Lógica e Metodologia Jurídica

Argumentos e Lógica Proposicional

Prof. Juliano Souza de Albuquerque Maranhão

julianomaranhao@gmail.com

Quais sentenças abaixo são argumentos?

1. Bruxas são feitas de madeira. Madeira flutua. Então as bruxas flutuam.

2. Na hora do almoço o céu ficou nublado. Então, choveu.

3 O metal dilatou porque foi aquecido

4. O Prof. deu todas as aulas usando terno. Hoje ele dará aula. Então ele usará terno.

5. A calçada está molhada. A chuva molha a calçada. Então choveu.

Argumento

Sequência de sentenças...

...uma das quais se afirma verdadeira (conclusão) e

... as demais (premissas) são oferecidas como razões para acreditar na verdade da conclusão

Argumentos não são verdadeiros nem falsos, mas bons ou ruins, convincentes ou não convincentes, válidos ou inválidos

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Os homens são mamíferos **Os mamíferos são mortais** **Os homens são mortais**	**Todos os homens são mortais** **Sócrates é homem** **Sócrates é mortal**

Estrutura

A é B **B é C** **A é C**	**Todos A é B** **s é A** **s é B**

Argumento e verdade

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Os homens são mamíferos **Os advogados são mamíferos** **Os advogados são homens**	**Os homens são mortais** **Socrates é mortal** **Socrates é homem**

leões → mam
adv → mam
adv → leões

Os argumentos são bons?

Estrutura

BALBARA

Todo A é B **Todo C é B** **Todo A é C**	**Todo A é B** **s é B** **s é A**

A é B
B é C
A é C

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Alguns juristas escreveram muitos livros
Pontes de Miranda foi um jurista
Pontes escreveu muitos livros

É um bom argumento?

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Alguns juristas publicaram muitos livros
Viehweg foi um jurista
Viehweg publicou muitos livros

É um bom argumento? O que há de errado?

Em que medida a conclusão é suportada pelas premissas?

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas falsas, conclusão verdadeira

Todos os homens são abelhas **As abelhas são mamíferos** **Os homens são mamíferos**	**Todo jurista com mais de 90 anos foi filósofo** **Miguel Reale foi jurista com mais de 90** **Miguel Reale foi filósofo**

A é B **B é C** **A é C**	**Todos A é B** **s é A** **s é B**

Argumento e verdade

Premissas falsas, conclusão falsa

Os homens são abelhas **As abelhas são repteis** **Os homens são repteis**	**Todo jurista com mais de 90 anos foi guitarrista** **Miguel Reale foi jurista com mais de 90** **Miguel Reale foi guitarrista**

Estrutura

Todo A é B **Todo B é C** **Todo A é C**	**Todo A é B** **s é A** **s é B**

Relação de suporte

Argumentos dedutivos

Bruxas são feitas de madeira. Madeira flutua. Então as bruxas flutuam.

Se algo é de madeira, então flutua. Bruxas são de madeira. Então bruxas flutuam.

Bruxas não flutuam

Conclusão implícita nas premissas:

Dada a verdade das premissas, é impossível que a conclusão seja falsa.

(se conclusão fosse falsa, entraria em contradição com as premissas)

Argumentos Dedutivos

Argumento válido: por que é impossível que a conclusão seja falsa se as premissas forem verdadeiras?

Verdades contingentes: negação é possível

Ontem choveu.

Verdades necessárias: negação leva a uma contradição

...pelo significado dos conceitos

Todo solteiro não é casado

Todo carro preto não é branco

A locação é onerosa

O furto não foi violento

Argumentos Dedutivos

... Pelo "significado" dos conectivos (estrutura)

A porta está aberta ou não está aberta

A ou não A

Não (A ou não A) é contradição: (A e não A)

Se a porta está aberta, então está aberta

Se A, então A

Não (Se A então A) é contradição: (A e não A)

e

não

se | então

se e somente se

ou

A verdade de sentenças complexas (ligadas por conectivos) é uma função da verdade das suas partes

1. A porta está aberta ou a janela está aberta
2. A porta está aberta
3. A janela está aberta

Argumentos Dedutivos

Teste

A porta está aberta ou a janela está aberta

A porta não está aberta

A janela está aberta

A janela não está aberta (Contradição?)

