



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo**

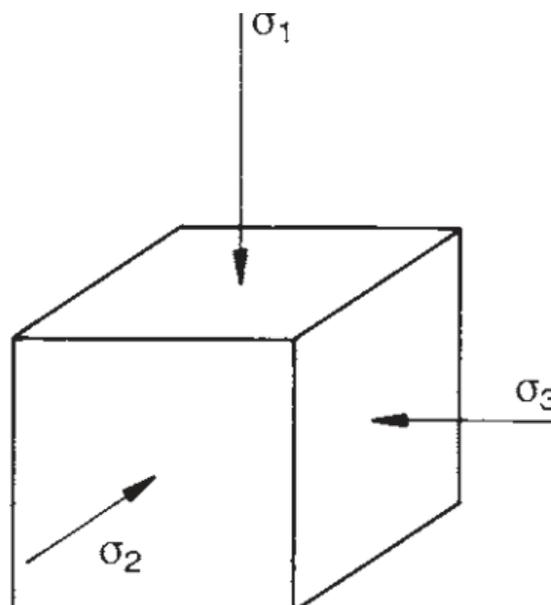
## **TENSÕES E CÍRCULOS DE MOHR ESTADO TRIPLO DE TENSÕES**

**PMI3305 - Mecânica das Rochas Aplicada à Mineração I  
Prof. Eduardo César Sansone**

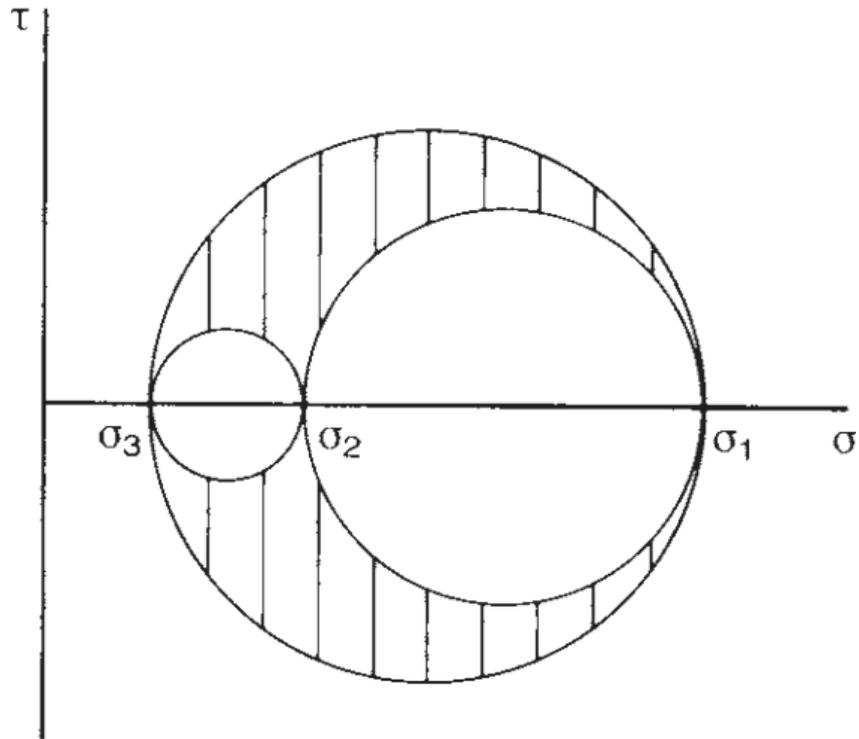
### **ESTADO TRIPLO DE TENSÕES**



**Condição em que todos os componentes de tensão segundo um sistema de coordenadas x-y-z estão presentes, atuando sobre o ponto material.**

