Tensões na Flexão

O estudo da flexão será dividindo em 3 casos:

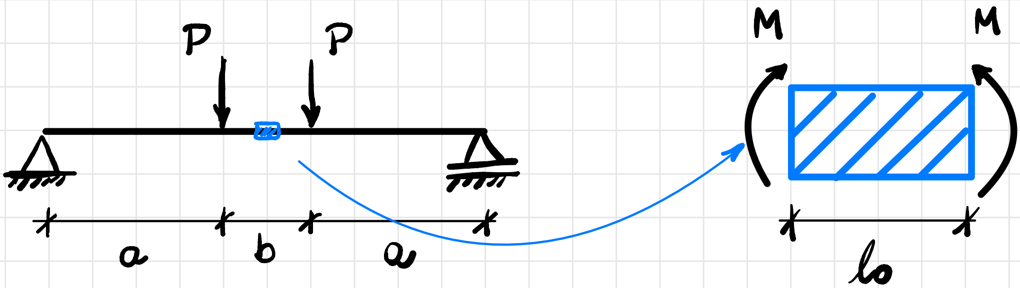
① Flexão pura $\begin{cases} N = 0 \\ V = 0 \\ M = cte \end{cases}$

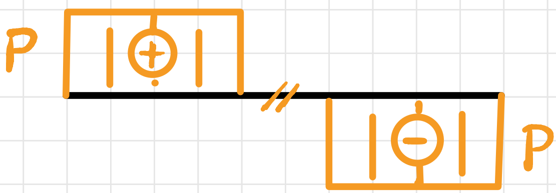
② Flexão simples $\begin{cases} N = 0 \\ V \neq 0 \\ M \neq cte \end{cases}$

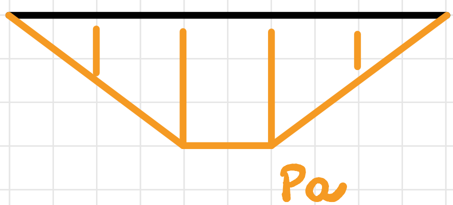
③ Flexão composta $\begin{cases} N \neq 0 \\ V \neq 0 \\ M \neq cte \end{cases}$

① Flexão Pura

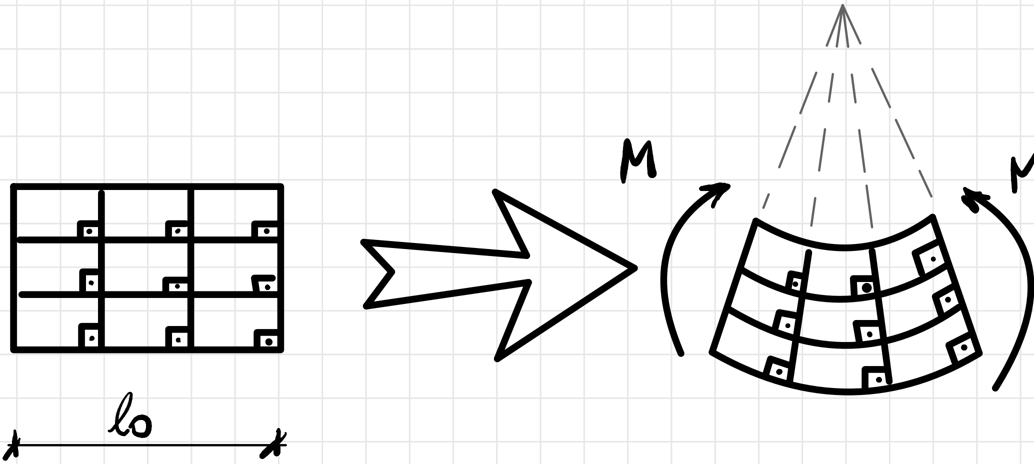
Considere a barra a seguir:





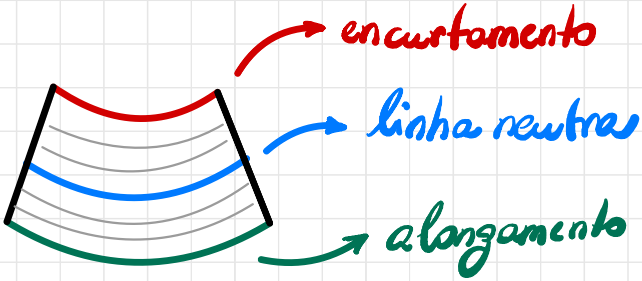


Para uma seção do centro (entre as cargas P) há apenas flexão pura (sem forças normais e cortantes e com momento constante). Para casos assim, por simetria, a seção se deforma para uma seção de coroa circular.

