Introdução às Medidas em Física (4300152)

Aula 07 (12/05/2023)

Paula R. P. Allegro

paula.allegro@usp.br

Na aula de hoje:

- Resumo dos principais pontos da aula anterior
- Conceitos:
  - Medidas indiretas
  - Análise de dados:
    - Análise Gráfica – linearização
    - Comparação com um modelo
- Experiência 4: Movimento de Queda Livre

Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
  - Capítulo IV: Interpretação Gráfica De Dados
  - Experiência IV (Aulas 06 e 07) - Queda Livre.

Da aula anterior: Análise Gráfica

- O que um gráfico deve conter:
  - Título e legenda do gráfico
  - Legenda e unidade nos eixos
  - Escala adequada para os eixos
  - Dados experimentais e incertezas
  - Funções teóricas ou curvas médias (optativo)
- Critérios para escolha da escala:
  - Escolher uma escala que se adapte ao tamanho do papel utilizado
  - Utilizar APENAS escalas "múltiplas" (na base 10) de 1, 2 ou 5
  - NUNCA escrever os valores dos pontos nos eixos nem desenhar traços indicando os pontos
- Representação dos pontos no gráfico
  - Utilizar marcadores visíveis e de cores e símbolos diferentes para conjuntos de dados diferentes
  - Representar as barras de incerteza em y e x (quando houver) de forma clara
  - NUNCA ligar os pontos

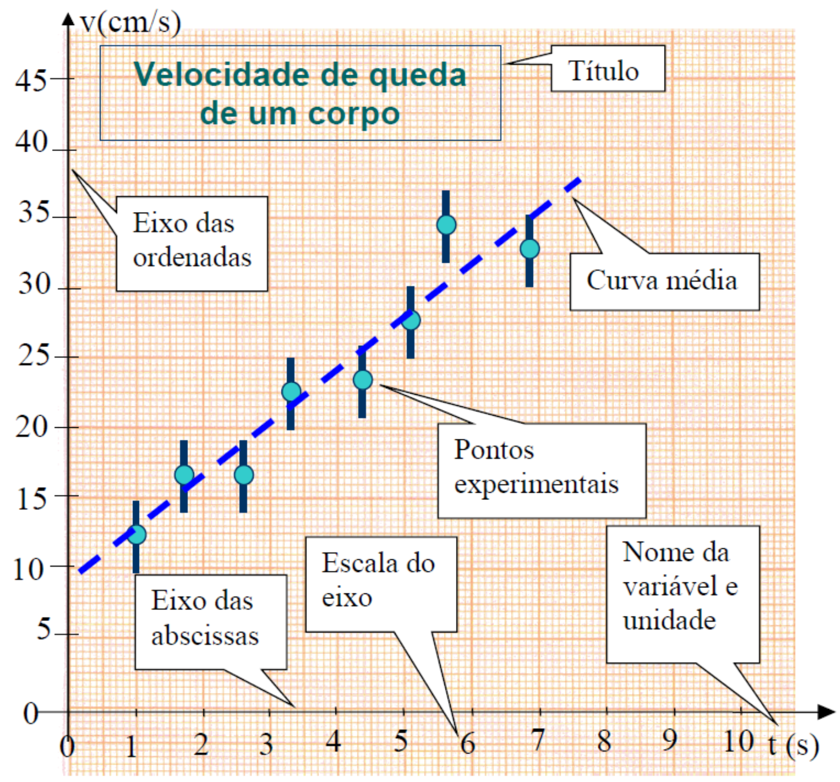


Figura 3.1. Componentes típicos de um gráfico científico padrão.

Da aula anterior: Ajuste de função

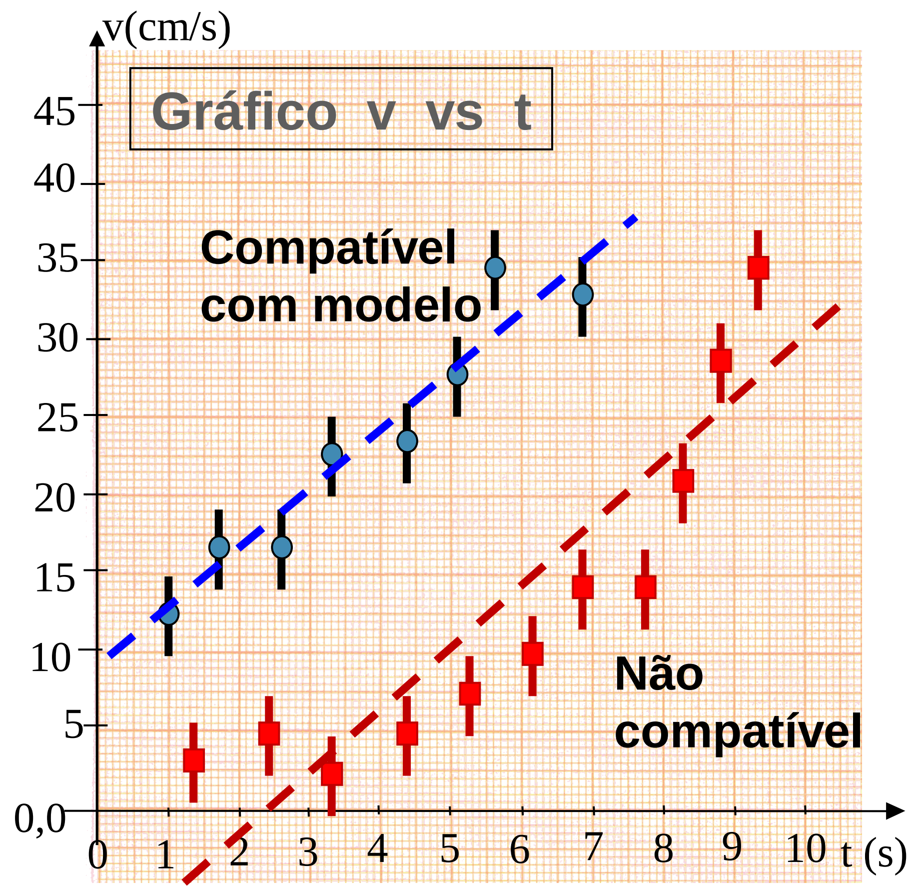
- Escolher um modelo:

  Y = A+B X

- Neste exemplo:

  v(t) = A+B t

- Ajustar uma reta média entre os pontos experimentais:
  - Critério: distribuir pontos igualmente entre os dois lados da reta
- Compatibilidade com modelo:
  - Verificar SEMPRE se o modelo escolhido (reta média) realmente descreve adequadamente a tendência dos dados experimentais

