Lista VI

Tarefa de leitura:

1. Lemos parágrafos 2.4 e 3.6.

Problemas para o dia 20 de junho

1. Um projétil é disparado verticalmente da superfície da terra com velocidade inicial v_0 e retorna ao solo após atingir sua altura máxima. Desprezando perdas, calcule:

   (a) A sua deflexão devido à "força" de Coriolis.

   (b) A deflexão de um projétil se ele fosse solto da mesma altura máxima.

2. Um rio de largura D corre em direção ao norte numa latitude φ com uma velocidade v_0. Encontre a diferença de nível da água entre as margens esquerda e direita do rio.

3. Um pêndulo de comprimento L e massa m está suspenso no teto de um trem que se move com velocidade constante v ao longo de um círculo de raio R. Resolva as equações de movimento do pêndulo analogamente ao que foi feito para o pêndulo de Foucault. Não se esqueça de levar em conta a força centrípeta. Justifique suas aproximações.

4. No sistema da figura 1, a massa m_2 move-se sem atrito sobre uma mesa horizontal, enquanto a massa m_1 pode mover-se apenas na vertical. Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange obtenha a tensão no fio, o qual é inextensível. Expresse sua resposta em termos da quantidade conservada e de r.

5. Considere o movimento de uma partícula em três dimensões que está sujeita aos vínculos

$$(x^2 + y^2)dx + xydz = 0 \quad \text{e} \quad (x^2 + y^2)dy + yzdz = 0 \; .$$

   Este é um sistema holonômico? Justifique.

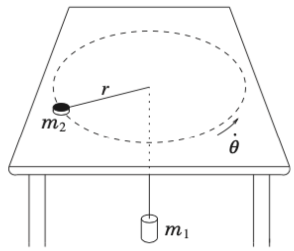

Figura 1: Sistema do problema 4.

6. Considere n osciladores harmônicos de massa unitária cujas posições são x_k. As frequências dos osciladores são distintas, *i.e.* se $k \neq j$ então $\omega_k \neq \omega_j$. Este sistema está sujeito ao vínculo

$$\sum_{k=1}^{n} x_k^2 = 1 \; .$$

   (a) Utilizando multiplicadores de Lagrange, mostre que as equações de movimento são
$$\ddot{x}_k + \omega_k^2 x_k = e\lambda x_k \; .$$

   (b) Mostre que $\sum(x_k \ddot{x}_k + \dot{x}_k^2) = 0$ e obtenha as quações de movimento eliminando o multiplicador de Lagrange.

   (c) Mostre que as seguintes n quantidades são constantes de movimento
$$F_k(x_k, \dot{x}_k) = x_k^2 + \sum_{\ell=1\;,\;\ell\neq k}^{n} \frac{(x_\ell \dot{x}_k - \dot{x}_\ell x_k)^2}{\omega_k^2 - \omega_\ell^2} \; .$$