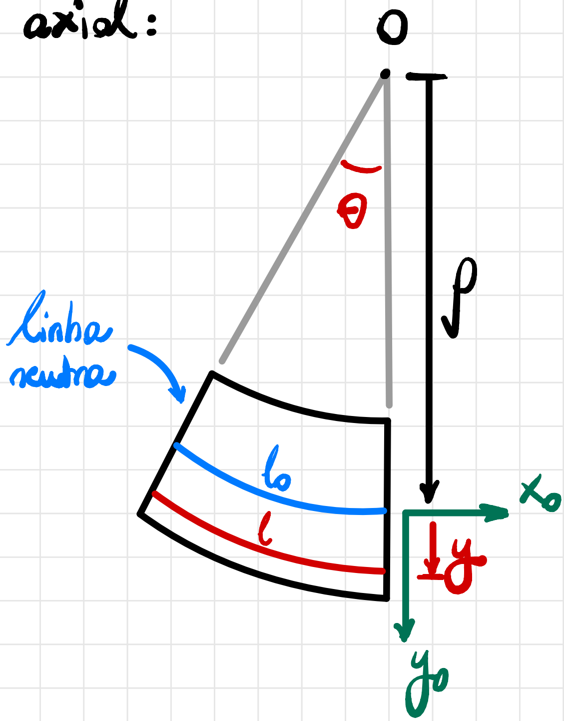


Também por simetria, seções planas e ortogonais ao eixo não deformado permanecem planas e ortogonais ao eixo deformado (ou seja, são arcos de circunferência).

Pode-se perceber que as fibras inferiores da barra alongam-se ao passo que as superiores encurtam-se. Sendo assim, há uma fibra tal que não há deformação. Essa é chamada de linha neutra.



Fazendo algumas considerações para obter a deformação axial:



O comprimento original pode ser escrito como:

$$l_0 = \rho \cdot \theta$$

O comprimento de uma fibra em uma posição y é:

$$l(y) = (\rho + y) \cdot \theta$$

Assim, pode-se calcular a deformação como:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{(\rho + y) \cdot \cancel{\theta} - \rho \cancel{\theta}}{\rho \cancel{\theta}} = \frac{\rho + y - \rho}{\rho}$$

Assim:

$$\varepsilon(y) = y/\rho \quad \text{ou} \quad \varepsilon(y) = Ky$$

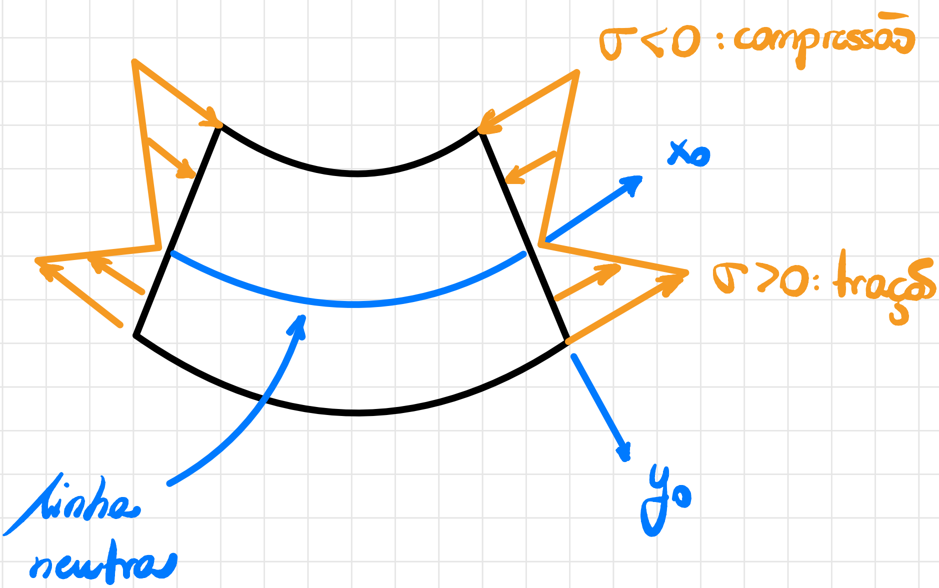
Onde:

$$\begin{cases} \rho : \text{raio de curvatura } [m] \\ K = 1/\rho : \text{curvatura } [m^{-1}] \end{cases}$$

Como tem-se deformações, é possível utilizar-se a lei de Hooke:

$$\sigma = E.\varepsilon \longrightarrow \sigma = EKy \quad (I)$$

Ou seja, a tensão varia linearmente com y:



Fazendo o equilíbrio:

$$N = \int dN = \int \sigma(y)\, dA = 0$$

Substituindo I:

$$\int E K y\, dA = \underset{\substack{\text{material com}\\ \text{propriedades constantes}}}{E}\ \underset{\substack{\text{curvatura}\\ \text{constante}}}{K} \int y\, dA = E K M_{sz_0} = 0$$

Logo:

$$\boxed{M_{sz_0} = 0}$$

Ou seja, a linha neutra é baricêntrica na flexão pura.