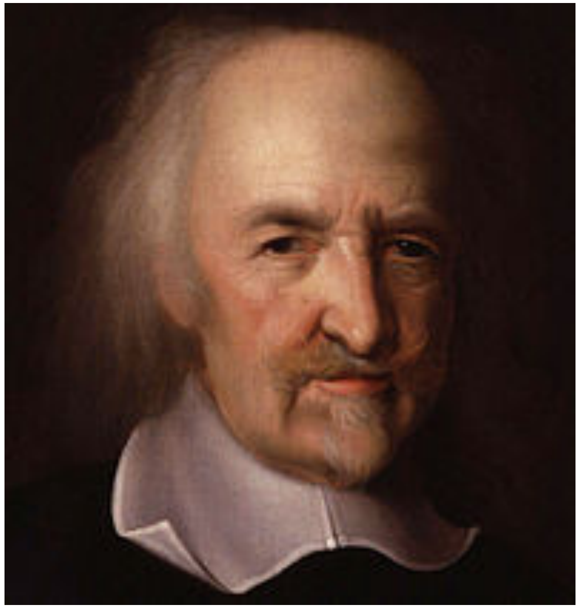
O Argumento é válido se a negação da conclusão for contraditória com as premissas

Argumento: A ou B, não B, logo A

Sentença complexa:

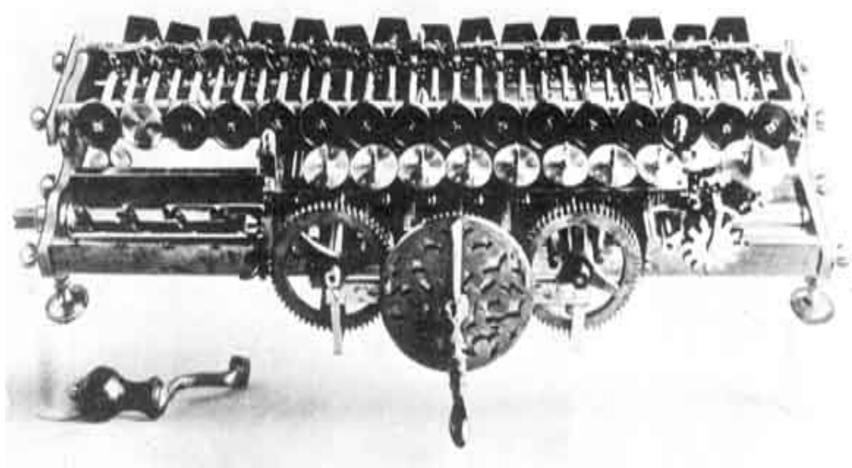
Se A ou B e não B, então A é verdade necessária se...

... não (Se A ou B e não B, então A) for uma contradição



“By ratiocination, I mean computation”

“These operations are not incident to numbers only, but to all manner of things that can be added together, and taken one out of another. For as arithmeticians teach to add and subtract in numbers, so the geometricians teach the same in lines, figures, angles, proportions, times, force, power, and the like; logicians teach the same in consequences of words; adding together two names to make an affirmation; and two affirmations to make a syllogism; and many syllogisms to make a demonstration.” (The Leviathan)



quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophus, quam inter duos computistas.

Inferências necessárias?

Estática:

01 Se algo é proibido então é permitido omitir

02 Se é obrigatório rezar e não blasfemar, então é obrigatório não blasfemar

03 Ninguém pode alienar algo que não seja de sua propriedade

04 Todo contrato não oneroso por prazo indeterminado pode ser denunciado unilateralmente. Logo o comodato por prazo indeterminado pode ser denunciado unilateralmente.

Sistema Axiomático e Interpretação: sintaxe e semântica de uma lógica

U I UM

<u>Sistema MIU</u>

Símbolos: M, I, U

Axioma: MI

Regras:

i) Se xI for um teorema, então xIU também o será

ii) Se Mx for um teorema, Então Mxx também o será

iii) Em qualquer teorema, III pode ser substituído por U

iv) UU pode ser eliminado de qualquer teorema

Demonstre:

1) MUIIU

2) MU

Sistema Axiomático e Interpretação: sintaxe e semântica de uma lógica

Demonstração de MUIIU

1)	MI	
2)	MII	regra ii
3)	MIIII	regra ii
4)	MIIIIU	regra i
5)	MUIU	regra iii
6)	MUIUUIU	regra ii
7)	MUIIU	regra iv

Sistema Axiomático e Interpretação: sintaxe e semântica de uma lógica

<u>Sistema M G -</u>

- - M - G - - - -

2 + 1 = 3

2 + 2 = 4

Símbolos: M, G, -

Axioma: xM-Gx- é um axioma sempre x se componha apenas de hífens

2 + 3 = 5

Regra:

Se x, y e z são cadeias de hífens e se xMyGz for um teorema, então xMy-Gz- é teorema

Proposições:

Todo teorema é uma cadeia de hifens separado por M e G

Dois primeiros grupos de hifens devem equivaler ao terceiro grupo de hifens

Sistema Axiomático e Interpretação: sintaxe e semântica de uma lógica

Isomorfismo - duas estruturas podem ser superpostas uma a outra, de forma que cada elemento tenha um correspondente na outra estrutura e a relação entre os elementos correspondentes seja preservada

Interpretação: encontrar uma estrutura isomorfa de fórmulas e relações

m=mais

g= igual

-=um

--=dois

---=três

etc.

$M \to +$

$G \to =$

$- = 1$

$-- = 2$

$--- = 3$

Forma Lógica de Argumentos

01

Todo cão é animal

Todo animal é vertebrado

Todo cão é vertebrado

02

É proibida conjunção carnal violenta

Presume-se violenta a conjunção carnal com menores de 14 anos

É proibida conjunção carnal com menor de 14 anos

03

Se A então B

Se B então C

Se A então C

Lógica dedutiva

Abstraindo da estrutura de cada proposição (sujeito e predicado), qual o significado de sentenças que compõem diferentes proposições por conectivos:

Se...então, e, ou, não, se e somente se...

$\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, ~, $\leftrightarrow$

Uma sentença tem valor semântico se pode ser verdadeira ou falsa

O valor semântico de uma sentença é sua verdade ou falsidade.

Ele é uma função do valor semântico de suas partes

Linguagem Proposicional (LP)

1) Símbolos de LP:

   Letras proposicionais: p_1, p_2 , ..., $q_{1,}$ ...r_1 ...

   Conectivos: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, ~

   $\wedge$ para representar conjunção

   $\vee$ para representar disjunção

   $\rightarrow$Para representar implicação

   ~ para representar negação

   Usarei letras iniciais do alfabeto na metalinguagem para falar sobre esquemas arbitrários de fórmulas

2) Fórmulas bem formadas da linguagem LP

   i) Toda letra proposicional está em LP ($p_i, q_i, r_i \in$ LP)

   ii) Se a$\in$ LP, então ~a $\in$LP

   iii) Se a, b $\in$ LP, então a$\wedge$b, a$\vee$b, a$\rightarrow$b $\in$ LP

   iv) LP é o menor conjunto que satisfaz essas cláusulas

Semântica de LP

Chamarei de função de valoração a função que me leva das fórmulas de LP ao valor de verdade ou falsidade, i.e. φ: LP$\Rightarrow$ {1, 0}

1= verdadeiro

0= falso

Essa função φ satisfaz as seguintes cláusulas:

$\varphi(a \wedge b)= 1$ sse $\varphi(a)=1$ e $\varphi(b)=1$

$\varphi(a \vee b)= 0$ sse $\varphi(a)=0$ e $\varphi(b)=0$

$\varphi(a \rightarrow b)=0$ sse $\varphi(a)=1$ e $\varphi(b)=0$

$\varphi(\sim a)=0$ sse $\varphi(a)=1$

Com ela posso construir as seguintes matrizes para LP

Negação

a	~a
0	1
1	0

Conjunção

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disjunção

a	b	a∨b
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Condicional (implicação material)

a	b	$a \rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tautologias

a	b	~a	~b	a→b	~b→~a	(a→b)→ (~b→~a)
1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1

tautologias

$((a\to b)\wedge(b\to c))\to(a\to c)$	Silogismo
$(a \wedge (a \to b)) \to b$	modus ponens
$(a\to b)\to(\sim b\to\sim a)$	contrapositiva
$\sim(a\wedge\sim a)$	não contradição
$a\vee\sim a$	terceiro excluído
$((a \to b) \wedge (a \to\sim b)) \to\sim a$	reductio ad absurdum
$((a\vee b)\wedge\sim a) \to b$	silogismo disjuntivo
$((a\vee b \wedge ((a \to c) \wedge (b \to c)))\to c$	prova por casos (dilema)

Contradições

a	b	~a	b→a	(b→a) ∧~a	b∧ ((b→a) ∧~a)
1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0

a contrario

a	b	~a	~b	a→b	~a→~b	(a→b)→ (~a→~b)
1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1

Forma normal disjuntiva

a	b	c	$b \vee c$	$a \wedge (b \vee c)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	0	1	0

