

Introdução às Medidas em Física (4300152)

Aula 06 (05/05/2023)

Paula R. P. Allegro

paula.allegro@usp.br

Na aula de hoje:

- Resumo dos principais pontos da aula anterior
- Conceitos:
 - Medidas indiretas
 - Análise de dados:
 - Análise Gráfica – ajuste de reta
 - Comparação com um modelo
- Experiência 4: Movimento de Queda Livre

Referências para a aula de hoje:

- Apostila do curso (página principal do moodle):
 - Capítulo IV: Interpretação Gráfica De Dados
 - Experiência IV (Aulas 06 e 07) - Queda Livre.

Da aula Anterior - Média ponderada

$$\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{p_1 f_1 + p_2 f_2 + p_3 f_3 + p_4 f_4 + p_5 f_5}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5}$$

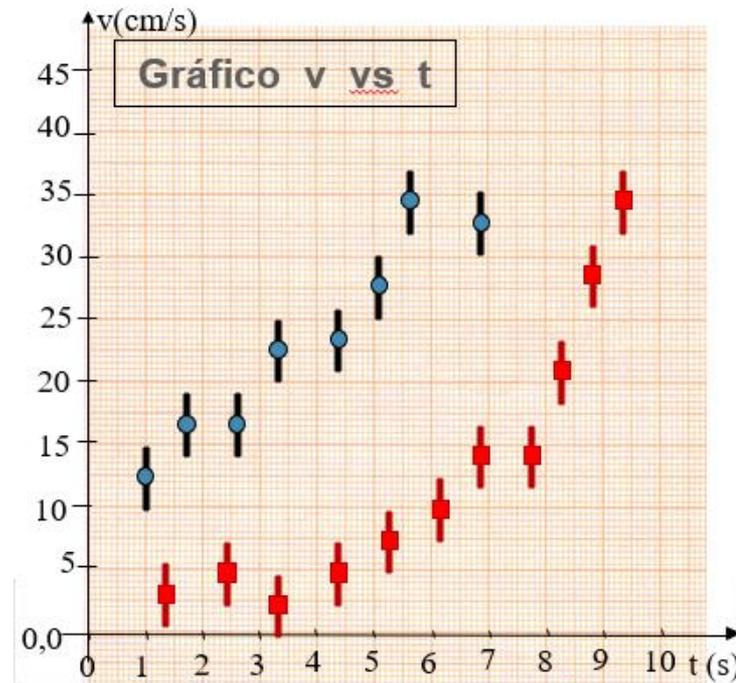
$$\bar{f}_{\text{pond}} = \frac{\sum p_i f_i}{\sum p_i} \quad \text{onde: } p_i = \frac{1}{\sigma_{f_i}^2}$$

- E a incerteza de \bar{f}_{pond} é dada por:

$$\sigma_{f_{\text{pond}}} = \sqrt{\frac{1}{\sum p_i}}$$

Aula de hoje: Análise Gráfica

- Como determinar o comportamento dos meus dados experimentais?
- Será que os dados seguem algum modelo proposto?



Gráficos

- O que um gráfico deve conter:
 - Título e legenda do gráfico
 - Legenda e unidade nos eixos
 - Escala adequada para os eixos
 - Dados experimentais e incertezas
 - Funções teóricas ou curvas médias (algumas vezes é optativo)

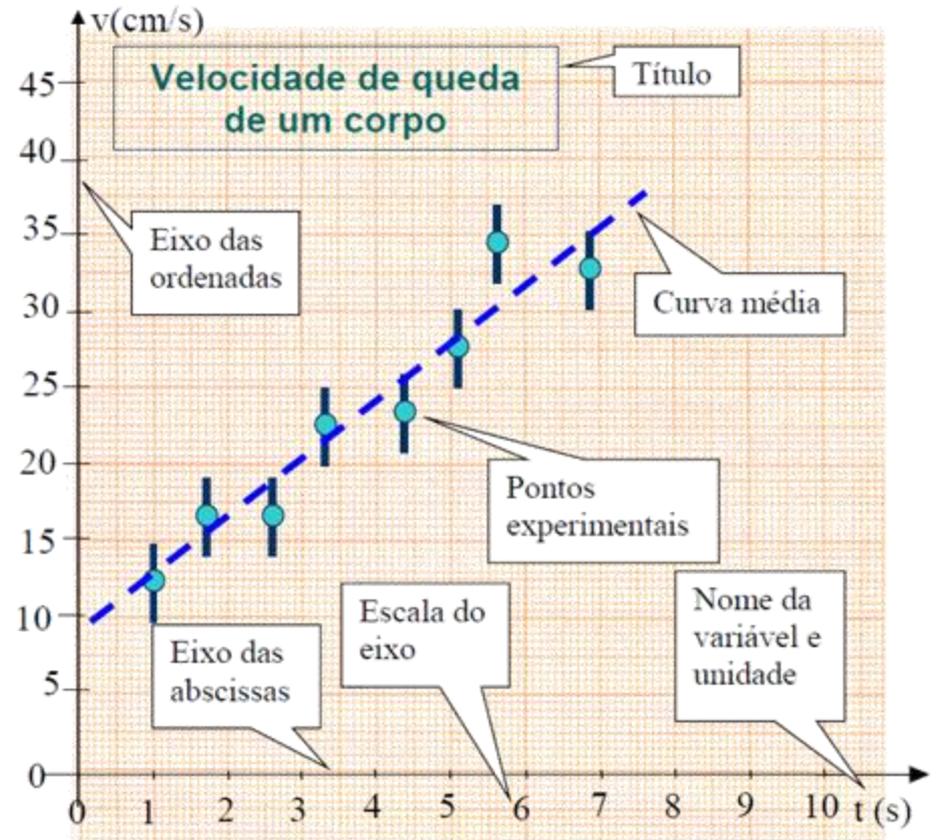
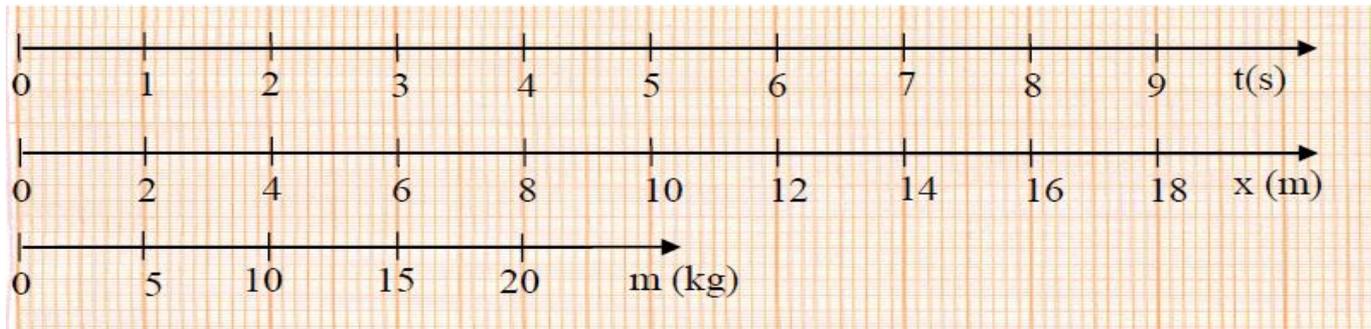


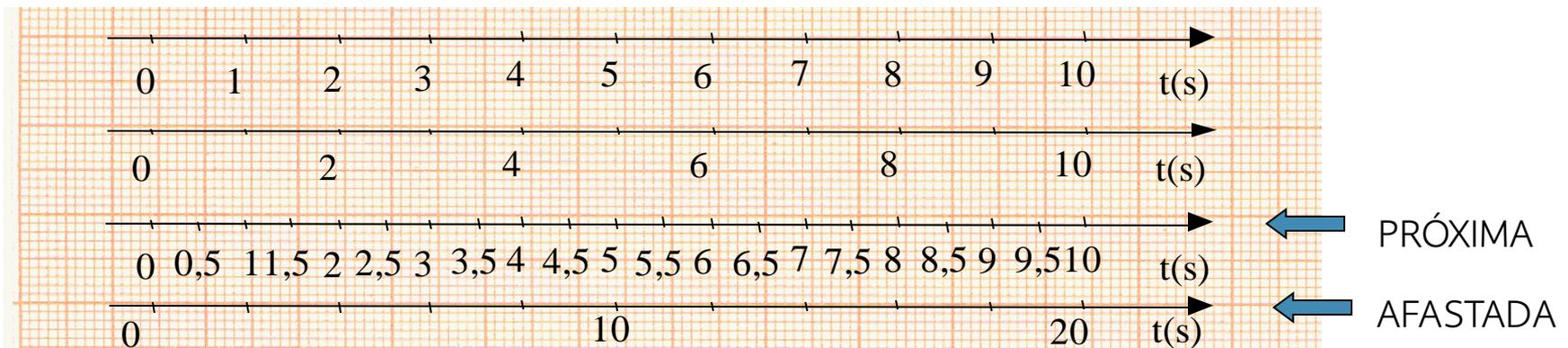
Figura 3.1. Componentes típicos de um gráfico científico padrão.