Agora, para o momento:

$$M = \int \sigma(y).y.dA = \int Ek y.y.dA = \int E k y^2 dA$$

$$M = EK\underbrace{\int y^2 dA}_{I_{z0}} \longrightarrow M = EKI_{z0}$$

Ou seja:

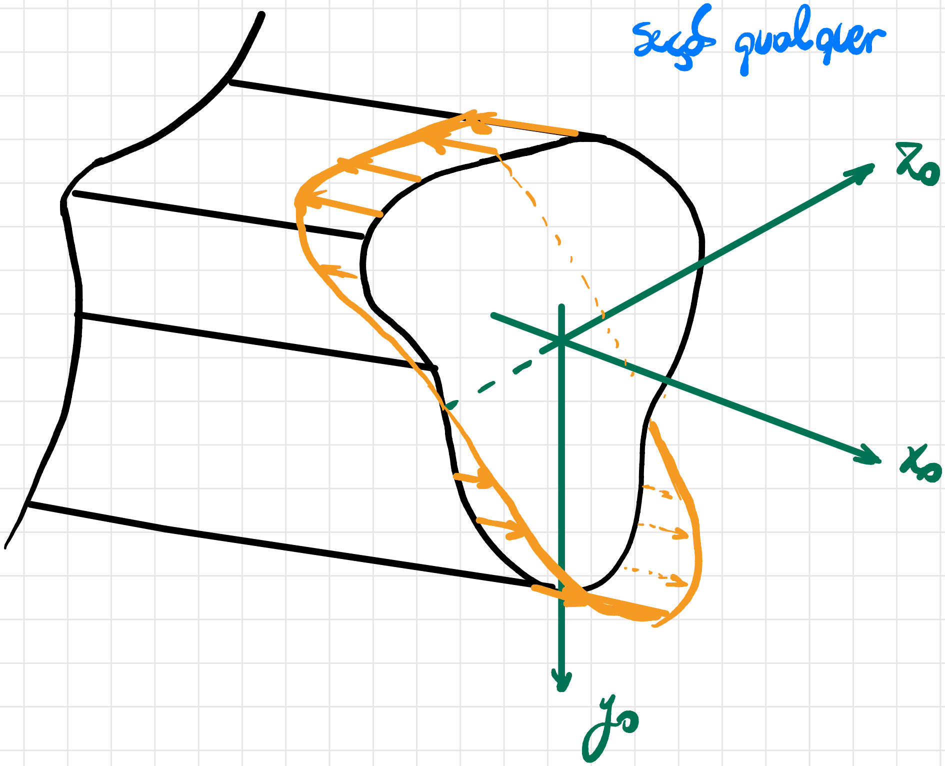
$$\boxed{K = \frac{M}{EI_{z0}}}$$

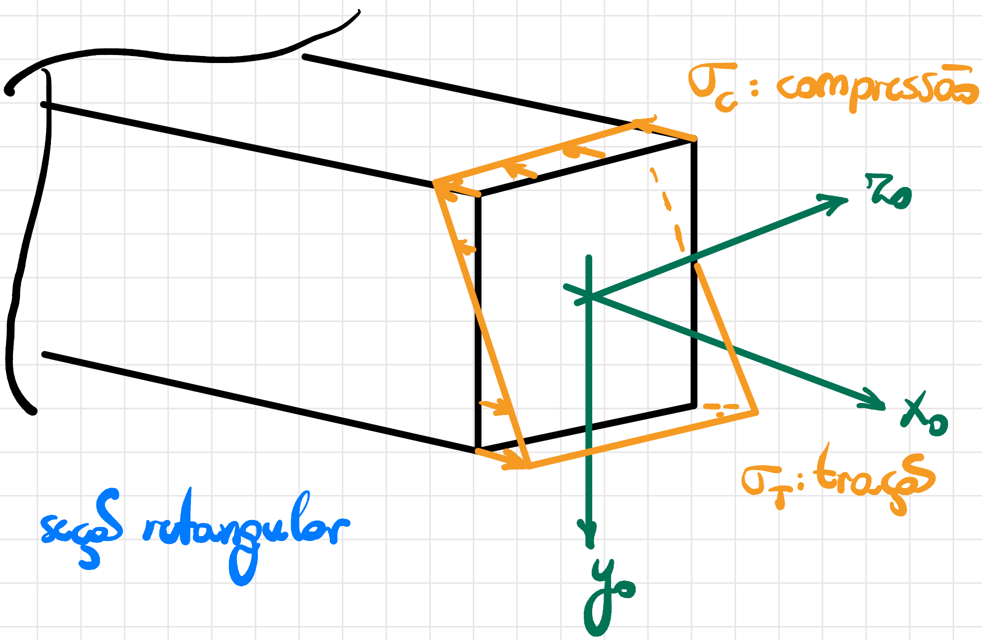
Substituindo na lei de Hooke:

$$\sigma = EKy = E\left(\frac{M}{EI_{z0}}\right)y$$

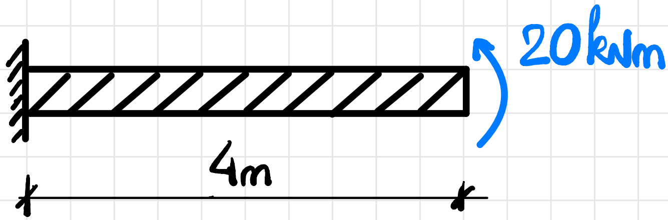
$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I_{z0}}y}$$

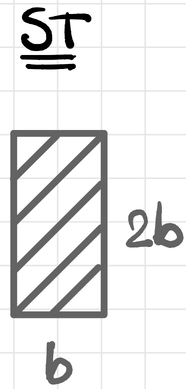
Fórmula das tensões normais na flexão


seção qualquer
zo
xo
yo

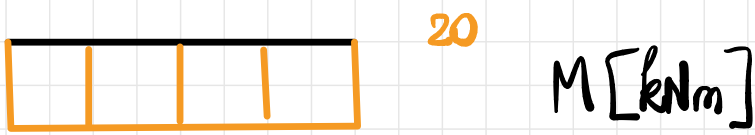

σc : compressão
zo
xo
σT : tração
yo
seção retangular

Exemplo: Determine o valor mínimo de b para que a tensão máxima admissível seja 60 MPa.

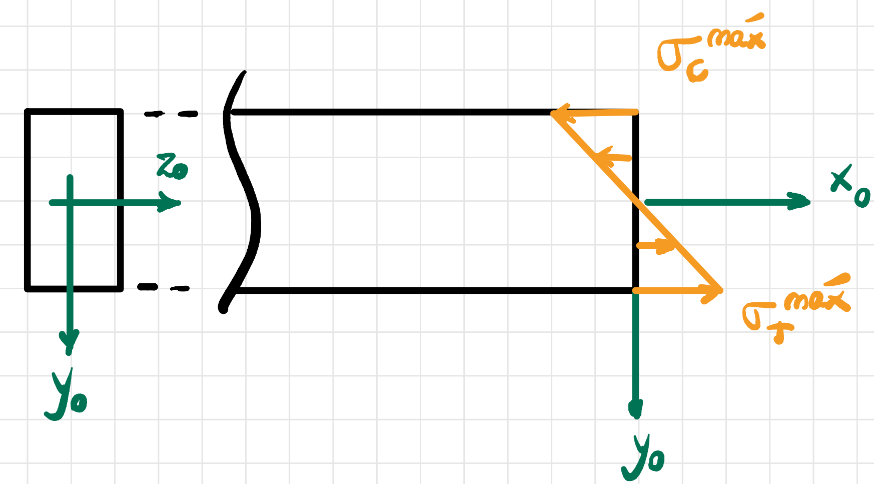




Traçando o diagrama de momentos:



Olhando a barra em um corte:



Lembrando que $\sigma = \frac{M}{I_{z_0}} \cdot y$, as tensões máximas ocorrem nos pontos de maior valor y em módulo (no caso $y = \pm b$). Nesse caso $\sigma_T^{máx} = |\sigma_C^{máx}|$ e, por isso, será verificada apenas para a tensão de tração:

- calculando I_{z_0}:

$$I_{z_0} = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{8b^4}{12} = \frac{2}{3}b^4$$

E assim:

$$\sigma_T = \frac{M}{I_{z_0}} \cdot b = \frac{M}{(2/3 b^4)} \cdot b \longrightarrow \sigma_T = \frac{3M}{2b^3}$$

Impondo a condição de tensão limite:

$$\sigma_T \leq \bar{\sigma} \longrightarrow \frac{3M}{2b^3} \leq \bar{\sigma}$$

Logo:

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3M}{2\sigma}}$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 20 \cdot 10^{3}}{2 \cdot 60 \cdot 10^{6}}}$$

em Nm

em Pa = N/m²

$$b \geq 0{,}079\,m$$

Assim b mínimo é 7,9 cm.

Usando um valor arredondado: