Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo

ESTADO DE TENSÕES NATURAIS NOS MACIÇOS ROCHOSOS PARTE 2

PMI3305 - Mecânica das Rochas Aplicada à Mineração I

Prof. Eduardo César Sansone

TENSÕES GRAVITACIONAIS

CARACTERÍSTICAS

São decorrentes do peso das camadas sobrejacentes à região em estudo.

Embora os efeitos gravitacionais nem sempre correspondam a todos os casos reais, se constituem na principal causa natural de tensões nas rochas.

Tensões de outra natureza serão consideradas "anômalas".

A "Tensão Gravitacional Vertical" ou "Tensão de Sobrecarga" será dada por:

$$\sigma_v = \sigma_z = \int_0^z \rho g \, dz = \int_0^z \gamma \, dz$$

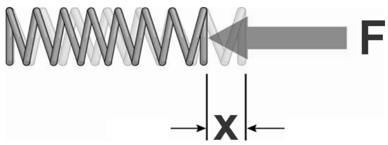
Caso ρ e γ não variem com a profundidade:

$$\sigma_v = \sigma_z = \rho g z = \gamma z$$

A dedução de uma expressão para a "Tensão Gravitacional Horizontal" pode ser feita com base na aplicação da "Teoria da Elasticidade", ou seja, a partir da hipótese de que os maciços rochosos se comportam elasticamente.

TEORIA DA ELASTICIDADE LINEAR EM 1 DIMENSÃO

Lei de Hooke:
F = k x



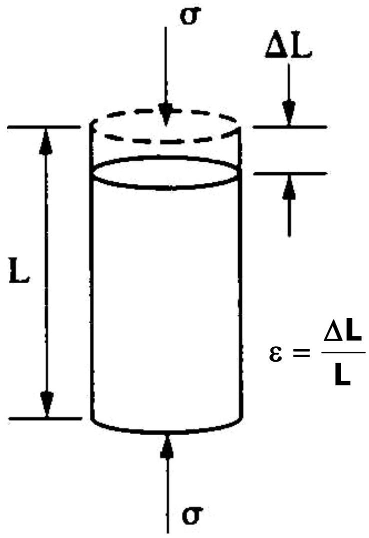
Ou termos de tensões e deformações:

$\sigma = E\varepsilon$

Onde:
E = Módulo de Deformabilidade ou de Elasticidade
ε = deformação normal específica

É mais comum expressar a relação da seguinte maneira:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$



TENSÕES GRAVITACIONAIS HORIZONTAIS

TEORIA DA ELASTICIDADE LINEAR EM 3 DIMENSÕES

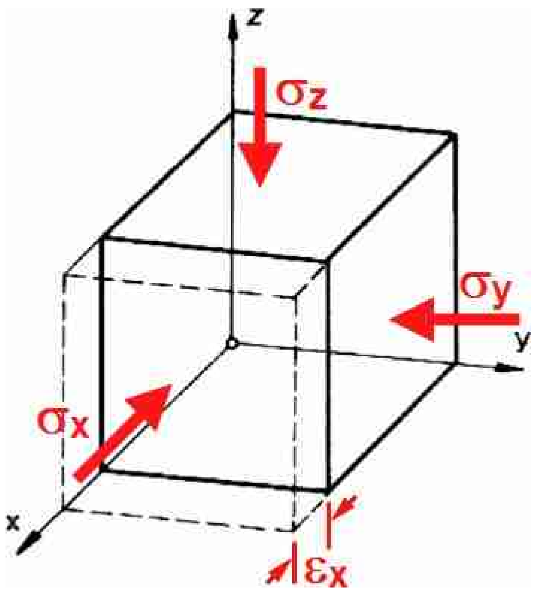
A deformação normal na direção x pode ser calculada da seguinte forma:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E}$$

Onde:
ν = coeficiente de Poisson
e

$$-\nu\frac{\sigma_y}{E} \quad \text{e} \quad -\nu\frac{\sigma_z}{E}$$

São as contribuições a ε_x advindas das tensões σ_y e σ_z.