Eixos em um gráfico

- Escolha uma escala que se adapte ao tamanho do papel utilizado
- Utilize **APENAS** escalas “múltiplas” (na base 10) de **1, 2** ou **5**

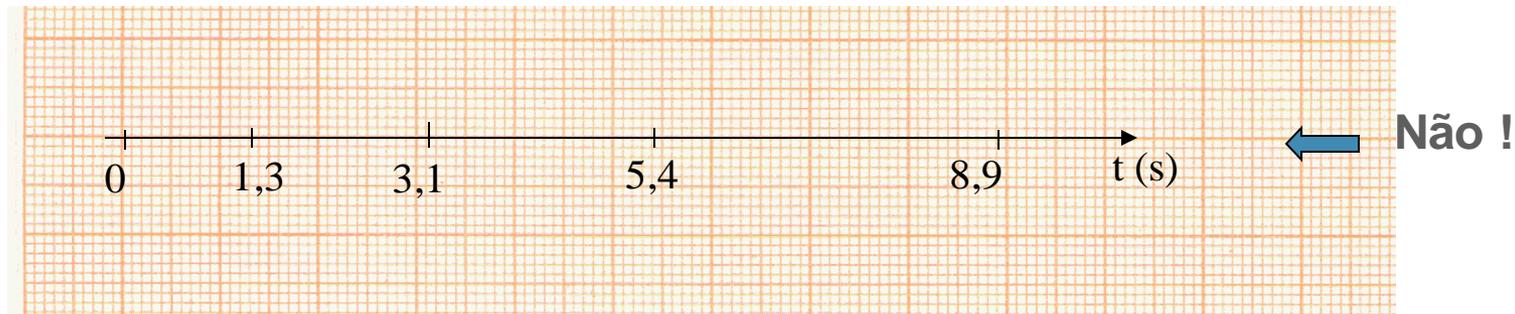


- Gradue os eixos de 1 em 1 cm (ou 2 em 2). **Evite** escalas muito espaçadas ou muito comprimidas



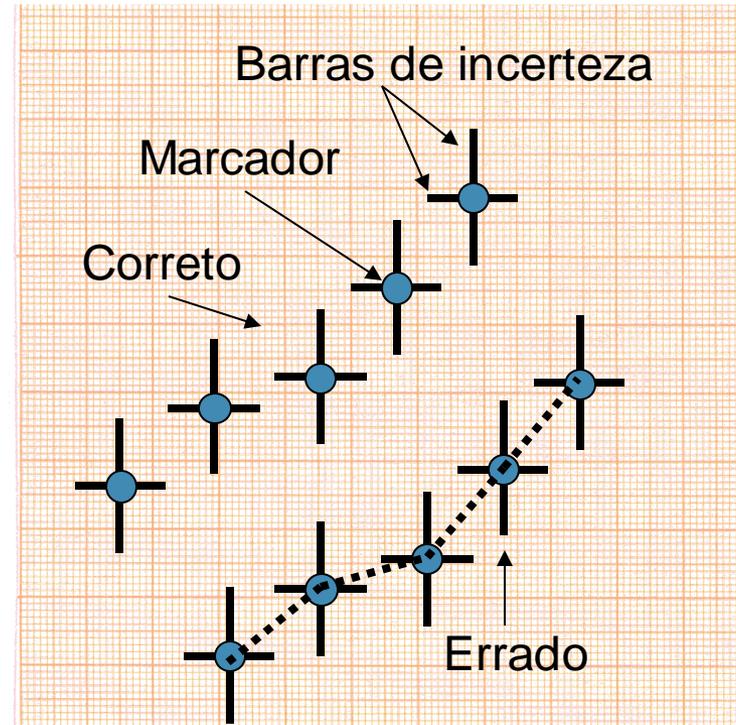
Eixos em um gráfico

- Desenhe os eixos. Não utilize os eixos e escalas pré-desenhadas no papel
- Coloque legendas em cada um dos eixos
- **NUNCA** escreva os valores dos pontos nos eixos nem desenhe traços indicando os pontos



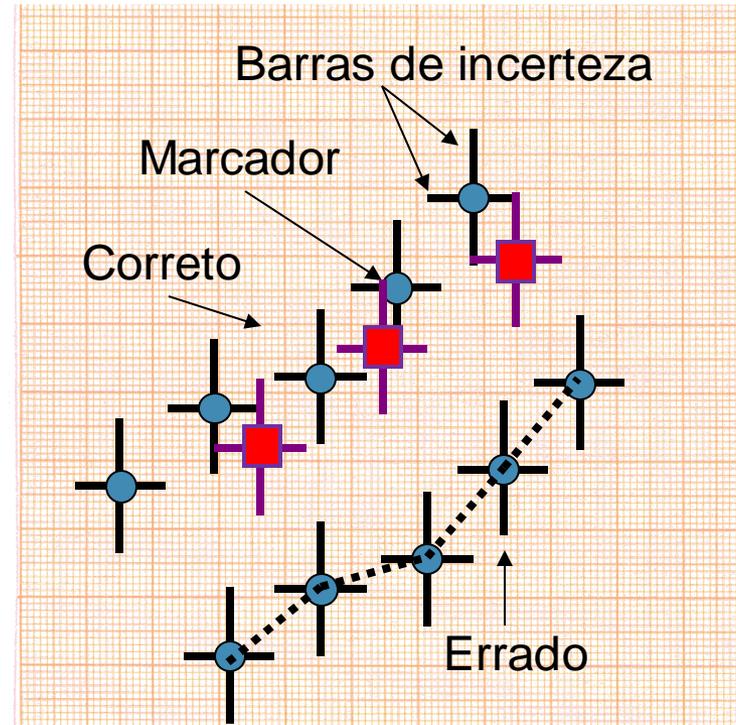
Representação dos pontos no gráfico

- Utilize marcadores visíveis
- Represente as barras de incerteza em y e x (quando houver) de forma clara
- **NUNCA LIGUE OS PONTOS**



Representação dos pontos no gráfico

- Utilize marcadores visíveis
- Represente as barras de incerteza em y e x (quando houver) de forma clara
- **NUNCA LIGUE OS PONTOS**
- Conjunto de dados diferentes devem ser representados com símbolos (ou cores) diferentes



Ajuste de função

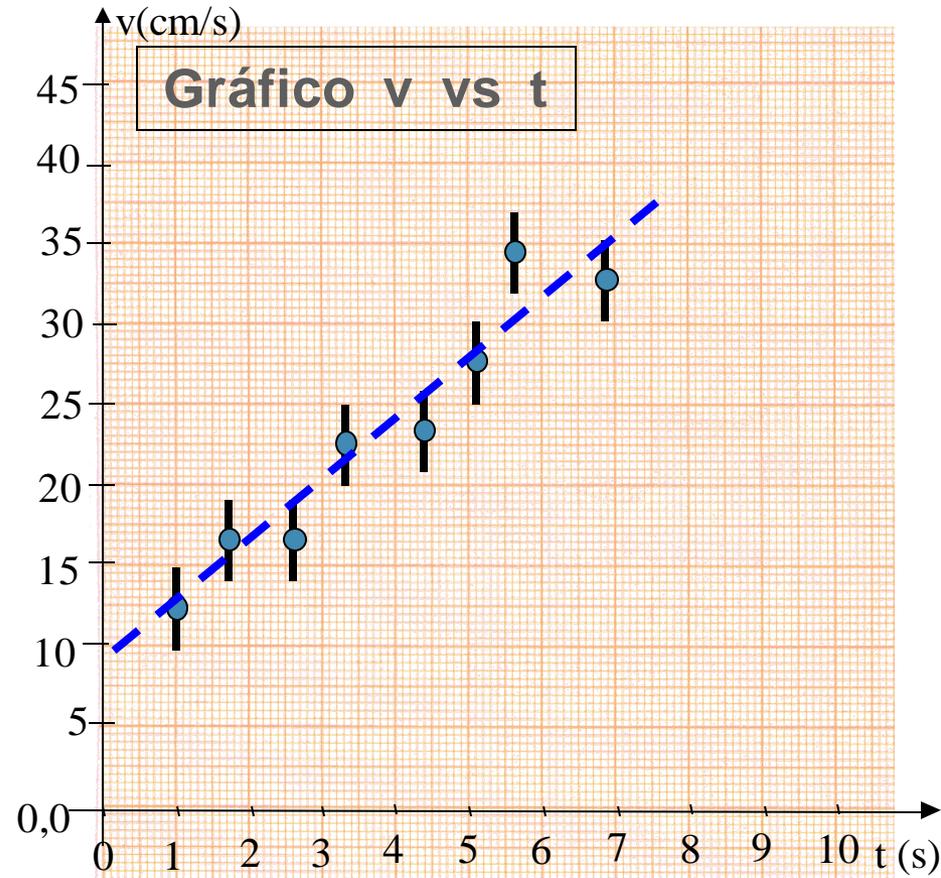
- Dados seguem um comportamento aparentemente **linear**
- Escolha de um modelo:

$$Y = A + B X$$

- Neste exemplo:

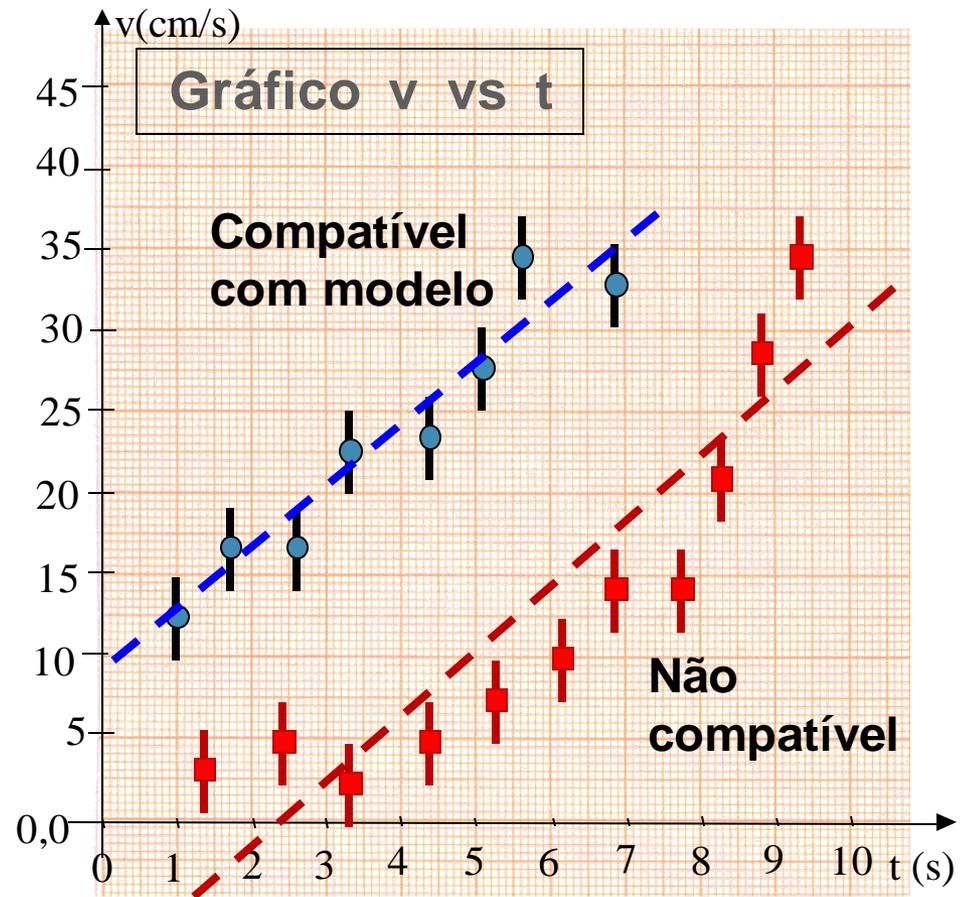
$$v(t) = A + B t$$

- Ajustar uma reta média entre os pontos experimentais
- Critério: distribuir pontos igualmente entre os dois lados da reta



Compatibilidade com modelo

- Verificar **SEMPRE** se o modelo escolhido (reta média) realmente descreve adequadamente a tendência dos dados experimentais
- Pontos **vermelhos** – reta claramente **NÃO** representa a tendência dos dados, apesar da distribuição igualitária dos pontos ao redor da reta



Análise Gráfica - ajuste de reta

- Modelo linear:

$$Y = A + B X$$

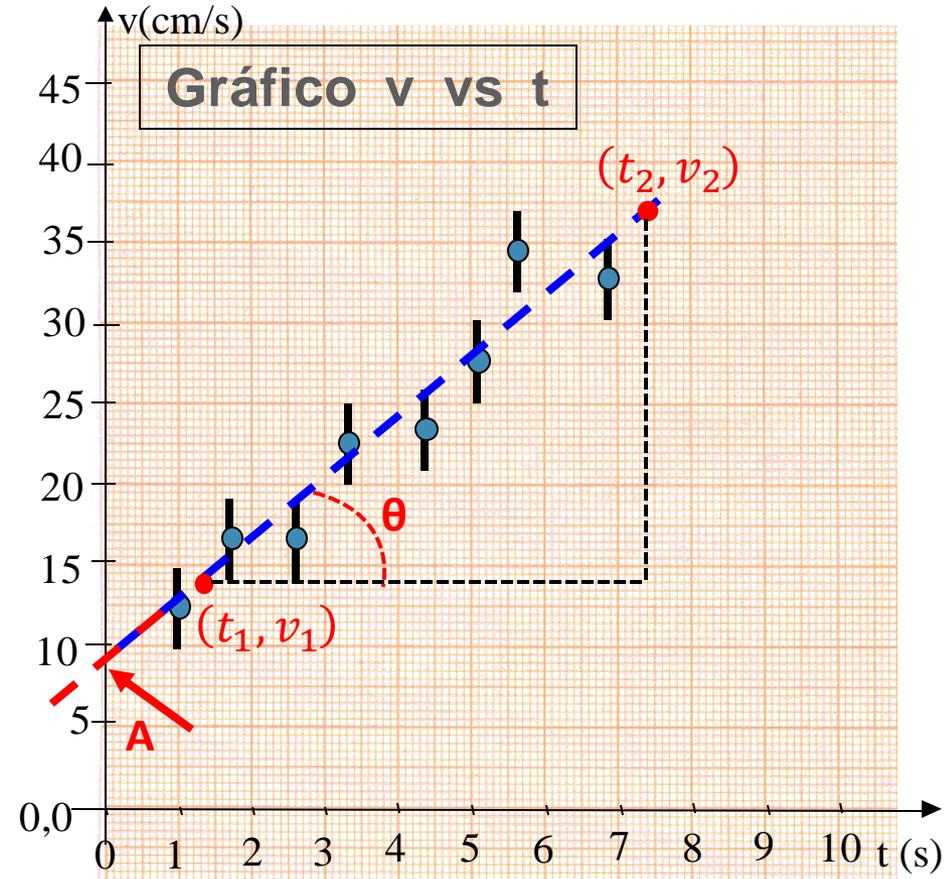
- Determinação dos coeficientes angular (A) e linear (B):

- Coeficiente linear A: ponto em y que a reta cruza o eixo vertical ($x=0$)

- Coeficiente angular B:

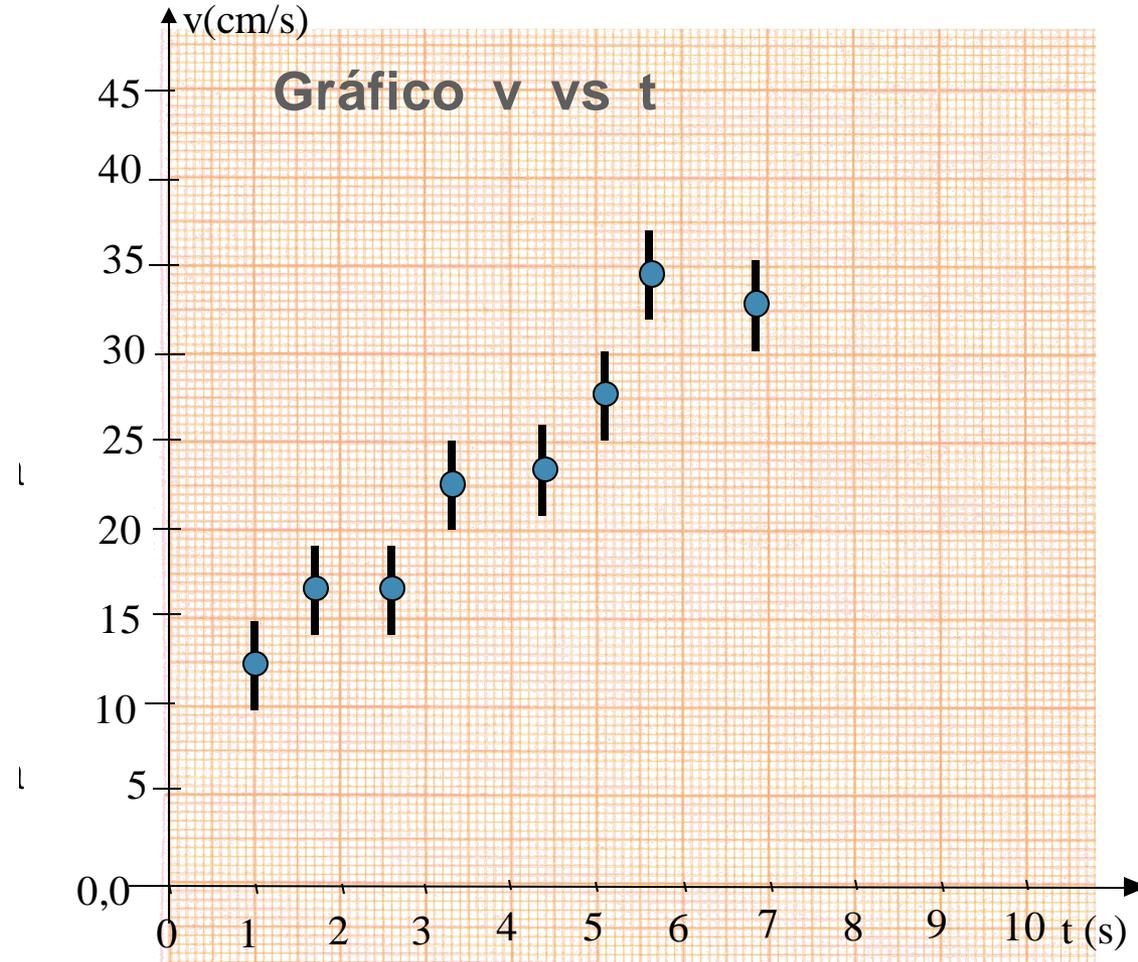
- Escolher pontos distantes sobre a reta, que **NÃO** sejam pontos experimentais

$$B = \tan \theta = \left. \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right|_{\text{reta}} = \left. \frac{\Delta v}{\Delta t} \right|_{\text{reta}}$$
$$= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$



Análise Gráfica - incertezas

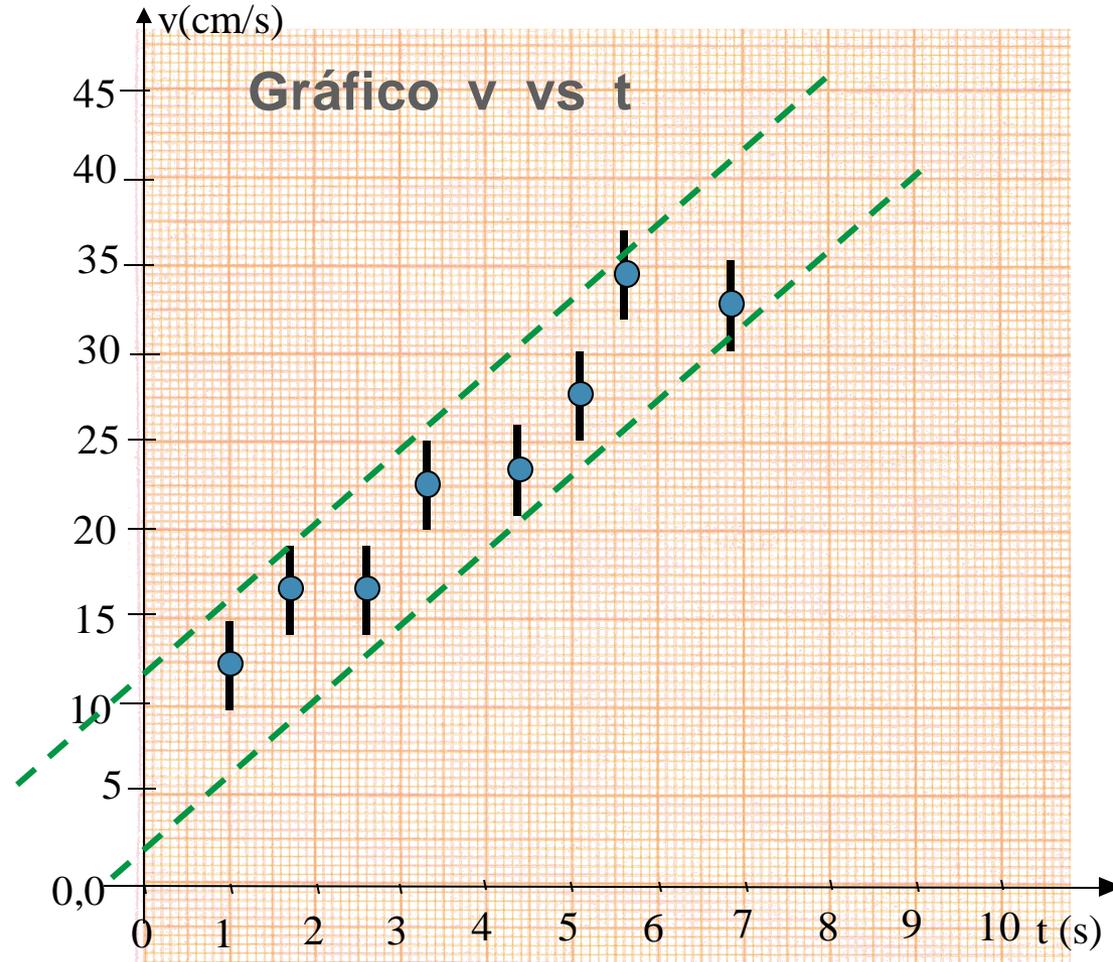
- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:



Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:

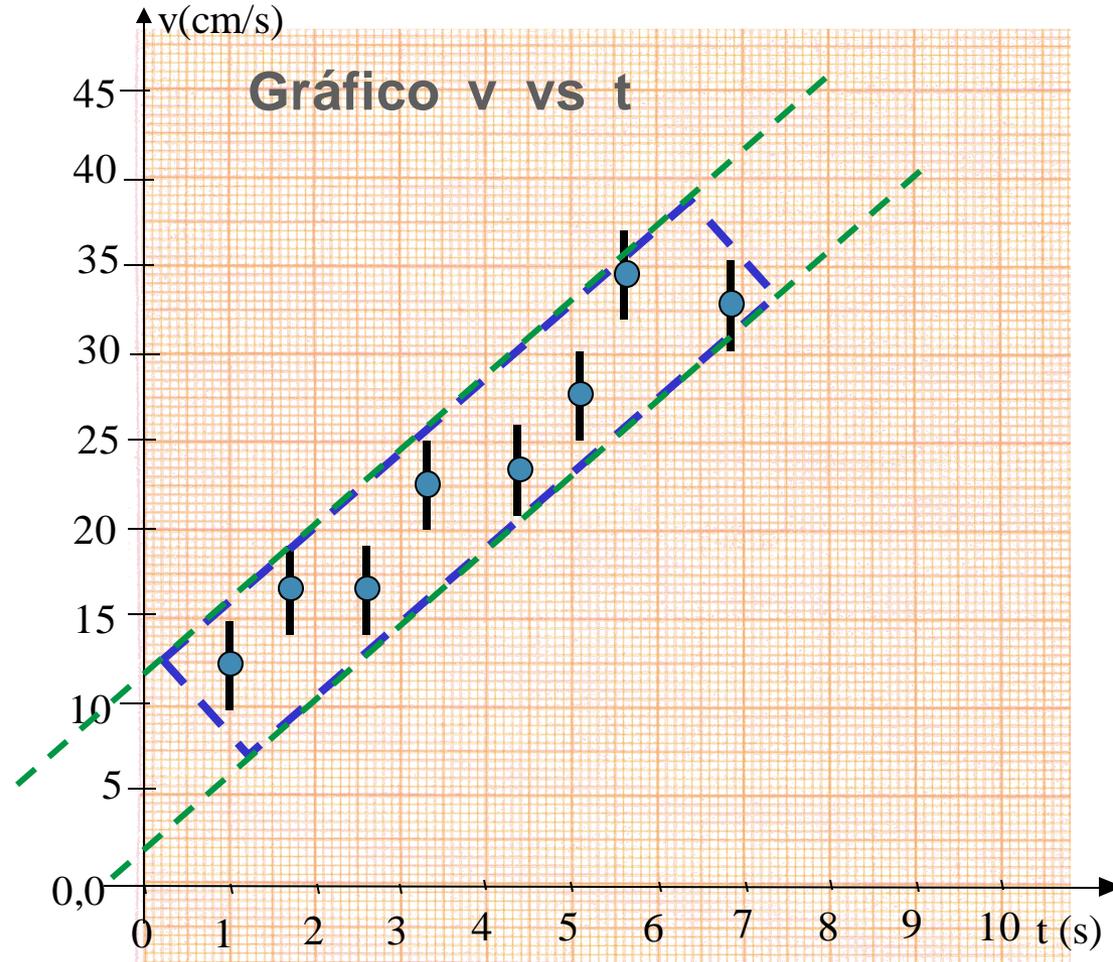
1) Determinar a região da incerteza dos pontos.



