



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

## **PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II**

### **APOSTILA ⑧ – Transferência de Calor por Convecção: Convecção Natural e Mudança de Fase**

**Prof. José Luís de Paiva**

**Prof. Jorge A. W. Gut**

**Versão 2019**

#### **Conteúdo**

1. CONVECÇÃO NATURAL.....	2
1.1 Modelagem .....	2
1.2 Correlações.....	7
2. CONVECÇÃO COM MUDANÇA DE FASE .....	10
2.1 Condensação .....	10
2.2 Ebulição .....	15
3. EXERCÍCIOS.....	19
4. SÍMBOLOS.....	21
5. BIBLIOGRAFIA.....	22

Produção 2013: Caio Luca Joppert, bolsista do Programa de Estímulo ao Ensino de Graduação (PEEG) da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

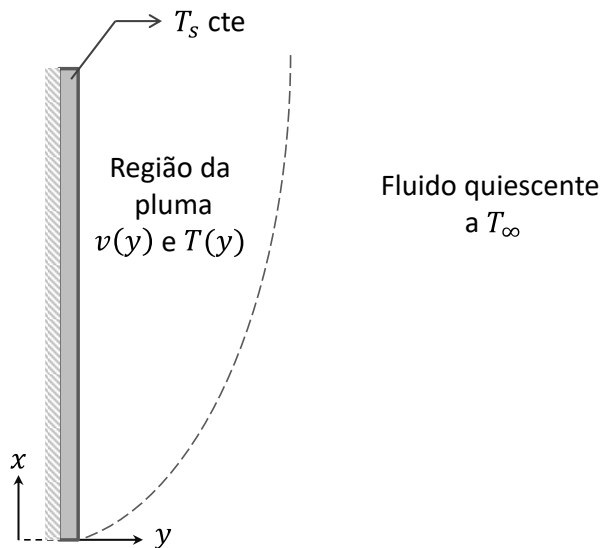
Revisão 2015: Yuri Nascimento Nariyoshi, bolsista do Programa de Aperfeiçoamento de Ensino (PAE) da CAPES.

# 1. CONVECÇÃO NATURAL

## 1.1 Modelagem

Convecção natural: quando a força motriz para o movimento do fluido não é um fonte externa (bomba, ventilador, etc.), mas sim forças de empuxo devido à dependência da densidade com a temperatura.

Caso mais simples: placa vertical quente a uma temperatura  $T_s$  constante imersa num fluido quiescente (longe da placa, o fluido está parado) a temperatura  $T_\infty$  menor que a da placa (**Figura 1**). Ocorre a formação de uma pluma formando uma camada limite hidrodinâmica e uma térmica.



**Figura 1:** Formação da pluma numa placa plana.

Modelamento: balanços diferenciais

- Balanço microscópico de massa (equação de continuidade):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \nabla \vec{v} = 0$$

- Balanço microscópico de quantidade de movimento (equação de Navier-Stokes) para fluidos Newtonianos e incompressíveis:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} - \nu \nabla^2 \vec{v} - \vec{g} + \frac{\nabla p}{\rho} = 0$$

- Balanço microscópico de energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

Simplificações: estado estacionário; escoamento do fluido e variação da temperatura só nas direções  $x$  e  $y$ ; variação na velocidade e da temperatura na direção  $y$  muito mais proeminente que na direção  $x$ ; sem geração de calor. Como o gradiente da temperatura é principalmente na direção  $y$ , o gradiente de densidade também é na mesma direção. Já a velocidade é na direção  $x$ , o que faz com que o produto  $\vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$ , logo  $\text{div } \vec{v} = 0$ . Então, tem-se:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

$$v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} = v_x \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - g$$

$$v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Há um gradiente de pressão na direção  $x$  devido à gravidade. Então  $\partial P / \partial x = -\rho_\infty g$ .  $\rho_\infty$  indica a densidade do fluido medida nas condições do fluido quiescente (a  $T_\infty$ ). Dentro da pluma, é necessário modelar a expansão do fluido. O coeficiente de expansão volumétrica térmica de um gás ( $\beta$ ) é definido como:

$$\beta = -\frac{1}{\tilde{\rho}} \cdot \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial T} \right)_P$$

Para gases ideais,  $\beta$  é bem definido, pois estes gases:  $PV = nRT \Rightarrow \tilde{\rho} = P/RT$ . Então, para estes gases:

$$\beta = \frac{RT}{P} \cdot \frac{P}{RT^2} = \frac{1}{T}$$

Generalizando para todos os fluidos, tem-se a aproximação de Boussinesq:

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = \frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \right) \Rightarrow (\rho_\infty - \rho) \approx \rho \beta \cdot (T - T_\infty)$$

Voltando aos balanços diferenciais:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{\partial v_x}{\partial x}$$

$$v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} = v_x \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\rho_\infty g}{\rho} - g$$

$$v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Multiplicando a equação de Navier-Stokes simplificada por  $\rho$ , surge um termo  $g \cdot (\rho - \rho_\infty)$  que, pela aproximação de Boussinesq, pode ser aproximado por  $g \cdot \rho \beta \cdot (T_\infty - T)$ . Este termo representa a força de empuxo e “amarra” o perfil de velocidades ao perfil de temperaturas. Então, tem-se:

$$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \mu \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + g \cdot \rho \beta \cdot (T_\infty - T)$$

$$v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Para adimensionalizar os balanços usam-se as seguintes variáveis adimensionais:

Velocidade adimensional	Posição adimensional	Diferença de temperaturas adimensional
$v_i^* = \frac{v_i}{v_0}$	$x^* = \frac{x}{L}$	$\theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$
	$y^* = \frac{y}{L}$	
$v_0 =$ velocidade de referência	$L =$ Tamanho da placa	$T_s$ e $T_\infty =$ Temperatura na parede e do fluido ao longe

Obtendo os seguintes balanço microscópico adimensional:

$$\frac{\rho \cdot v_0^2}{L} \cdot \left( v_x^* \frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial v_x^*}{\partial y^*} \right) = \frac{\mu \cdot v_0}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^{*2}} + g \cdot \rho \beta \cdot \theta^* (T_s - T_\infty) \quad \div \frac{\rho \cdot v_0^2}{L}$$

$$\frac{(T_s - T_\infty) \cdot v_0}{L} \cdot \left( v_x^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \alpha \cdot \frac{(T_s - T_\infty)}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \quad \div \frac{(T_s - T_\infty) \cdot v_0}{L}$$

$$\therefore \left( v_x^* \frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial v_x^*}{\partial y^*} \right) = \frac{\mu}{\rho v_0 L} \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^{*2}} + \frac{g \beta \cdot L \cdot (T_s - T_\infty)}{v_0^2} \cdot \theta^*$$

$$\therefore \left( v_x^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{\alpha \cdot v_0}{L} \cdot \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}}$$

Claramente, chega-se em números adimensionais conhecidos (Números de Reynolds e de Peclet -  $(Re, Pr)$ ). Nota-se que o termo adicional no balanço de quantidade de movimento

também é adimensional. Se multiplicarmos este termo em cima e em baixo por  $\rho^2 L^2 / \mu^2$ , tem-se:

$$\frac{g \cdot \beta \rho^2 L^3 \cdot (T_s - T_\infty) / \mu^2}{\rho^2 v_0^2 L^2 / \mu^2} = \frac{Gr}{Re_L^2}$$

$$Gr_L = \frac{g \beta \cdot L^3 (T_s - T_\infty)}{\nu^2}$$

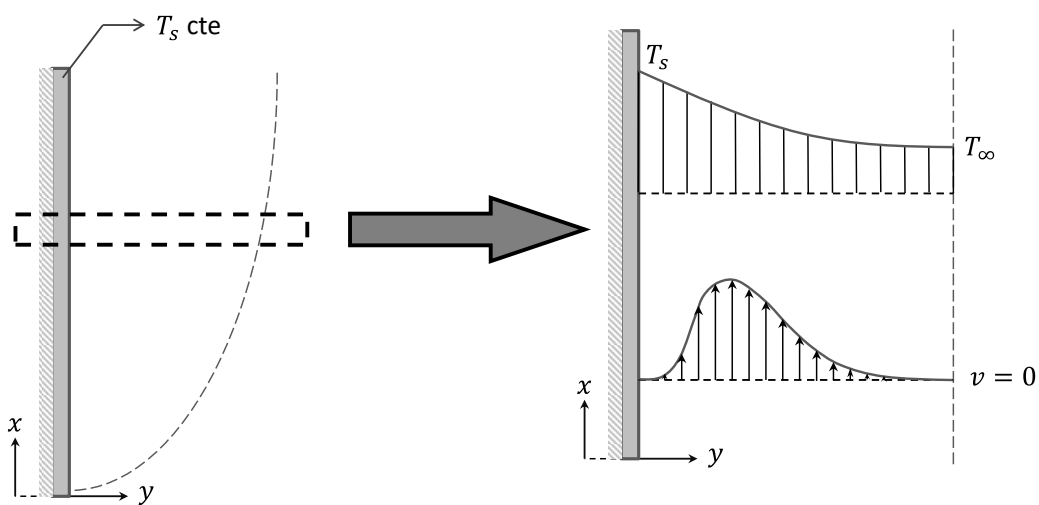
$Gr$  é o número de Grashoff e é um parâmetro importante na convecção natural, pois sua comparação com o número de Reynolds ao quadrado dita qual regime é predominante:

- Se  $Gr \gg Re_L^2$ , a convecção natural é predominante;
- Se  $Gr \ll Re_L^2$ , a convecção forçada é predominante;
- Se  $Gr \approx Re_L^2$ , ambas as convecções são importantes;

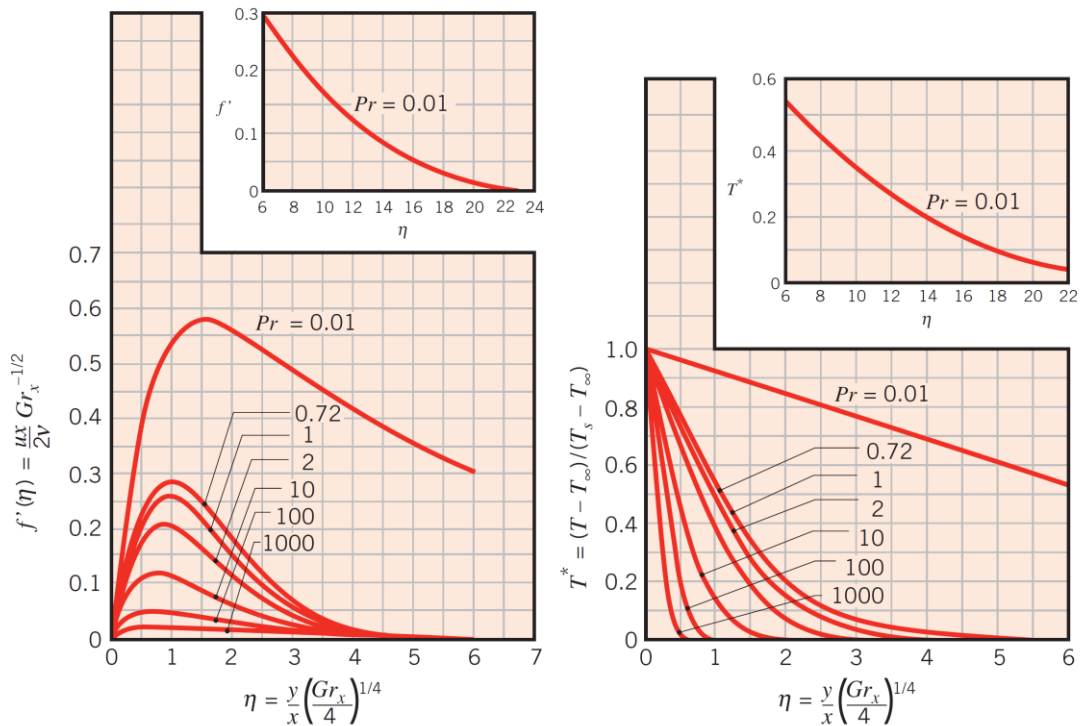
Condições de contorno para placa plana vertical:

- Em  $y = 0, T = T_s, v_x = 0$  e  $v_y = 0$  (na superfície da placa);
- Em  $y = \infty, T = T_\infty, v_x = 0$  e  $v_y = 0$  (longe da placa, fluido quiescente);
- Em  $x = -\infty, T = T_\infty, v_x = 0$  e  $v_y = 0$  (longe da placa, fluido quiescente);

Resolvendo os balanços diferenciais adimensionalizados com as condições de contorno acima, os perfis de velocidade e temperatura obtidos são da forma mostrada na **Figura 2a e 2b**.



**Figura 2a:** Perfil de velocidades e temperaturas na convecção natural numa placa plana vertical.



**Figura 2b:** Perfil de velocidades e temperaturas na convecção natural numa placa plana vertical ( $u = v_x$ ).  
 Fonte: Incropera et. al. 2011

Efeitos de turbulência podem surgir mesmo na convecção natural. Para isto, estuda-se o número de Rayleigh ( $Ra$ ):

$$Ra_x = Gr_x \cdot Pr = \frac{g\beta \cdot x^3 (T_s - T_\infty)}{\nu\alpha}$$

Para o caso descrito anteriormente, o número de Rayleigh crítico (transição entre regime laminar e turbulento) é  $Ra_{x,cr} \approx 10^9$ .