Definindo Equivalência ($a \to b \wedge b \to a =_{def} a \leftrightarrow b$)

a	b	a→b	b→a	a→b ∧ b→a
1	1	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	0	1	0	1

Exercícios

NAND p|p

1. *Defina disjunção exclusiva usando disjunção, conjunção e negação*
2. *Defina disjunção exclusiva usando equivalência e negação*
3. *Defina implicação usando conjunção e negação*
4. *Defina implicação usando disjunção inclusiva e negação*
5. *Defina conjunção usando disjunção e negação*
6. *Defina conjunção usando implicação e negação*
7. *Defina disjunção usando conjunção e negação*
8. *Defina disjunção usando* 1º *~~disjunção inclusiva~~* implicação *e negação*

Proculus and the 3 types of OR

- *D 50.16.124 (Proculus in the second book of his epistles)*
- *These words „**p or q**" (ille aut ille) can not only have **disjunctive**, but also **subdisjunctive** meaning. We speak of **disjunctive** meaning e.g. if I say „**it is day or night**", because **asserting** the one necessarily means **denying** the other and **denying** the one means **asserting** the other.*

$\to, \vee, \wedge, \neg, \Leftrightarrow$

Proculus disjunction

$v(\alpha \succ\!\prec \beta) = F$ sse $v(\alpha) = v(\beta)$

$= V$ sse $v(\alpha) \neq v(\beta)$

- Either p or q

- **Exclusive Or:** $\mathbf{p \succ\!\prec q}$ $=_{df} (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

$=_{df} \neg(p \Leftrightarrow q)$

p	$\succ\!\prec$	q
1	0	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

Proculus 2

- *But the words can have also* ***subdisjunctive*** *meaning. There are* ***two types*** *of subdisjunctions: the* ***first type*** *is given if* ***not both*** *propositions can be* ***true at the same time****, but* ***both can be false****. E.g. let us say „he sits or he walks around": nobody can do both at the same time, but somebody can neither sit nor walk, e.g. if he sleeps.*

Proculus first subdisjunction

$\neg, \wedge$

$| \ldots$ $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

- Not true at the same time
- But both can be false

NAND

- **Sheffer-functor: p | q** $\equiv_{df} \neg(p \wedge q)$

p	|	q
1	0 V	1
1	1 F	0
0	1 F	1
0	1 F	0

$\neg p \equiv_{df} p | p$

Proculus 3

- *The **second type** (of subdisjunction) is given if it **can‘t be that none of two propositions is true**, but if it is **possible that both are true**. E.g. if we say „every animal acts or suffers“. There is namely no animal, that neither acts nor suffers, but it is possible that they act and suffer at the same time.*

Proculus‘s second subdisjunction

- Both can be true at the same time
- But both can‘t be false

- **Inclusive Or: p $\vee$ q**

Julian and Augustus de Morgan

- D 34.5.13(14).2: Salvius Iulianus in his single book about ambiguities:
- *Let us stipulate as follows: „Do you promise to pay 100, if you do* ***not give*** *a* ***slave or*** *a* ***piece of ground****?* ***Both*** *has to be done, in order that the (penal)stipulation does* ***not*** *come into force, i.e. if* ***only one*** *of both or* ***nothing*** *of both happens the stipulation will stand in force.*

Julian knew the law of Augustus de Morgan

- S means
  - the Stipulation has force, i.e. the penalty has to be paid
- p means
  - The slave is given
- q means
  - The piece of ground is given

$$\neg p \vee \neg q \leftrightarrow S$$

$$p \wedge q \quad \leftrightarrow \neg S$$

„both has to be done“

Thus, Julian knew the law of Augustus de Morgan:

$$\boldsymbol{\neg(\neg\, p \vee \neg q) \leftrightarrow p \wedge q}$$

Julian and Augustus de Morgan

- It is evident that this is true, even if we put **more propositions – as many as we want** – like this into a Stipulation: „**If one of these does not happen**", e.g. if we stipulate: „Do you promise to **give Stichus et Amas et Eros** and if you do **not** give **one of them** you will pay?" Here it is necessary to give **all of them**, in order to fulfill the stipulation. Or – to be more precise – we assume that the following stipulation has been made: „Do you promise to pay 10 if you do **not give Stichus and Damas and Eros**?". There is no doubt that **all of them** have to be given (to avoid the penalty).

Julian‘s Generalization of ADM

$\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \ldots \vee \neg p_n \leftrightarrow S$

$p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \quad \leftrightarrow \neg S$

Thus, Julian knows that:

$\boldsymbol{\neg(\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \ldots \vee \neg p_n) \leftrightarrow (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n)}$

This is a generalization of ADM‘s Law!

