

PEA - PLANEJAMENTO DO ENSINO APRENDIZAGEM – ZAB0161

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP
Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA
Departamento de Ciências Básicas - ZAB

Nível: Graduação

Disciplina: Álgebra linear com aplicações em Geometria Analítica

Código: ZAB0161

Créditos: 4

Carga horaria: 60 horas

Professor responsável: Prof. Dr. Jorge L. Diaz Calle

Objetivo Geral

Categorizar e entender os conceitos da álgebra linear relacionados as matrizes e espaços vetoriais, aplicando esses conceitos na resolução de problemas geométricos que envolvem retas, planos, cônicas e quádricas.

No final do semestre espera-se que o aluno seja capaz de:

- Interpretar e resolver sistemas de equações lineares utilizando matrizes e métodos de resolução de equações matriciais;
- Utilizar de forma adequada os métodos de resolução de equações matriciais aplicando em problemas de circuitos, cadeias de Markov e ajuste de curvas.
- Comparar e utilizar de forma adequada os métodos de decomposição de matrizes, na resolução de problemas que envolvem sistemas de equações lineares;
- Compreender a estrutura do espaço vetorial identificando conjuntos de soluções de sistemas lineares homogêneos como espaços vetoriais;
- Aplicar vetores e suas propriedades de paralelismo, ortogonalidade e projeção para resolver problemas da geometria no plano e no espaço.
- Explicar e entender os conceitos de autovalores e autovetores aplicando-os em problemas que envolvem cônicas e quádricas;
- Aplicar o método dos mínimos quadrados para realizar o ajuste de dados experimentais em curvas polinomiais, exponenciais e hiperbólicas;
- Relacionar os conceitos da álgebra linear e geometria analítica com conceitos nas disciplinas de cálculo e estatística da engenharia, além das disciplinas relacionadas aos fenômenos de transporte.

Conteúdo

- Conceitos básicos: de matrizes e sua aplicação na resolução de sistemas lineares.
- Operações básicas com matrizes.
- Operações elementares sobre matrizes. Matrizes equivalentes.
- Métodos de resolução de equações matriciais: Método do escalonamento e Método de Gauss Jordan;

- Métodos de decomposição LU e LDU aplicando na resolução de sistemas lineares;
- Aplicações das matrizes em problemas que envolvem circuitos, cadeias de Markov e ajuste de curvas.
- Método de mínimos quadrados para o ajuste de dados experimentais em curvas polinômicas, exponenciais e hiperbólicas;
- Espaço vetorial e suas propriedades, com os conceitos de base e dimensão.
- Vetores e suas propriedades de paralelismo, ortogonalidade, projeção e ângulo entre eles.
- Aplicação dos vetores com a geometria vetorial no plano e no espaço e suas aplicações.
- Transformação linear e sua matriz associada. Interpretação da matriz vinculada a base dos espaços sendo relacionados pela transformação linear.
- Autovetores e autovalores de matrizes e suas aplicações na diagonalização de matrizes (simétricas).
- Cônicas, seus elementos e aplicações.
- Quádricas, seus elementos e aplicações.

Skills

- Conhecimento e critério para identificar o processo de resolução eficaz que possibilitará resolver problemas.
- Espírito crítico no desenvolvimento das habilidades para formular sistemas de equações lineares e equações quadráticas.
- Espírito crítico no desenvolvimento das habilidades para resolver problemas geométricos utilizando vetores e matrizes;
- Resolução rigorosa nas etapas dos problemas enfrentados;
- Capacidade de interpretação geométrica dos sistemas lineares;
- Capacidade de análise decisiva nos problemas e exercícios da geometria analítica,
- Capacidade de interpretação das soluções dos exercícios e problemas de aplicação.
- Criterioso na verificação dos resultados finais.