Análise Gráfica - incertezas

- A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:

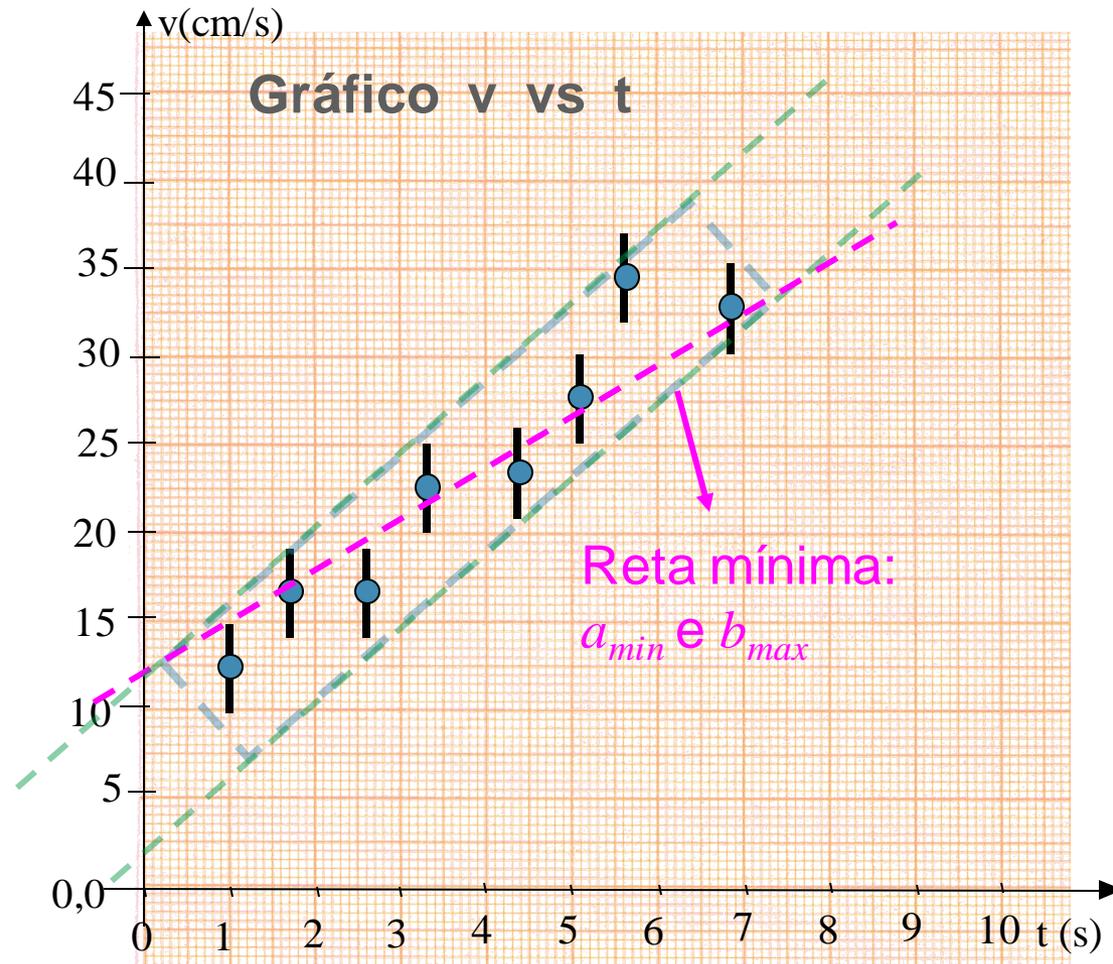
1) Determinar a região da incerteza dos pontos. Traçar o menor retângulo possível.



Análise Gráfica - incertezas

• A incerteza de **A** e **B** também é obtida graficamente:

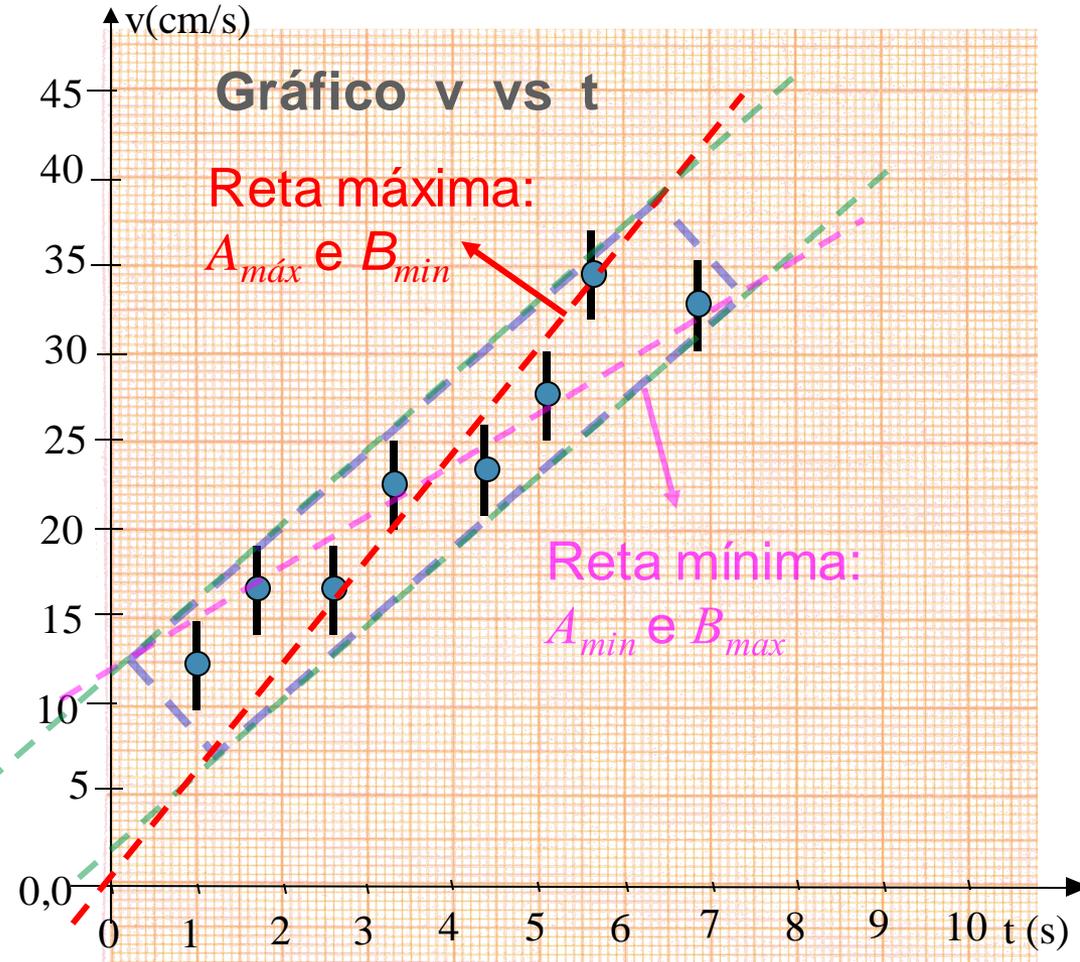
- 1) Determinar a região da incerteza dos pontos. Traçar o menor retângulo possível.
- 2) Estimar a reta de menor inclinação possível que ainda descrevem os pontos, o que determina os parâmetros máximo a_{min} e mínimo b_{max} ;



Análise Gráfica - incertezas

• A incerteza de A e B também é obtida graficamente:

- 1) Determinar a região da incerteza dos pontos. Traçar o menor retângulo possível.
- 2) Estimar a reta de menor inclinação possível que ainda descrevem os pontos, o que determina os parâmetros máximo A_{min} e mínimo B_{max} ;
- 3) Estimar a reta de maior inclinação possível que ainda descrevem os pontos, o que determina os parâmetros mínimo A_{max} e máximo B_{min} ;



Análise Gráfica - incertezas

- As incertezas do coeficiente linear A e do coeficiente angular B são dadas por:

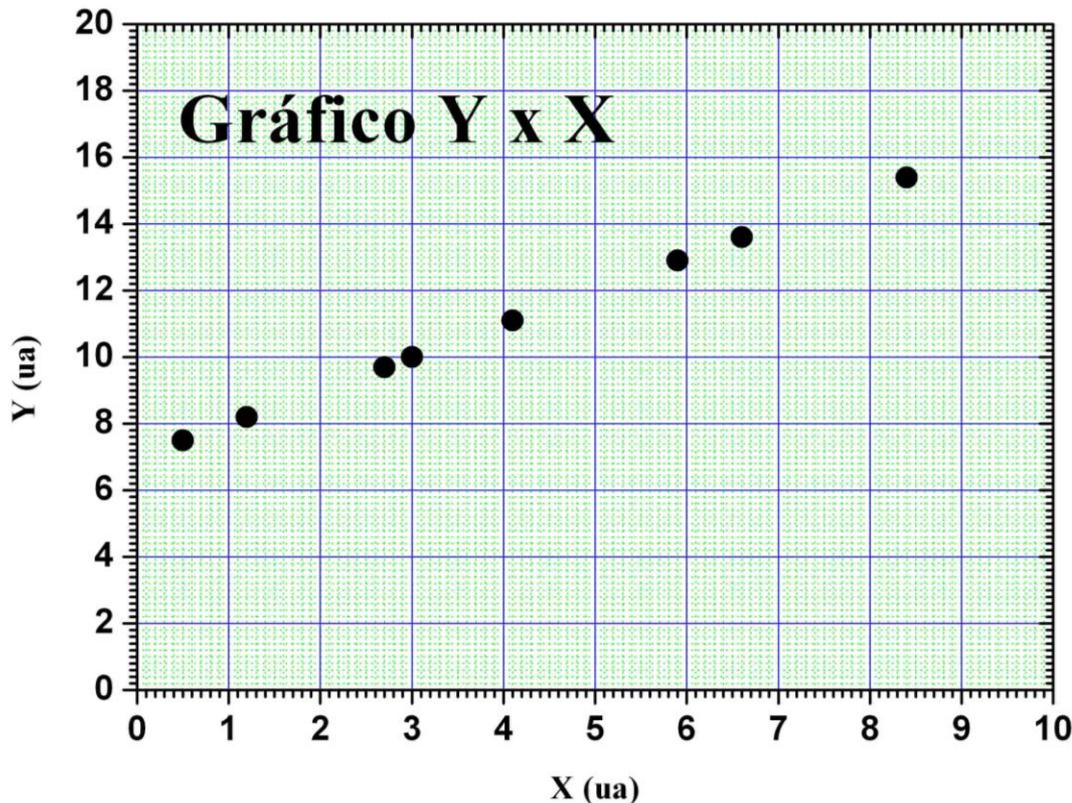
$$\sigma_A = \frac{A_{\text{máximo}} - A_{\text{mínimo}}}{2}$$

$$\sigma_B = \frac{B_{\text{máximo}} - B_{\text{mínimo}}}{2}$$

- Uma vez com as incertezas calculadas, podemos avaliar se o resultado está de acordo com o modelo proposto, isto é, se os valores dos parâmetros A e B são compatíveis com os valores esperados segundo o modelo.

Análise Gráfica - incertezas

- Para incertezas pequenas e pontos bem alinhados:
 - Usar **precisão da leitura** no gráfico, se não for possível traçar um retângulo.



No exemplo:
 $\frac{1}{2}$ da menor divisão da escala.

Escala em x - $\sigma_x = 0,05$ ua
Escala em y - $\sigma_y = 0,1$ ua

Exercícios em aula

- Posicione na figura abaixo, o terceiro ponto da tabela. Para realizar esse posicionamento, primeiro você terá que calcular o valor da escala.

Medidas de tempo (s)				
2,3	4,56	8,294	11,1	3,2



2,0



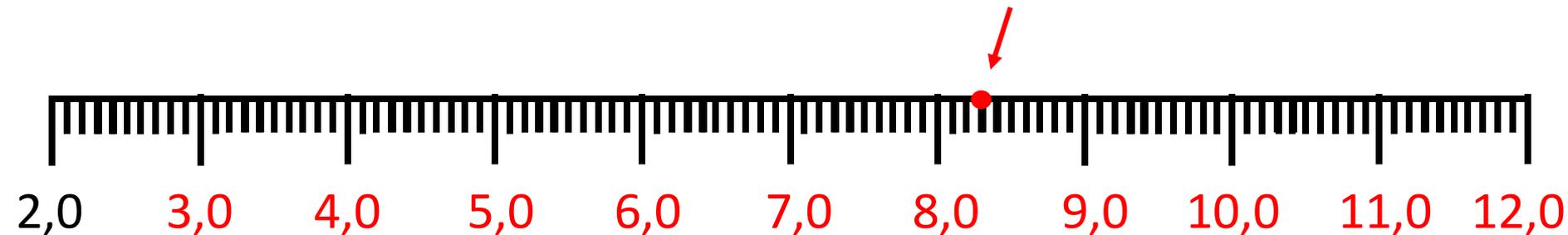
Valor
inicial da
escala

Exercícios em aula

- Posicione na figura abaixo, o terceiro ponto da tabela. Para realizar esse posicionamento, primeiro você terá que calcular o valor da escala.

Medidas de tempo (s)				
2,3	4,56	8,294	11,1	3,2

3º Ponto da tabela

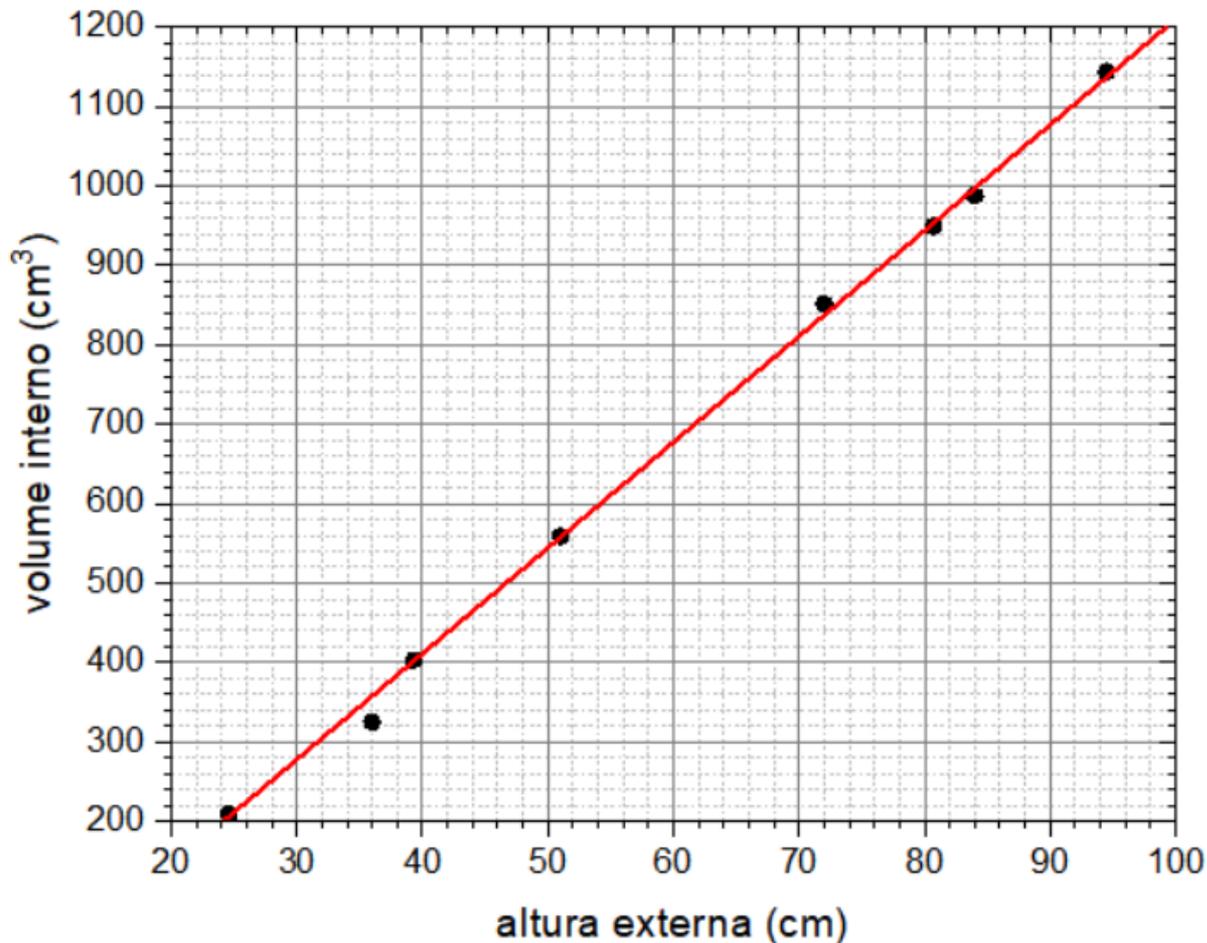


↑
Valor
inicial da
escala

- 1) Calcular valor da escala com múltiplos de 10 para 1, 2 ou 5.
Considere o intervalo total das medidas (valor máximo e mínimo)
- 2) Posicionar o valor do ponto na escala

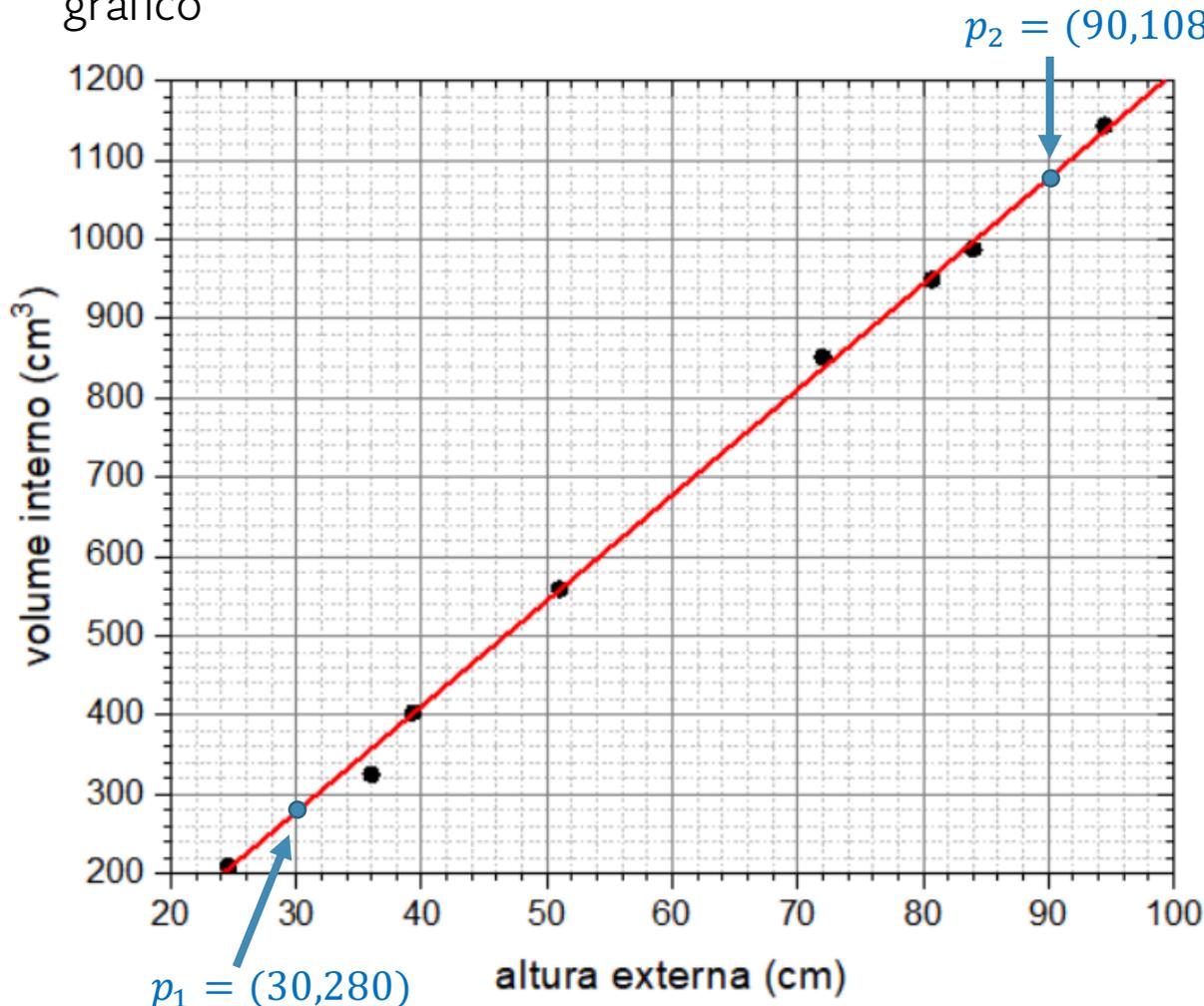
Exercícios em aula

- O volume interno de diversos cilindros e sua altura externa foram medidos para um conjunto de cilindros produzidos a partir de um mesmo tubo. Este gráfico mostra a variação dessas duas grandezas. Obtenha o coeficiente angular da reta vermelha do gráfico



Exercícios em aula

- O volume interno de diversos cilindros e sua altura externa foram medidos para um conjunto de cilindros produzidos a partir de um mesmo tubo. Este gráfico mostra a variação dessas duas grandezas. Obtenha o coeficiente angular da reta vermelha do gráfico



Escolher dois pontos na reta vermelha afastados um do outro

$$B = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$B = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{1080 - 280}{90 - 30}$$

$$B = 13,3 \text{ cm}^2$$

Tema do experimento de hoje: Estudo do Movimento de Queda de um Objeto

- Hipótese sobre o movimento de um corpo em queda livre:
 - Um corpo em queda está sob a influência de uma força constante, a força da gravidade, portanto se movimenta com uma aceleração constante:

$$\vec{F} = m\vec{g} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- O que leva às equações para velocidade e posição:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$$

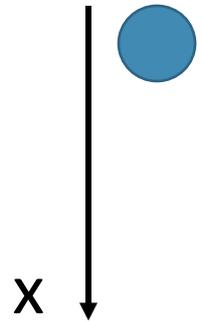
$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} \cdot t^2$$

Hipótese sobre o movimento de queda livre

- Observando o movimento na direção vertical (eixo-x orientado para baixo) pode-se abandonar a notação vetorial:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

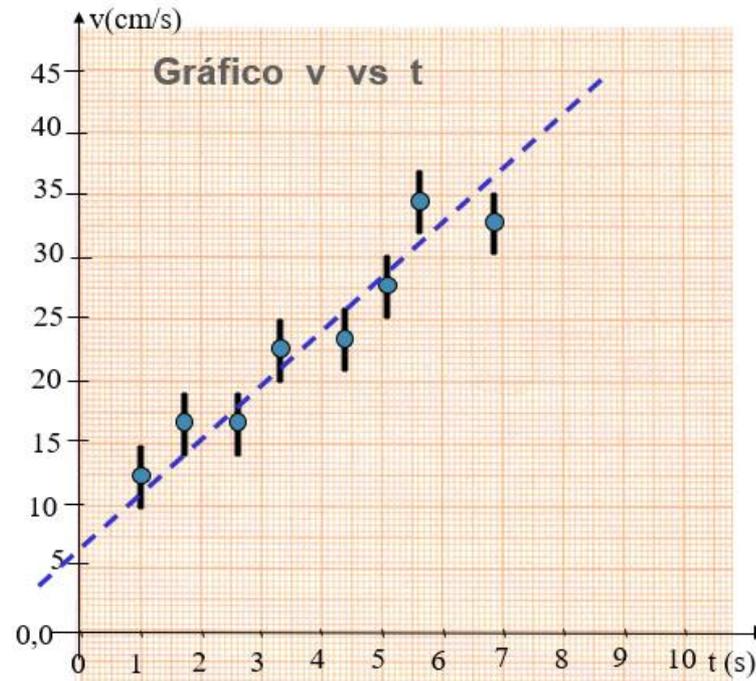


- **corolário**: a velocidade média num intervalo de tempo coincide com a velocidade instantânea no centro do intervalo de tempo:

$$\bar{v}(t_1, t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

Como podemos verificar esse modelo?

- Estudando o movimento de queda de um objeto:
 - Medidas de posição em função do tempo
 - Verificando se a velocidade $v(t)$ apresenta uma dependência linear com o tempo t , isto é, $v(t) = v_0 + gt$, através do gráfico v vs t :



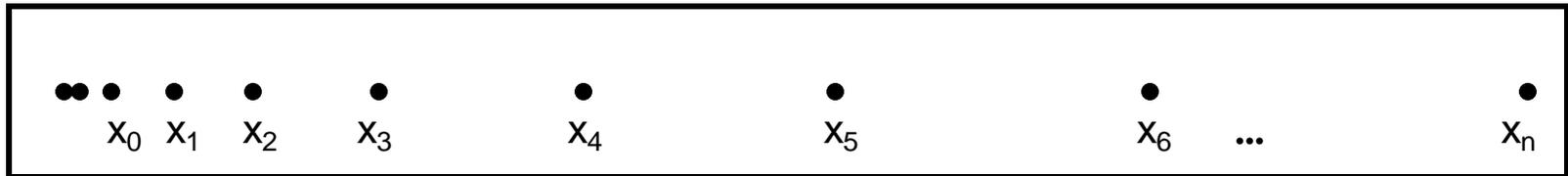
Atividade prática

Cuidados durante as medidas

- Alinhar o trilho na vertical (usar o fio de prumo);
- colar bem a fita na lateral do trilho, com seu lado mais brilhante para fora;
- verificar imediatamente após a medida, se os pontos foram marcados;
- **MUITO CUIDADO** com choques elétricos.
- **DESLIGAR** o fuscador após a medida!!!

Resultado do Experimento

- Que dados obtivemos?
 - Posição em função do tempo.