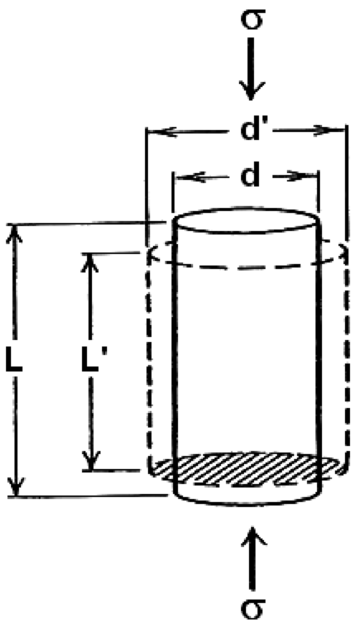
COEFICIENTE DE POISSON

Dadas as deformações na direção do eixo de carregamento (ε_a) e na direção transversal (ε_t):

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta L}{L} \quad e \quad \varepsilon_t = \frac{\Delta d}{d}$$

O Coeficiente de Poisson será dado por:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}$$



TENSÕES GRAVITACIONAIS HORIZONTAIS

A expressão para a deformação normal na direção x:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E}$$

Pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]$$

E as deformações nas 3 direções serão:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right]$$

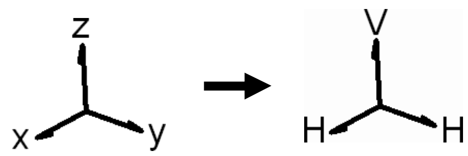
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right]$$

TENSÕES GRAVITACIONAIS HORIZONTAIS

A "Tensão Gravitacional Horizontal" poderá ser deduzida fazendo:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E}\left[\sigma_H - \nu\left(\sigma_H + \sigma_V\right)\right]$$



Para uma condição de equilíbrio devemos ter no plano horizontal:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_H = 0$$

Assim:

$$\sigma_H = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_V$$

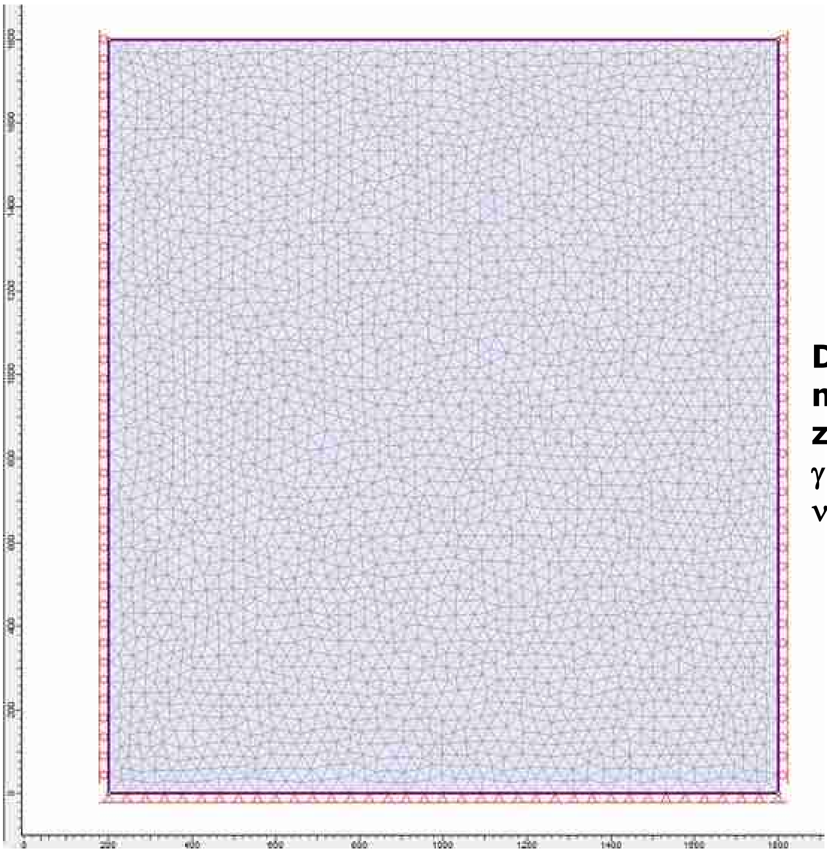
TENSÕES GRAVITACIONAIS HORIZONTAIS

Para a maioria das rochas ν varia entre 0,15 e 0,35 com um valor médio de 0,25, assim:

