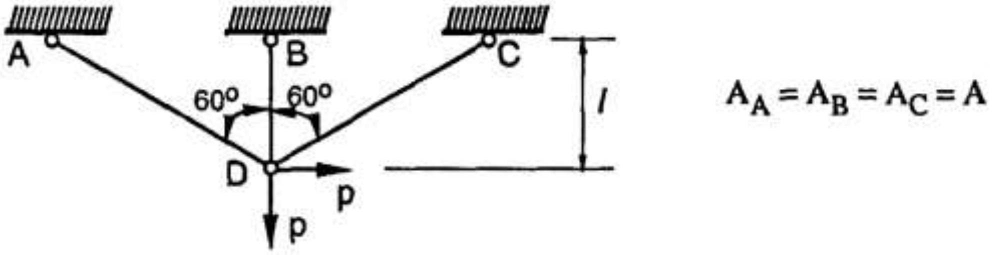
PEF 5710 Otimização Estrutural 22/04/2022

Prof. Reyolando Brasil

Exemplo de Otimização Estrutural usando Programação Linear

Considere a treliça hiperestática de 3 barras, simétrica, da figura abaixo, de material elasto-plástico perfeito e áreas das seções iguais,



Determinar as cargas máximas P indicadas, correspondendo à situação em que todas as barras atingem o escoamento.

Dados: tensão de escoamento 250 MPa, L = 1 m, A = 0,01 m².

1. Forças nas barras no escoamento: $N_e = 250 \times 10^3 \times 0{,}01 = 2.500$ KN

2. Equações de equilíbrio do nó D

$$\frac{1}{2}(N_{DA} + N_{Dc}) + N_{DB} = P \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(-N_{DA} + N_{Dc}) = -P \quad (2)$$

Notar que temos 2 equações e 3 incógnitas, portanto, hiperestático.

3. Limite das forças nas barras

$$-N_e \leq N_{DA} \leq N_e \quad (3)$$

$$-N_e \leq N_{DB} \leq N_e \quad (4)$$

$$-N_e \leq N_{DC} \leq N_e \quad (5)$$

4. Formulação do problema de Programação Linear

Maximize P

Sujeito às equações de restrições de igualdade (1) e (2) e às restrições de desigualdade (3), (4) e (5). Todas essas equações são lineares.

5. Solução

Variáveis de projeto

$x_1 = P;\ x_2 = N_{DA};\ \ x_3 = N_{DB};\ \ x_4 = N_{DC}$

Função objetivo: $f(\mathbf{x}) = -x_1$

Restrições:

$-x_1 + \frac{1}{2}\ x_2 +\ x_3 + \frac{1}{2}\ x_4 = 0$

$x_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\ x_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\ x_4 = 0$

$x_2 + x_5 = N_e$

$x_3 + x_6 = N_e$

$x_4 + x_7 = N_e$

$-x_2 + x_8 = N_e$

$-x_3 + x_9 = N_e$

$-x_4 + x_{10} = N_e$

Resultados:

$x_1 = P = 2165.1$ KN; $x_2 = N_{DA} = 2500$ KN; $x_3 = N_{DB} = 915.1$ KN; $x_4 = N_{DC} = 0$