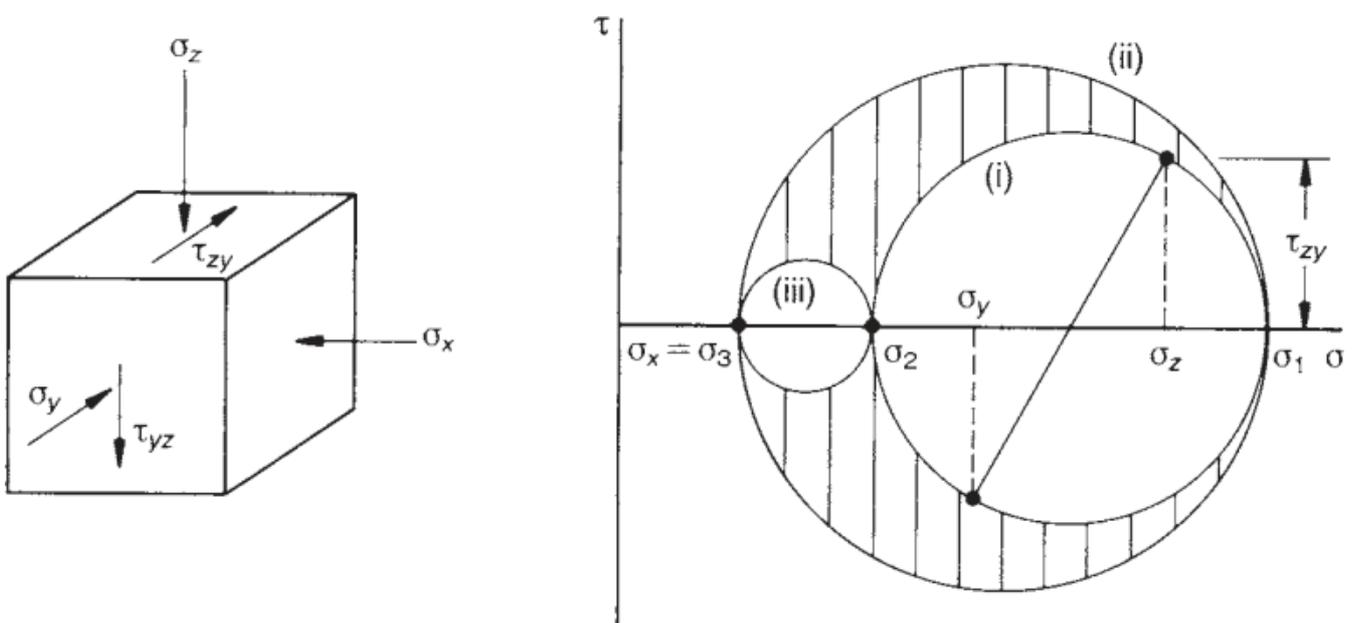


**Tensões principais**



Círculos de Mohr para o estado triplo de tensões

3



Redução do problema a uma análise plana

4

**Exercício 1:**

Sobre os 3 pares de faces de uma amostra cúbica de rocha com aresta de 100 mm são aplicadas forças compressivas normais e uniformes de 5 kN, 10 kN e 20 kN. Determine as tensões principais e desenhe os círculos de Mohr correspondentes.

Qual é o valor da máxima tensão de cisalhamento atuante?

Qual a orientação do plano sobre o qual esta tensão atua?

5



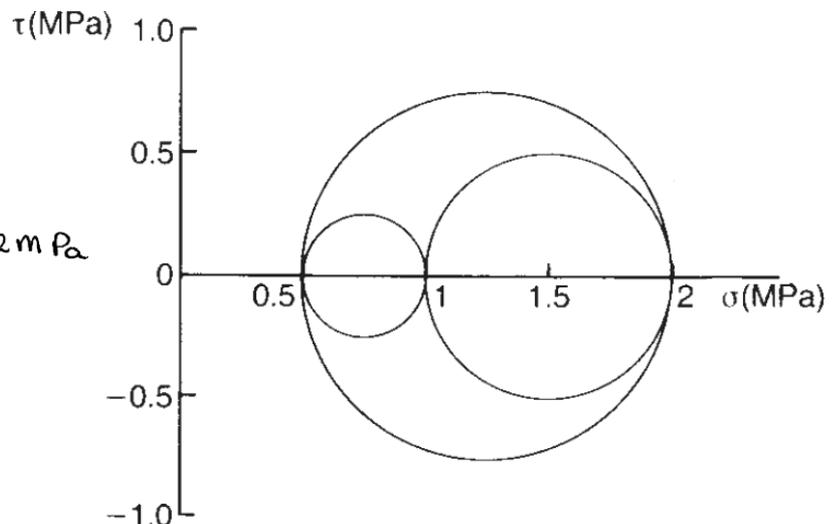
Determine as tensões principais e desenhe os círculos de Mohr correspondentes.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \equiv \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$$\sigma_1 = \frac{20000}{0,1^2} = 2000000 \text{ Pa} = 2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{10000}{0,1^2} = 1 \text{ MPa}$$