- Para ν = 0,15 $\Rightarrow$ σ_H = 0,18 σ_V

- Para ν = 0,25 $\Rightarrow$ σ_H = 0,33 σ_V (ou $\sigma_V/3$)

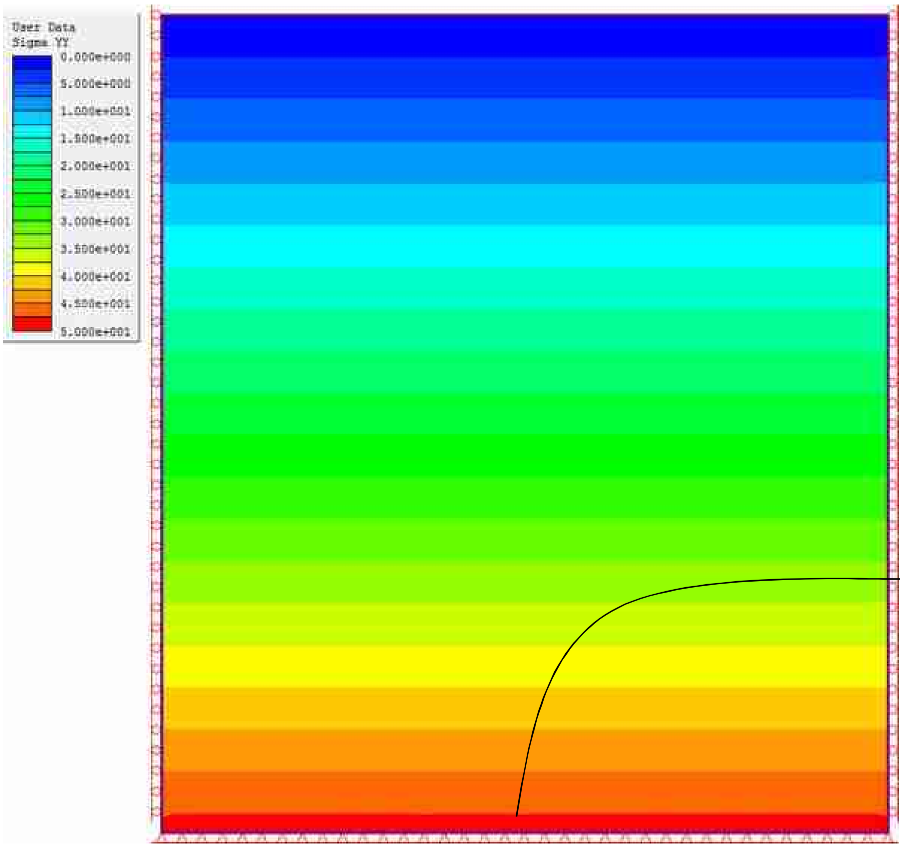
- Para ν = 0,35 $\Rightarrow$ σ_H = 0,54 σ_V



