



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo

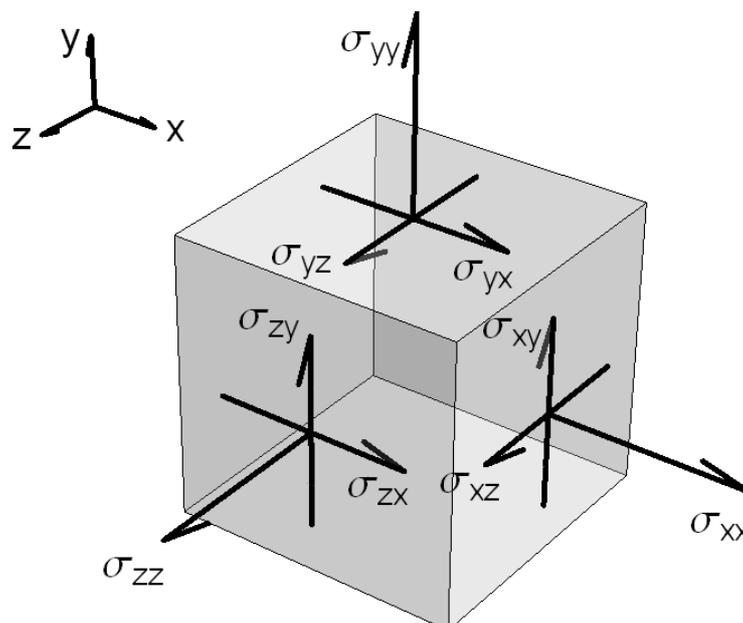
## TENSOR DE TENSÕES PARTE 1

PMI3305 - Mecânica das Rochas Aplicada à Mineração I  
Prof. Eduardo César Sansone

### TENSÕES EM UM PONTO NO INTERIOR DE UM CORPO



A figura que segue mostra um elemento infinitesimal que compõe um corpo contínuo. Tensões são aplicadas em cada uma das seis faces do elemento.



Convenção de sinais para tensões da Mecânica de Sólidos (tração positiva)



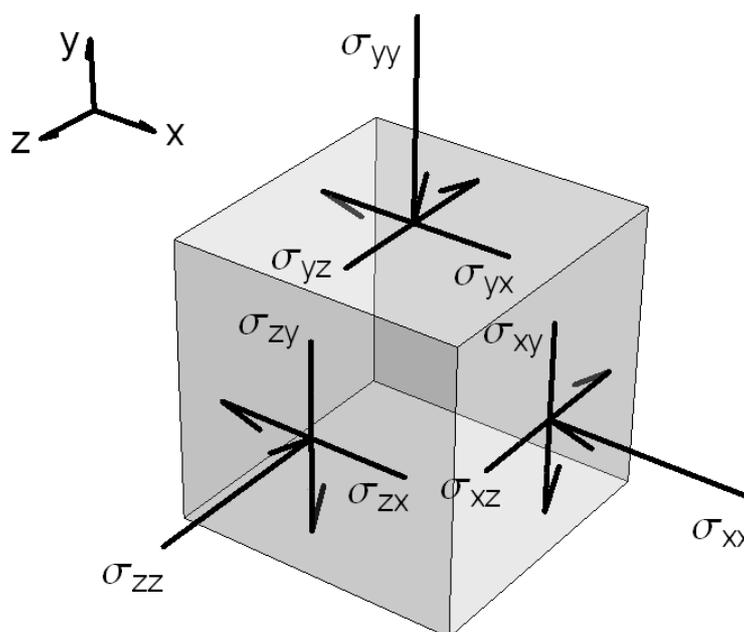
Em razão da compressão ser mais comum que a tração em problemas de Mecânica de Rochas, a convenção usual é considerar a compressão como positiva.

Desta forma, ficam invertidos todos os sentidos das componentes em relação à convenção de sinais da Mecânica de Sólidos

3



A figura que segue mostra um elemento infinitesimal que compõe um corpo contínuo. Tensões são aplicadas em cada uma das seis faces do elemento.