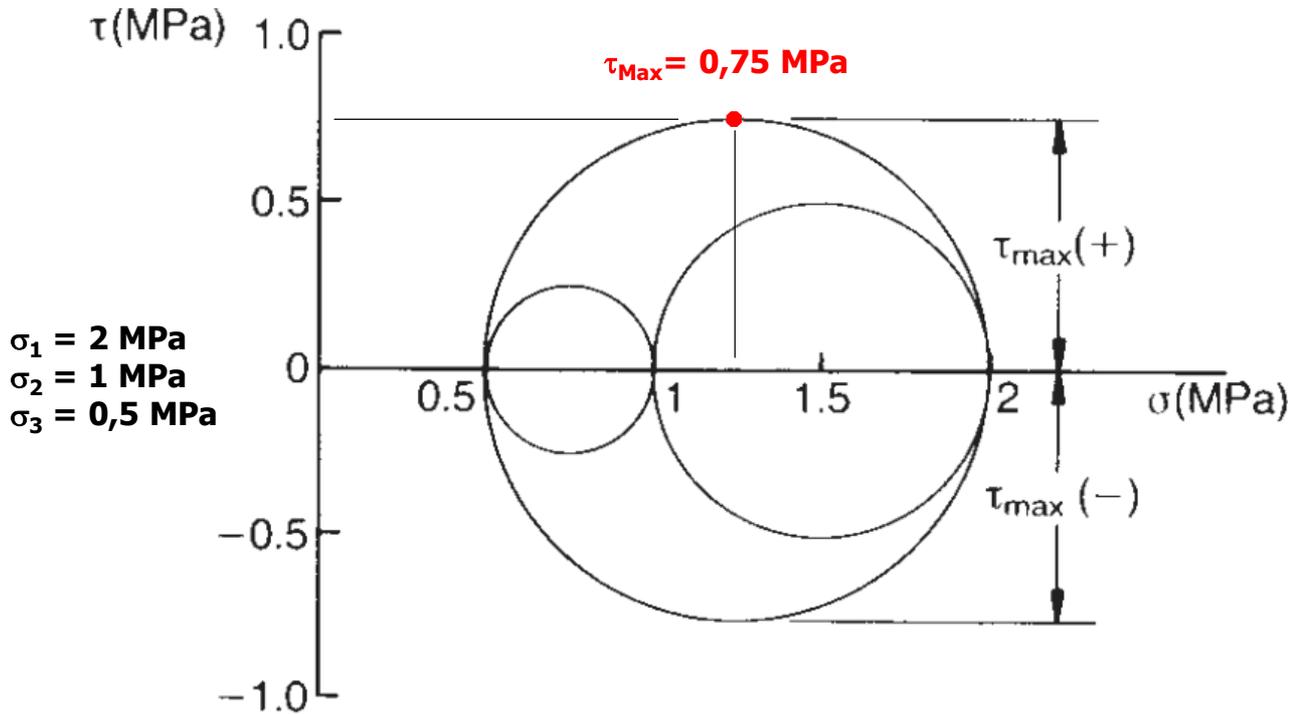
$$\sigma_3 = \frac{5000}{0,1^2} = 0,5 \text{ MPa}$$



