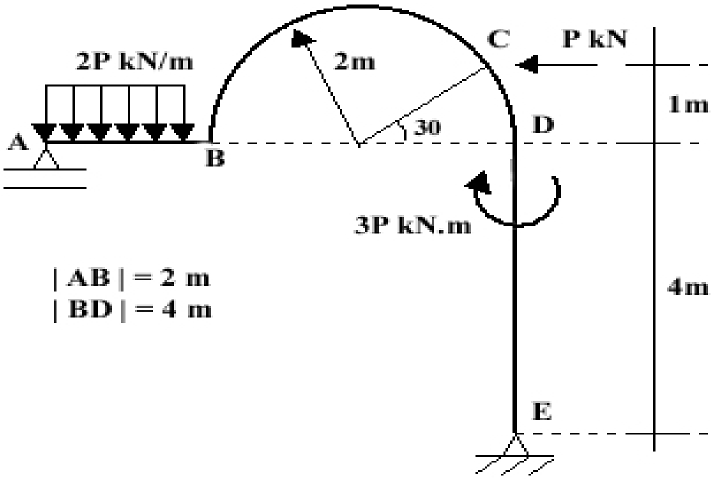
PEF 2308 - Fundamentos de Mecânica das Estruturas

P1 - 2001

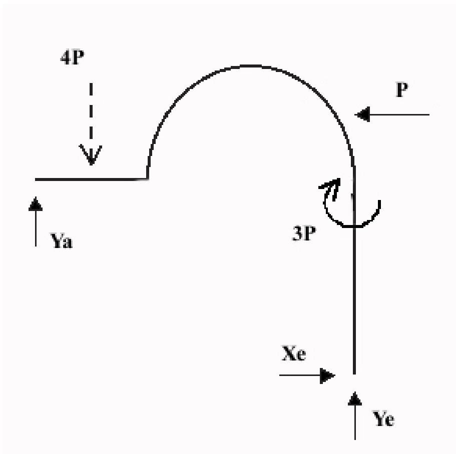
Questão 1

Para a estrutura da figura, a força de P kN/m está aplicada em C, o momento de 3P kN.m está aplicado em D e a força uniformemente distribuída de 2P kN/m está aplicada no trecho AB. Determinar as reações nos apoios A e E. Considere P = algarismo das unidades do número USP+1.



Resolução :

Montando o diagrama de corpo livre, temos:



1) A somatória das forças na direção do eixo x deve ser igual a zero, logo:

$$\sum X = 0 = Xe + (-P) \Rightarrow Xe = P[kN]$$

2) A somatória dos momentos em torno do ponto E deve ser igual a zero, logo:

$$\sum M(E) = 0 = -Ya \times 6 + 4P \times 5 + P \times 5 - P \times 3 \Rightarrow Ya = \frac{22P}{6} = \frac{11P}{3}[kN]$$

3) A somatória dos momentos em torno do ponto A deve ser igual a zero, logo:

$$\sum M(A) = 0 = -4P \times 1 + P \times 1 - 3P + Xe \times 4 + Ye \times 6 \Rightarrow Ye = \frac{2P}{6} = \frac{P}{3}[kN]$$

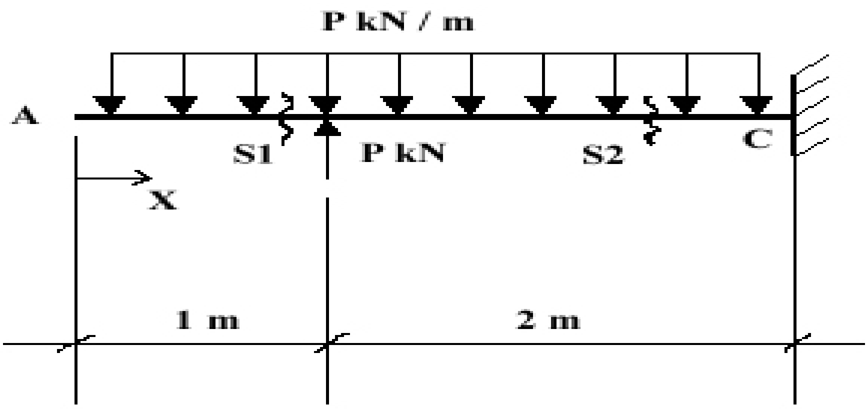
4) Podemos fazer uma simples verificação: a somatória das forças na direção do eixo y deve ser igual a zero. De fato,

Portanto os valores estão corretos!

$$\sum Y = Ya - 4P + Ye = \frac{11P}{3} - 4P + \frac{P}{3} = 0$$

Questão 2

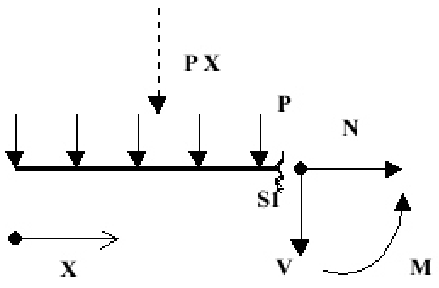
As forças ativas são a força vertical de P kN aplicada em B (a 1 m da extremidade livre e a 2m do engastamento), e a força uniformemente distribuída de P kN/m aplicada em AC, da extremidade livre A da barra até o engastamento C. Determinar os diagramas da força normal N, da força cortante V e do momento fletor M e as expressões das funções N(x), V(x) e M(x), admitindo a origem do eixo x em A.



