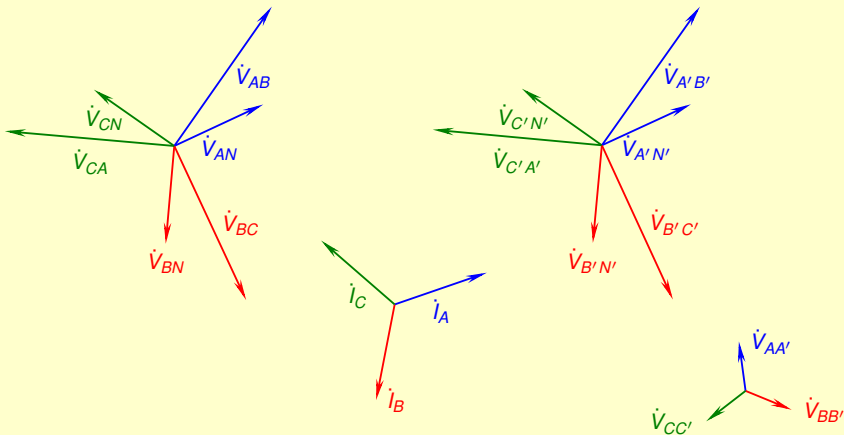
Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas  
Escola Politécnica da USP

1 de março de 2016



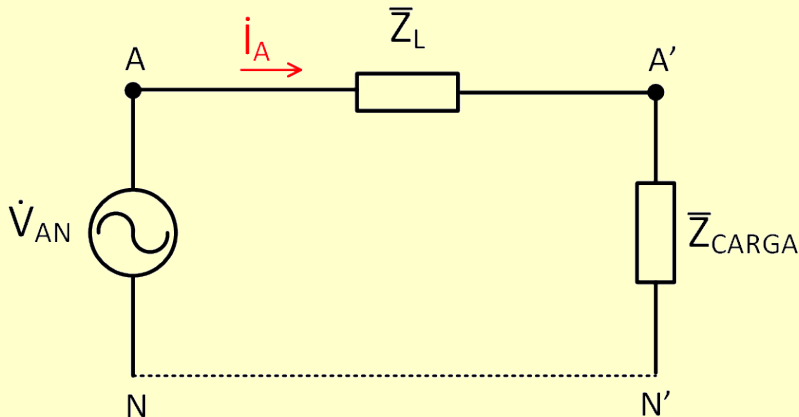






As tensões de linha na fonte, tensões de fase e linha na carga, correntes na linha e quedas de tensão na linha também formam sistemas trifásicos simétricos.

## Circuito equivalente monofásico para circuito trifásico simétrico e equilibrado em Y



Fio neutro fictício (sem impedância, N e N têm o mesmo potencial)

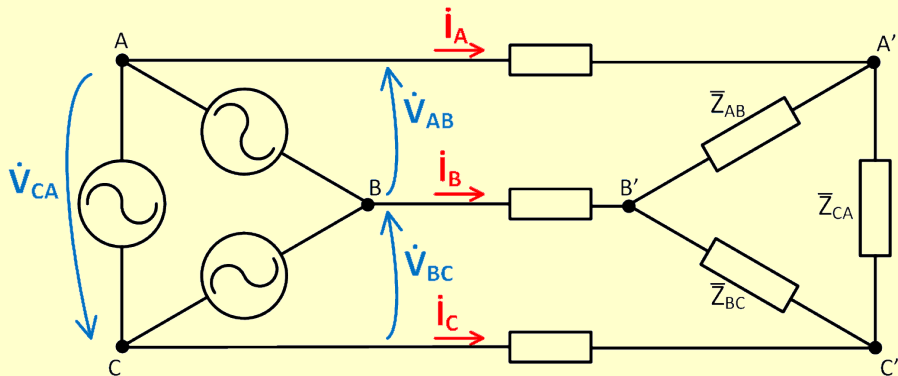
( $\bar{Z}_N$  não é considerada)

Valores restantes (BN, CN, BC ...) são obtidos aplicando-se as defasagens, de acordo com a sequência da fonte, direta ou inversa.