Dados do modelo numérico:
z_{total} = 1800 m
γ = 0,027 MN/m³
ν = 0,25

Vista em seção do modelo numérico do maciço rochoso e malha de elementos finitos

MODELO NUMÉRICO: TOPOGRAFIA PLANA

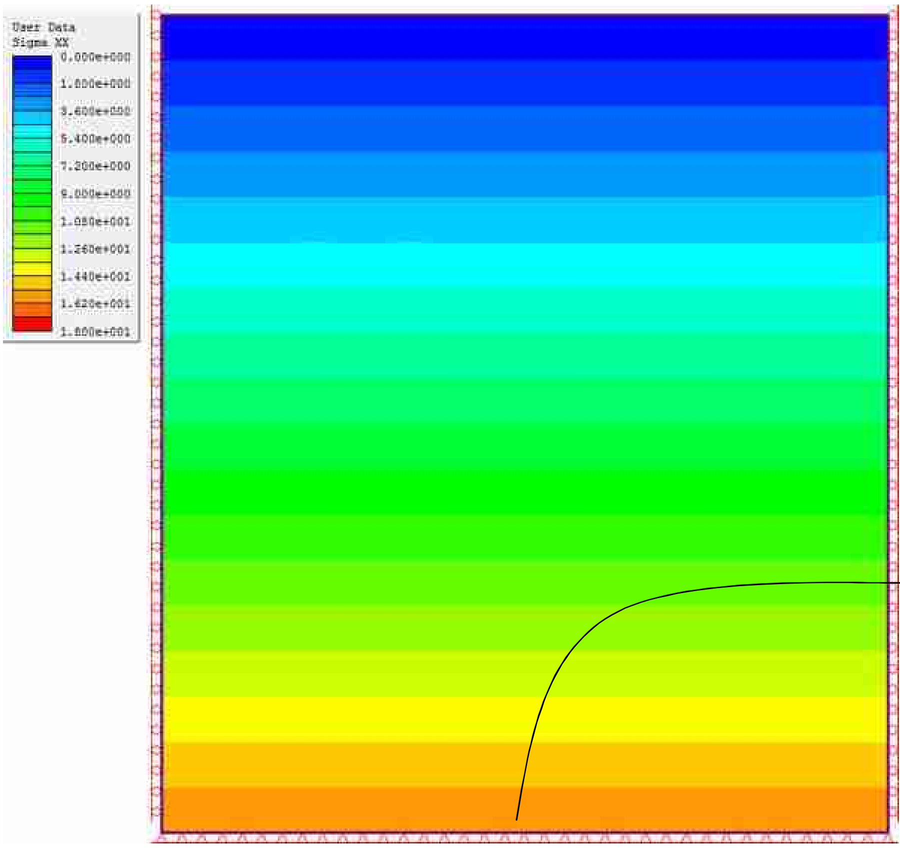


Teoria (1800 m):
σ_v = 48,6 MPa
(OK)

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_v &= \gamma\,\mathbf{z}\\ \sigma_H &= \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_v\end{aligned}}$$

Distribuição das tensões verticais σ_{yy} em MPa

MODELO NUMÉRICO: TOPOGRAFIA PLANA



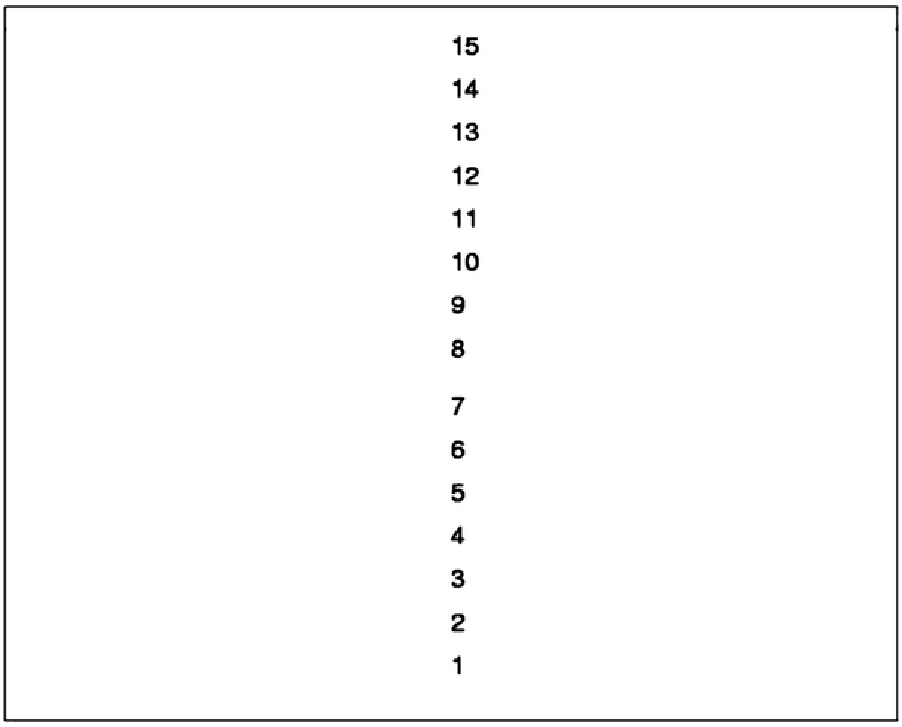
Teoria (1800 m):
σ_h = 16,2 MPa
(OK)