Objetivos de aprendizagem:

1. Representar sistemas lineares como equação matricial para aplicar as operações elementares para resolver o sistema utilizando matrizes.
2. Utilizar o método de Gauss para resolver equações matriciais, identificando se os sistemas de equações possuem uma única solução, infinitas soluções ou nenhuma solução.
3. Aprender a trabalhar com a matriz de coeficientes de um equacionamento, calculando a inversa ou utilizando os métodos de decomposição LU e LDU a fim de possibilitar a resolução das equações de maneira mais prática e rápida.
4. Otimizar o melhor ajuste em um conjunto de curvas tentando minimizar a soma dos erros ao quadrado.
5. Compreender o conceito de base de um espaço vetorial identificando uma base para espaços vetoriais solução de sistemas homogêneos.
6. Reconhecer vetores no plano e no espaço identificando retas e planos paralelos e ortogonais.

7. Interpretar geometricamente os vetores e sua estrutura e propriedades;
8. Representar transformações lineares utilizando uma matriz associada, identificando as bases dos espaços sendo relacionados pela transformação linear.
9. Generalizar os conceitos de Autovetores e autovalores aplicando-os em cônicas e quadráticas.
10. Identificar e representar curvas e superfícies quadráticas (cônicas e quádricas) e seus elementos principais.
11. Aplicar a diagonalização de matrizes das formas quadrática para descrever o elemento geométrico envolvido em qualquer equação quadrática.

Estruturação da Disciplina em Tópicos de Aprendizagem:

Objetivos de Aprendizagem	Conteúdos	Skills	Avaliação
1	Conceitos básicos: de matrizes e suas operações básicas: transposta, soma, multiplicação vezes um escalar, multiplicação ente matrizes.	<p>Espírito crítico no desenvolvimento das habilidades para resolver problemas geométricos utilizando matrizes:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relacionar sistemas de equações lineares e equações matriciais.; - Interpretação: Equação como linha, e incógnitas como coluna: Mostrar que não é necessário que as variáveis precisam estar dispostas em ordem alfabética; - Soma e multiplicação adequando as matrizes, caso necessário; - Identificar a relação física entre as matrizes para elas poderem ser operacionalizadas de forma correta é útil. 	<p>Problemas e exercícios onde:</p> <ul style="list-style-type: none"> - transforme um sistema de equações em uma equação matricial, - identifique as equações e incógnitas nas matrizes estendidas, - identifique a necessidade de utilizar a transposta para realizar as operações adequadas para atender os questionamentos, - identifique as operações adequadas sobre as matrizes para aplicar matrizes e seus métodos de resolução em problemas de aplicação.

2	Método de Gauss Jordan e escalonamento na resolução de sistemas matriciais.	Resolução com rigor nas etapas dos problemas enfrentados: - Identificar o que é matriz identidade; - Identificar corretamente o (os) pivô(s); - Zerar os coeficientes fora da diagonal principal em Gauss Jordan; - Notar que nem sempre os pivôs são aqueles presentes na diagonal principal; - Identificar e calcular a matriz inversa; - Identificar quando não existe matriz inversa;	Problemas e exercícios: Para aplicar a resolução de Método de Gauss Jordan e a resolução de escalonamento. Os alunos devem resolver passo a passo, demonstrando os cálculos e apresentar os resultados em forma de matriz, interpretar o resultado e dissertá-lo. Determinar a matriz inversa de uma matriz utilizando o método de Gauss-Jordan.
3	Métodos de decomposição LU e LDU aplicando na resolução de sistemas lineares	- Saber obter de forma correta as matrizes L (Lower), D (diagonal) e U (Upper). - Entender o significado das matrizes triangulares superior e inferior. - Interpretação de determinante; - Identificar corretamente cada método de decomposição.	Exercícios de alternativa para identificar o melhor método de decomposição de cada matriz apresentada em LU/LDU;

4	Método de mínimos quadrados para o ajuste de dados experimentais em curvas polinômicas, exponenciais e hiperbólicas.	<ul style="list-style-type: none"> - Análise decisiva nos problemas e exercícios da geometria analítica: - Entender o processo do método dos mínimos quadrados; - Interpretar os dados e calcular corretamente a curva que melhor ajusta os dados; - Análise de polinômios e identificá-los; -Fazer uma análise crítica sobre o problema e optar pelo melhor modelo/ajuste sobre os dados experimentais. 	Exercícios para fixação do conteúdo. <ul style="list-style-type: none"> – Ajuste dos dados em curvas polinomiais; – Ajuste dos dados em curvas exponenciais; – Ajuste dos dados em curvas hiperbólicas.
5	Espaço vetorial e suas propriedades, com os conceitos de base e dimensão.	<ul style="list-style-type: none"> -Escolher processos de resolução eficaz na resolução de problemas geométricos e algébricos: -Interpretar os métodos de resolução; -Interpretação: conceito de vetor e espaço vetorial; 	Problemas e exercícios: <ul style="list-style-type: none"> Para utilizar a combinação linear de vetores. Para determinar a ortogonalidade ou projeção entre vetores. Aplicação dos conceitos para determinar o ângulo entre vetores.
6	Geometria vetorial no plano e no espaço e suas aplicações,	<ul style="list-style-type: none"> - Operar e praticar problemas geométricos utilizando vetores - Determinar retas a partir dos vetores de direção e alguma informação de passagem; - Determinar planos a partir dos vetores de direção e informação de passagem. 	Problemas e exercícios: <ul style="list-style-type: none"> Para determinar retas no plano. Para determinar retas no espaço e possíveis pontos de interseção Para determinar planos e sua interseção com retas ou planos.

7	Geometria vetorial no plano e no espaço e suas aplicações,	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas geométricos utilizando vetores, retas e planos. -Interpretação das soluções dos problemas de aplicação. -Determinar e interpreta a interseção de retas, retas e planos, e de planos e suas projeções. 	<p>Problemas e exercícios: Para calcular os vetores projeção sobre retas ou planos. Para aplicar em problemas que envolvem esteiras de produção e plataformas em fábricas e depósitos.</p>
8	<p>Representação de vetores como uma matriz coluna (baseado na base definida). Transformação linear. Matriz associada a uma transformação linear.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Entender e representar os vetores como matrizes coluna identificando de forma correta os elementos da base do espaço vetorial; -Compreender o significado de uma transformação linear. -Interpretar e utilizar a matriz associada de uma transformação linear. 	<p>Exercícios: Dada uma base em um espaço vetorial, representar os vetores como matrizes coluna e interpretar matrizes coluna como vetor. Problemas e exercícios para determinar as matrizes associadas de uma transformação identificando a melhor base no espaço de partida e no espaço de chegada.</p>
9	Autovetores e autovalores de matrizes simétricas e sua aplicação na diagonalização de matrizes.	<ul style="list-style-type: none"> -Saber identificar a orientação dos eixos adequados para identificar cônicas e quádricas. Saber diferenciar os termos translação e rotação. -Obter a matriz simétrica adequada de uma forma quadrática obtida de uma equação quadrática dada. -Identificar e interpretar o(os) autovetor(es) associado(s) a um autovalor. -Diagonalizar de maneira eficiente uma matriz simétrica. 	<p>Problemas e exercícios: Para calcular os autovalores, autovetores e autoespaços de uma matriz. Para levar uma equação quadrática em uma forma quadrática com matriz simétrica. Para diagonalizar as formas quadráticas e aplicar as mudanças de coordenadas para reduzir a uma forma canônica da equação quadrática original.</p>

10	Formas quadráticas. Cônicas e quádricas.	-Identificar habilmente as cônicas e quádricas que correspondem a uma equação quadrática bidimensional ou tridimensional. -Aplicar critérios de verificação com os resultados finais. -Identificar as cônicas: parábola, hipérbole, circunferência, elipse. - Interpretar e realizar esboço.	Problemas e exercícios: Para determinar a cônica a partir de uma equação Para identificar pontos de interseção entre cônicas e retas; Para identificar os elementos de uma cônica.
11	Aplicação da diagonalização de matrizes para identificar cônicas, quádricas e seus elementos em problemas de aplicação.	- Dada uma equação quadrática em duas ou três dimensões, identificar a cônica ou quádrica que lhe corresponde. - Aplicar, sobre uma forma quadrática, a diagonalização com matrizes ortogonais. - Após a diagonalização reconhecer os elementos das cônicas e quádricas, interpretando de forma correta os eixos adequados para representar a curva quadrática.	Problemas e exercícios: Para diagonalizar uma equação quadrática com termos mistos e lineares, utilizando mudanças de variáveis e identificar os elementos da curva quadrática determinada. Para aplicar em problemas que envolvem curvas ou superfícies quadráticas.

Métodos e Estratégias de Aprendizagem

A Disciplina Álgebra linear com aplicações em Geometria Analítica está organizada no e-disciplina da seguinte forma:

- Apresentação motivacional da disciplina e dos planos de aula para as diferentes turmas do semestre em curso;
- Informações pertinentes ao desenvolvimento da disciplina durante o semestre;
- Aulas ao vivo de cada tópico da disciplina, além de vídeo aulas curtas por conceito;
- Material (slides) para impressão, com a explanação dos tópicos da disciplina para a revisão de cada tópico apresentado;
- Disponibilização na ferramenta “tarefas” algumas atividades para avaliação;
- Listas de exercícios, com gabaritos, motivando as resoluções pelos alunos;
- Exemplos resolvidos, que serão desenvolvidos em sessões de monitoria;

- Problemas de aplicação, usando conceitos teóricos para resolver o problema;
- Usos da ferramenta “fórum” na interação com os alunos através da mediação do professor e os tutores;
- Consultoria de dúvidas;
- Lista de discussão online;

Avaliação da Aprendizagem

A avaliação será híbrida,

Como	Realização de tarefas programadas em período de tempo fixo, aberto e fechado automaticamente pelo sistema, pelo menos uma tarefa para cada grupo de nove aulas da disciplina. (em análise)
	Avaliação Principal: Três Provas desenvolvidas de forma individual pelos alunos, correspondendo ao aprendizado em cada grupo de aproximadamente nove aulas. Será considerada uma proposta de exercício ou problema, por parte dos alunos, como sugestão de pergunta na terceira prova.
Quando	Primeira prova correspondente as aulas teóricas, da primeira a nona aula, Segunda prova correspondente as aulas teóricas, da décima a décima oitava aula, Terceira prova correspondente as aulas teóricas, da décima nona a vigésima sétima aula. A proposta de pergunta será aguardada até a vigésima oitava aula.
Quem	O Professor aplicará três provas presenciais
O que	Três Provas discursivas

Feedback para os estudantes

- Entrega de roteiros de resolução e gabarito com resolução das listas de exercícios, para servir de comparativo com o desenvolvido pelo aluno individualmente.
- Nos documentos roteiros de resolução é desenvolvida uma ou várias maneiras de resolução de exercício ou problema de aplicação, destacando detalhes para fornecer uma guia didática.
- Serão agendadas sessões de monitoria para tira-dúvidas dos alunos matriculados, e o número de monitorias por semana dependerá do número de tutores no semestre;
- Abertura de fóruns por tópicos para comentários, discussão e tira dúvidas por parte dos alunos.
- Os alunos são motivados a responder as questões levantadas por outros alunos e o professor supervisionará as trocas de mensagens e em caso necessário o professor ou tutor tirará as dúvidas explicitando a resolução.

