Introdução às Medidas em Física (4300152)

Aula 10 (16/06/2023)

Paula R. P. Allegro

paula.allegro@usp.br

Na aula de hoje:

- Conceitos:
  - Utilização de um termopar
  - Análise de dados:
    - Análise Gráfica´- escala logarítmica
    - Dedução empírica de uma lei física

- Experiência 6: Resfriamento de um Líquido

Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
  - Experiência VI (Aula 10): Resfriamento de um Líquido.

- Aba Material Didático/Arquivos 2023:
  - Manuais dos termopares que serão utilizados

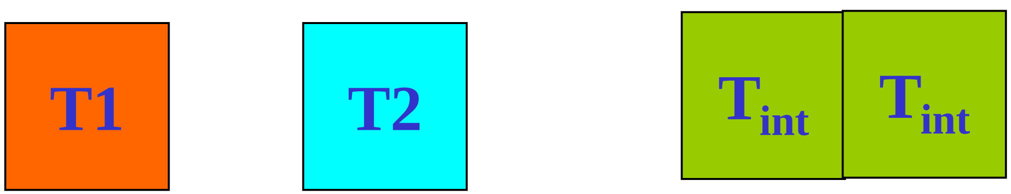
Experiência: Resfriamento de um líquido

- Objetivo do experimento:
  - Estudar o processo de resfriamento até a temperatura ambiente de um corpo aquecido a uma determinada temperatura T

- Na ausência de um modelo teórico iremos estabelecer uma função de maneira empírica:
  - Ajuste dos dados experimentais
    - Variação da temperatura em função do tempo

Lei Zero da Termodinâmica

- Equilíbrio térmico: Dois corpos inicialmente a temperaturas diferentes, quando colocados em contato por um tempo suficiente chegam a um estado final em que a temperatura de ambos se iguala.



Se $T_1 > T_2$

$T_1 > T_{int} > T_2$

- Portanto, um objeto mais quente irá perder calor (baixar temperatura) para o objeto frio (aumentar temperatura) até igualar as temperaturas dos dois objetos

Temperatura (T_{int}) intermediária

- Para um sistema isolado composto por 2 corpos com temperaturas iniciais T_1 e T_2:

$$\boldsymbol{\Delta Q_{total} = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 = 0}$$

Onde:

$$\Delta Q_1 = m_1 c_1 (T_{int} - T_1)$$

$$\Delta Q_2 = m_2 c_2 (T_{int} - T_2)$$

$$T_{int} = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

- Para $m_1 = m_2$ e $c_1 = c_2$ $\Longrightarrow$ $T_{int} = \frac{T_1 + T_2}{2}$

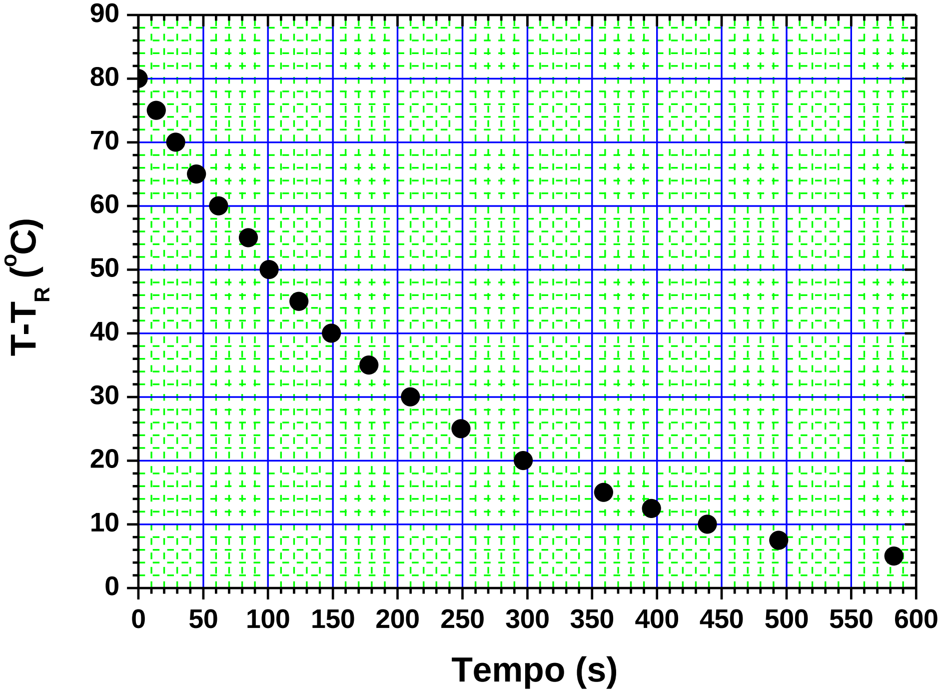
- Para $m_2 >> m_1$ $\Longrightarrow$ $T_{int} \approx T_2$

Objeto quente vai resfriar até atingir a temperatura ambiente

Ambiente – fonte infinita de absorção de calor

Análise de Dados

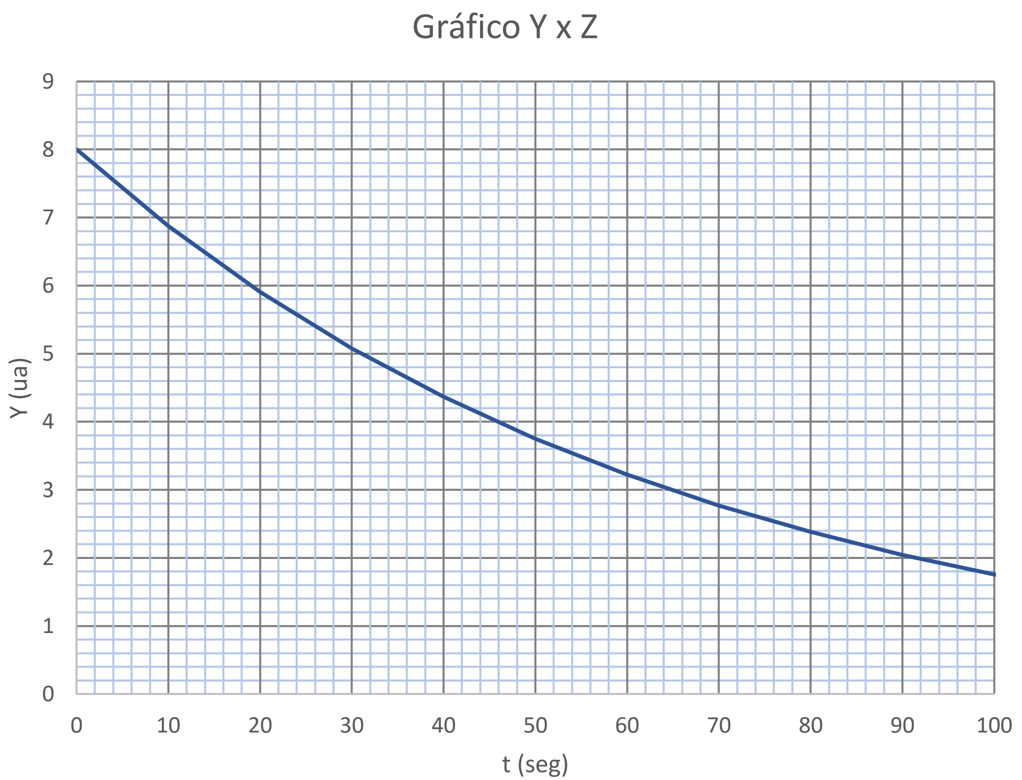
- Gráfico da temperatura acima da temperatura ambiente × tempo: $(T(t)\text{-}T_{ambiente} \times t\,)$



  - A dependência é linear? A curva traçada pelos pontos experimentais é uma reta?
  - Qual é essa função?

Função: Exponencial decrescente

- Propriedades de exponenciais decrescentes:
  - Tempo necessário para diminuir de uma certa fração é fixo
  - Instante inicial não importa
  - Derivada da exponencial é exponencial



Exponencial: $Y = Y_0\, e^{-At}$

- Determinação de Y_0:

$$Y_0 = Y \; para \; t = 0$$

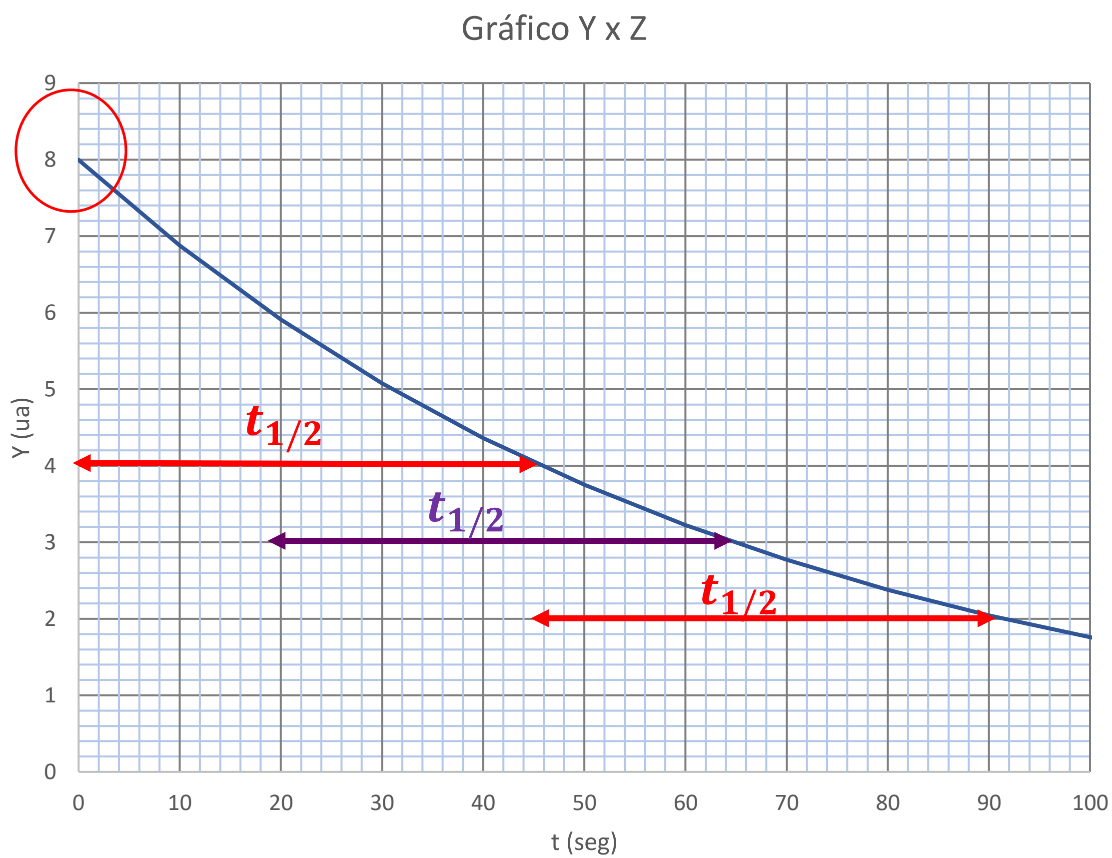
- Determinação de A:

Conceito de meia vida

$$\frac{Y_0}{2} = Y_0\, e^{-A\, t_{1/2}}$$

$$ln(\frac{1}{2}) = ln(e^{-A\, t_{1/2}})$$

$$t_{1/2} = \frac{ln2}{A} \quad ou \quad A = \frac{ln2}{t_{1/2}}$$



Regra vale para qualquer ponto inicial na curva!

Lembretes

- Quando aplicamos logaritmo?

$$Y = 10^{x_1} \qquad Y = 2^{x_2} \qquad Y = e^{x_3}$$

$$x_1 = log_{10}Y \qquad x_2 = log_2 Y \qquad x_3 = log_e Y = ln\,Y$$

Algumas propriedades (qualquer base)

$$log(A.B) = \; logA + logB \qquad logA^B \; = B\;logA$$

Detalhe:

$$log_{10}(10.X) = \; log_{10}10 + log_{10}X = 1 + log_{10}X$$

Análise de Dados da Experiência

- Vamos tentar ver se uma função exponencial descreve nossos dados experimentais e obter uma lei que descreve esse processo de resfriamento de forma empírica.
  - Motivo: função exponencial é muito comum em fenômenos parecidos a este.

$$T(t)-T_{ambiente} = C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$$

onde C_0 e μ são parâmetros da função

Análise de Dados da Experiência

- Como checar?
  - Linearizando a função $T(t)-T_{ambiente} = C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$ (base 10):

$$log_{10}(T(t) - T_{ambiente}) = log_{10}(C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t})$$

$$log_{10}(T(t) - T_{ambiente}) = log_{10}(C_0) + log_{10}(e^{-\mu \cdot t})$$

$$log_{10}(T(t) - T_{ambiente}) = log_{10}(C_0) - \mu \cdot log_{10}(e) \cdot t$$

$$y \qquad = a' \qquad + b' \qquad \cdot t$$

sendo: $y = log_{10}(T(t) - T_{ambiente})$

$a' = log_{10}(C_0)$

$b' = -\mu \cdot log_{10}(e)$

Análise de Dados da Experiência

- Caso seja verdade que $T(t) - T_{ambiente} = C_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$:
  - Gráfico $log(T(t) - T_{ambiente}) \times t$ deve ser uma reta

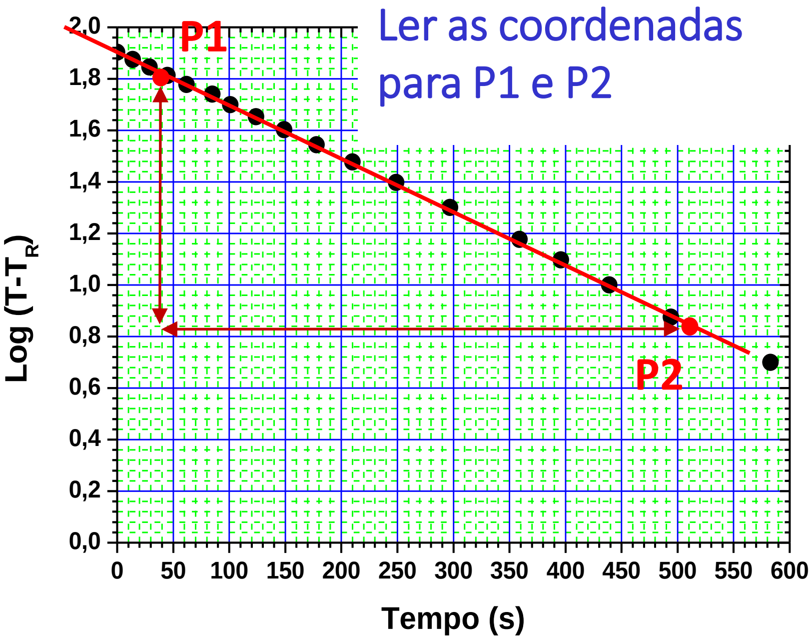
$$log(\ T(t) - T_{ambiente}) = a' + b' \cdot t$$

$$y \qquad = a' + b' \cdot x$$

coeficiente linear – valor que cruza o eixo y (log(T)) para x (t) = 0

$a' = \log (C_0) \qquad C_0 = 10^{a'}$

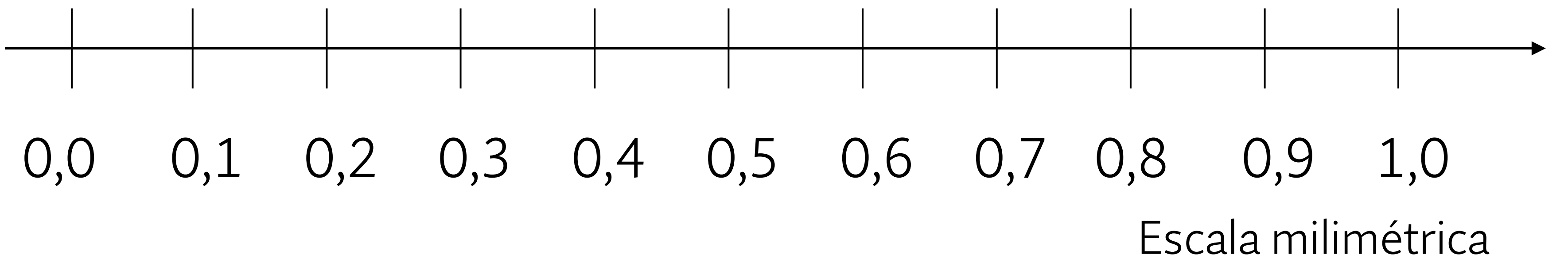
coeficiente angular – inclinação reta



$$b' = \frac{\log_{10}(\Delta T(t_2)) - \log_{10}(\Delta T(t_1))}{t_2 - t_1} = -\mu \log_{10}(e) \Rightarrow \mu = -\frac{b'}{\log_{10}(e)}$$

Escala Logarítmica

- A fim de facilitar a construção desse gráfico: papel monolog
  - o eixo-y é construído de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo na base 10 do número marcado na escala do gráfico



Escala Logarítmica

- A fim de facilitar a construção desse gráfico: papel monolog
  - o eixo-y é construído de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo na base 10 do número marcado na escala do gráfico

$\text{Log}_{10}(1)=0{,}0$

$\text{Log}_{10}(2)=0{,}3$

$\text{Log}_{10}(3)=0{,}47$

$\text{Log}_{10}(4)=0{,}6$

$\text{Log}_{10}(5)=0{,}7$

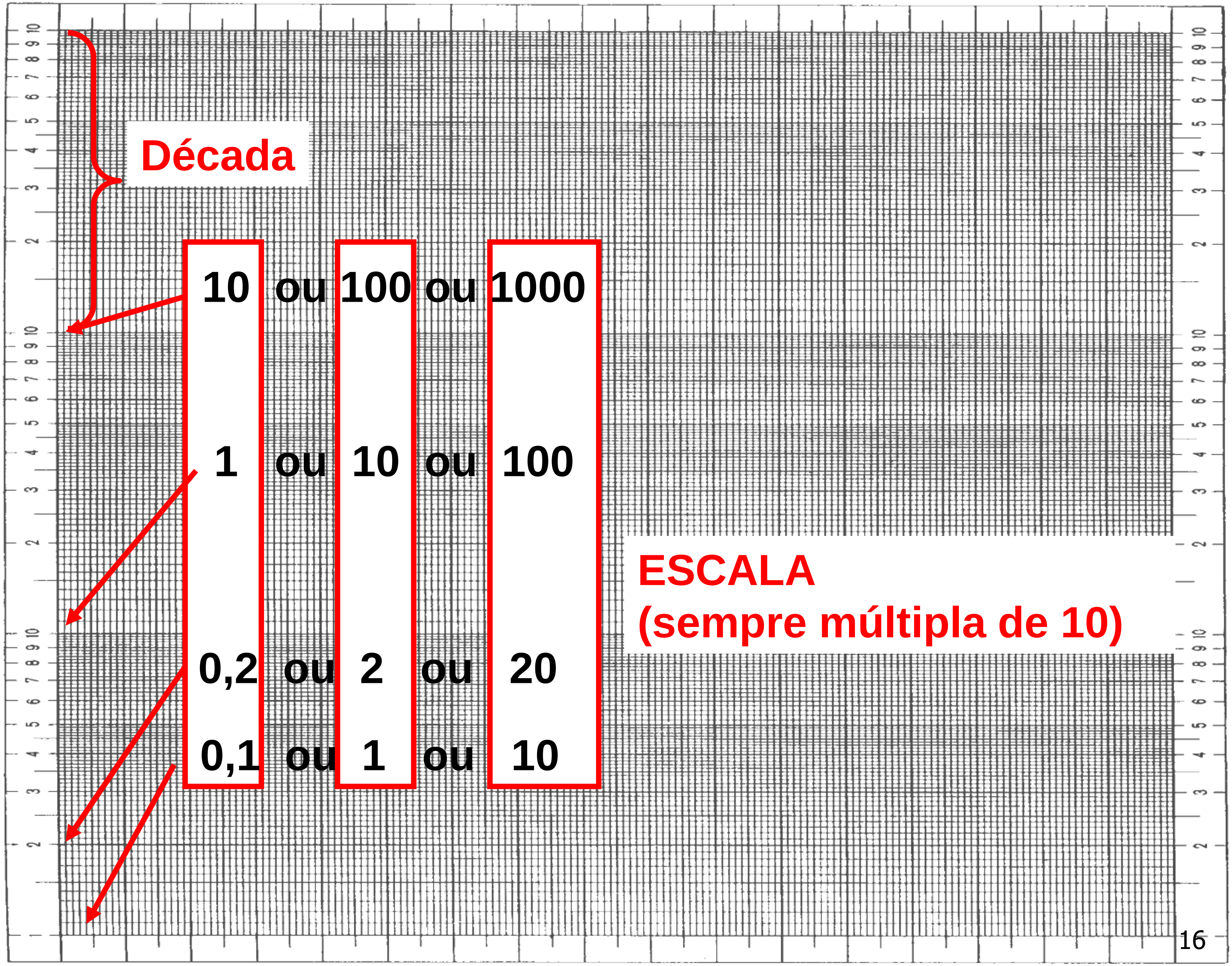
$\text{Log}_{10}(6)=0{,}78$

$\text{Log}_{10}(7)=0{,}84$

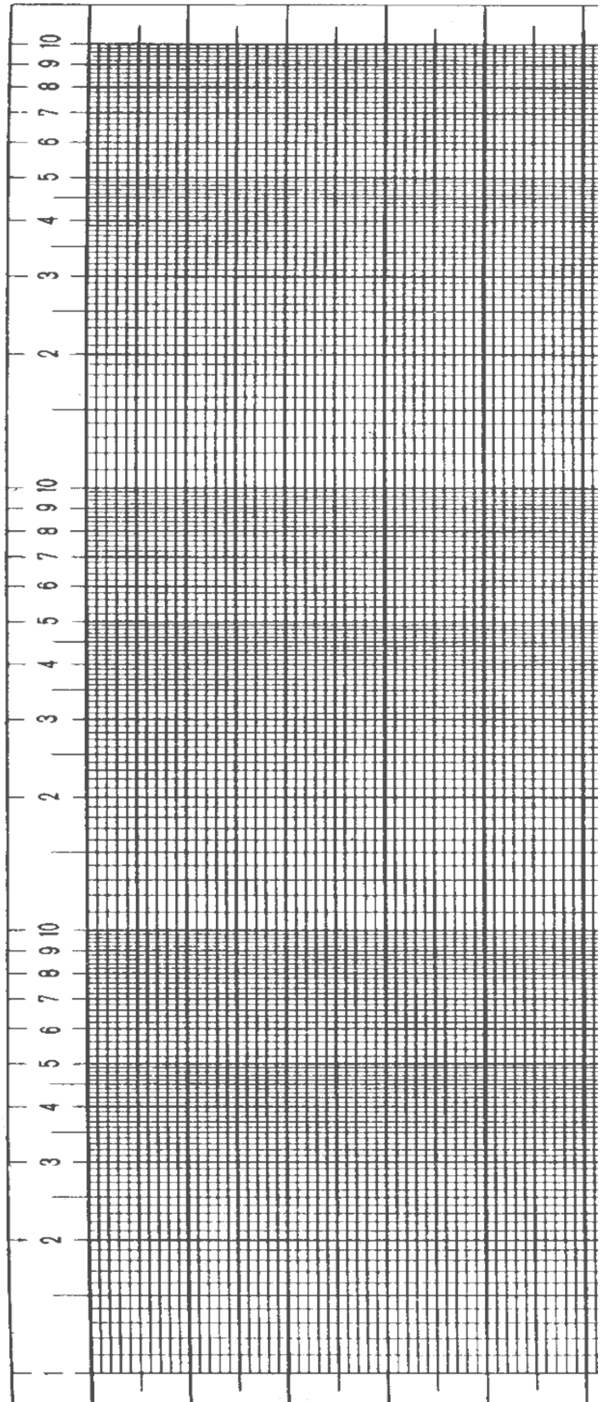
$\text{Log}_{10}(8)=0{,}90$

$\text{Log}_{10}(9)=0{,}95$

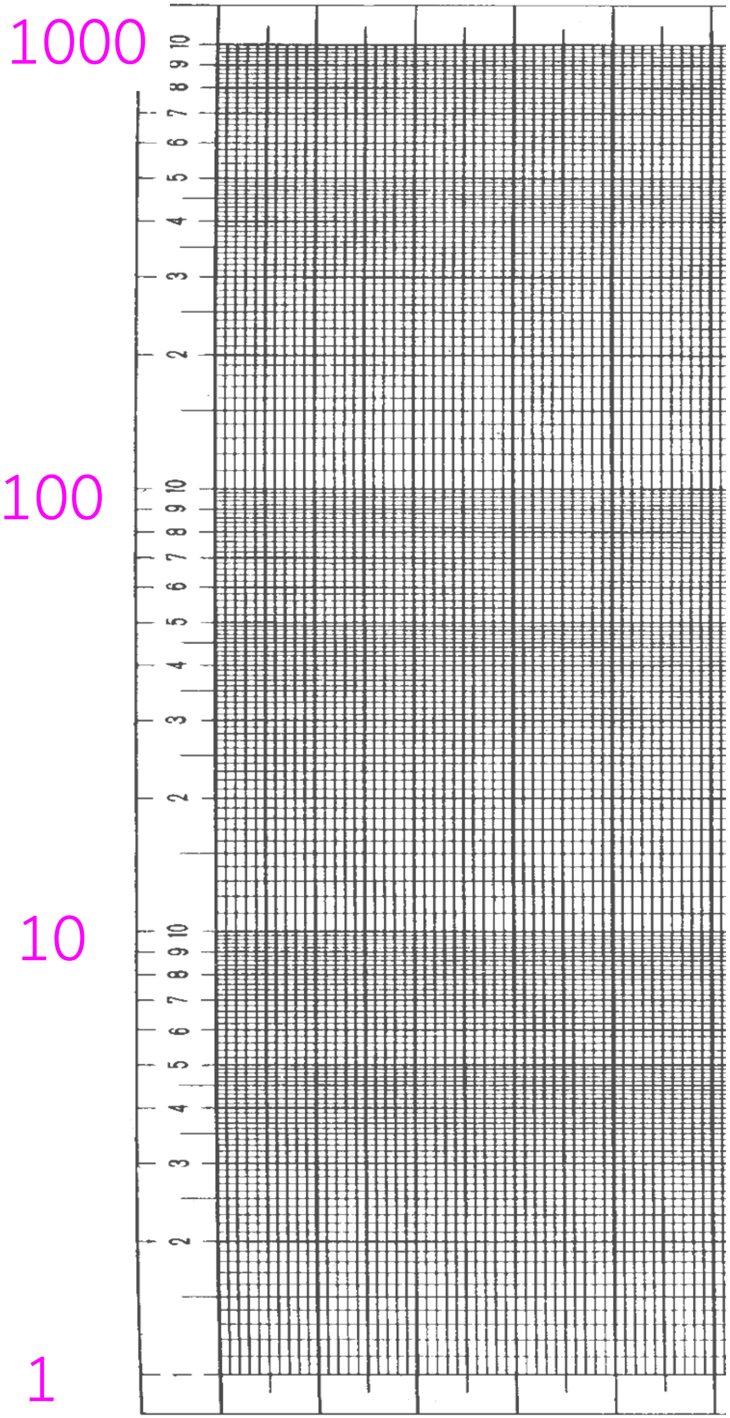
$\text{Log}_{10}(10)=1{,}0$


Década
10 ou 100 ou 1000
1 ou 10 ou 100
0,2 ou 2 ou 20
0,1 ou 1 ou 10
ESCALA
(sempre múltipla de 10)
Nr. 373½ A4 P

Pontos na escala

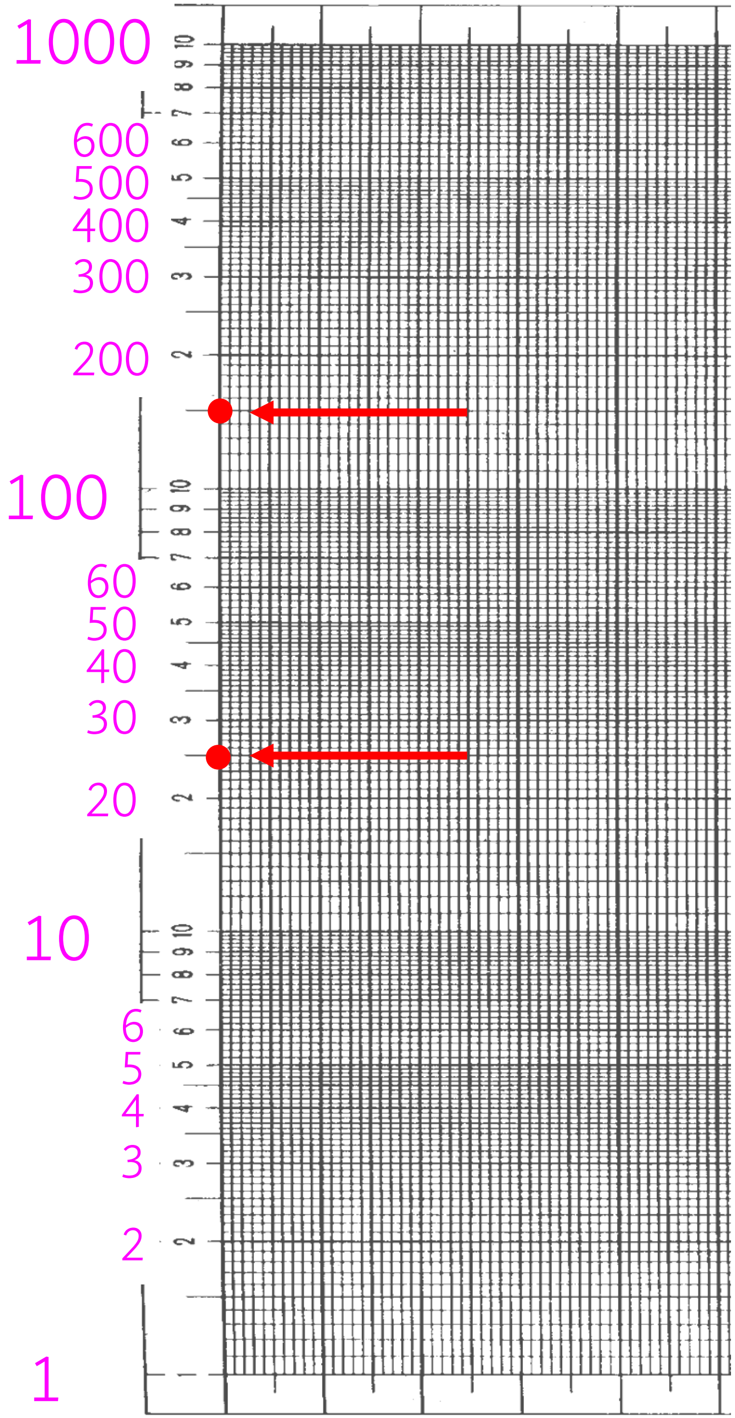


Pontos na escala



1) Identificar potências

Pontos na escala



1) Identificar potências

2) Posicionar pontos:

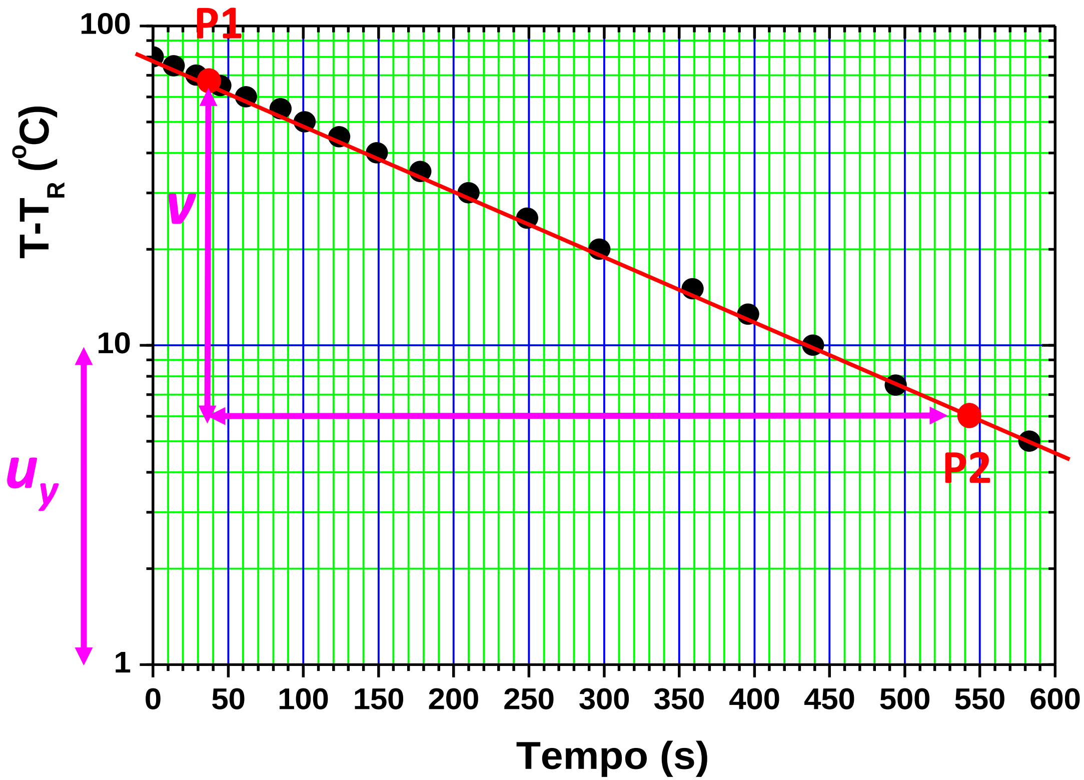
Leitura dentro das décadas

Y = 25

Y = 125

Cuidado com os valores dentro de cada década

Obtenção do coeficiente angular

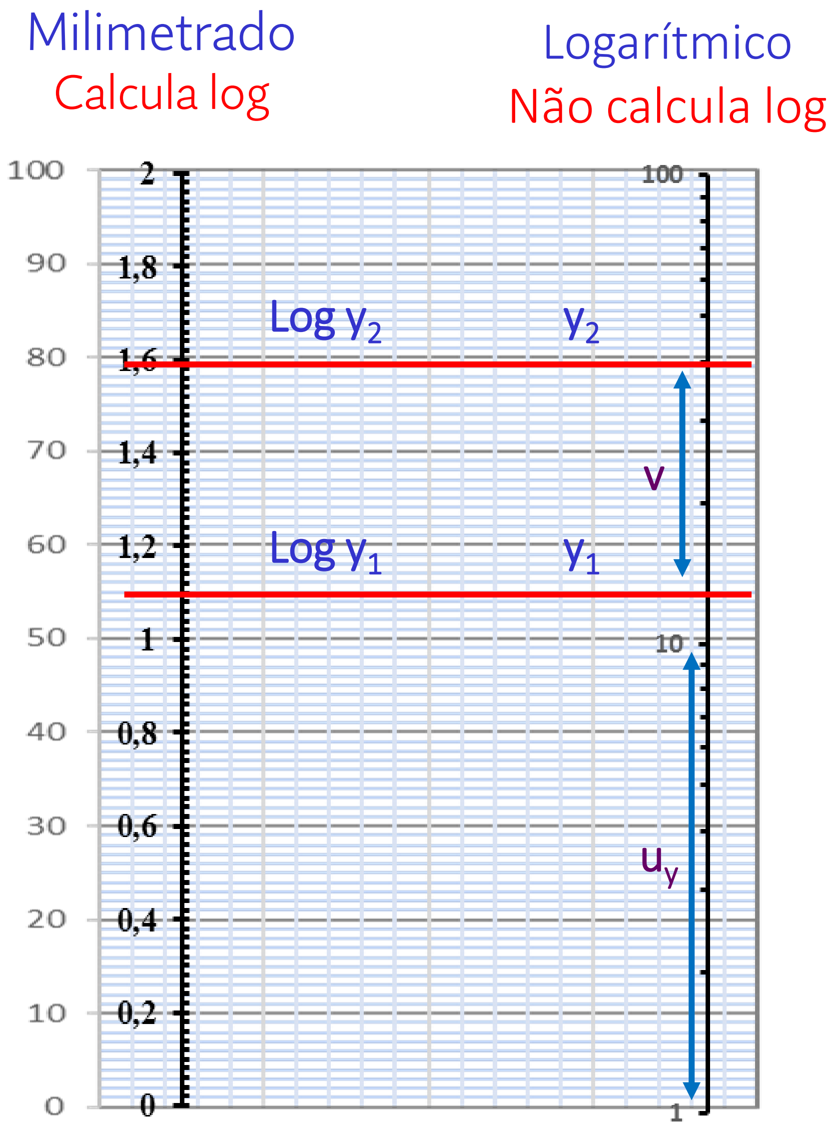


$$b' = \frac{\log_{10}(T(t_2)) - \log_{10}(T(t_1))}{t_2 - t_1} = \frac{v / u_y}{t_2 - t_1}$$

Para t_1 e t_2: ler as coordenadas no eixo horizontal

Para $\log_{10} T(t_2) - \log_{10} T(t_1)$ medir com régua (na vertical):
u_y é a unidade (mm) e v é a distância (mm) de P1 – P2

Calculo de: $\log_{10} y_2 - \log_{10} y_1$



Nova calibração: Régua (outra escala)

Regra de 3

Log y2 –log y1 Medida com régua (v)

Dois valores quaisquer

1 Medida com régua (u_y)

Uma década

Exercícios em aula

- Os eixos abaixo podem representar os valores de log x de duas maneiras:

  1) diretamente na escala logarítmica sem ter que calcular log x

  2) na escala milimetrada representando o valor calculado de log x.

  Primeiramente, coloque os números da tabela diretamente na escala logarítmica.

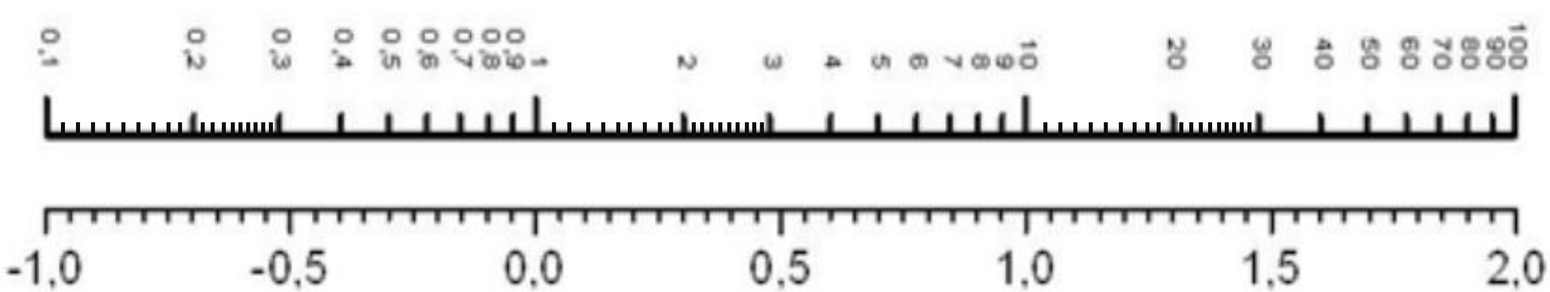
  Em seguida, leia na escala milimetrada o valor da localização correspondente ao número colocado anteriormente na escala logarítmica.

  Compare o valor obtido na escala milimetrada com o valor calculado do logaritmo do número.

Número	Log_{10} (x) - calculado	Valor lido milimetrado
0,153		
15,3		

A subtração dos dois valores lidos é compatível com a subtração dos dois valores calculados?

dif_{calc}= dif_{lido}=



Exercícios em aula

- Os eixos abaixo podem representar os valores de log x de duas maneiras:

  1) diretamente na escala logarítmica sem ter que calcular log x

  2) na escala milimetrada representando o valor calculado de log x.

  Primeiramente, coloque os números da tabela diretamente na escala logarítmica.

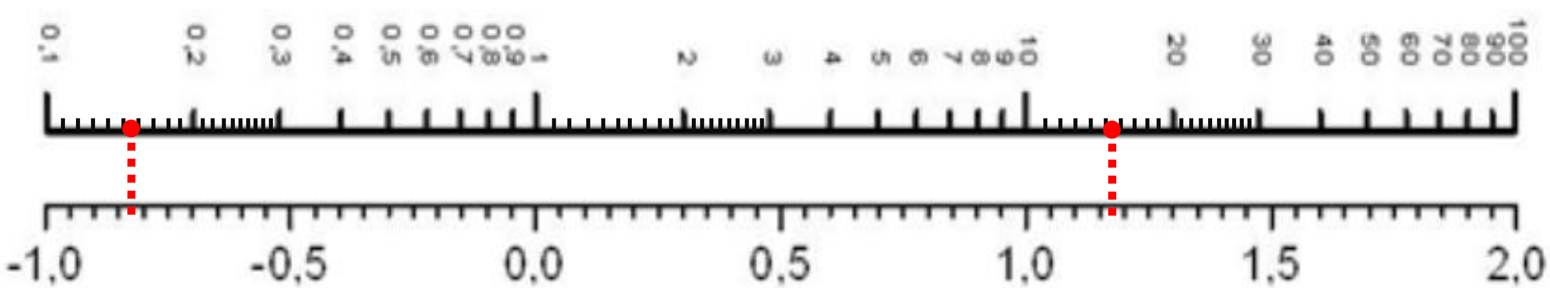
  Em seguida, leia na escala milimetrada o valor da localização correspondente ao número colocado anteriormente na escala logarítmica.

  Compare o valor obtido na escala milimetrada com o valor calculado do logaritmo do número.

Número	Log_{10} (x) - calculado	Valor lido milimetrado
0,153	-0.815	-0,83
15,3	1.185	1,17

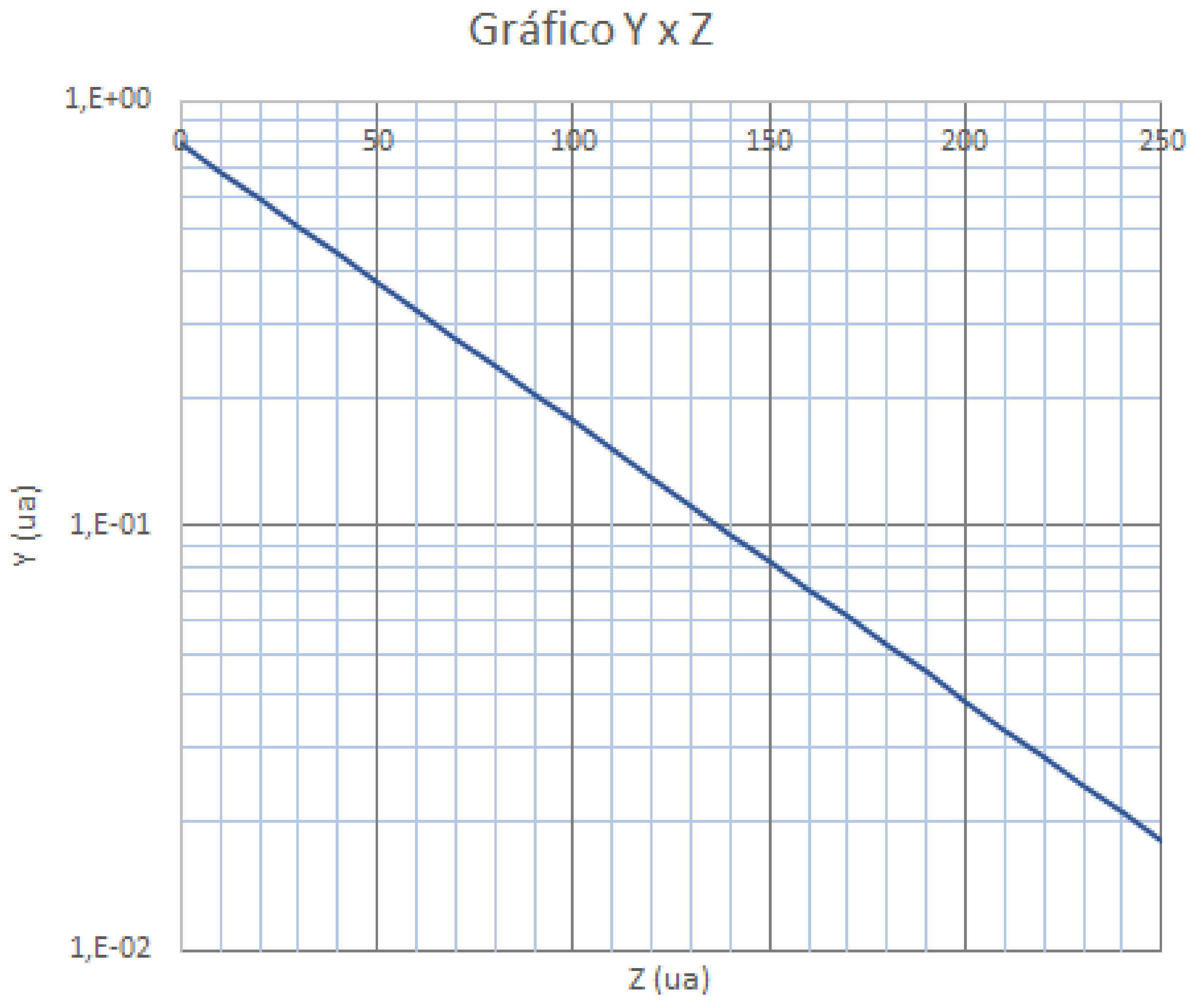
A subtração dos dois valores lidos é compatível com a subtração dos dois valores calculados?

dif_{calc}=2,000 dif_{lido}=2,00



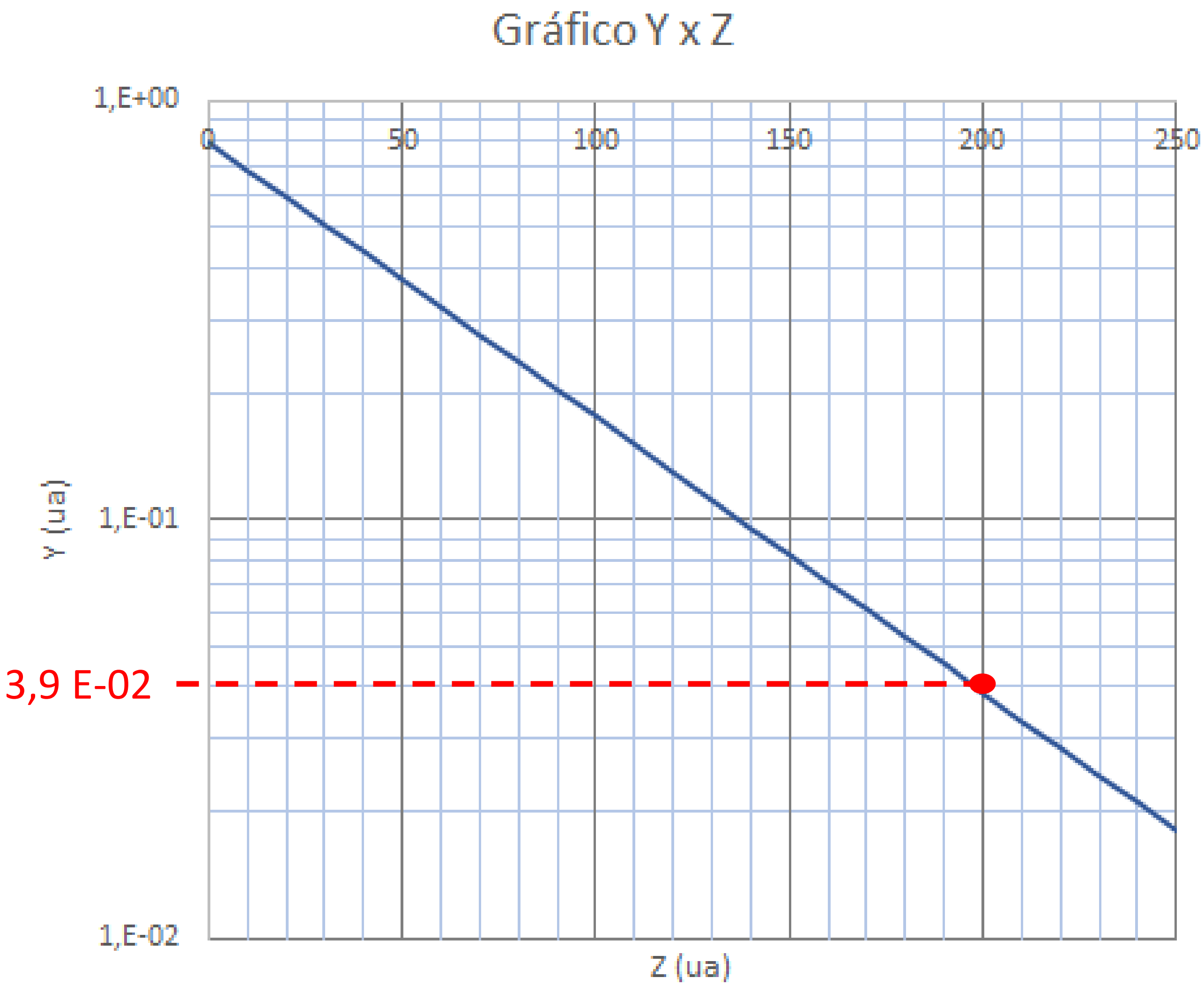
Exercícios em aula

Leia no gráfico monolog o valor de Y correspondente ao valor de Z=200.



Exercícios em aula

Leia no gráfico monolog o valor de Y correspondente ao valor de Z=200.

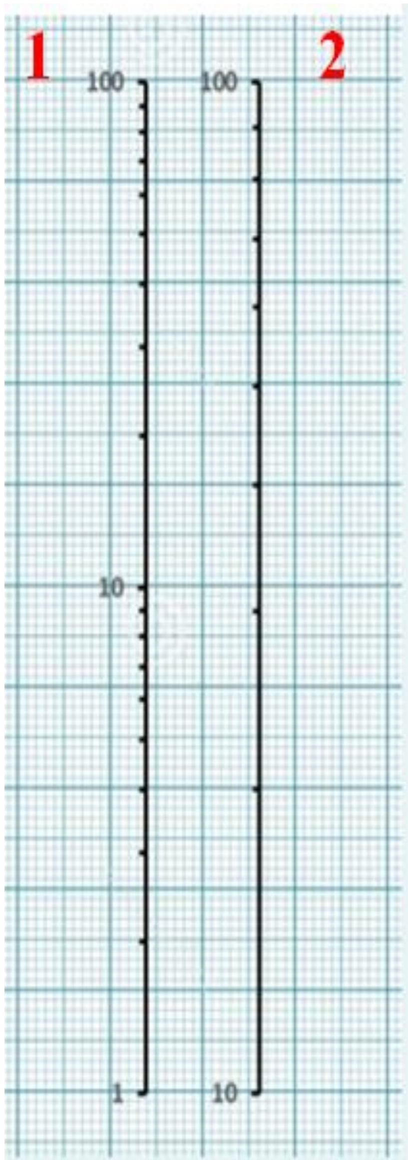


Exercícios em aula

Avalie a diferença de logaritmos seguindo o procedimento ensinado na aula (usando as medidas com régua). Os valores avaliados com esse procedimento (para as duas escalas) devem ser compatíveis com os valores calculados diretamente

Valores		Calculado
y_1	y_2	$\log_{10}(y_2)-\log_{10}(y_1)$
20	84,3	

Escala	Valores		Calculado
	1 década	$\log_{10}(y_2)-\log_{10}(y_1)$	$\log_{10}(y_2)-\log_{10}(y_1)$
Escala 1			
Escala 2			

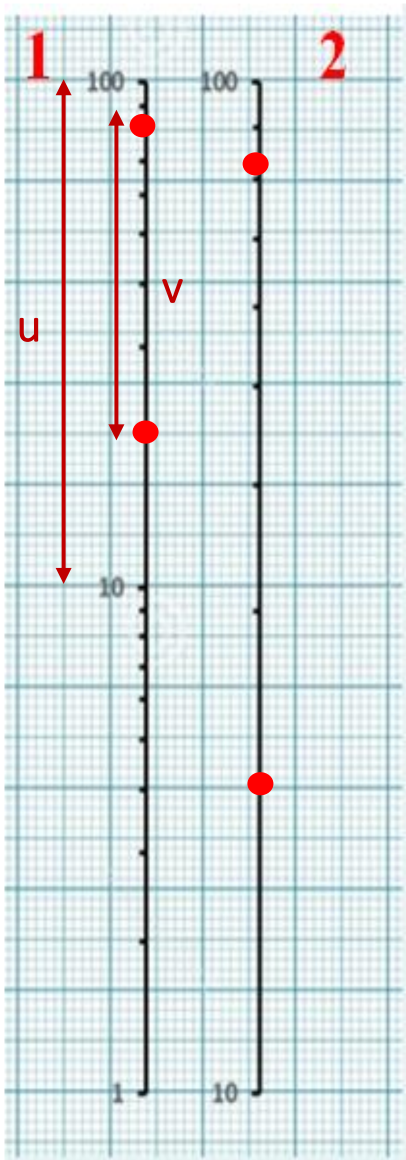


Exercícios em aula

Avalie a diferença de logaritmos seguindo o procedimento ensinado na aula (usando as medidas com régua). Os valores avaliados com esse procedimento (para as duas escalas) devem ser compatíveis com os valores calculados diretamente

Valores		Calculado
y_1	y_2	$\log_{10}(y_2)-\log_{10}(y_1)$
20	84,3	0,624

Escala	Valores		Calculado
	1 década	$\log_{10}(y_2)-\log_{10}(y_1)$	$\log_{10}(y_2)-\log_{10}(y_1)$
Escala 1	5,0 cm	3,2 cm	0,64
Escala 2	10,0 cm	6,3 cm	0,63



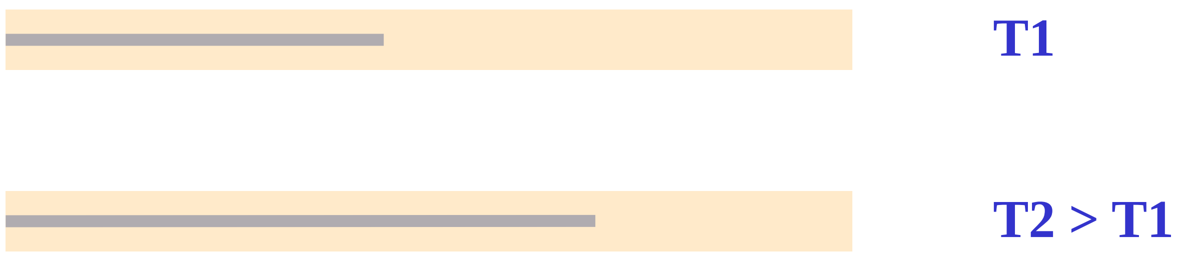
Colocar pontos nas duas escalas

Usar escala milimetrada (como régua)