Argumento Válido

a	a→b	b
1	1	0?

Argumento é uma seqüência finita de fórmulas cuja fórmula final chamamos de conclusão e as anteriores de premissas

Um argumento é válido se não existe uma valoração na qual as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.

Testes para argumento válido

Seja $a_1, a_2 \ldots a_n$ um argumento A no qual $a_1, a_2 \ldots a_{n-1}$ são as premissas e a_n é a conclusão. Então A é válido se e somente se $(a_1 \wedge a_2 \ldots \wedge a_{n-1}) \rightarrow a_n$ for uma tautologia.

Se um argumento é válido dizemos que a conclusão a_n é conseqüência lógica das premissas $a_1, a_2 \ldots a_n$ o que será denotado por $a_1, a_2 \ldots a_n \models a_n$

Seja S um conjunto de fórmulas. Então $Cn(S)=\{a: S \models a\}$ é o conjunto das consequências lógicas de S.

Argumento

João fica nervoso

Sempre que João faz prova, fica nervoso. Mas quando fica inspirado, estuda arduamente para a prova. João faz prova ou estuda arduamente. Logo, João fica nervoso ou inspirado.

Argumento

Sempre que João faz prova, então João fica nervoso. Mas quando João fica inspirado, então João estuda arduamente para a prova. João faz prova ou João estuda arduamente para a prova. Logo, João fica nervoso ou João fica inspirado.

Argumento

Sempre que João faz prova, então João fica nervoso. Mas quando João fica inspirado, então João estuda arduamente para a prova. João faz prova ou João estuda arduamente para a prova. Logo, João fica nervoso ou João fica inspirado.

Argumento

Se P, então N. Se I, então E. P ou E. Logo, N ou I.

$P \rightarrow N$

$I \rightarrow E$

$P \vee E$

$\therefore N \vee I$

exercício

Argumento do Ateu

Hume

Se Deus quisesse evitar o mal e fosse incapaz de consegui-lo, então seria impotente. Se fosse capaz de evitar o mal e não quisesse fazê-lo, então seria malevolente. Se o mal existe, então Deus não pode ou não quer impedi-lo. O mal existe. Se Deus existe, então não é impotente nem malevolente. Portanto Deus não existe.

exercício

Argumento do Ateu

Se Deus quer evitar o mal e Deus não é capaz de evitar o mal, então Deus é impotente. Se Deus é capaz de evitar o mal e não é o caso que Deus quer evitar o mal, então Deus é malevolente. Se o mal existe, então não é o caso que Deus é capaz de evitar o mal ou não é o caso que Deus quer evitar o mal. O mal existe. Se Deus existe, então não é o caso que Deus é impotente e não é o caso que Deus é malevolente. Portanto não é o caso que Deus existe.

Argumento do Ateu

Se Deus quisesse evitar o mal e não fosse capaz de evitar o mal, então seria impotente. Se fosse capaz de evitar o mal e não quisesse evitar o mal, então seria malevolente. Se o mal existe, então Deus não é capaz de evitar o mal ou não quer evitar o mal. O mal existe. Se Deus existe, então Deus não é impotente e Deus não é malevolente. Portanto Deus não existe.

Argumento do Ateu

Q: Deus quer evitar o mal
C: Deus é capaz de evitar o mal
I: Deus é impotente
M: Deus é malevolente
E: O mal existe
D: Deus existe

$Q \wedge \sim C \rightarrow I$
$C \wedge \sim Q \rightarrow M$
$E \rightarrow \sim Q \vee \sim C$
E
$D \rightarrow \sim I \wedge \sim M$

$\sim D$

Puzzle

2 pessoas A e B fazem uma oferta um ao outro. O problema é identificar qual oferta é melhor:

A: Você faz uma afirmação. Se ela for verdadeira, você recebe R$10. Se for falsa, você recebe ou mais ou menos que R$10

B: Você faz uma afirmação. Independentemente de sua verdade ou falsidade, você recebe mais do que R$10.

Ela é uma bruxa

1)Se uma pessoa queima então é bruxa(o)
2)Ela(e) é uma pessoa
3)Se algo é feito de madeira então queima
4)Se algo flutua, então é de madeira
5)Patos flutuam
6)Se dois objetos tem o mesmo peso e um deles flutua, então o outro também flutua
7)Ela(e) tem o mesmo peso de um pato
8)Logo, ela(e) é uma bruxa(o)