Resolução:

Podemos cortar a barra AC em 2 seções, S1 e S2, como indicado na figura acima:

1) Seção 1(S1) (0 ≤x ≤1)



(Desenho esquemático da seção 1)

a) A somatória das forças normais, na seção 1, deve ser zero, logo:

$$N(x) = 0$$

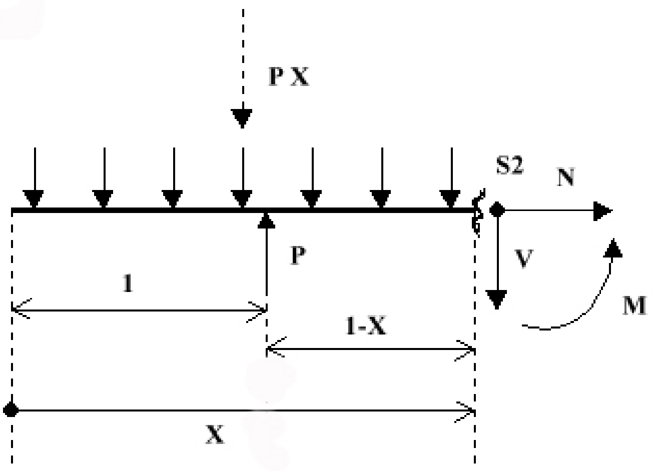
b) A somatória das forças cortantes, na seção 2, deve ser zero, logo:

$$-P \times x - V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = -P \times x [kN]$$

c) A somatória dos momentos em relação à seção S1 deve ser zero, logo:

$$\sum M(s_1) = 0 = P \times x \times \frac{x}{2} + M(x) \Rightarrow M(x) = -\frac{P \times x^2}{2} [kN.m]$$

2) Seção 2 (S2) ($1 \leq x \leq 3$)



(desenho esquemático da seção 2)

a) A somatória das forças normais, na seção 2, deve ser zero, logo:

$$N(x) = 0$$

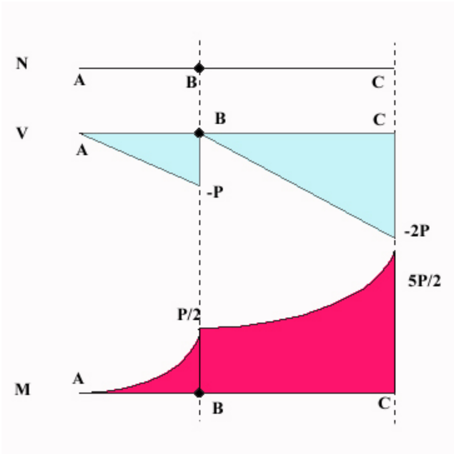
b) A somatória das forças cortantes, na seção 2, deve ser zero, logo:

$$-P \times x + P - V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = -P \times x + P \; [kN]$$

c) A somatória dos momentos em relação à seção S2 deve ser zero, logo:

$$\sum M(s_2) = 0 = P \times x \times \frac{x}{2} - P(x-1) + M(x) \Rightarrow M(x) = -\frac{P \times x^2}{2} + P \times x - P \; [kN.m]$$

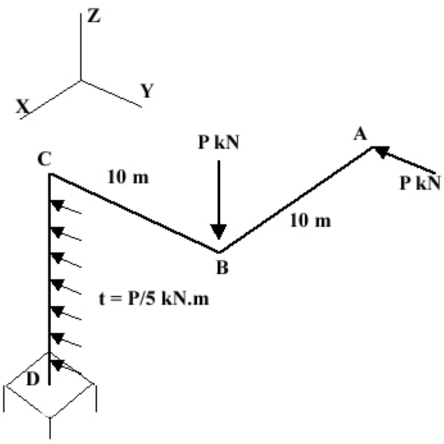
3) A partir das forças calculadas, podemos construir as diagramas dos esforços solicitantes: força normal N, da força cortante V e do momento fletor M :



(Obs: o diagrama do momento tem forma parabólica pois há uma força distribuída)

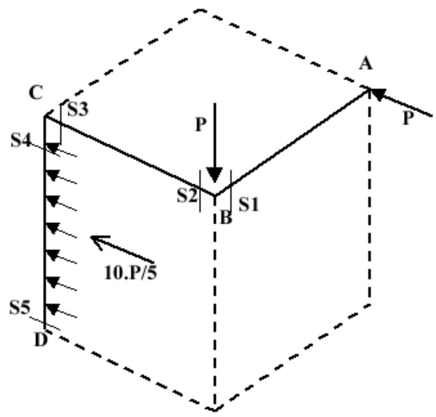
Questão 3

Determinar os diagramas dos esforços solicitantes no trecho CD da estrutura espacial DCBA da figura. Todas as barras são ortogonais entre si e as forças ativas são a força uniformemente distribuída de P/5 kN/m, aplicada em CD, do engastamento D ao ponto C (a 10m de D), e as forças concentradas de P kN aplicadas na extremidade livre A (direção de y) e no ponto B (direção z). Considere P = algarismo das unidades do número USP+1.



