

Esforços solicitantes em vigas em balanço

PEF 3208 - Fundamentos da mecânica das estruturas

Prof. Dr. Guilherme R. Franzini

Considere a viga engastada-livre (condição denominada viga em balanço) de comprimento L ilustrada na Figura abaixo. Obtenha os diagramas de esforços solicitantes.

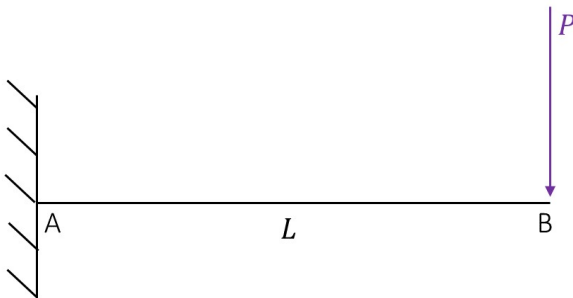


Figura: Representação esquemática do problema

Passo 1 - Determinação das reações de apoio. Considere o diagrama de corpo livre (DCL) da estrutura, sendo as reações de apoio identificadas em vermelho. Considere a direção x como a horizontal (positivo para a direita) e y a vertical (positivo para cima). Para efeito de equilíbrio, os momentos no sentido anti-horário são assumidos como positivo. Note que os sentidos das reações de apoio são arbitrados. Caso o sinal obtido seja positivo, o sentido arbitrado é de fato o correto.

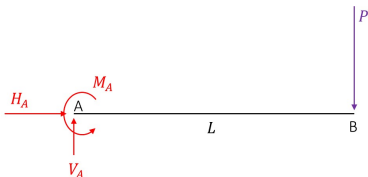


Figura: Diagrama de corpo livre

Equilíbrio da estrutura:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_A = P$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow +M_A - PL = 0 \rightarrow M_A = PL$$

Passo 2 - Determinação do número de cortes e equilíbrio de uma sub-estrutura. Para a obtenção dos diagramas de esforços solicitantes, faremos cortes na estrutura e imporemos o equilíbrio de qualquer uma das sub-estruturas definidas pelo corte. O número de cortes depende de mudanças nas direções das barras ou do carregamento. Neste exemplo, basta um único corte (corte C, distante x do engaste). Não esqueça que, na seção de corte, surgem os esforços solicitantes **força normal**, **força cortante** e **momento fletor**.

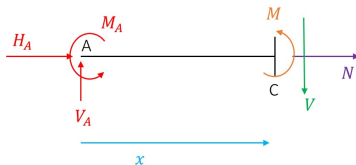


Figura: Equilíbrio da sub-estrutura à esquerda do corte C

Equilíbrio da sub-estrutura:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A + N = 0 \rightarrow N = -H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_A - V = 0 \rightarrow V = V_A = P$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow +M_A + M - V_A x = 0 \rightarrow M = V_A x + M_A = P(x - L)$$

Passo 3 - Determinação dos diagramas de esforços solicitantes. Uma vez obtidas expressões para os esforços solicitantes, é hora de traçar os diagramas. Os diagramas de força normal e de força cortante podem ser traçados em qualquer lado, desde que o sinal seja devidamente representado. O diagrama de momento fletor deve ser traçado sempre do lado tracionado. Note que, no engaste, o momento fletor é $-PL$, ou seja, de intensidade PL mas tracionado as fibras superiores. Veja, ainda, que $\frac{dM}{dx} = V$ e que $\frac{dV}{dx} = 0$, em acordo com as equações diferenciais de equilíbrio.

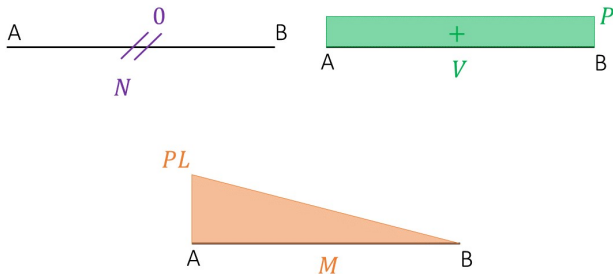


Figura: Diagramas de esforços solicitantes

Considere a viga engastada-livre (condição denominada viga em balanço) de comprimento L ilustrada na Figura abaixo. O carregamento vertical está aplicado no meio do vão. Obtenha os diagramas de esforços solicitantes.

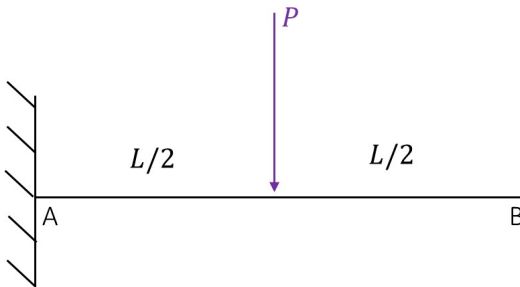


Figura: Representação esquemática do problema

Passo 1 - Determinação das reações de apoio. Considere o diagrama de corpo livre (DCL) da estrutura, sendo as reações de apoio identificadas em vermelho. Considere a direção x como a horizontal (positivo para a direita) e y a vertical (positivo para cima). Para efeito de equilíbrio, os momentos no sentido anti-horário são assumidos como positivo. Note que os sentidos das reações de apoio são arbitrados. Caso o sinal obtido seja positivo, o sentido arbitrado é de fato o correto.

