



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo**

RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS: 13-1 E 13-2

**PMI3305 - Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração I
Prof. Eduardo César Sansone**

RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS: 13-1 E 13-2



Exercício 13-1:

Um ponto no interior de um maciço rochoso está submetido a esforços caracterizados pelas seguintes tensões principais:

$$\sigma_1 = 30 \text{ MPa (compressão)}$$

$$\sigma_2 = -10 \text{ MPa (tração)}$$

Determine com a utilização do tensor de tensões, as componentes de tensão normal (σ) e de cisalhamento (τ) que atuam em planos que fazem os seguintes ângulos com a direção da tensão principal maior:

a) 45°

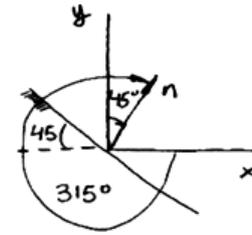
b) 60°



$\theta = 45^\circ$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & -10 \end{Bmatrix}$$

$$n = \begin{Bmatrix} (x, n) \\ (y, n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos 315^\circ \\ \cos 45^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{Bmatrix}$$



$$T = \sigma_x n = \begin{Bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & -10 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 21,213 \\ -7,071 \end{Bmatrix}$$

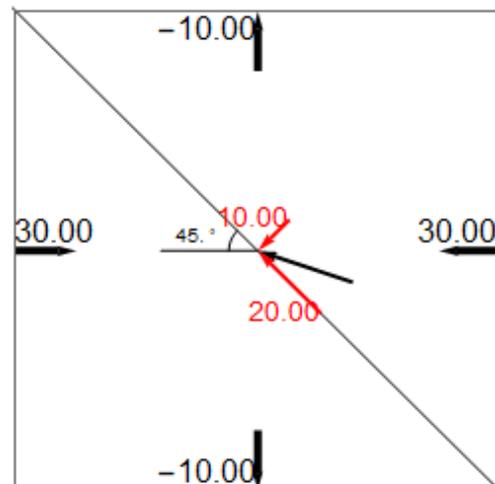
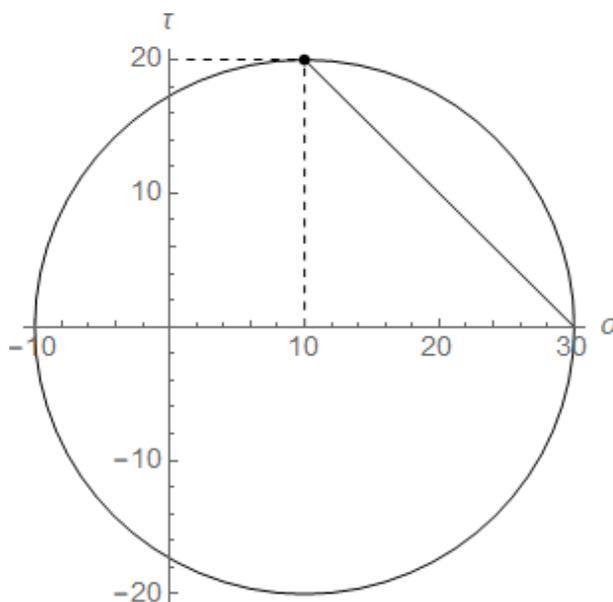
$$|T| = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{21,213^2 + (-7,071)^2} = 22,361 \text{ MPa}$$

$$\sigma_n = T \cdot n = \begin{Bmatrix} 21,213 \\ -7,071 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{Bmatrix} = 10 \text{ MPa}$$

$$\tau = \sqrt{|T|^2 - \sigma_n^2} = \sqrt{22,361^2 - 10^2} = 20 \text{ MPa}$$



$\theta = 45^\circ$



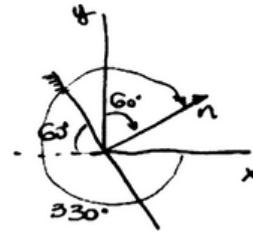
Círculo de Mohr e tensões atuantes



$$\theta = 60^\circ$$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & -10 \end{Bmatrix}$$

$$n = \begin{Bmatrix} (x, n) \\ (y, n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos 30^\circ \\ \cos 60^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,866 \\ 0,5 \end{Bmatrix}$$



$$T = \sigma \cdot n = \begin{Bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & -10 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,866 \\ 0,5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 25,981 \\ -5 \end{Bmatrix}$$

$$|T| = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{25,981^2 + (-5)^2} = 26,456 \text{ MPa}$$