**Convenção de sinais para tensões da Mecânica das Rochas (compressão positiva)**

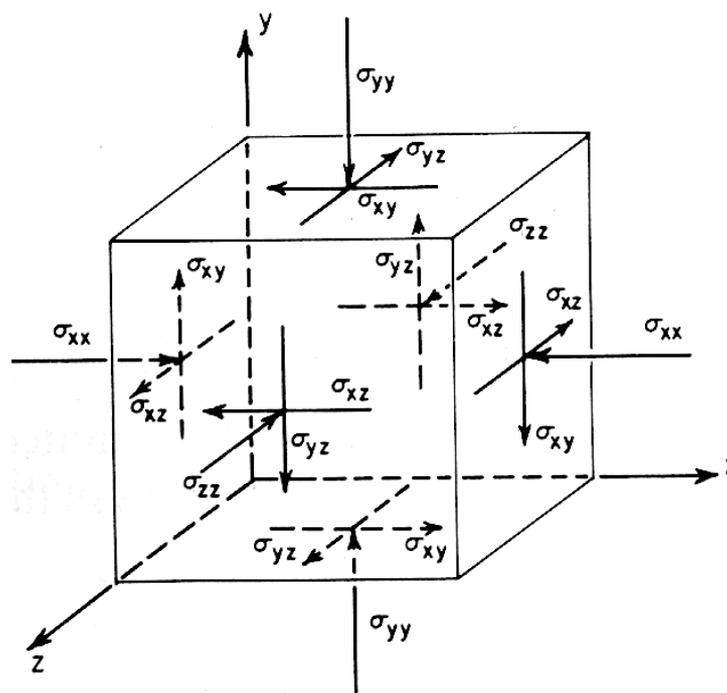
4



Na convenção de sinais para tensões da Mecânica de Rochas, se a normal à face considerada se projetar no mesmo sentido do eixo de coordenadas, serão positivas as componentes de tensão nesta face, com sentido contrário ao dos eixos.

Já, se a normal à face se projetar no sentido contrário ao do eixo de coordenadas, serão positivas as componentes com mesmo sentido dos eixos.

Assim sendo, as tensões de compressão serão as consideradas como positivas.



Componentes sobre as 6 faces



O estado de tensão atuante no corpo pode ser expresso em termos do tensor de tensões:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Cada componente da tensão representa uma força que age em uma direção específica, em relação ao sistema de coordenadas, e sobre uma área unitária.

Assim,  $\sigma_{xy}$  é a tensão que atua sobre uma área unitária cuja normal está na direção de x e está orientada na direção do eixo y.



$\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\sigma_{zz}$  são tensões normais e os restantes são tensões de cisalhamento que devem atender às seguintes condições de equilíbrio:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \tau_{xy}$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \tau_{yz}$$

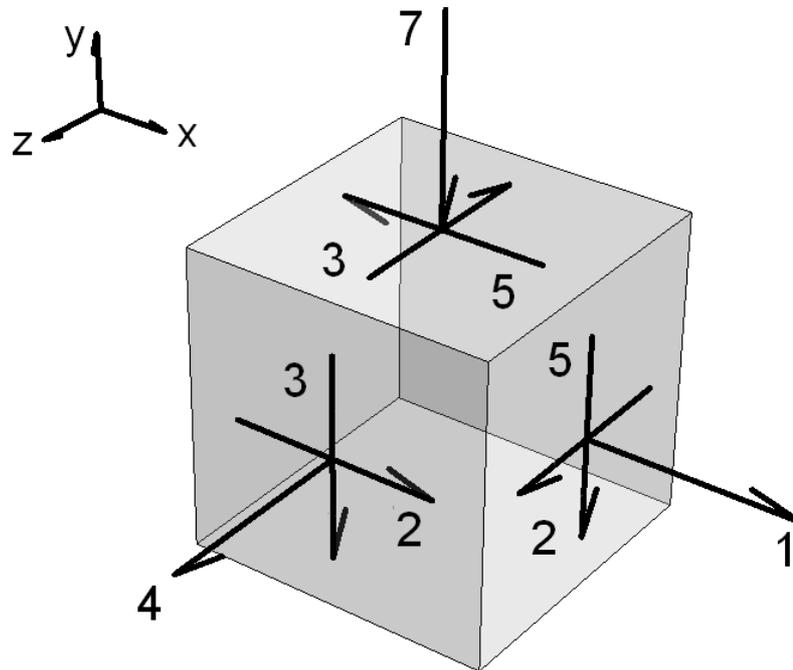
Assim:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



**Exemplo:**

$$\sigma = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 5 & 7 & 3 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$



## TENSOR DE TENSÕES PRINCIPAIS



Em razão das tensões principais serem as componentes normais de tensão atuantes sobre planos orientados segundo um sistema de coordenadas particular onde inexistem componentes de cisalhamento, o tensor de tensões expresso desta forma será:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$



**BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. Rock mechanics for underground mining. London, Chapman & Hall, 1994.**

**GOODMAN, R. E. Introduction to rock mechanics. New York, Wiley, 1980.**



**OBRIGADO!**

**Contato:  
Prof. Eduardo César Sansone  
[esansone@usp.br](mailto:esansone@usp.br)**