O caso modelado acima vale também se a placa estiver mais fria que o meio quiescente ( $T_s < T_\infty$ ), com a diferença de que o fluido irá se mover no sentido oposto pois o perfil de temperaturas será ascendente, fazendo com que densidade do fluido seja menor próxima à placa.

Pode-se demonstrar, resolvendo os balanços diferenciais, que o coeficiente convectivo *local* para uma placa plana vertical pode ser estimado pela seguinte relação.

$$Nu_x = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \cdot \left(\frac{0,75 \cdot Pr^{1/2}}{(0,609 + 1,221 \cdot Pr^{1/2} + 1,238 \cdot Pr)^{1/4}}\right) = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \cdot f(Pr)$$

Onde a função de Prandtl que multiplica o número de Grashoff é uma aproximação com até 0,5% de erro. Integrando o resultado acima até uma posição  $L$ , tem-se o convectivo médio:

$$Nu_L = 0,943 \cdot Gr_L^{1/4} \cdot f(Pr)$$

## 1.2 Correlações

Analogamente ao escoamento externo, a maioria das correlações para convecção natural seguem a seguinte forma:

$$Nu_L = C \cdot Ra_L^n$$

Onde  $C$  e  $n$  dependem da geometria do problema e do tipo de escoamento, podendo ou não ser funções de  $Pr$ .

- Placa plana vertical

- *Correlação mais comum*: usar a equação acima com  $C = 0,59$  e  $n = 1/4$  para escoamento laminar ( $10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$ ) e  $C = 0,1$  e  $n = 1/3$  para escoamento turbulento ( $10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13}$ ) e. As propriedades são estimadas na temperatura do filme  $T_f$ . Note que, no escoamento turbulento, como  $n = 1/3$ ,  $h$  independe de  $L$ .

- *Correlação de Churchill e Chu*: correlação para qualquer valor de  $Ra_L$ , com precisão ligeiramente inferior à correlação anterior. As propriedades são estimadas na temperatura do filme  $T_f$ .

$$Nu_L = \left[ 0,825 + \frac{0,387 \cdot Ra_L^{1/6}}{(1 + (0,492/Pr)^{9/16})^{8/27}} \right]^2$$

- *Correlação de Churchill e Chu modificada*: correlação para escoamento laminar ( $10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$ ), com precisão ligeiramente superior à última correlação. As propriedades são estimadas na temperatura do filme.

$$Nu_L = 0,68 + \frac{0,670 \cdot Ra_L^{1/4}}{(1 + (0,492/Pr)^{9/16})^{4/9}}$$

- Placas inclinadas em relação à vertical

Correlações da placa vertical podem ser estendidas ao caso de placas inclinadas, com algumas restrições quanto ao lado que fica inclinado e o ângulo de inclinação. Estas restrições se devem ao caráter tridimensional do

escoamento em alguns casos, que impediram a extensão das correlações para placas verticais.

- *Placas inclinadas até 60° - Correlação de Rich*: vale a correlação a Correlação de Churchill e Chu, tomando o cuidado de substituir  $g$  por  $g \cdot \cos \theta$ . O uso dessa correlação modificada se limita aos casos de ter uma *superfície fria voltada para cima ou uma superfície quente voltada para baixo*.

- *Placas inclinadas 90° (horizontais) - correlações de McAdams*: subdividem-se dois casos – o de placas com lado frio para baixo ou lado quente para cima e o de placas com lado frio para cima ou lado quente para baixo. No número de Nusselt, sugere-se usar o comprimento característico  $L = A_s/P$ , onde  $A_s$  é a área superficial da placa e  $P$  seu perímetro.