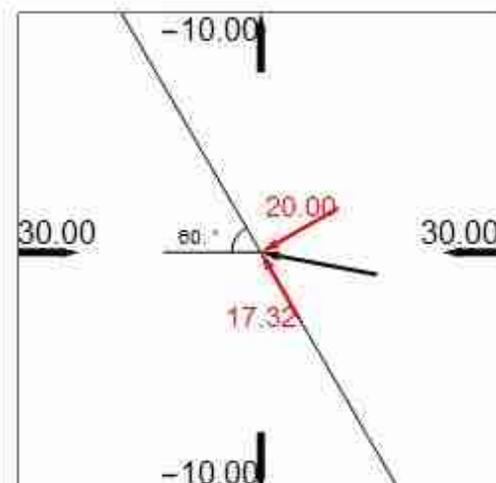
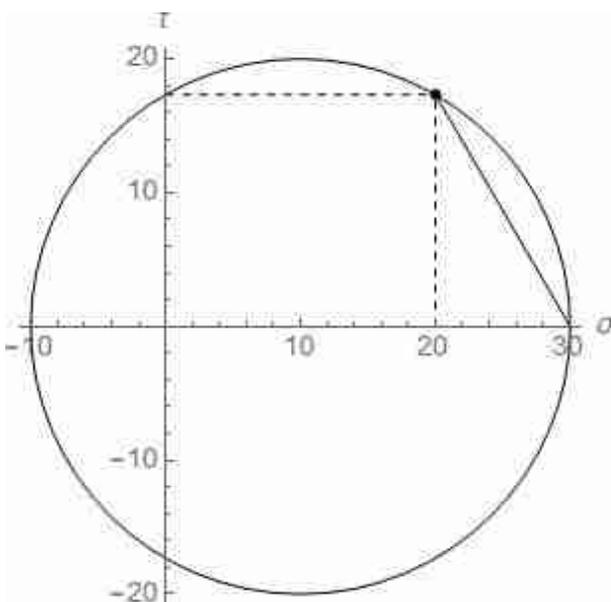
$$\sigma_n = T \cdot n = \begin{Bmatrix} 25,981 \\ -5 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,866 \\ 0,5 \end{Bmatrix} = 20 \text{ MPa}$$

$$\tau = \sqrt{|T|^2 - \sigma_n^2} = \sqrt{26,456^2 - 20^2} = 17,321 \text{ MPa}$$

5



$$\theta = 60^\circ$$



Círculo de Mohr e tensões atuantes

6

**Exercício 13-2:**

Um ponto no interior de um maciço rochoso está submetido a esforços caracterizados pelas seguintes tensões principais:

$$\sigma_{xx} = -6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy} = 30 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 18 \text{ MPa}$$

Determine com a utilização do tensor de tensões, as componentes de tensão normal (σ) e de cisalhamento (τ) que atuam em um plano que faz $22,5^\circ$ com a direção do eixo X.

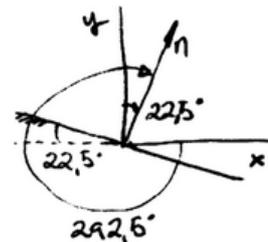
7



$$\theta = 22,5^\circ$$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -6 & 18 \\ 18 & 30 \end{Bmatrix}$$

$$n = \begin{Bmatrix} (x, n) \\ (y, n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos 292,5^\circ \\ \cos 22,5^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,383 \\ 0,924 \end{Bmatrix}$$



$$T = \sigma \cdot n = \begin{Bmatrix} -6 & 18 \\ 18 & 30 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,383 \\ 0,924 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 14,334 \\ 34,614 \end{Bmatrix}$$

$$|T| = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{14,334^2 + 34,614^2} = 37,465 \text{ MPa}$$

$$\sigma_n = T \cdot n = \begin{Bmatrix} -6 & 18 \\ 18 & 30 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0,383 \\ 0,924 \end{Bmatrix} = 37,456 \text{ MPa}$$

$$\tau = \sqrt{|T|^2 - \sigma_n^2} = \sqrt{37,465^2 - 37,456^2} \approx 0$$

8



OBRIGADO!

Contato:
Prof. Eduardo César Sansone
esansone@usp.br