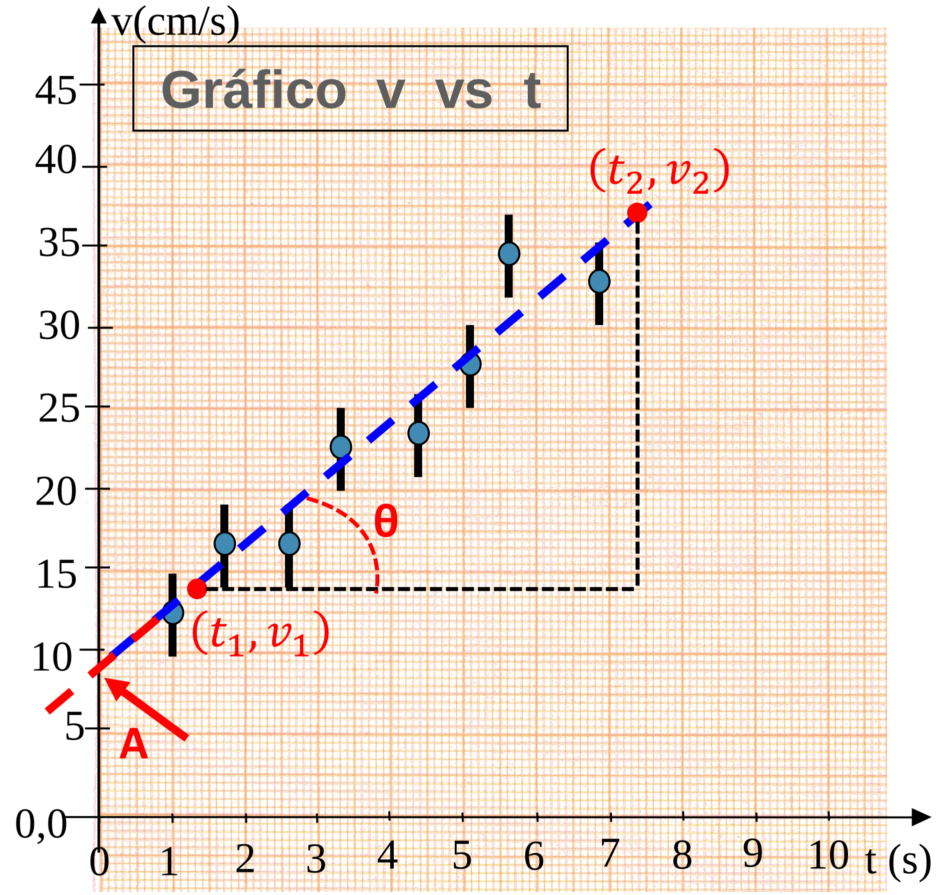


Da aula anterior: – ajuste de reta

- Modelo linear:

$$Y = A + B\,X$$

- Determinação dos coeficientes angular (A) e linear (B):
  - Coeficiente linear A: ponto em *y* que a reta cruza o eixo vertical (*x=0*)
  - Coeficiente angular B:
    - Escolher pontos distantes sobre a reta, que NÃO sejam pontos experimentais



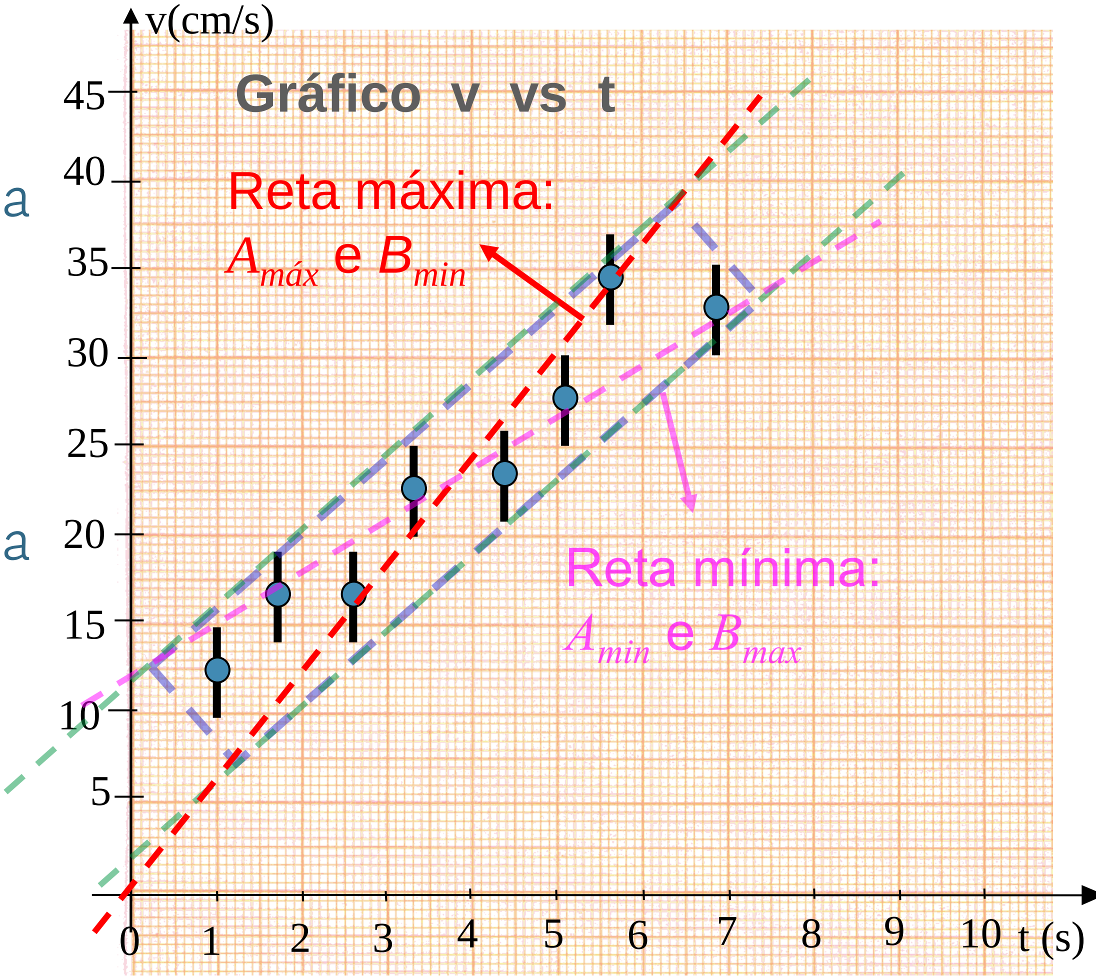
$$B = \tan\theta = \left.\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|_{reta} = \left.\frac{\Delta v}{\Delta t}\right|_{reta} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Da aula anterior: incertezas

- A incerteza de A e B também é obtida graficamente:
  - Estimar a reta de menor inclinação possível que ainda descreve os pontos, o que determina os parâmetros máximo A_{max} e mínimo B_{min};
  - Estimar a reta de maior inclinação possível que ainda descreve os pontos, o que determina os parâmetros mínimo A_{min} e máximo B_{max};

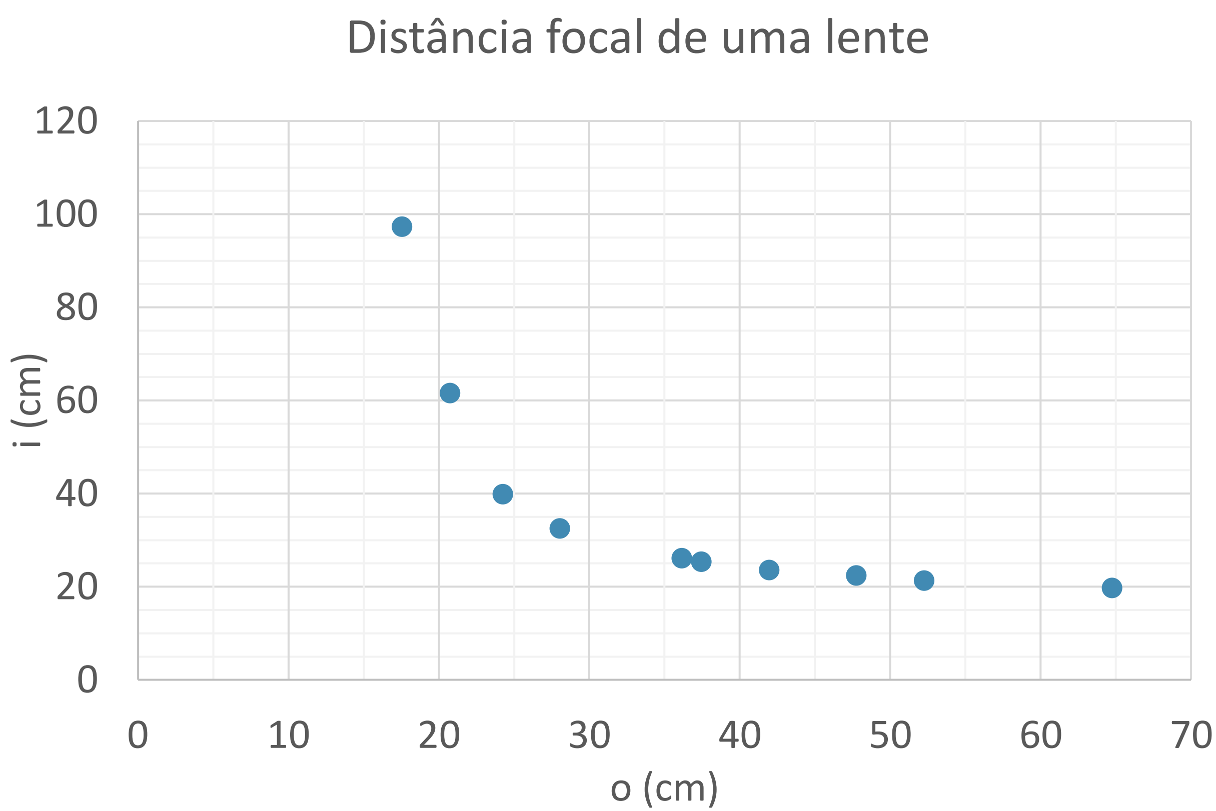
$$\sigma_A = \frac{A_{máximo} - A_{mínimo}}{2}$$

$$\sigma_B = \frac{B_{máximo} - B_{mínimo}}{2}$$



Aula de hoje: linearização

- O que fazer quando os dados não possuem tendência linear?



$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

f: distância focal

o: distância do objeto

i: distância da imagem

Linearização

- Partindo de uma relação não linear:

$$\boldsymbol{Y = K\,X^n}$$

Onde *K* e ***n*** são constantes e se tem interesse em determinar *K*

- Para obter relação linear, criamos uma nova variável:

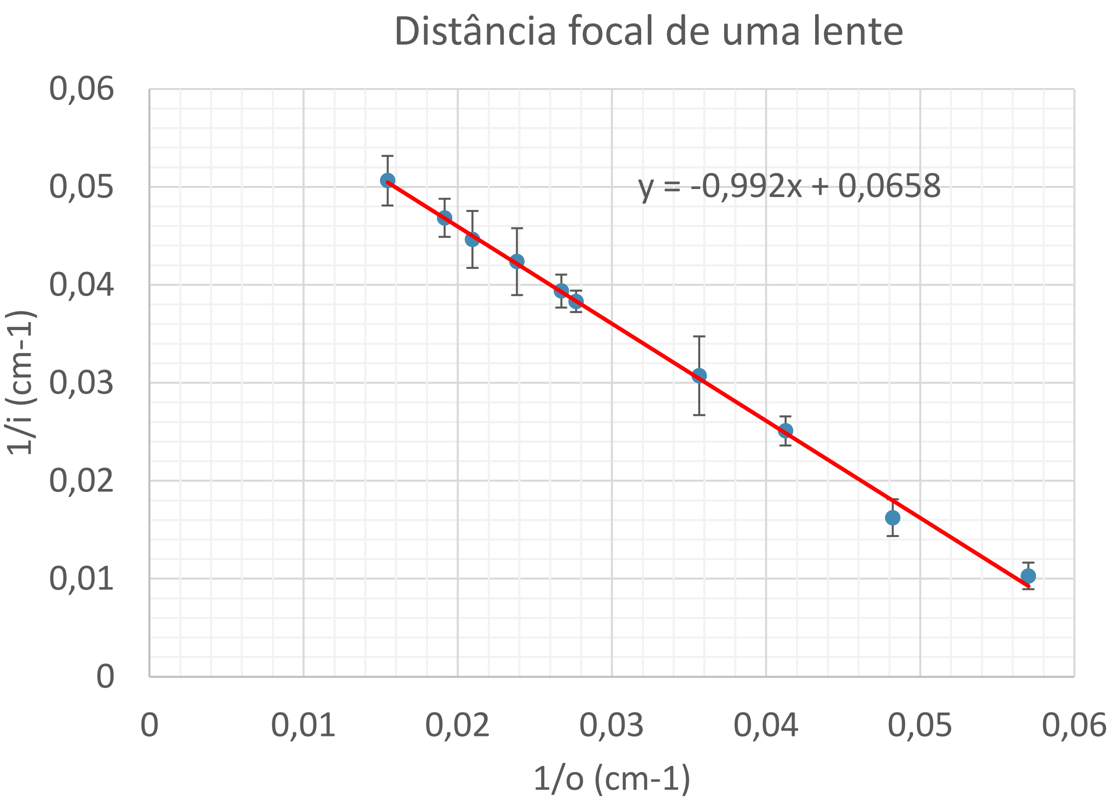
$$\boldsymbol{Z = X^n}$$

- Reescrevemos a equação com a nova variável:

$$\boldsymbol{Y = K\,Z}$$

- Obtém-se o valor de K a partir do ajuste de reta no gráfico de Y vs Z.

Linearização - lentes



$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

y = a+bx

$$y = \frac{1}{i} \quad x = \frac{1}{o}$$

$$a = \frac{1}{f} \qquad b = -1$$

a = 0,0658

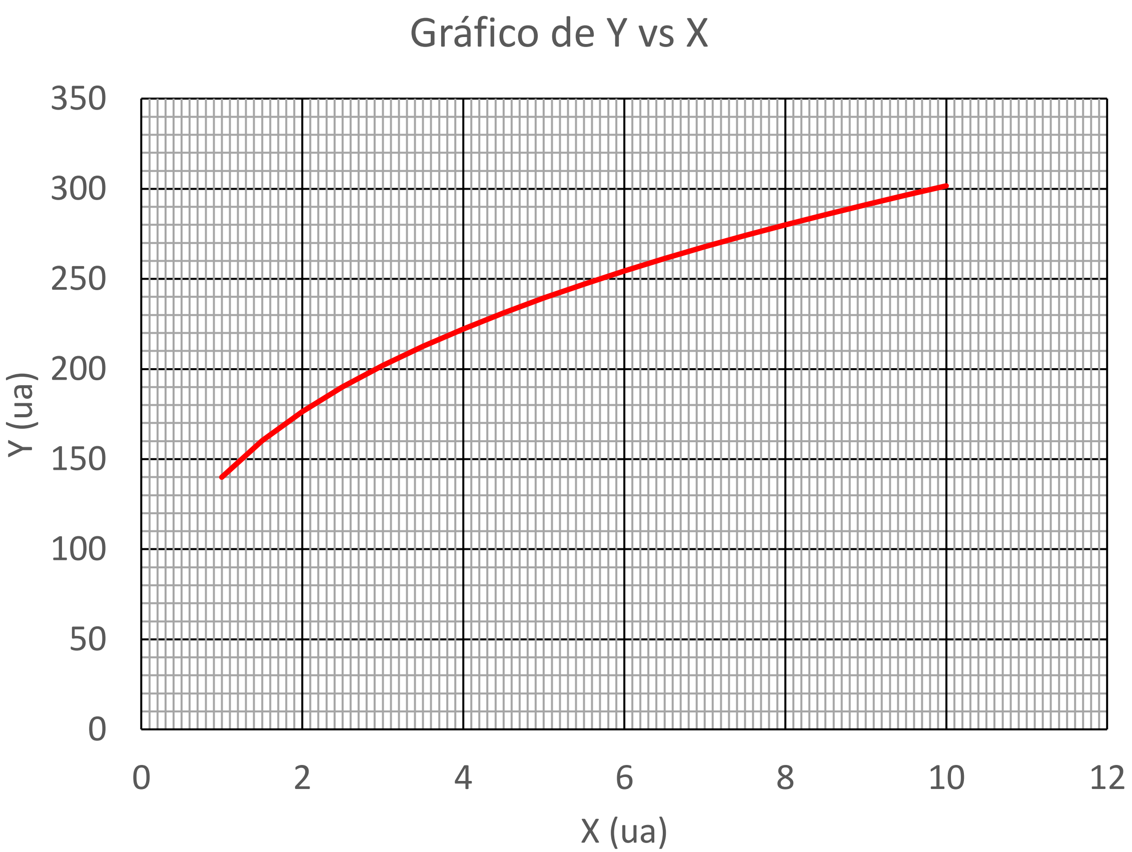
b = -0,992

f = 15,2 ± 0,6 cm

$f_{nominal}$=14,4 cm

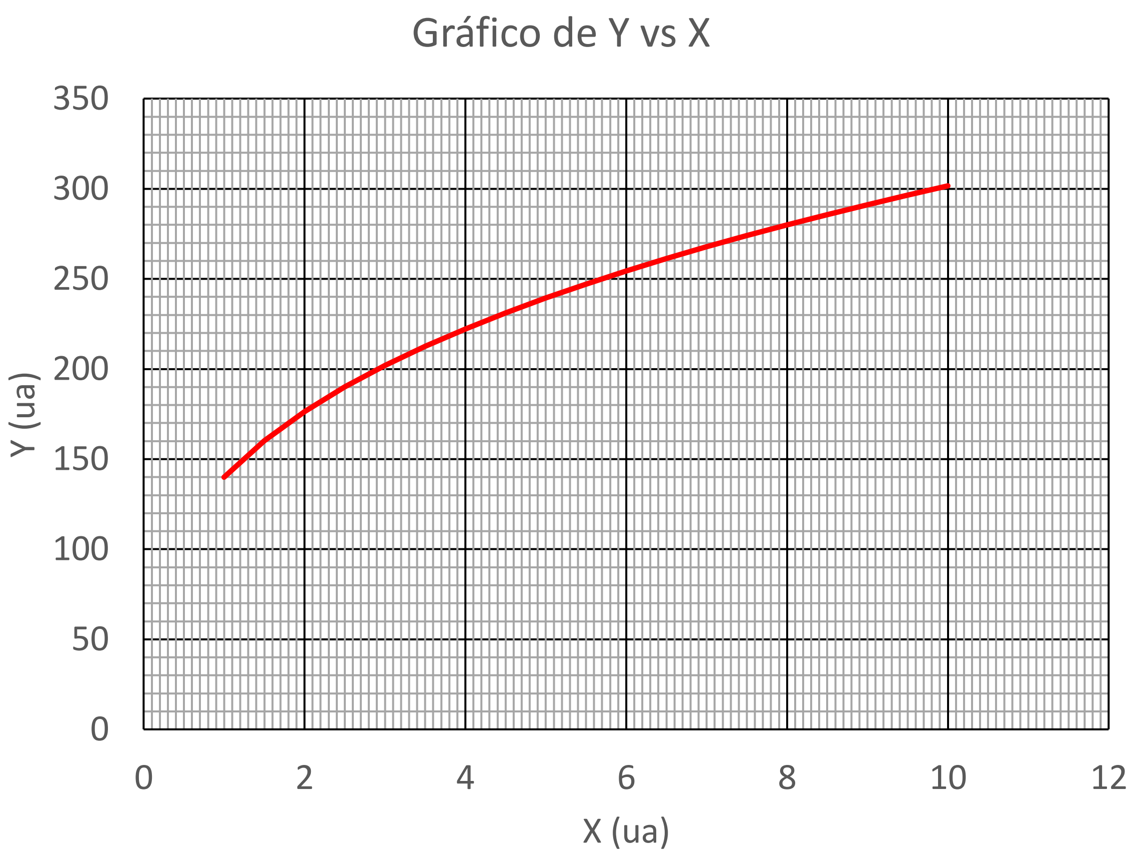
Exercício em aula

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.



Exercício em aula - Resolução

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.



1) Devemos linearizar esse gráfico fazendo uma mudança de variável de maneira que possamos reescrever a equação acima como:

$$Y = CZ$$

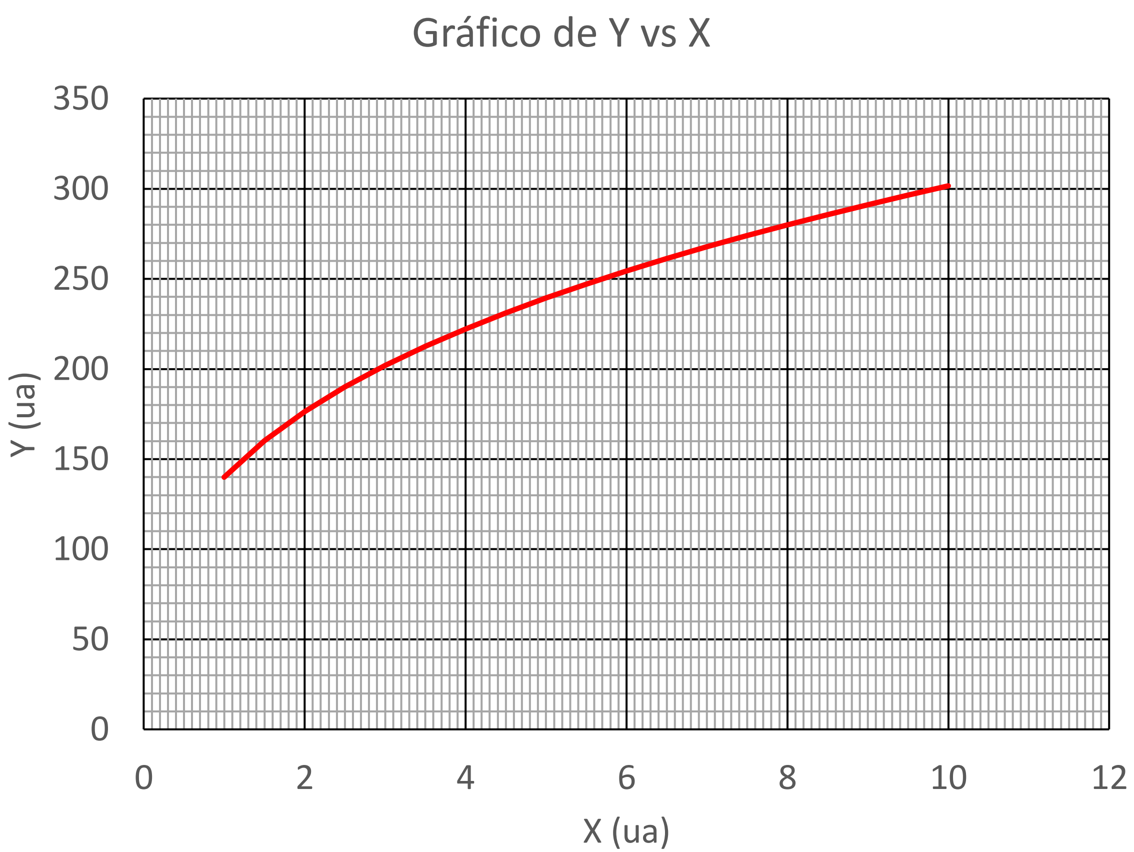
Sendo:

$$C = \frac{A}{7}$$

$$Z = \sqrt[3]{X}$$

Exercício em aula - Resolução

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.

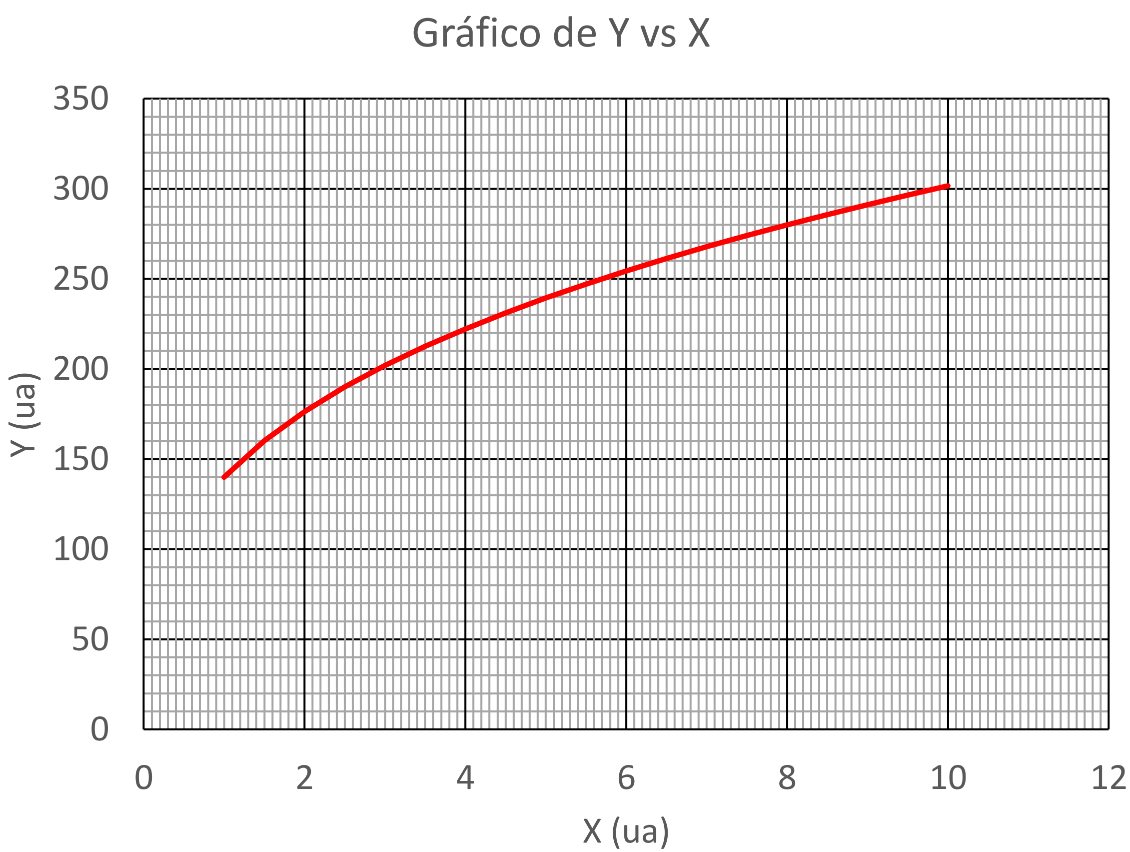


2) Devemos fazer um novo gráfico de Y x Z. Para isso, devemos preencher a seguinte tabela a partir dos dados originais:

X (ua)	Y (ua)	Z ($ua^{1/3}$)
1,0		
2,5		
5,0		
8,0		

Exercício em aula - Resolução

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.

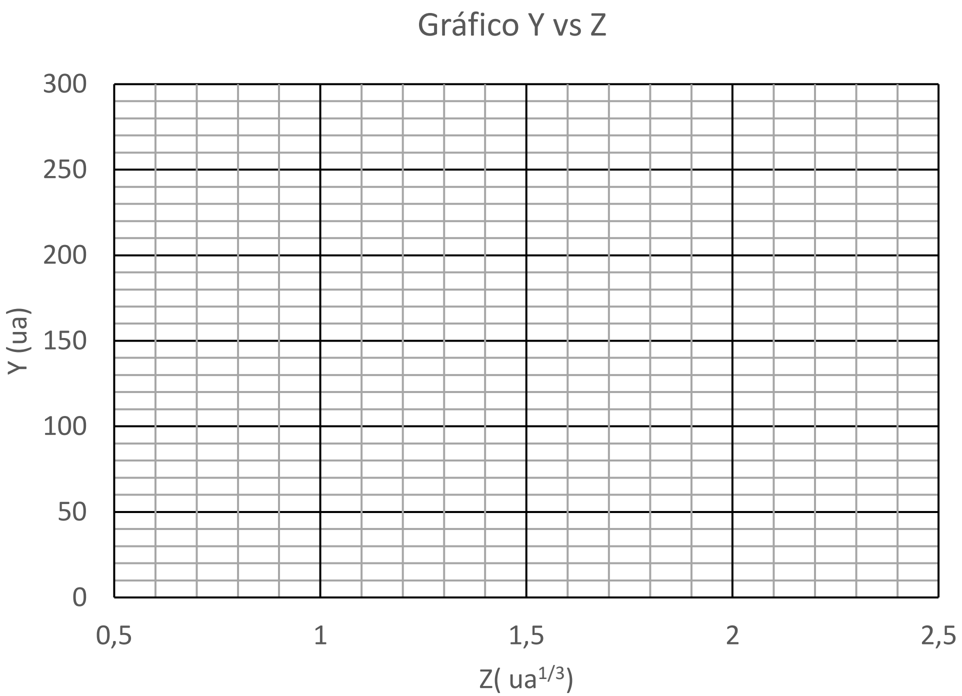


2) Devemos fazer um novo gráfico de Y x Z. Para isso, devemos preencher a seguinte tabela a partir dos dados originais:

X (ua)	Y (ua)	Z ($ua^{1/3}$)
1,0	140	1,0
2,5	190	1,4
5,0	239	1,7
8,0	280	2,0

Exercício em aula – Resolução

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.



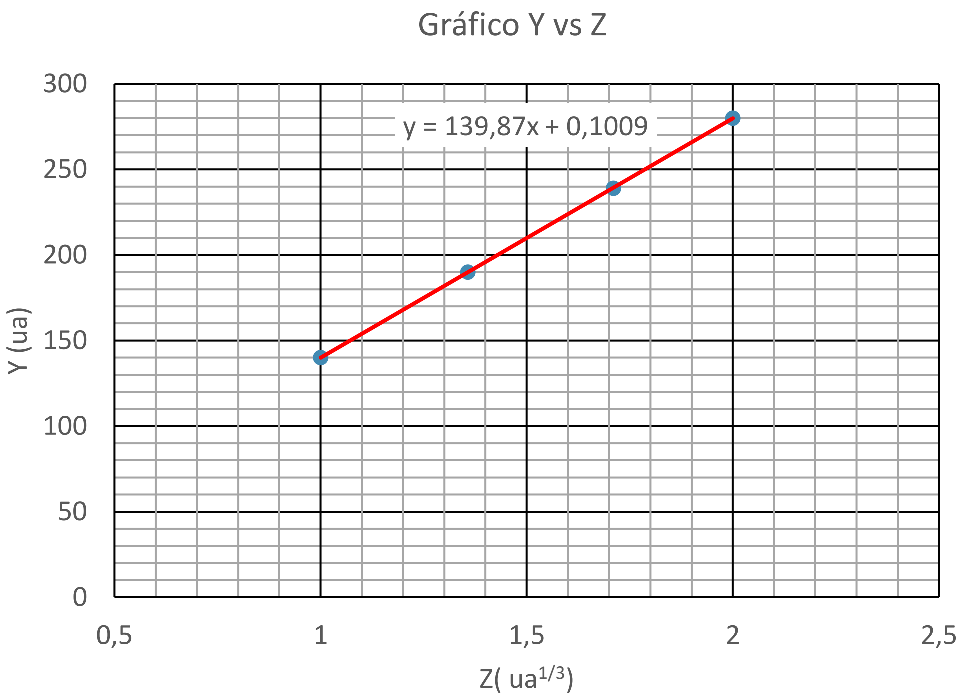
3) Fazemos um novo gráfico de Y x Z a partir dos dados da tabela anterior. Ajustamos a melhor reta e obtemos C.

4) Calculamos A a partir de C:

$$A = 7C$$

Exercício em aula - Resolução

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.



3) Fazemos um novo gráfico de Y x Z a partir dos dados da tabela anterior. Ajustamos a melhor reta e obtemos C.

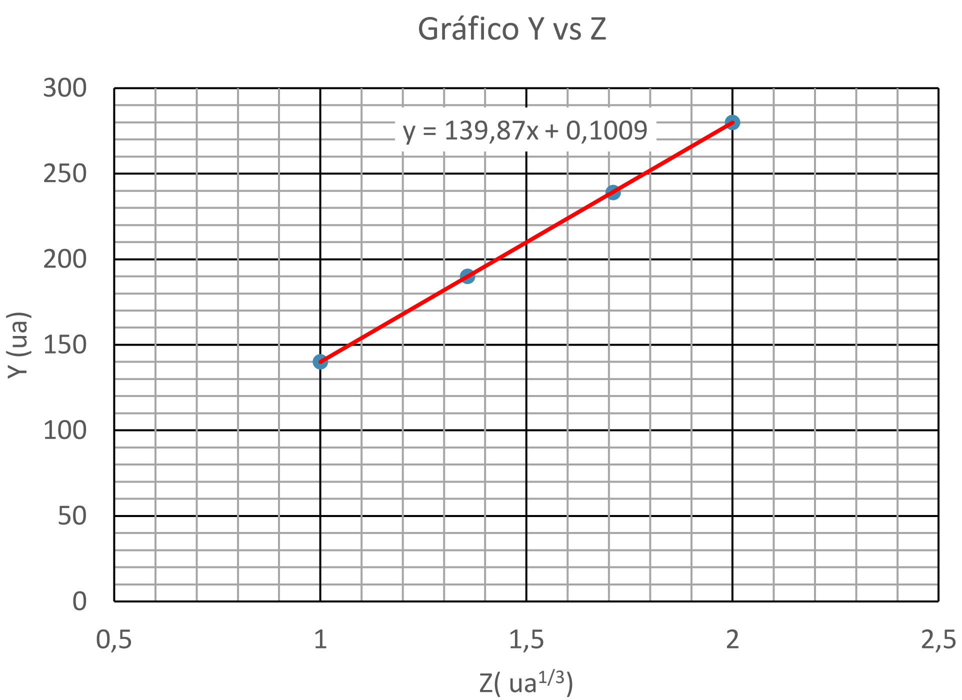
4) Calculamos A a partir de C:

$$A = 7C$$

$A_{gráfico} = 979{,}1\ ua^3$ $A_{nominal} = 979{,}1\ ua^3$

Exercício em aula - Resolução

- O gráfico abaixo representa a relação entre a função Y e a variável X. Como pode-se perceber, a relação entre X e Y não é linear, e pode ser descrita com a seguinte equação: $Y = \frac{A}{7}\sqrt[3]{X}$. Obtenha o valor da constante A.



3) Fazemos um novo gráfico de Y x Z a partir dos dados da tabela anterior. Ajustamos a melhor reta e obtemos C.

4) Calculamos A a partir de C:

$$A = 7C$$

$A_{gráfico}$ =979,1 ua^3 $A_{nominal}$ =979,1 ua^3

5) Para saber se os dois valores são compatíveis é necessário calcular a incerteza de A:

Ajustamos as retas maior e menor no gráfico de Y X Z e obtemos a incerteza de C:

$$\sigma_C = \frac{C_{máximo} - C_{mínimo}}{2}$$

6) Calculamos a incerteza de A:

$$\boldsymbol{\sigma_A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial C}\,\sigma_C\right)^2}}$$

Aula de hoje: Continuação da análise do Movimento de Queda de um Objeto

- Hipótese sobre o movimento de um corpo em queda livre:
  - Um corpo em queda está sob a influência de uma força constante, a força da gravidade, portanto se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

  - O que leva às equações para velocidade e posição:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

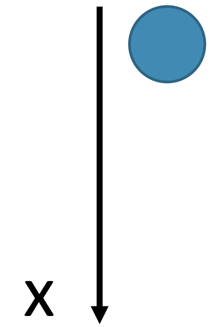
$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

Hipótese sobre o movimento de queda livre

- Observando o movimento na direção vertical (eixo-x orientado para baixo) pode-se abandonar a notação vetorial:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

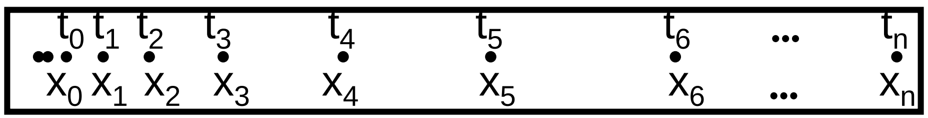


- corolário: a velocidade média num intervalo de tempo coincide com a velocidade instantânea no centro do intervalo de tempo:

$$\bar{v}(t_1, t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

Como verificamos esse modelo na aula passada?

- Estudando o movimento de queda de um objeto:
  - Medidas de posição em função do tempo



  - Verificando se a velocidade *v(t)* apresenta uma dependência linear com o tempo *t*, isto é, $v(t) = v_0 + gt$, através do gráfico v vs t.

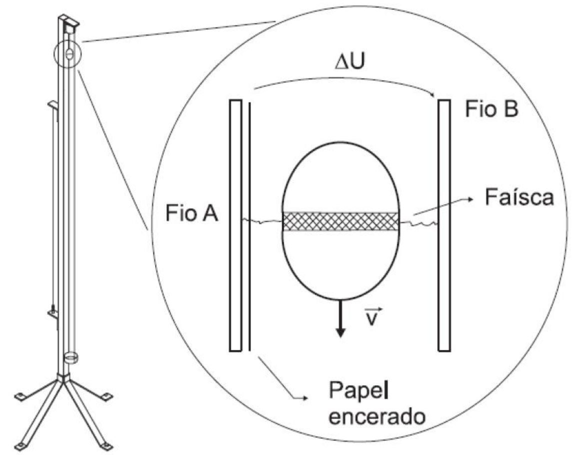
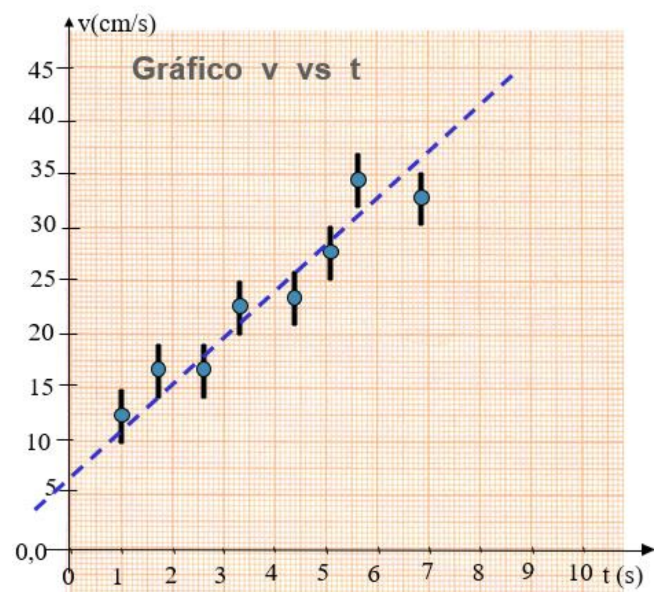


Figura 5.1: equipamento utilizado para o estudo da queda do corpo. As faíscas provocadas pelos pulsos de alta tensão entre os dois fios marcam um papel encerado.



Influência de V_0 na obtenção de um valor para a gravidade

- Do modelo: $v(t) = v_0 + gt$, sendo v_0=0 m/s^2 se o objeto é simplesmente solto.

- Pelo nosso arranjo experimental:
  - Objeto oval está preso por um ímã que desliga no início da medida (v_0=0 m/s^2)

- Da análise dos dados:
  - Escolha arbitrária de t_0 e x_0: v_0 pode ou não ser igual 0 m/s^2

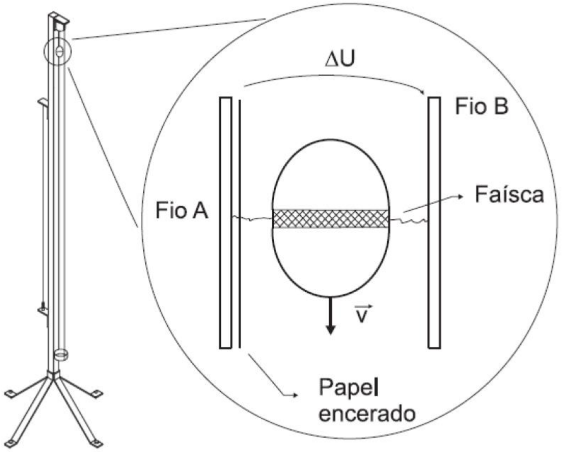
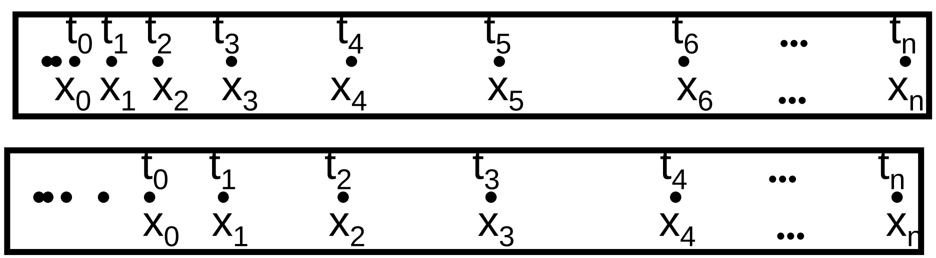
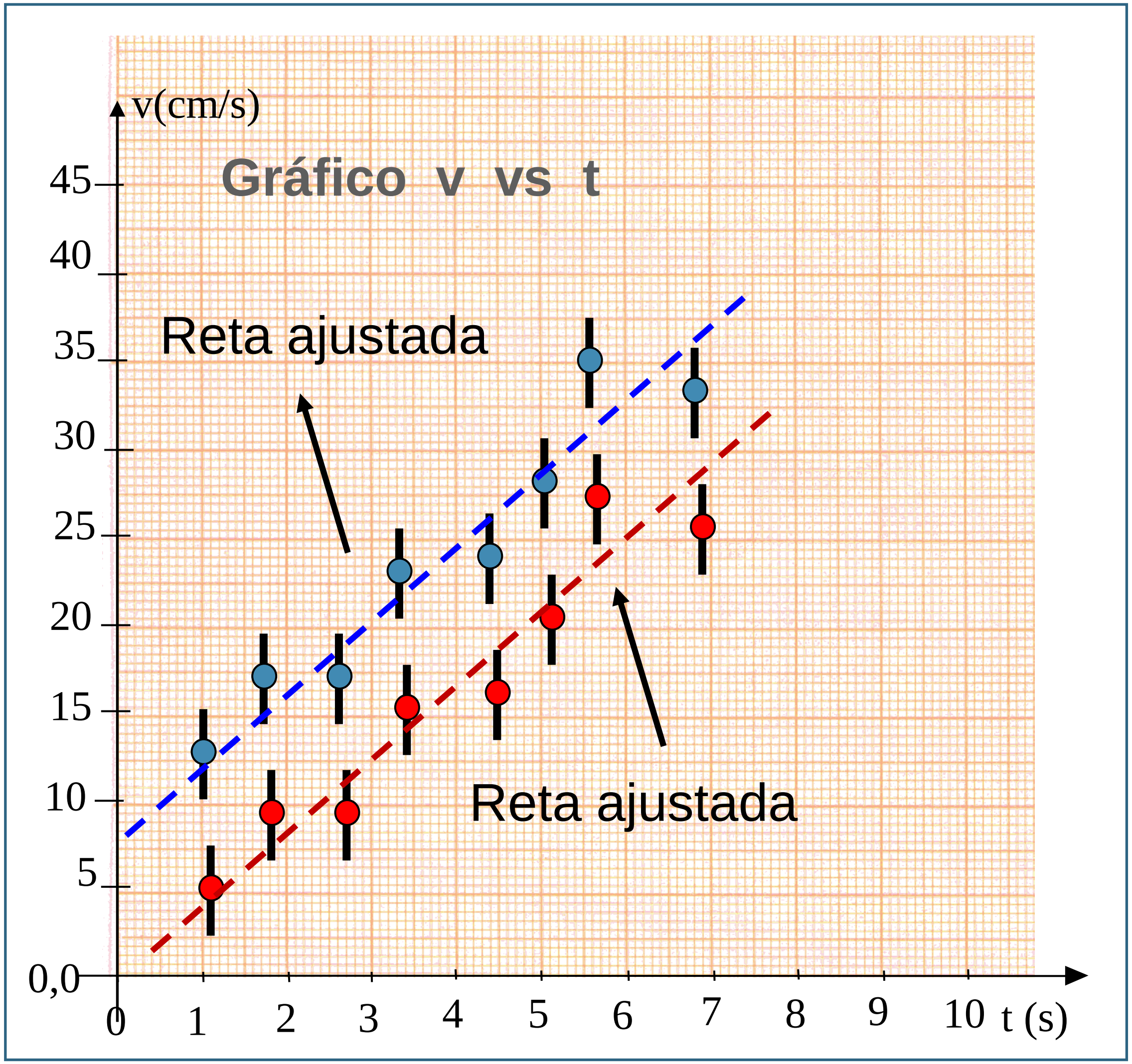


Figura 5.1: equipamento utilizado para o estudo da queda do corpo. As faíscas provocadas pelos pulsos de alta tensão entre os dois fios marcam um papel encerado.



O que acontece com o valor da gravidade e com o nosso modelo se $v_0 \neq 0$ m/s^2 ?

Influência de V_0 na obtenção de um valor para a gravidade



- Para $V_0 = 0$:
  - Ajuste passa pela origem
  - Coeficiente angular = g
- Para $V_0 \neq 0$:
  - Ajuste não passa pela origem
  - Coeficiente angular = g
- Para nosso modelo e valor de g: $v(t) = v_0 + g \cdot t$
  - Sem influência.
    - Retas paralelas
    - Mesmo coeficiente angular: g

Aula de hoje: continuação da verificação do modelo de queda livre

- Nosso modelo diz que:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

x_0=0 cm pela escolha do sistemas de coordenadas onde o objeto é solto (ímã).

- Verificação do nosso modelo através da análise de como a posição varia com o tempo.

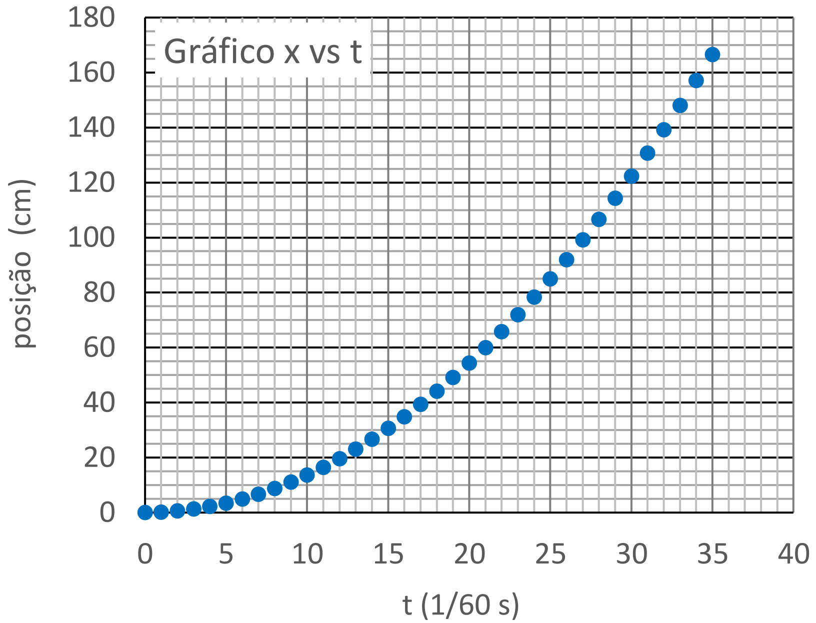
- Simulação do nosso modelo

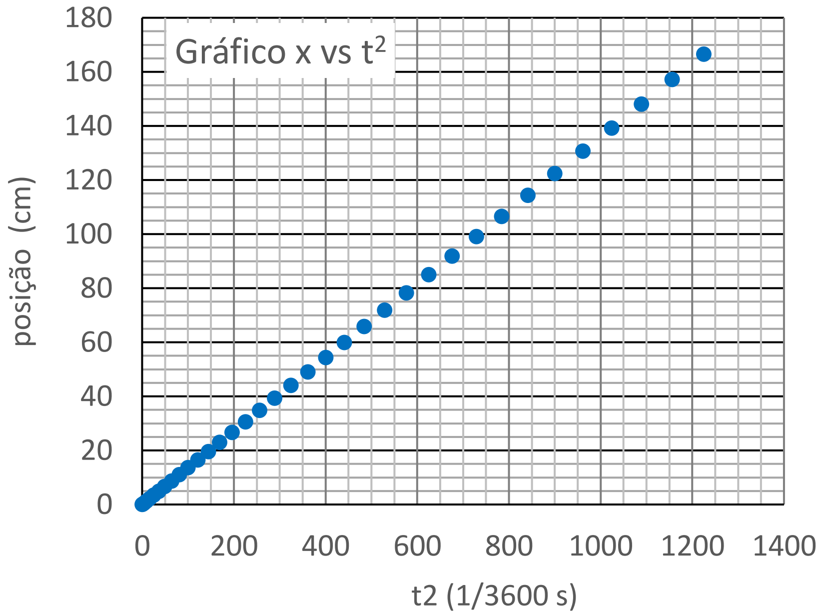
Análise de dados - Linearização

- Gráfico de x vs t: não linear já que

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

- Linearização de X vs t (se v_0=0 cm/s^2)
  - Gráfico de X vs T^2
  - Obter coeficiente angular + linear
    - Obter g e X_0



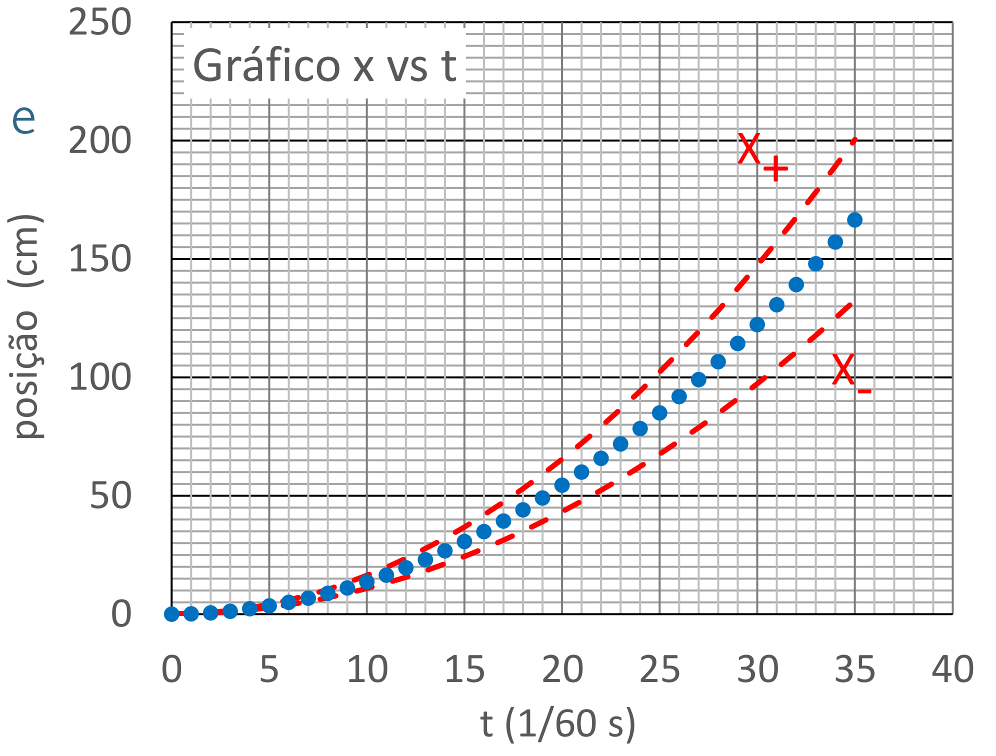


Análise de dados - Simulação

- Verificação se hipóteses sobre o arranjo e procedimento foram adequadas:
  - Comparação do modelo teórico e dados experimentais
    - Gráfico x vs t dos pontos experimentais + simulação
- Simulação
  - Usar valor de g obtido no guia anterior (V x t)
  - Calcular valores limites X+ e X-:

$$x_+ = ½\,(g + \sigma_g)\,t^2$$

$$x_- = ½\,(g - \sigma_g)\,t^2$$



Dicussão

- O parâmetro *a* (v_0) é coerente com um movimento que se iniciou no repouso?

- E *b* é compatível com o valor da aceleração da gravidade? O IAG obteve o valor de 978,622 cm/s^2 para a aceleração da gravidade fazendo uma medida bastante precisa.

- O ajuste dos valores simulados (esperados) é compatível com os experimentais em todo o intervalo de medida?

Para a próxima aula (26/05):

- Entrega do Guia 4.2 (um por grupo)
- No moodle (aba Experimento # 4- Queda livre):
  - Exercício individual (até dia 26/05).
- Lembrando: dia 19/05/23 PROVA 01

LOCAL DA PROVA: sala 2019

HORÁRIO DA PROVA: das 19:30 hs às 22:30 hs

TRAZER: Calculadora e régua

Quaisquer mudanças: VER NO MOODLE (início/locais das provas)