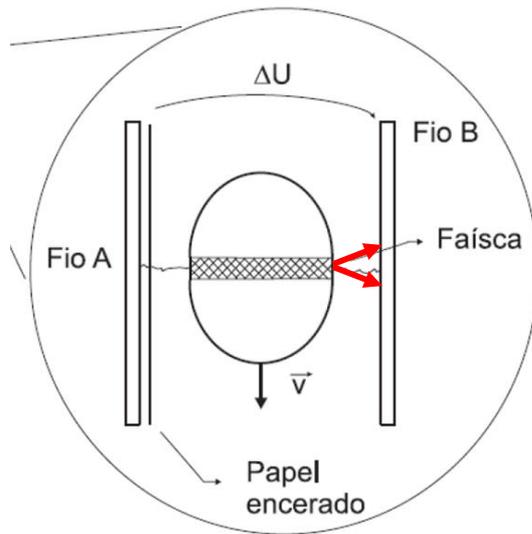


Incertezas na posição

- Não há garantia que a faísca que marcou a fita saiu exatamente na perpendicular



imprecisão na posição do corpo em queda.



Incerteza na posição – metade do diâmetro da mancha

Análise de dados – Comparação com o modelo

- Modelo de queda livre: $v(t) = v_0 + g \cdot t$
- Dados: $x(t)$
- Comparação:
 - Precisamos obter a velocidade instantânea em função do tempo $v(t)$

Como podemos calcular a velocidade do objeto em cada instante (t_n)?

- A velocidade média entre dois pontos é dada por:

$$v_{\text{média}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Δx é a distância entre esses dois pontos

Δt é o intervalo de tempo que o objeto levou para ir do primeiro para o segundo ponto

- A velocidade instantânea para um corpo que se move a aceleração constante é dada por:

$$v_i(t') = v_{\text{media}}$$

$$t' = (t_i + t_f) / 2 = t_{\text{medio}}$$

Análise de dados – comparação com o modelo

- Portanto, precisamos obter da fita marcada:

- $\Delta X = X_{n+1} - X_{n-1}$

- $t_{\text{médio}} = \frac{t_{n+1} + t_{n-1}}{2}$

- que leva a:

$$v_{\text{médio}} = \frac{\Delta X}{\Delta t} \quad \text{no instante } t_{\text{médio}}$$

Análise dos dados: Tempo

- Dados: Posição em função do tempo.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	...	t_n
••	•	•	•	•	•	•	•		•
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	...	x_n

- Como determinar o tempo (ou instante) de cada posição?
 - Escolher $t=0$ e usar a frequência da rede (1/60 s).

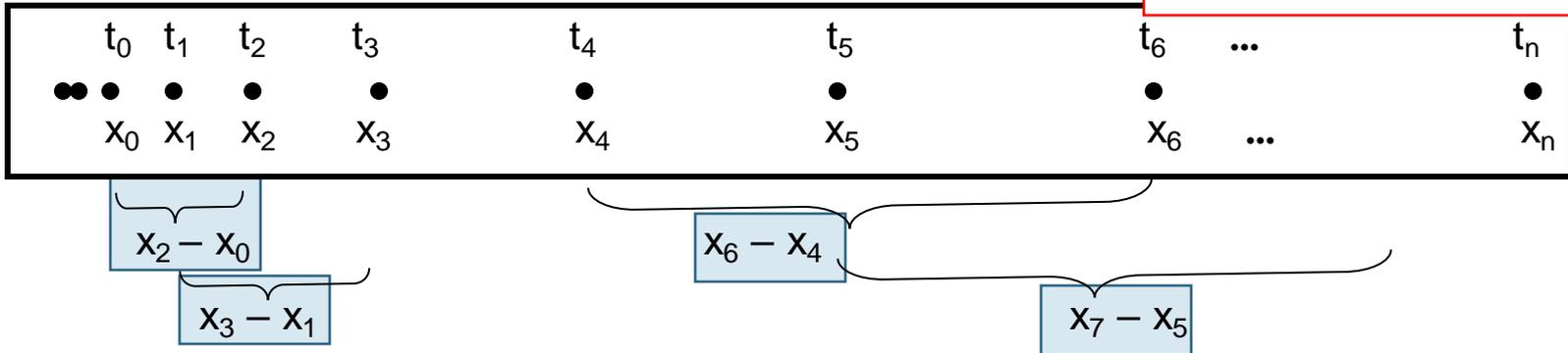
- Vamos trabalhar com o tempo em unidades de 1/60 s.

$$1 \text{ ut} = \frac{1}{60} \text{ s}$$

- Conversão para segundos **SÓ NO FINAL** de toda a análise!
 - Isso **EVITA CÁLCULOS DESNECESSÁRIOS** e **EVITA ERROS**

Análise de dados: ΔX

Cada ponto usado
uma só vez para
EVITAR CORRELAÇÃO !



- Construir a tabela:

Tabela 1: Medidas das posições do corpo em função do tempo e medidas das distâncias percorridas em intervalos ΔT .

Medidas		Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo (1/60 s)	Posição (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(2/60 \text{ s})$ Distância (cm)	pontos usados	$\Delta T=(1/60 \text{ s})$ Distância (cm)
0		0 - 1					
1				0 - 2		1 - 2	
2		2 - 3		1 - 3			
3						3 - 4	
4		4 - 5					
5				4 - 6		5 - 6	
6		6 - 7		5 - 7			

Análise de dados

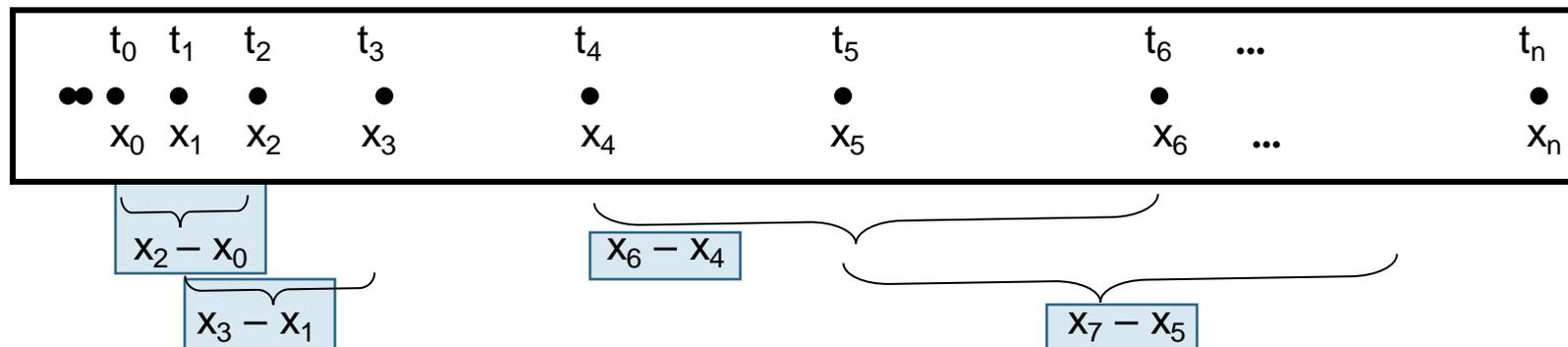


Tabela 2. Velocidade do elipsoide em função do tempo, para cada aluno

Aluno 1		Aluno 2		Aluno 3	
Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)	Tempo t (ut)	Velocidade (cm/ut)

Análise de dados - incertezas

- Devemos considerar uma incerteza em $t_{\text{médio}}$?
- Qual é a incerteza no intervalo de tempo $\Delta t = t_f - t_i$?
 - Propagação incerteza do tempo
- Qual é a incerteza em $\Delta x = X_f - X_i$?
 - Propagação incerteza da posição
- Qual é a incerteza na velocidade $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$?
 - Propagação Δx e Δt

$$\frac{\sigma_v}{v} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} = \frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}$$

Valor frequência muito precisa

Atividades do guia 4-1

- Obter os dados de deslocamento da fita. Colocar os valores das medidas no guia e na planilha online:
 - link da planilha:
https://drive.google.com/drive/folders/1KjwxSm-eWm0AoQBpjGQO2BpfPpwsc0Ng?usp=share_link
- Construir a tabela de velocidade em função do tempo. Não esquecer as incertezas
- Fazer o gráfico de velocidade em função do tempo (Cada aluno faz o seu gráfico com seus dados!)
- Avaliar g e v_0
- Comparar com valores esperados

Análise Gráfica

- O parâmetro a (v_0) é coerente com um movimento que se iniciou no repouso? Quantas faíscas você desprezou para iniciar a escala de tempo ($t=0$)? Como avaliar se v_0 está dentro do esperado?
- E b é compatível com o valor da aceleração da gravidade? O IAG obteve o valor de $978,622 \text{ cm/s}^2$ para a aceleração da gravidade fazendo uma medida bastante precisa.

Para a próxima aula (12/05):

- Entrega do Guia 4.1 (um por grupo)
- No moodle (aba Experimento # 4- Queda livre):
 - Exercício individual (até dia 12/05).