Materiais a serem utilizados

- Materiais disponíveis no edisciplinas.usp.br;
- Links para ferramentas computacionais que forneçam apoio didático aos alunos;
- Slides com os conceitos de estudo
- Vídeo aulas para possibilitar rever a matéria.
- Listas de exercícios
- Gabaritos das listas de exercícios
- Livros

Roteiro

E-disciplinas ZAB0161 – Álgebra Linear com aplicações em geometria analítica

Desenvolvida utilizando a metodologia de ensino aprendizagem "**Blended Learning**" para o ensino dos conceitos de álgebra linear e geometria analítica. A hibridização é baseada no uso de:

- a) Aprendizagem/Ensino Síncrono: Aula presencial cadastrando frequência dos alunos nos horários correspondentes a sua turma. Sessões de monitoria presenciais e/ou mediado pela internet (uso de TIC's como o Google meet, Zoom etc. e outras metodologias para transferir os conhecimentos (Jamboard por exemplo). Provas no formato presencial.
- b) Aprendizagem/Ensino Assíncrono: Utilização das TICs (tecnologias da informação e comunicação). O aluno aproveita (em horário que lhe seja adequado) de vídeo aulas gravadas (eaulas.usp.br), atividades de resolução de problemas e exercícios, fóruns, monitorias e apoio didático de ferramentas computacionais de forma online.

As aulas teóricas consistirão de uma aula semanal de 4 horas ou duas aulas semanais de 2h cada, em conformidade com as grades de cada turma (Engenharia de Alimentos diurno, Engenharia de Alimentos noturno, Engenharia de Biossistemas e uma turma extra com alunos desses três cursos). Participarão destas aulas o Prof. responsável pela disciplina e todos os alunos matriculados.

DESCRIÇÃO - APRENDIZAGEM/ENSINO SÍNCRONO

1. AULAS SÍNCRONAS

Estará composta de até três partes:

Parte expositiva: Na primeira parte da aula (60 a 90 minutos) será feita uma abordagem teórico dissertativa pelo professor, para apresentar os conceitos envolvidos no tópico apresentado e a sua aplicação em problemas.

Parte resolutiva: Na segunda parte da aula (30 a 50 minutos) se realizará a resolução de problemas e exercícios das listas de exercícios relacionadas ao tópico da aula. Os alunos podem escolher as questões a serem resolvidas.

Parte avaliativa: Eventualmente, se sobrar tempo (0 a 10 minutos) serão realizadas avaliações com uma ou duas questões que o aluno deverá entregar no final da aula ou até antes da próxima aula, segundo seja informado pelo professor.

2. AULAS DE MONITORIA

Em horários diferentes (tentando atender todas as turmas) serão agendadas as sessões de monitoria (depende do número de monitores) para atendimento presencial ou online síncrono, objetivando tirar as dúvidas dos alunos em conceitos, problemas ou

exercícios específicos. A duração será preferencialmente de uma ou máximo duas horas por sessão.

DESCRIÇÃO - APRENDIZAGEM/ENSINO ASSÍNCRONO

Nesse tipo de aprendizagem o estudante participa das aulas presenciais síncronas e aproveitando das TIC's (ferramentas da tecnologia da informação e comunicação) o aluno pode baixar os materiais disponibilizados no ambiente Moodle USP ou outros ambientes na web e fazer os exercícios. Ele tem a possibilidade de estudar quando e onde quiser (flexibilidade).

Para o estudo assíncrono dos alunos, será disponibilizado o seguinte material:

- Vídeo aula gravada (eaulas.usp.br);
- Vídeo curto para apresentar um conceito;
- Slides em formato pdf;
- Lista de problemas e exercícios;
- Gabarito da lista de problemas e exercícios;
- Links para ferramentas computacionais online principalmente para verificar seus resultados;
- Links para softwares livres de apoio didático.