6

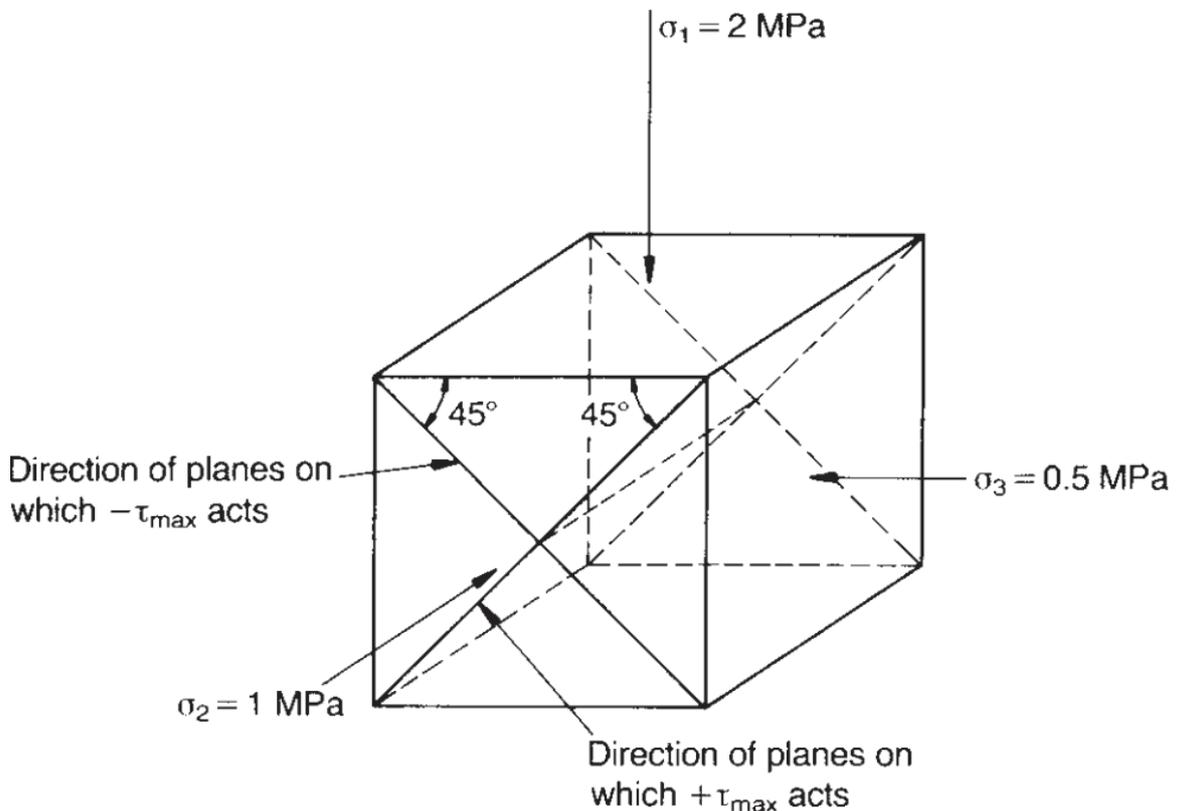


Qual é o valor da máxima tensão de cisalhamento atuante?



Círculos de Mohr e tensões principais

7



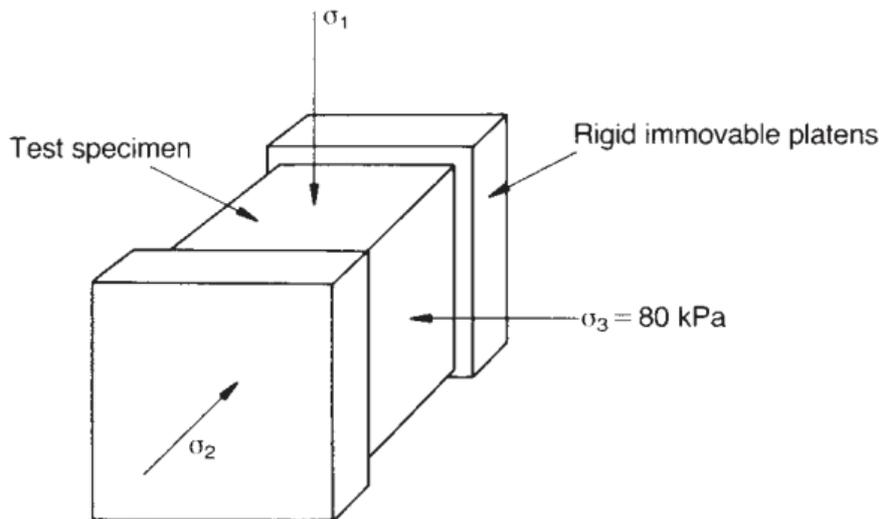
Direção da tensão de cisalhamento máxima