## Circuitos em triângulo ( $\Delta$ )



# Circuito triângulo

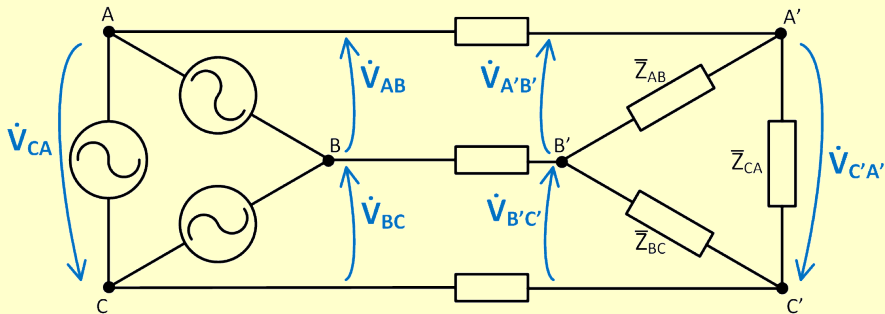


- Tensões de fase

- Tensões observadas nas bobinas do gerador trifásico
- Tensões observadas sobre cada uma das impedâncias de carga

- Tensões de linha

- Tensões entre dois terminais do gerador, exceto o neutro
- Tensões entre dois terminais da carga, exceto o neutro

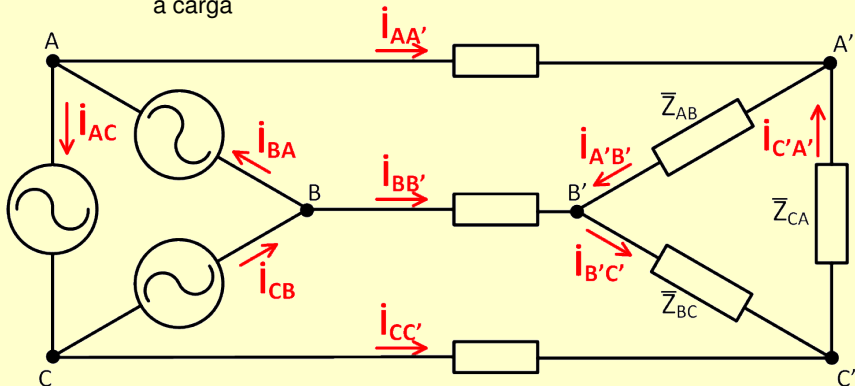


- Correntes de fase

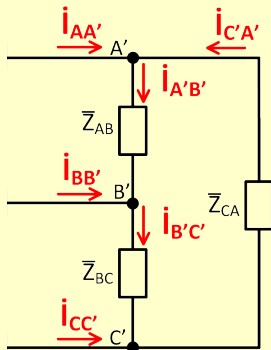
- Correntes que percorrem as bobinas do gerador trifásico
- Correntes que percorrem cada uma das impedâncias de carga

- Correntes de linha

- Correntes que percorrem os condutores que interligam o gerador à carga



## Relações entre $\dot{I}_L$ e $\dot{I}_F$ , ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema trifásico qualquer



- Simétrico/assimétrico
- Sequência direta ou inversa
- Pela Lei das Correntes de Kirchoff,

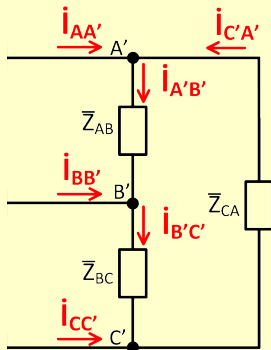
$$\dot{I}_{AA'} = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'}$$

$$\dot{I}_{BB'} = \dot{I}_{B'C'} - \dot{I}_{A'B'}$$

$$\dot{I}_{CC'} = \dot{I}_{C'A'} - \dot{I}_{B'C'} \rightarrow \dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'} = 0$$

- Sendo  $\dot{I}_{A'B'}$ ,  $\dot{I}_{B'C'}$ ,  $\dot{I}_{C'A'}$  conhecidas,  $\dot{I}_{AA'}$ ,  $\dot{I}_{BB'}$ ,  $\dot{I}_{CC'}$  são determinadas de forma direta
- Sendo  $\dot{I}_{AA'}$ ,  $\dot{I}_{BB'}$ ,  $\dot{I}_{CC'}$  conhecidas e  $\dot{I}_{AB}$ ,  $\dot{I}_{BC}$ ,  $\dot{I}_{CA}$  incógnitas, só há duas equações linearmente independentes no sistema acima.