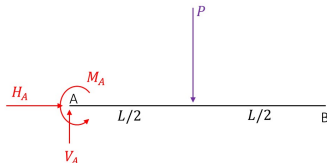


Figura: Diagrama de corpo livre

Equilíbrio da estrutura:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_A = P$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow +M_A - PL/2 = 0 \rightarrow M_A = PL/2$$

Passo 2 - Determinação do número de cortes e equilíbrio de uma sub-estrutura. Para a obtenção dos diagramas de esforços solicitantes, faremos cortes na estrutura e imporemos o equilíbrio de qualquer uma das sub-estruturas definidas pelo corte. O número de cortes é definido por mudanças no carregamento ou na direção das barras. Neste exemplo, preciso fazer dois cortes (corte C1, entre o engaste e o ponto de aplicação de carga e corte C2, entre o ponto de aplicação de carga e a extremidade livre). Não esqueça que, na seção de corte, surgem os esforços solicitantes **força normal**, **força cortante** e **momento fletor**.

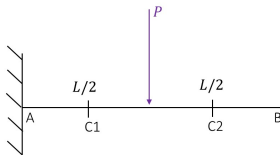


Figura: Cortes necessários.

Passo 3 - Corte C1. Considere o diagrama de corpo livre (DCL) da sub-estrutura à esquerda de C1, sendo as reações de apoio identificadas em vermelho. Considere a direção x como a horizontal (positivo para a direita) e y a vertical (positivo para cima). Para efeito de equilíbrio, os momentos no sentido anti-horário são assumidos como positivo. Note que os sentidos das reações de apoio são arbitrados. Caso o sinal obtido seja positivo, o sentido arbitrado é de fato o correto. **Essas expressões são válidas para o corte C1, ou seja, para $0 < x_1 < L/2$.**

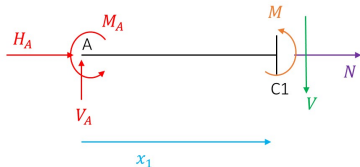


Figura: Equilíbrio da sub-estrutura à esquerda de C1.

Equilíbrio da sub-estrutura:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A + N = 0 \leftrightarrow N = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_A - V = 0 \leftrightarrow V = V_A = P$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow +M_A - V_A x_1 + M = 0 \rightarrow M = -M_A + V_A x_1 = P \left(x_1 - \frac{L}{2} \right)$$

Passo 4 - Corte C2. Considere o diagrama de corpo livre (DCL) da sub-estrutura à direita de C2. Considere a direção x como a horizontal (positivo para a direita) e y a vertical (positivo para cima). Para efeito de equilíbrio, os momentos no sentido anti-horário são assumidos como positivo. Note que o sistema de coordenada orientado por x_2 não é aquele usualmente escolhido. **Essas expressões são válidas para o corte C2, ou seja, para $0 \leq x_2 \leq L/2$.**

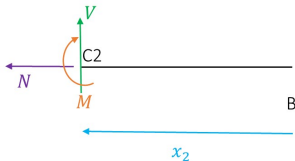


Figura: Equilíbrio da sub-estrutura à direita de C2.

Equilíbrio da sub-estrutura:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M = 0$$

Passo 5 - Determinação dos diagramas de esforços solicitantes. Uma vez obtidas expressões para os esforços solicitantes, é hora de traçar os diagramas. Os diagramas de força normal e de força cortante podem ser traçados em qualquer lado, desde que o sinal seja devidamente representado. Note que a carga concentrada causou uma descontinuidade no diagrama da força cortante. Além disso, ele causou uma descontinuidade na derivada do diagrama de momento fletor " $dM/dx=V$ "!!!! O salto no diagrama da cortante é igual ao valor da carga concentrada.

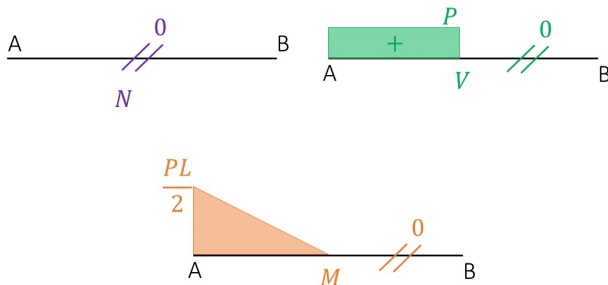


Figura: Diagramas de esforços solicitantes