8

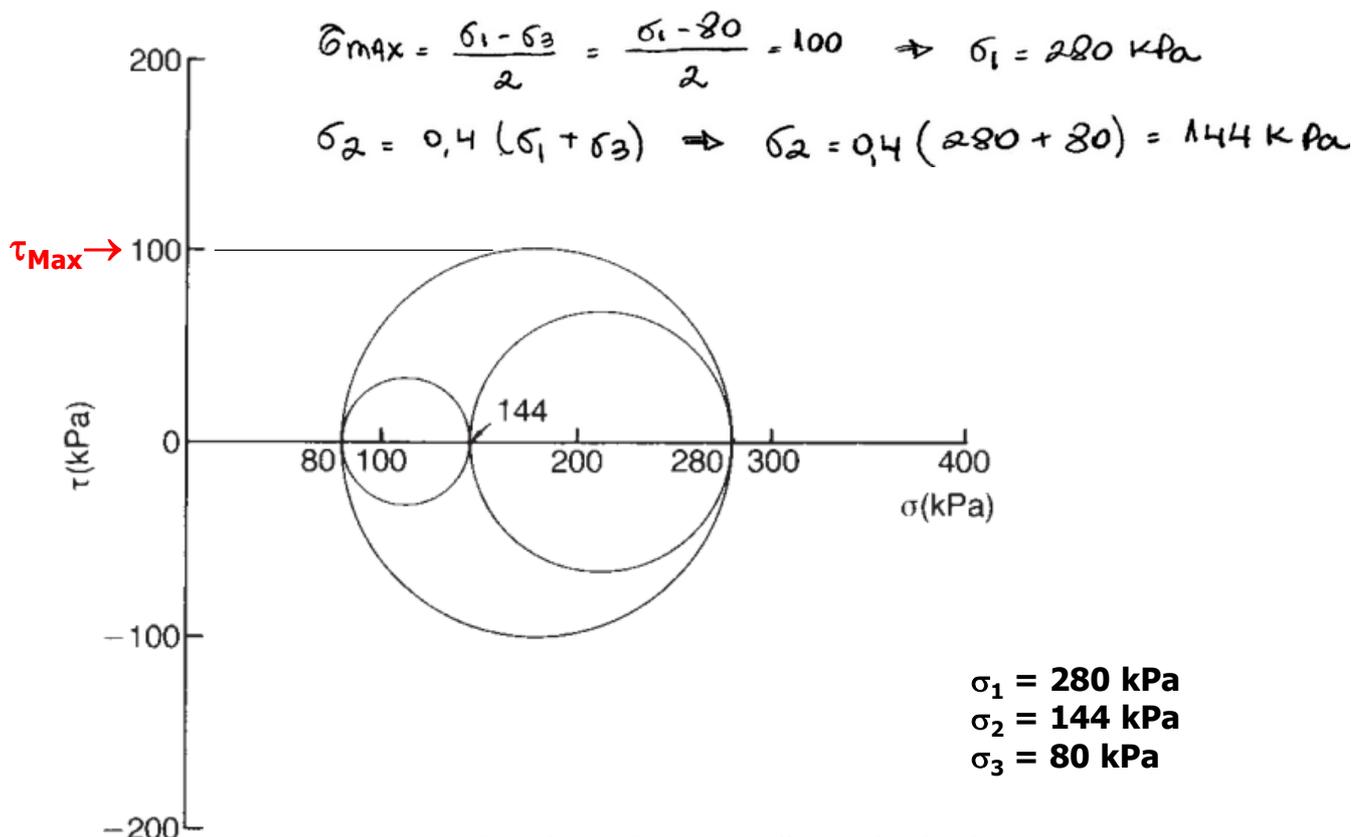


## Exercício 2:

Uma amostra cúbica de rocha tem sua deformação restringida em uma direção por placas rígidas e sem atrito. Tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  atuam sobre 2 pares de faces. Se a resistência ao cisalhamento da rocha é de 100 kPa e a amostra é submetida a compressão com acréscimo gradual de  $\sigma_1$ , mantendo-se constante  $\sigma_3$  em 80 kPa, determine o valor de  $\sigma_1$  na ruptura e desenhe os círculos de Mohr correspondentes sabendo que  $\sigma_2 = 0,4(\sigma_1 + \sigma_3)$ .