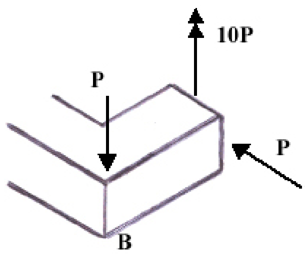
Resolução :

A figura é uma estrutura em 3D , formada por barras ortogonais entre si . Podemos cortar a estrutura em 5 seções para a análise:



(Desenho mostrando as seções a serem analisadas)

1) seção S1 :



(Desenho da seção)

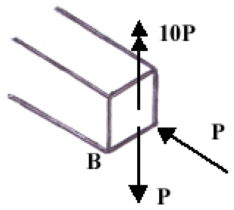
Analisando a seção S1 :

A força P aplicada no ponto A pode ser transferida para a seção 1 com o acréscimo de um momento.

O momento é indicado na figura acima e é calculado por,

$$M(S1) = F \times d = P \times 10 = 10P \; [kN.m]$$

2)   seção S2

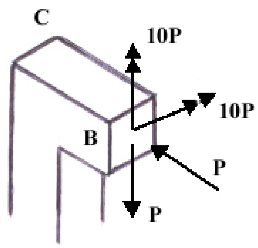


(desenho da seção 2)

Analisando a seção S2 :

A força de módulo P aplicada em S1 é transferida para seção S2. O momento em S1 também é transferido para S2, e ainda teremos a força de módulo P que é aplicada ao ponto B. Essas forças estão representadas na figura acima.

3)   seção S3



(desenho da seção 3)

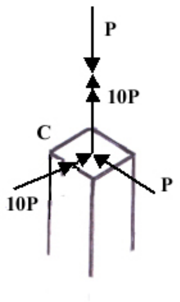
Analisando a seção S3:

Transferimos todos os momentos e forcas aplicadas em S2 para S3.

Nessa seção, surge um momento na direção(-x) devido à força de módulo P na direção (-z). O módulo deste momento é:

$$M(S3) = P \times 10 = 10P \; [kN.m]$$

4)   seção S4

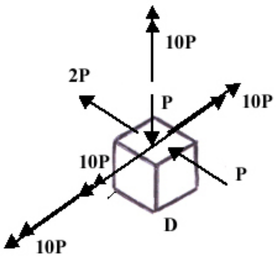


(desenho da seção 4)

Analisando a seção S4:

Transferimos todas as forças e momentos aplicados em S3 para S4. Não surge nenhum novo momento.

5) seção S5



(Desenho da seção 5)

Analisando a seção S5:

Transferimos todas as forças e momentos aplicados em S4 para S5. Nesta seção surge a resultante da força distribuída na direção (-y) e com o módulo dado por:

$$F = (\frac{P}{5}) \times 10 = 2P \; [kN]$$

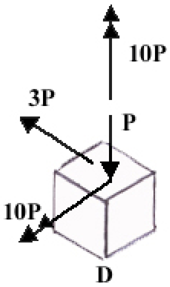
Portanto esta força distribuída pode ser imaginada como uma força de 2P aplicada no meio da barra CD, originando um momento de módulo:

$$M1(S5) = 2P \times 5 = 10P [kN.m]$$

na direção (x). Este momento terá a forma parabólica, porque foi gerada por uma força distribuída. A força de módulo P e direção (-y) cria um momento na direção (x) e módulo

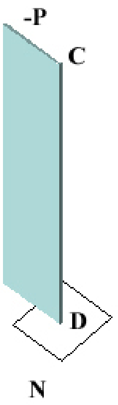
$$M2(S5) = P \times 10 = 10P \; [kN.m].$$

O desenho com as forças resultantes e os momentos resultantes será:

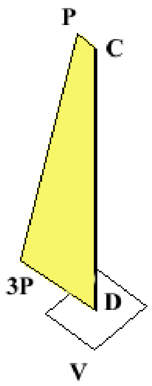


6) ***Como foram solicitados os diagramas dos esforços solicitantes no trecho CD , utilizando-se as conclusões obtidas com as análises das seções S4 e S5 , desenhamos a seguir :***

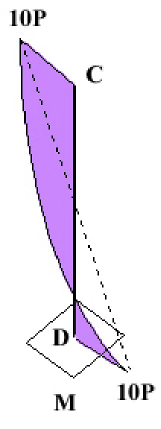
a) ***Diagrama da Força Normal:***



b) ***Diagrama da Força Cortante:***



c) ***Diagrama do Momento Fletor:***



d) Diagrama do Momento de Torção: