ZAB 0161 - Álgebra linear com aplicações em geometria analítica
Lista 7 - Geometria em R^n. Transformações lineares e Matrizes.

Geometria em R^n:

1. Os vértices de um triângulo são os pontos A, B e C, onde: $\|BA\| = a$ e $\|AC\| = 2a$. Determine a equação da reta que contêm a bissetriz interior do triângulo no ângulo correspondente ao vértice A.

2. O ângulo entre duas retas é $\alpha = \frac{\pi}{4}$, a primeira passa pelo ponto $A = (a, 0)$, $a < 0$, a segunda passa pelo ponto $C = (0, 5)$, e o ponto B(no segundo quadrante) pertence as duas retas. Sabendo que $AB + BC \| (1, 5)$, e a inclinação da primeira reta é -3, determine a equação vetorial da bissetriz do ângulo α.

3. Sejam $M = (1, 0, 0)$, $N = (2, 2, 2)$ e $R = (-1, 1, 3)$ os pontos médios dos lados de um triângulo, cuja área não é nula. Determine os vértices do triângulo.

Transformação Linear e Matriz associada:

1. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, onde $T(x, y, z) = (x - y, x + 2y, z + x)$. Determine uma base para o núcleo da transformação T.

2. Determine a matriz associada a transformação T do exercício 1.

3. Seja a transformação linear $L : R^2 \to R^2$ para a qual temos $L(1, 1) = (1, -2)$ e $L(-1, 1) = (2, 3)$.

   (a) Calcule $L(-1, 5)$

   (b) Calcule $L(x, y)$

4. Seja a transformação linear $L : P_1 \to P_1$ tal que $L(t + 1) = 2t + 3$ e $L(t - 1) = 3t - 2$.

   (a) Determine $L(6t - 4)$.

   (b) Determine $L(at + b)$

5. Determine a matriz associada a transformação L do exercício 4.

6. Seja a transformação linear $L : P_2 \to P_2$ definida como $L(at^2 + bt + c) = (a + c)t^2 + (b + c)t$.

(a) $t^2 - t - 1$ pertence ao $Ker(L)$?

(b) $t^2 + t - 1$ pertence ao $Ker(L)$?

(c) $2t^2 - t$ pertence à $Img(L)$?

(d) $t^2 - t + 2$ pertence à $Img(L)$?

(e) Determine uma base para o $Ker(L)$.

(f) Determine uma base para a imagem de L, $Img(L)$.

7. Seja a transformação linear $L : M_{22} \to M_{22}$ definida como

$$L\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a+b & b+c \\ a+d & b+d \end{bmatrix}.$$

(a) Determine uma base para o $Ker(L)$.

(b) Determine uma base para a imagem de L, $Imag(L)$.