9



Círculos de Mohr e tensões principais

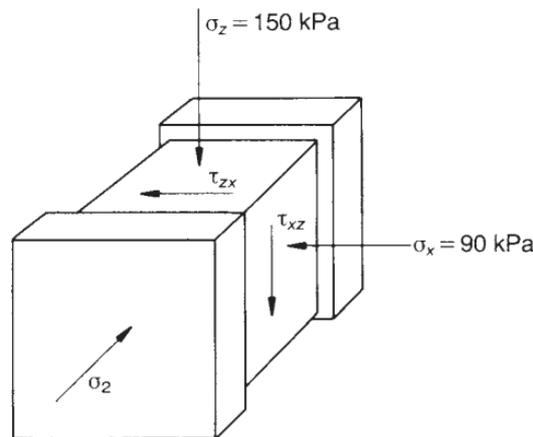


## Exercício 3:

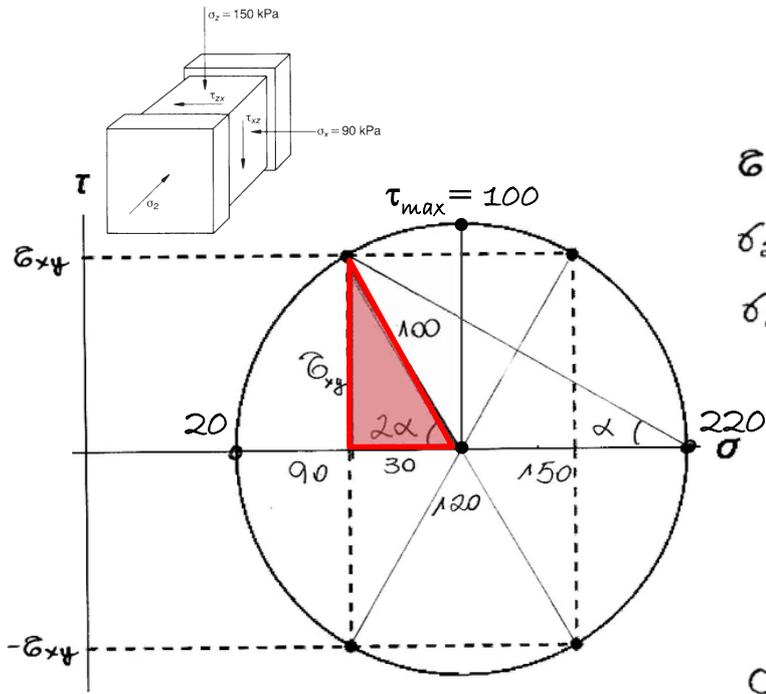
Uma amostra cúbica de rocha com resistência ao cisalhamento de 100 kPa, tem sua deformação restringida em uma direção por placas rígidas e sem atrito, e está submetida a tensão constante  $\sigma_x = 90$  kPa em suas faces verticais e  $\sigma_z = 150$  kPa em suas faces horizontais. A amostra é levada à ruptura pela aplicação das tensões de cisalhamento  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{zx}$ .

Determine os valores de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  e  $\tau_{xz}$  para a condição de ruptura do material, sabendo que  $\sigma_2 = 0,4(\sigma_1 + \sigma_3)$ .

Desenhe os círculos de Mohr e diga qual é a direção dos planos sobre os quais as tensões principais atuam.



11



$$\tau_{xy} = \sqrt{100^2 - 30^2} = 95,39 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2 = 0,4 (\sigma_1 + \sigma_3) = 0,4 (220 + 20)$$