ESTRUTURA DO E-DISCIPLINAS (SEPARADA POR SEÇÕES):

Cada tópico da disciplina conterà até cinco seções, identificadas e enumeradas a seguir:

1. Absorção;
 2. Fixação;
 3. Interação;
 4. Avaliação;
 5. Material complementar.
-
1. Absorção: Esta seção se refere as atividades para absorver os conceitos e matéria correspondente ao tópico.
Serão oferecidas aulas presenciais que são obrigatórias para atingir o mínimo necessário de frequência. Também são disponibilizados vídeos curtos, com duração de 5 a 10 minutos, cujo objetivo é introduzir uns conceitos teórico/práticos (aplicações) do tópico. O aluno deve ver esse material antes da aula síncrona. Após esta aula o aluno pode acessar o link para as vídeo-aulas gravadas (eaulas) se precisar rever os conceitos referentes àquela aula e esclarecer eventuais dúvidas. Além disso, ele (a) pode ler os slides em formato pdf para lembrar dos conceitos desenvolvidos na aula online.
 2. Fixação: Refere-se as atividades para fixar os conceitos e matéria dada na aula ao vivo. Visa consolidar os conceitos ou levantar dúvidas. Aqui são oferecidos os seguintes materiais:
 - a. Lista de problemas e exercícios dos principais tópicos da disciplina para aplicar os conceitos aprendidos;

- b. Gabarito da lista de problemas e exercícios, permite visualizar um roteiro sugerido para resolver os problemas ou exercícios. DICA: Utilize o gabarito apenas após tentar resolver.
3. Iteração: Refere as atividades que possibilitam a interação entre alunos e/ou com o docente, tutor e monitor da disciplina. Visa esclarecer dúvidas e gerar um intercâmbio de ideias propostas. Se baseará na utilização de fóruns e/ou sessões de monitoria. Nesses, os estudantes poderão fazer questionamentos sobre algum exercício das listas ou de alguma dúvida sobre conteúdo teórico que não tenha ficado bem fundamentado.
Os responsáveis por auxiliar os estudantes no fórum e nas monitorias são o professor responsável e os tutores ou monitores cadastrados.
4. Avaliação: Refere-se as atividades que apresentam questões (em prova, teste ou tarefa) para serem resolvidos pelo aluno, tendo nota atrelada. Nesta seção são consideradas avaliações: testes, tarefas e provas. O teste é composto por uma ou duas questões para as quais o aluno deve fornecer uma resposta, em um tempo determinado durante a aula ao vivo. Essa avaliação será realizada por meio do sistema E-disciplinas (Moodle USP). Esses exercícios contarão como parte de uma nota adicional à disciplina de Álgebra Linear. A tarefa é um conjunto de problemas a serem resolvidos pelo aluno fora da aula ao vivo e entregue em prazo estipulado de dias. As provas são avaliações em aulas ao vivo. Determinará a nota da disciplina.
5. Em material complementar serão disponibilizados links para sites da internet que poderão auxiliar num melhor entendimento de conceito, resolução de exercícios e aplicação em problemas. Até o momento foram considerados a ferramenta online MATRIXCALC (calculadora de matrizes – software para resolver sistemas lineares utilizando: Método de Gauss-Jordan, decomposição de LU e LDU, cálculo de matriz inversa, entre outros) – além do GEOGEBRA. O trabalho é realizado nas páginas da internet no modo online, sem a necessidade de instalar programas ou aplicativos. Além destes, pretende-se fornecer alguns manuais para o uso de softwares livres, dentre os quais podem ser citados os seguintes: MAXIMA.

Incremento importante

Álgebra linear não é uma disciplina mecânica. Ela desenvolve habilidades de pensamento, raciocínio organizado. Promove características de clareza, organização dos dados, sequenciamento dos processos, no relacionamento de variáveis, incógnitas e parâmetros, aprimorando a lógica e a coerência.

Assim a álgebra linear desenvolve habilidades para analisar, deduzir, formular e resolver problemas do mundo real.