$$\sigma_v = \gamma z$$

$$\sigma_H = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_v$$

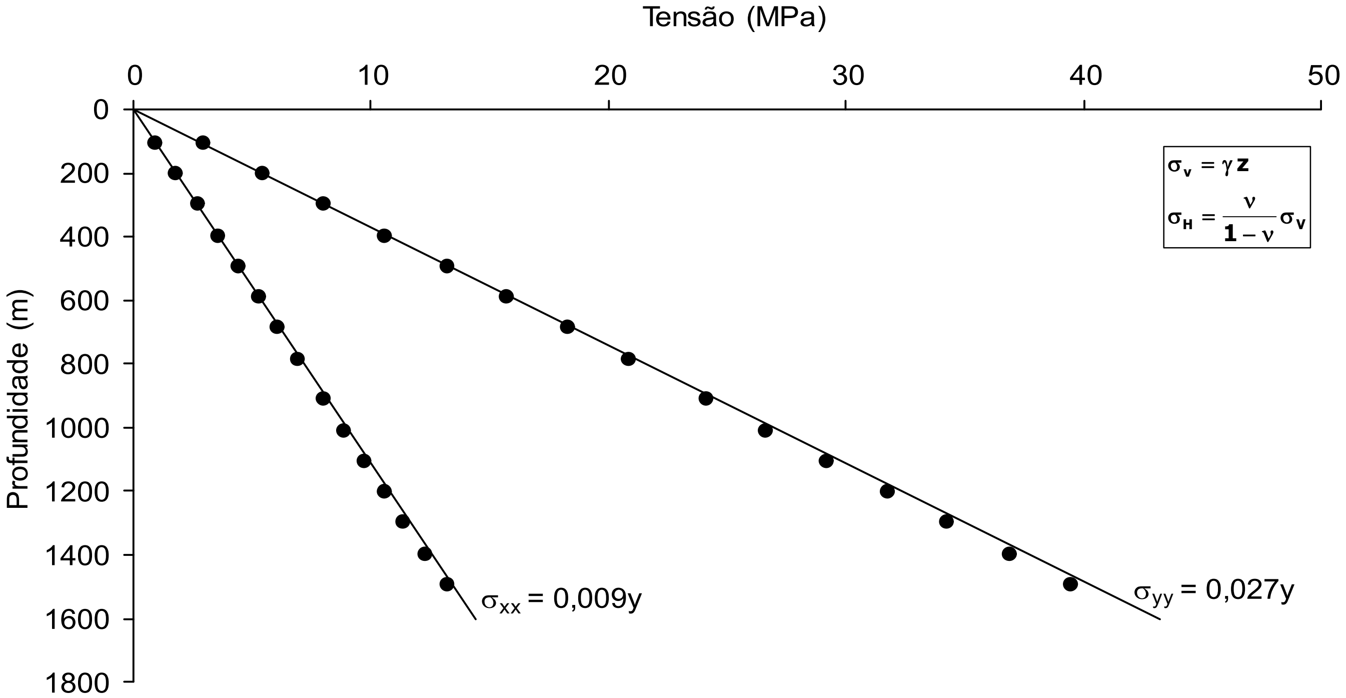
Distribuição das tensões horizontais σ_{xx} em MPa