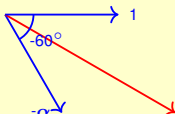
## Relações entre $i_L$ e $i_F$ , ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado



$$i_{AA'} = i_{A'B'} - i_{C'A'}$$

- Sequência direta

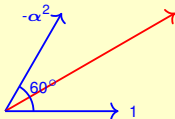
$$i_{AA'} = i_{A'B'} - \alpha i_{A'B'} = i_{A'B'}(1 - \alpha)$$



$$i_{AA'} = i_{A'B'}(\sqrt{3} \angle -30^\circ)$$

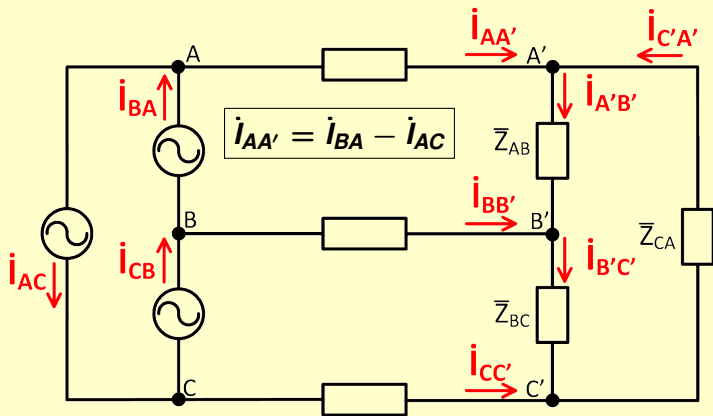
- Sequência inversa

$$i_{AA'} = i_{A'B'} - \alpha^2 i_{A'B'} = i_{A'B'}(1 - \alpha^2)$$



$$i_{AA'} = i_{A'B'}(\sqrt{3} \angle 30^\circ)$$

## Correntes na fonte, sistema simétrico e equilibrado



Sequência direta:

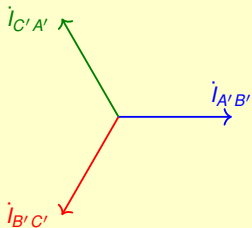
$$i_{AA'} = i_{BA}(\sqrt{3} \angle -30^\circ)$$

Sequência inversa:

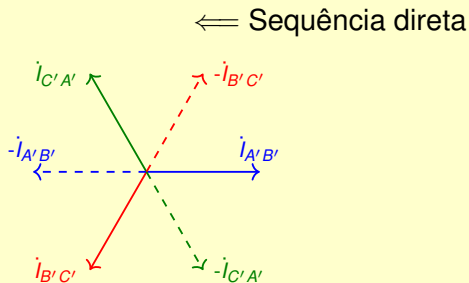
$$i_{AA'} = i_{BA}(\sqrt{3} \angle 30^\circ)$$

## Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado

⇐ Sequência direta

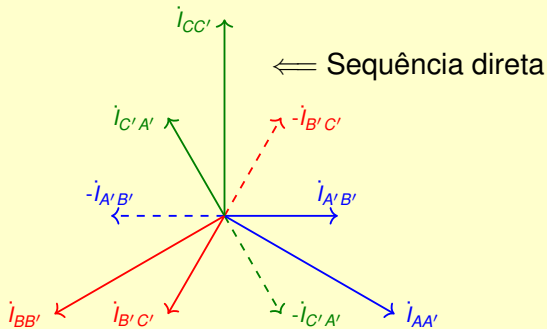


## Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado

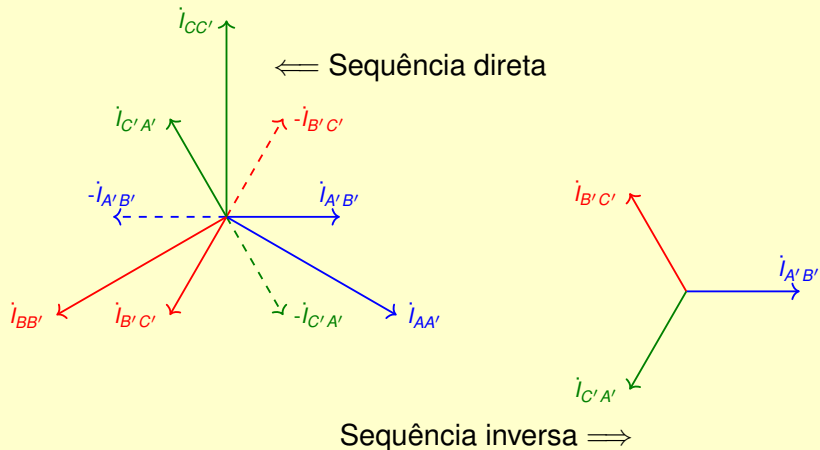




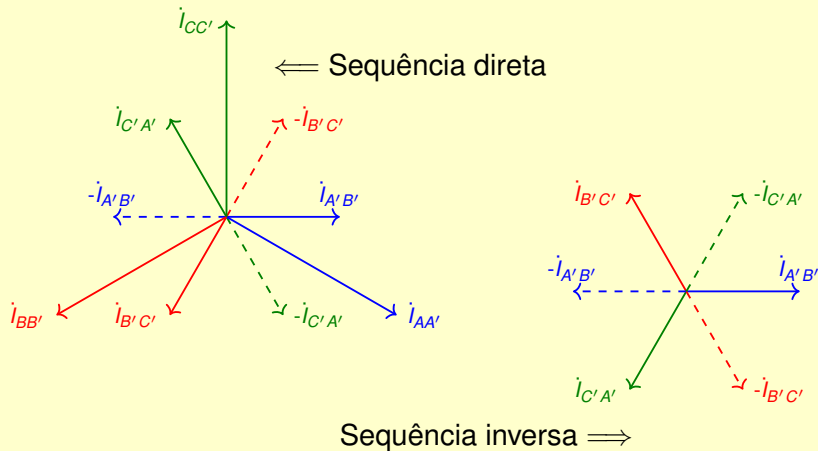
## Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado



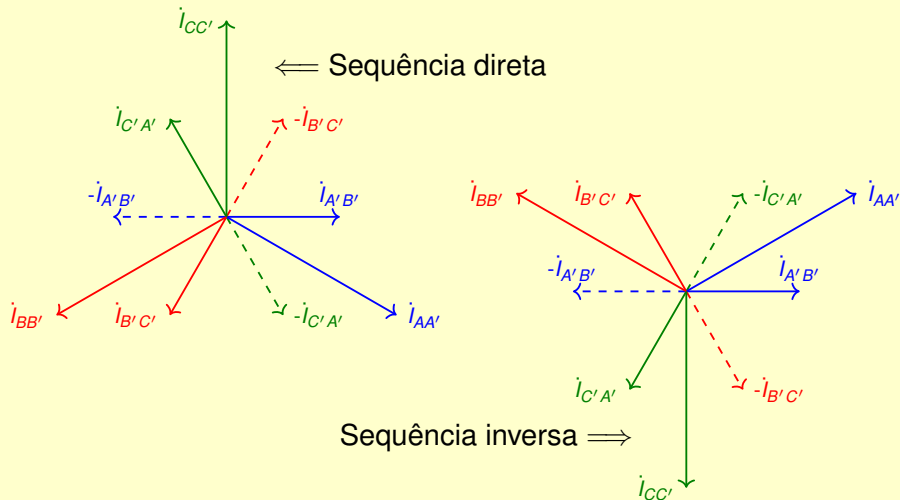
## Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado



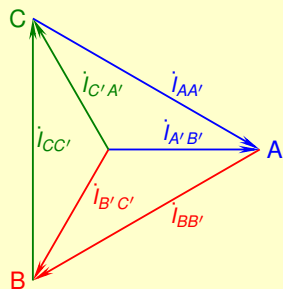
## Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado



# Diagrama de fasores de corrente, ligação triângulo ( $\Delta$ ), sistema simétrico e equilibrado

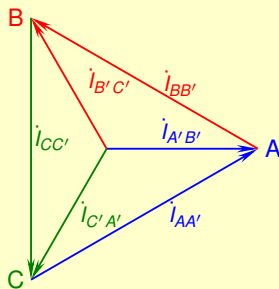


## Outra disposição do diagrama de fasores



← Sequência direta

Sequência inversa ⇒



## Determinação das correntes de fase dadas as correntes de linha?

- Dado um sistema de correntes de linha simétrico, há infinitas soluções para as correntes de fase, mas apenas uma delas resulta em um sistema de correntes de fase simétrico