Lado frio para baixo ou lado quente para cima	$Nu_L = 0,54 \cdot Ra_L^{1/4}$	$10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$
	$Nu_L = 0,15 \cdot Ra_L^{1/3}$	$10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$
Lado frio para cima ou lado quente para baixo	$Nu_L = 0,27 \cdot Ra_L^{1/4}$	$10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$

- Cilindro horizontal longo

- *Correlação de Morgan*: recomendada para cilindros horizontais, utiliza a forma comum das correlações para convecção natural, com coeficientes  $C$  e  $n$  variando de acordo com a faixa do número de Rayleigh, conforme mostrado na **Tabla 1**. As propriedades são estimadas na temperatura do filme.

$$Nu_D = C \cdot Ra_D^n$$

**Tabla 1:** Parâmetros da correlação de Morgan.

Faixa de $Ra_D$	$C$	$n$
$10^{-10} - 10^{-2}$	0,675	0,058
$10^{-2} - 10^2$	1,02	0,148
$10^2 - 10^4$	0,85	0,188
$10^4 - 10^7$	0,480	0,25
$10^7 - 10^{12}$	0,125	0,333



(Fonte: Incropera, 6ª edição)

- *Correlação de Churchill e Chu*: recomendada para cilindros horizontais, utiliza uma forma semelhante à dos mesmos autores para placa plana vertical. A correlação é válida para  $Ra_D \leq 10^{12}$ . A mesma correlação pode ser utilizada para um cilindro na vertical, desde que  $D/L \geq 35/Gr_L^{1/4}$ , onde  $L$  é o comprimento do cilindro. As propriedades são estimadas na temperatura do filme

$$Nu_D = \left[ 0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra_D^{1/6}}{(1 + (0,559/Pr)^{9/16})^{8/27}} \right]^2$$

- Geometria da esfera

- *Correlação de Churchill e Chu*: recomendada para  $Pr \geq 0,7$  e  $Ra_D \leq 10^{11}$  cilindros horizontais, utiliza uma forma semelhante à dos mesmos autores para placa plana vertical e cilindros. Pelo mesmo motivo do escoamento forçado sobre uma esfera, a soma do termo “2” é necessária para contabilizar a condução em números de Rayleigh muito baixos. As propriedades são estimadas na temperatura do filme.

$$Nu_D = 2 + \frac{0,589 \cdot Ra_D^{1/4}}{(1 + (0,469/Pr)^{9/16})^{4/9}}$$

- Correlações a partir de  $\Delta T$

Como mostrado, o número de Rayleigh depende da diferença de temperatura entre a superfície que sofre convecção natural e a temperatura do fluido quiescente, que geralmente é a temperatura ambiente (cerca de 20 °C). Para estes casos, um rearranjo da correlação básica para convecção natural pode ser proposto, de forma a chegar em:

$$h_L = b \cdot \Delta T^m \cdot L^{3m-1}$$

Onde  $L$  é o comprimento característico e  $b$  engloba dados do fluido, como sua viscosidade e coeficiente de expansão. Usar esta correlação dimensional é prático, porém requer que um conjunto de unidades consistente seja utilizado. A **Tabela 2** apresenta coeficientes  $b$  e  $m$  que devem ser utilizados com unidades SI para os casos apresentados.

**Tabela 2:** Parâmetros para uso da correlação dimensional para alguns fluidos.

Geometria	Faixa de $Ra$	$m$	$b$		
			Ar	Água	Fluido Orgânico
Placa plana vertical	$10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$	1/4	1,37	127	59
	$Ra_D \geq 10^9$	1/3	1,24		
Cilindro Horizontal	$10^4 \leq Ra_D \leq 10^9$	1/4	1,32		
	$Ra_D \geq 10^9$	1/3	1,24		
Placa plana horizontal	$10^5 \leq Ra_L \leq 2 \cdot 10^7$ (face p/ cima)	1/4	1,86		
	$3 \cdot 10^5 \leq Ra_L \leq 3 \cdot 10^{10}$ (face p/ baixo)	1/4	0,88		

(Fonte: Perry, 7ª edição)

## 2. CONVECÇÃO COM MUDANÇA DE FASE

### 2.1 Condensação

A condensação de um vapor ocorre quando este atinge sua temperatura de saturação numa dada pressão. A transferência de calor promove a condensação do vapor saturado para o estado de líquido saturado, sendo que a fonte que transfere esta energia geralmente é uma superfície mantida fria ou um fluido frio, com ou sem contato direto. Há diversos mecanismos para a condensação:

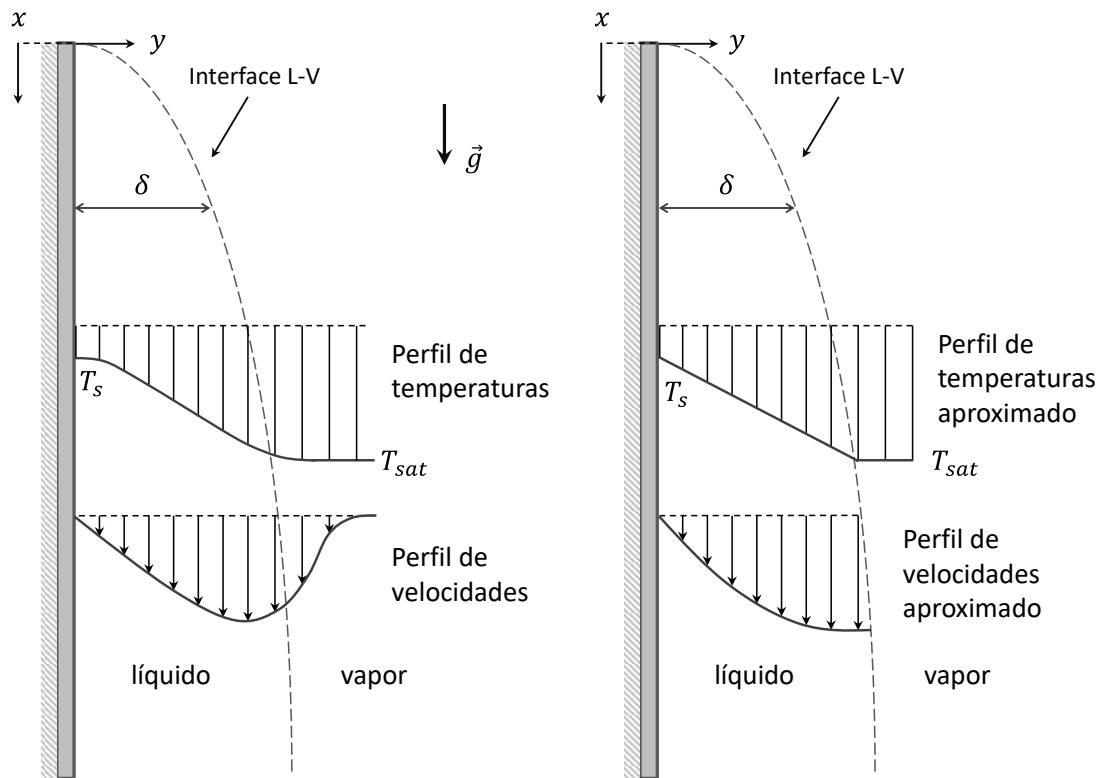
- Condensação em filme: quando a condensação ocorre formando um filme que escoa devido à gravidade. É característica de superfícies limpas e lisas;
- Condensação em gotas: quando a condensação ocorre com formação de diversos núcleos. É característica de superfícies que induzem baixa molhabilidade por serem irregulares ou sujas.
- Condensação em nuvem: ocorre quando o vapor, em contato com um gás frio, forma gotículas de líquido homogeneamente dispersas (como ocorre quando toma-se um banho quente ou quando se ferve água);
- Condensação por contato direto: ocorre quando o vapor saturado é levado a contato direto com um líquido frio.

O mecanismo mais importante industrialmente é o de formação de um filme que escoar por gravidade. O caso mais simples é a formação de uma película sobre uma placa plana vertical. O vapor começa a se condensar no topo da placa e o condensado vai escoando na direção descendente sob ação da gravidade. A vazão mássica de condensado aumenta conforme se percorre a placa, já que mais vapor vai se condensando na interface. Como ocorre uma súbita contração de volume na interface (já que o vapor está mudando para fase líquida), tem-se uma velocidade alta na interface líquido/vapor, gerando valores de coeficiente de convecção elevados.

A modelagem da condensação do vapor na interface é relativamente complicada. Uma abordagem mais simples é proposta por Nusselt, com as seguintes considerações:

- O escoamento da película é laminar, proporcionando baixas velocidades no escoamento do fluido e fazendo com que seja possível assumir que a *difusão de calor é predominante*. O mesmo raciocínio se aplica para a difusão de quantidade de movimento.
- Não há presença de gradiente térmico próximo à interface no lado do vapor, ou seja, o vapor é puro, com temperatura uniforme e igual à sua temperatura de saturação. Esta hipótese implica em não haver formação de camada limite térmica do lado vapor.
- A tensão de cisalhamento do lado do vapor é desprezível, de forma que não há formação de camada limite de velocidades do lado do vapor.

A **Figura 3** mostra um exemplo de um esquema simplificado comparativo entre o modelo rigoroso de condensação em filme e a simplificação proposta por Nusselt.



**Figura 3:** Perfis de velocidades e temperaturas na condensação em filme: real (esquerda) e aproximado pela análise de Nusselt (direita).

O modelo proposto por Nusselt é simples, como de uma camada de filme descendente:

- Balanço microscópico de quantidade de movimento (equação de Navier-Stokes) para fluidos Newtonianos e incompressíveis:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} - \nu \nabla^2 \vec{v} - \vec{g} + \frac{\nabla \vec{p}}{\rho} = 0$$

- Balanço microscópico de energia térmica

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

Simplificações adicionais: regime permanente;  $\partial P / \partial x = \rho_v g$ ; escoamento e variação da temperatura só nas direções  $x$  e  $y$ ; variação na velocidade e da temperatura na direção  $y$  muito mais proeminente que na direção  $x$ ; sem geração de calor. Com estas simplificações tem-se:

$$\frac{\mu_l}{\rho_l} \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{\rho_v g}{\rho_l} - g$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

Com as seguintes condições de contorno:  $y = 0 \Rightarrow T = T_s, v_x = 0$  ;  $y = \delta \Rightarrow T = T_{sat}, \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$ . Então, resolvendo os perfis, tem-se:

$$v_x = \frac{g \cdot \delta^2}{\mu_l} \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \left[ \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \right]$$

$$T = \frac{(T_{sat} - T_s)}{\delta} \cdot y + T_s \Rightarrow \frac{T - T_s}{T_{sat} - T_s} = \frac{y}{\delta}$$

O fluxo de calor na interface é dado pela lei de Fourier:

$$-k_l \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\delta} = h_x \cdot (T_{sat} - T_s) \Rightarrow k_l \frac{(T_{sat} - T_s)}{\delta} = h_x \cdot (T_{sat} - T_s)$$

$$\therefore h_x = \frac{k_l}{\delta}$$

Onde  $h_x$  é o coeficiente de convecção devido à condensação. A espessura do filme, no entanto, varia conforme se desce pela placa, pois uma vazão mássica de vapor vai sendo incorporada a ela. Numa dada seção da placa (de largura  $b$ ) e aproximando  $(\rho_l - \rho_v) \approx \rho_l$ :

$$\dot{m} = \iint \rho_l v_x \cdot dA = b \cdot \rho_l \int_0^\delta \left( \frac{g \cdot \delta^2}{\mu_l} \cdot \rho_l \cdot \left[ \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \right] \right) \cdot dy$$

$$\therefore \dot{m} = \frac{b \cdot g \cdot \rho_l \cdot \delta^3}{3 \cdot \nu_l}$$

Para um dado elemento de volume, a vazão mássica que é adicionada ao filme é dada pela razão entre a taxa de calor na interface e a entalpia de condensação:

$$d\dot{m} = \frac{dq}{\lambda_{vap}} = \frac{k_l (T_{sat} - T_s) \cdot b \cdot dx}{\delta \cdot \lambda_{vap}} \Rightarrow \frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{(T_{sat} - T_s)}{\delta} \cdot \frac{k_l \cdot b}{\lambda_{vap}}$$

Mas, do resultado anterior,

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{b \cdot g \cdot \rho_l}{3 \cdot \nu_l} \cdot \frac{d\delta^3}{dx} = \frac{b \cdot g \cdot \rho_l}{3 \cdot \nu_l} \cdot 3\delta^2 \cdot \frac{d\delta}{dx} = \frac{b \cdot g \cdot \rho_l \cdot \delta^2}{\nu_l} \cdot \frac{d\delta}{dx}$$

$$\therefore \frac{(T_{sat} - T_s)}{\delta} \cdot \frac{k_l \cdot b}{\lambda_{vap}} = \frac{b \cdot g \cdot \rho_l \cdot \delta^2}{\nu_l} \cdot \frac{d\delta}{dx}$$

Rearranjando e simplificando o resultado anterior, tem-se:

$$\delta^3 \cdot d\delta = \frac{k_l \cdot \nu_l \cdot (T_{sat} - T_s)}{g \cdot \rho_l \cdot \lambda_{vap}} dx$$

$$\int_0^\delta \delta^3 \cdot d\delta = \frac{k_l \cdot \nu_l \cdot (T_{sat} - T_s)}{g \cdot \rho_l \cdot \lambda_{vap}} \int_0^x dx \Rightarrow \frac{\delta^4}{4} = \frac{k_l \cdot \nu_l \cdot (T_{sat} - T_s)}{g \cdot \rho_l \cdot \lambda_{vap}} \cdot x$$

$$\therefore \delta(x) = \left( \frac{4 \cdot k_l \cdot \mu_l \cdot (T_{sat} - T_s)}{g \cdot \rho_l^2 \cdot \lambda_{vap}} \cdot x \right)^{1/4}$$