MODELO NUMÉRICO: TOPOGRAFIA PLANA



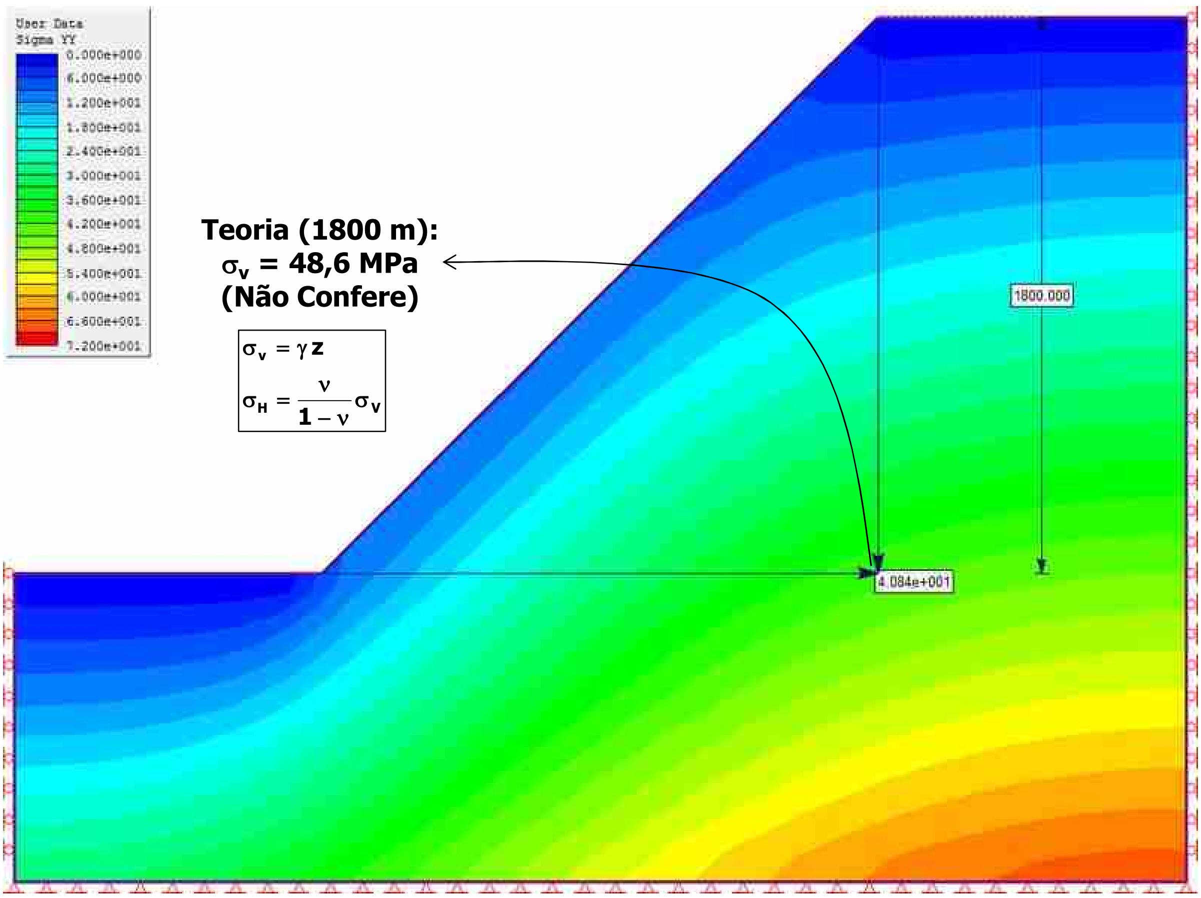
Pontos para monitoramento de tensões

MODELO NUMÉRICO: TOPOGRAFIA PLANA



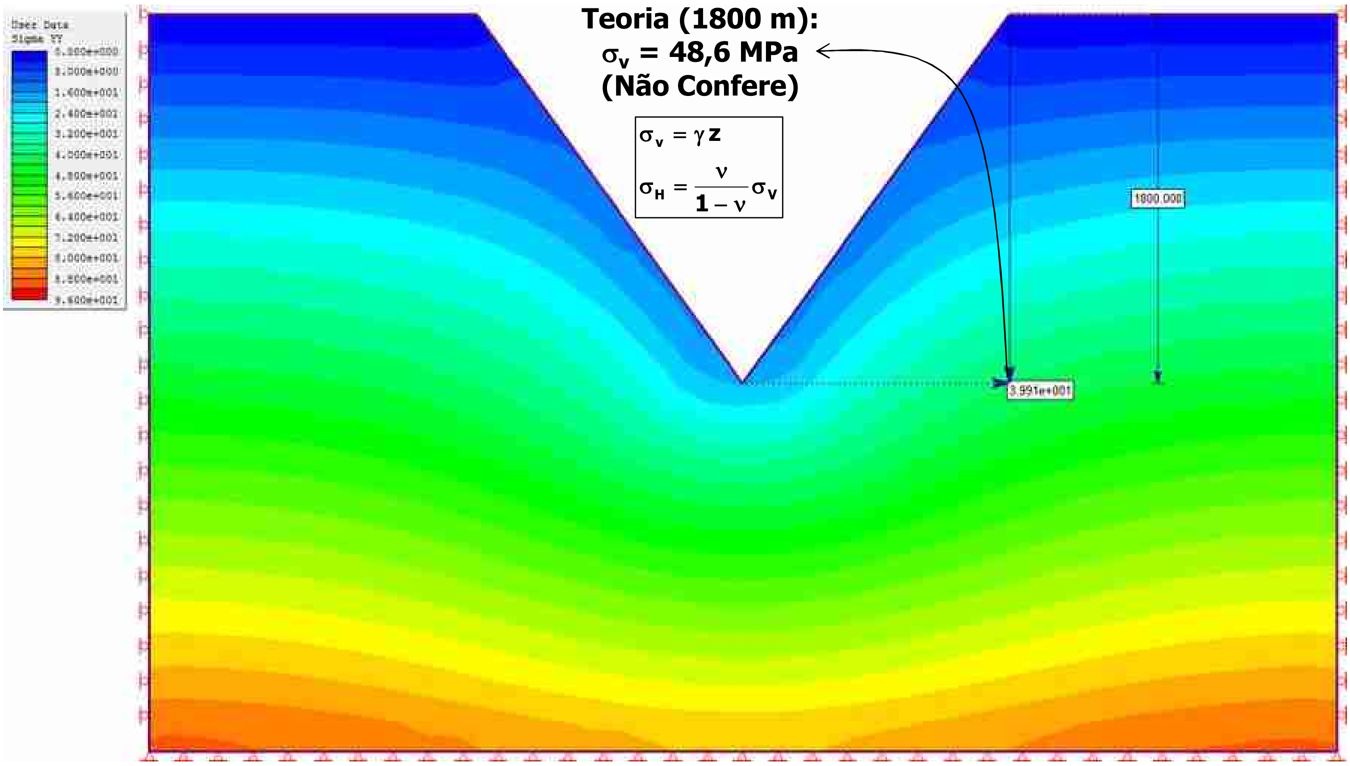
Gráficos:
σ_{yy} x Profundidade
σ_{xx} x Profundidade

MODELO NUMÉRICO: REGIÃO DE ENCOSTA



Distribuição das tensões verticais σ_{yy} em MPa em região de encosta

MODELO NUMÉRICO: REGIÃO DE VALE



Distribuição das tensões verticais σ_{yy} em MPa em região de vale

REFERÊNCIAS

BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. Rock mechanics for underground mining. London, Chapman & Hall, 1994.

GOODMAN, R. E. Introduction to rock mechanics. New York, Wiley, 1980.

HARRISON, J. P. Engineering rock mechanics. Oxford, Pergamon, 2006.

OBRIGADO!

Contato:

Prof. Eduardo César Sansone
esansone@usp.br