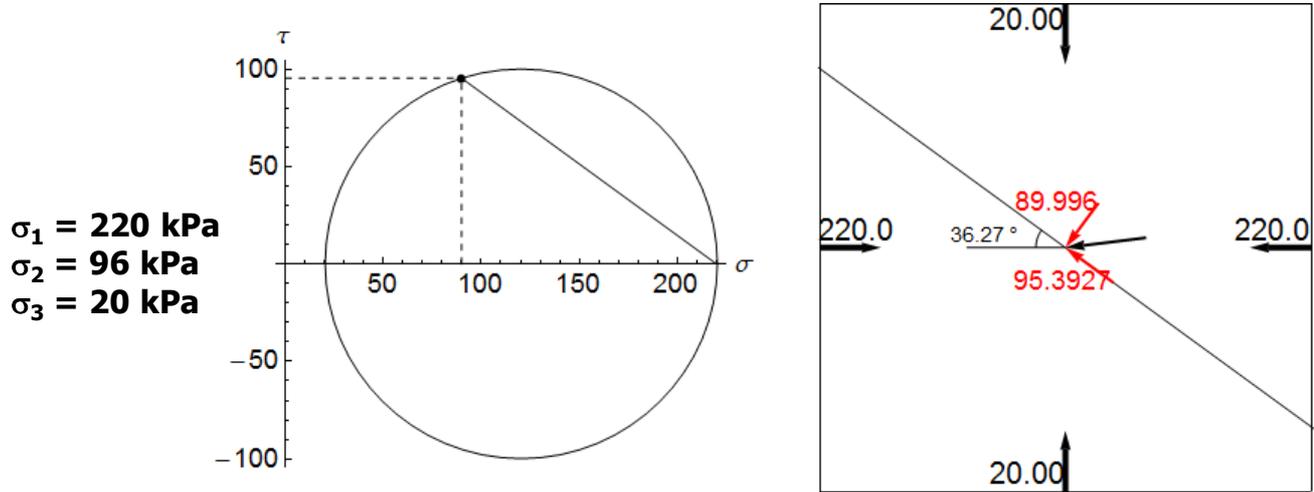
$$\sigma_2 = 96 \text{ kPa}$$

$$\left| \begin{array}{l} \sigma_1 = 220 \text{ kPa} \\ \sigma_2 = 96 \text{ kPa} \\ \sigma_3 = 20 \text{ kPa} \end{array} \right.$$

$$\cos 2\alpha = \frac{30}{100} \rightarrow 2\alpha = 72,54^\circ$$

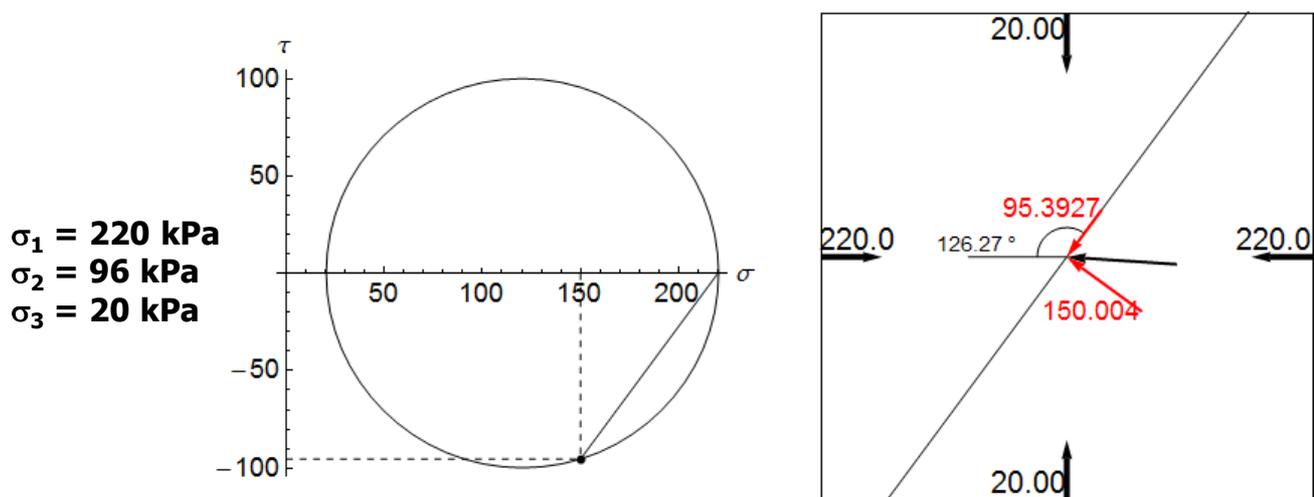
$$\alpha = 36,27^\circ$$

12



Círculo de Mohr e tensões principais

13



Círculo de Mohr e tensões principais

14



**OBRIGADO!**

**Contato:**  
**Prof. Eduardo César Sansone**  
**[esansone@usp.br](mailto:esansone@usp.br)**

---