- Distância dos pontos
- Distância de uma década

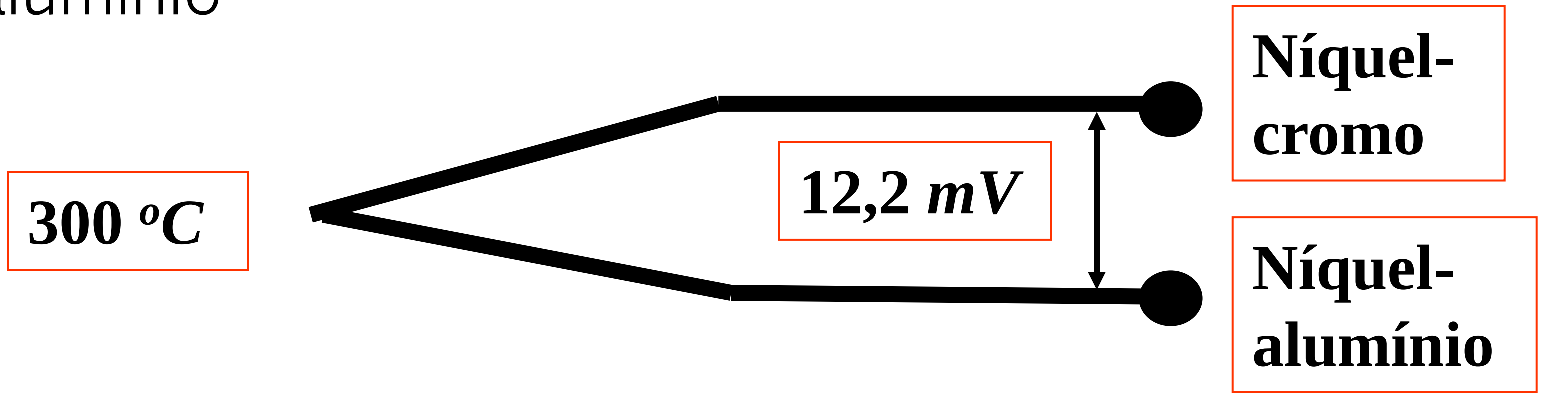
Medida de temperatura

- A temperatura de um sistema é medida através de fenômenos físicos cuja dependência com a temperatura é conhecida
- O tipo de termômetro mais comum é o de coluna de mercúrio. O fenômeno físico usado neste caso é o da dilatação volumétrica de líquidos quando estes são aquecidos



Termopar

- Termopar é um tipo de termômetro bastante popular
- Princípio de funcionamento baseia-se na produção de uma diferença de potencial (dependente da temperatura) na junção entre dois metais
  - Descoberto em 1822 pelo médico Thomas Seebeck (Estônia)
- Um dos tipos de termopar mais populares é do tipo K, composto pela junção das ligas de níquel-cromo e níquel-alumínio



Atividade prática

Experimento

- Estudo do resfriamento da glicerina:
  - Material: Tubo de ensaio com glicerina + termopar
- Procedimento:
  - Tubo de ensaio quente é colocado para esfriar dentro de um cilindro no qual há um fluxo de ar constante
  - Medidas de temperatura x tempo
    - Avaliação de incertezas

Medidas

- Posicionar os dois termopares: um ao lado do cilindro e outro dentro tubo (metade da glicerina)
  - Medir a altura da glicerina no tubo de ensaio e colocar o termopar na metade desse valor
- Aquecer o tubo de ensaio até que T2 – T1 seja aprox. 90 ºC
  - CUIDADO para não se queimar ou botar fogo na sala!
- Depois de chegar a 90º:
  - Apagar o fogo.
  - Inserir o tubo de ensaio no cilindro:
    - Evitar encostar o tubo nas paredes e fundo do cilindro
  - Realizar as medidas de temperatura em função do tempo

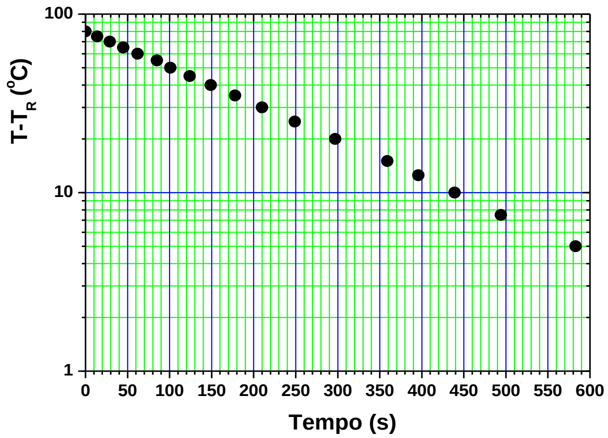
Medidas

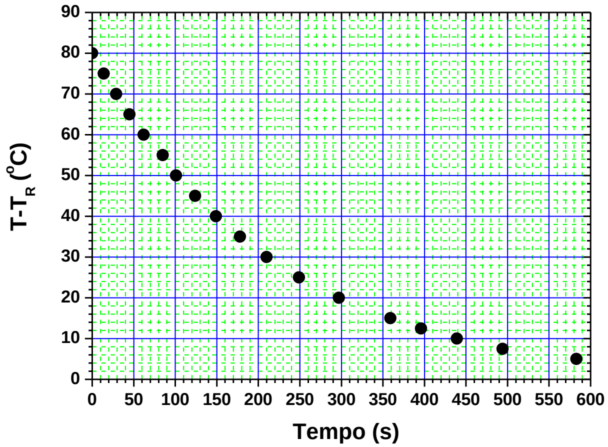
- Medir temperatura da glicerina (T2 - T1) para vários instantes de tempo:
  - Disparar o cronômetro quando tubo chegar a 80 °C
  - Anotar o valor de tempo:
    - de 5 em 5 °C até 40 °C
    - de 2 em 2 °C até 20 °C
    - de 1 em 1 °C até 10°C

T(°C)	t(s)
80	0
...	...

Análise de Dados

- Gráfico de temperatura vs tempo (papel monolog)
  - Extrair os parâmetros C_0 e μ de um ajuste de reta
- Gráfico de temperatura vs tempo (papel milimetrado ou computador)
  - Obter μ usando através de cálculo usando $t_{1/2}$
  - Apresentar valores simulados usando os parâmetros C_0 e μ obtidos do gráfico monolog.





- Cada aluno faz os dois gráficos com um conjunto diferente de dados:
  - Grupos de 2 alunos: aluno 1 pega os dados de número 1,3,5 …
    aluno 2 pega os dados de número 2,4,6 …
  - Grupos de 3 alunos: aluno 1 pega os dados de número 1,4,7 …
    aluno 2 pega os dados de número 2,5,8 …
    aluno 3 pega os dados de número 3,6,9 …

Lei de Resfriamento Newton

- Hipóteses:
  - Taxa de troca de calor é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente (T_R constante)

$$\frac{dQ}{dt} = cte \times (T - T_R)$$

  - Como $Q = C\,\Delta T$, isso implica que a variação de temperatura será proporcional à diferença de temperatura:

$$\frac{d(T - T_R)}{dt} = \frac{d\Delta T}{dt} = -\mu (T - T_R)$$

  - a constante μ é positiva e tem unidade de tempo^{-1}
    - depende de formato e material do corpo

- Consequências: $\Delta T = (T - T_R) = \Delta T_0 e^{-\mu t}$
  - ΔT_0 é a diferença inicial de temperatura entre o líquido e o ambiente

Relatório – Principais pontos

- Resumo
- Introdução
- Descrição experimental + Medidas Experimentais
  - Arranjo+ Procedimento + dados + incertezas
- Análise de dados
  - Gráficos e ajustes de reta – derivação de C_0 e μ
- Discussão e conclusões
  - Qualidade dos ajustes + incertezas
- Tamanho máximo: 10 páginas (sem contar os gráficos no papel monolog)

Para a próxima aula (23/06):

- Entrega do relatório – exp. 6. (um por grupo)
- No moodle (aba Experimento # 6 - Lei de resfriamento de Newton):
  - Exercício individual (até dia 23/06).
- Apostila do curso (página principal do moodle):
  - Experiência VII - Cordas Vibrantes