- Exemplo numérico:

$$\dot{I}_{A'B'} = (5 \angle -10^\circ) + (0.5 \angle -80^\circ) = (5,19 \angle -15,2^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B'C'} = (5 \angle -130^\circ) + (0.5 \angle -80^\circ) = (5,33 \angle -125,9^\circ) \text{ A}$$

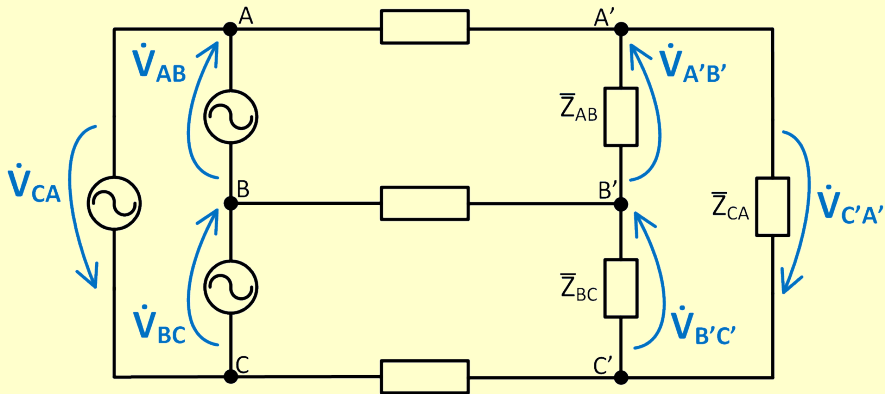
$$\dot{I}_{C'A'} = (5 \angle 110^\circ) + (0.5 \angle -80^\circ) = (4,51 \angle 111,1^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{AA'} = 8,66 \angle -40^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BB'} = 8,66 \angle -160^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CC'} = 8,66 \angle 80^\circ \text{ A}$$

## Relações entre $\dot{V}_L$ e $\dot{V}_F$ , ligação triângulo



Na ligação triângulo, as tensões de fase são iguais às tensões de linha.

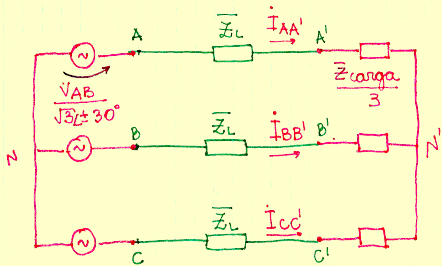












Seq. inversa

$$I_{AA'} = \frac{V_{AB}(1-\alpha^2)}{3\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}} = \dots = \frac{V_{AB}}{\sqrt{3}Z-30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

$$I_{BB'} = \frac{V_{BC}}{\sqrt{3}Z-30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

$$I_{CC'} = \frac{V_{CA}}{\sqrt{3}Z-30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

seq. direta

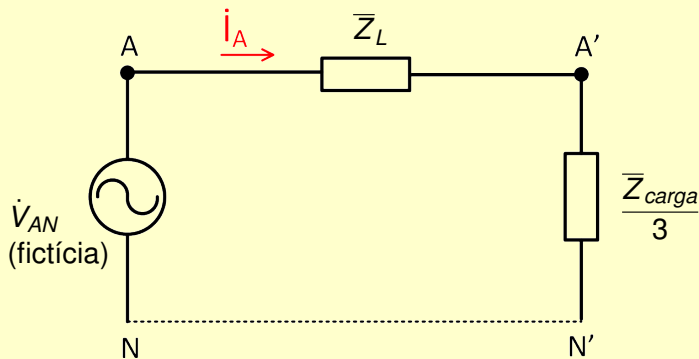
$$I_{AA'} = \frac{V_{AB}(1-\alpha)}{3\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}} = \frac{V_{AB}(\sqrt{3}Z-30^\circ)}{3(\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3)}$$

$$I_{AA'} = \frac{V_{AB}}{\sqrt{3}Z30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

$$\dots$$

$$I_{BB'} = \frac{V_{BC}}{\sqrt{3}Z30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}, \quad I_{CC'} = \frac{V_{CA}}{\sqrt{3}Z30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{carga}/3}$$

## Circuito equivalente monofásico para circuito trifásico simétrico e equilibrado em triângulo



Fio neutro fictício (sem impedância)

(Obtenção das correntes de linha. Para as demais grandezas, retornar ao circuito original, com os fasores de corrente de linha conhecidos.)