Então, finalmente, o coeficiente local de condensação é dado por:

$$h_x = \left( \frac{g \cdot \rho_l^2 \cdot k_l^3 \cdot \lambda_{vap}}{4 \cdot \mu_l \cdot (T_{sat} - T_s) \cdot x} \right)^{1/4}$$

E o coeficiente médio ao longo da placa é dado por:

$$h_L = \frac{1}{L} \int_0^L h_x \cdot dx = \frac{1}{L} \int_0^L \left( \frac{g \cdot \rho_l^2 \cdot k_l^3 \cdot \lambda_{vap}}{4 \cdot \mu_l \cdot (T_{sat} - T_s) \cdot x} \right)^{1/4} \cdot dx$$

$$h_L = \frac{1}{L} \left( \frac{g \cdot \rho_l^2 \cdot k_l^3 \cdot \lambda_{vap}}{4 \cdot \mu_l \cdot (T_{sat} - T_s)} \right)^{1/4} \int_0^L x^{-1/4} \cdot dx =$$

$$h_L = 0,943 \cdot \left( \frac{g \cdot \rho_l^2 \cdot k_l^3 \cdot \lambda_{vap}}{\mu_l \cdot L \cdot (T_{sat} - T_s)} \right)^{1/4}$$

As propriedades são estimadas em temperatura média entre a da parede e de saturação do vapor, à exceção de  $\lambda_{vap}$ , que deve ser estimado na temperatura de saturação.

A velocidade média é:

$$v_B = \frac{\dot{m}}{b \cdot \delta \cdot L} = \frac{g \cdot \rho_l \cdot \delta^2}{3 \cdot \mu_l}$$

O Número de Reynolds é definido como:

$$Re_\delta = \frac{4 \cdot \rho_l \cdot v_B \cdot \delta}{\mu_l} = \frac{4 \cdot \rho_l^2 \cdot g \cdot \delta^3}{3 \cdot \mu_l^2}$$

Assim, rearranja-se a equação do coeficiente de condensação médio em função do número de Reynolds, tem-se:

$$\frac{h_L (\nu_l^2 / g)^{1/3}}{k_l} = 1,47 \cdot Re_\delta^{-1/3}$$

O parâmetro  $(h_L(v_L^2/g)^{1/3})/k_l$  é dimensional e pode ser tratado como um número de Nusselt modificado ( $Nu'_L$ ). Então, a correlação válida para escoamento laminar ( $Re_\delta < 30$ ) é dada por:

$$Nu'_L = 1,47 \cdot Re_\delta^{-1/3}$$

Para a região de transição (região com ondulações,  $30 < Re_\delta < 1800$ ), a seguinte correlação, proposta por Kutateladze, é recomendada:

$$Nu'_L = \frac{Re_\delta}{1,08 \cdot Re_\delta^{1,22} - 5,2}$$

Para o regime turbulento ( $Re_\delta > 1800$ ), a correlação de Labuntsov é recomendada:

$$Nu'_L = \frac{Re_\delta}{8750 + 58 \cdot Pr_l^{-0,5} (Re_\delta^{0,75} - 253)}$$

Por fim, para sistemas radiais (cilindros e esferas) com formação de filme laminar externo, tem-se correlações semelhantes para condensação em filme numa placa plana:

$$Nu_D = \frac{h_D D}{k_l} = C \left( \frac{g \cdot \rho_l^2 \cdot D^3 \cdot \lambda_{vap}}{\mu_l \cdot k_l \cdot (T_{sat} - T_s)} \right)^{1/4}$$

Onde  $C = 0,729$  para cilindros e  $C = 0,826$  para esferas.

Obs: - Em todas as correlações acima, o termo  $\rho_l^2$  é uma aproximação de  $(\rho_l - \rho_v) \cdot \rho_l$ , muitas vezes válida, pois  $\rho_l \gg \rho_v$ .

- Muitas vezes a entalpia de condensação  $\lambda_{vap}$  precisa ser corrigido devido ao subresfriamento no interior do filme. Uma correlação bastante utilizada é  $\lambda'_{vap} = \lambda_{vap} + 0,68 \cdot c_{p,l} \cdot (T_{sat} - T_s)$ .

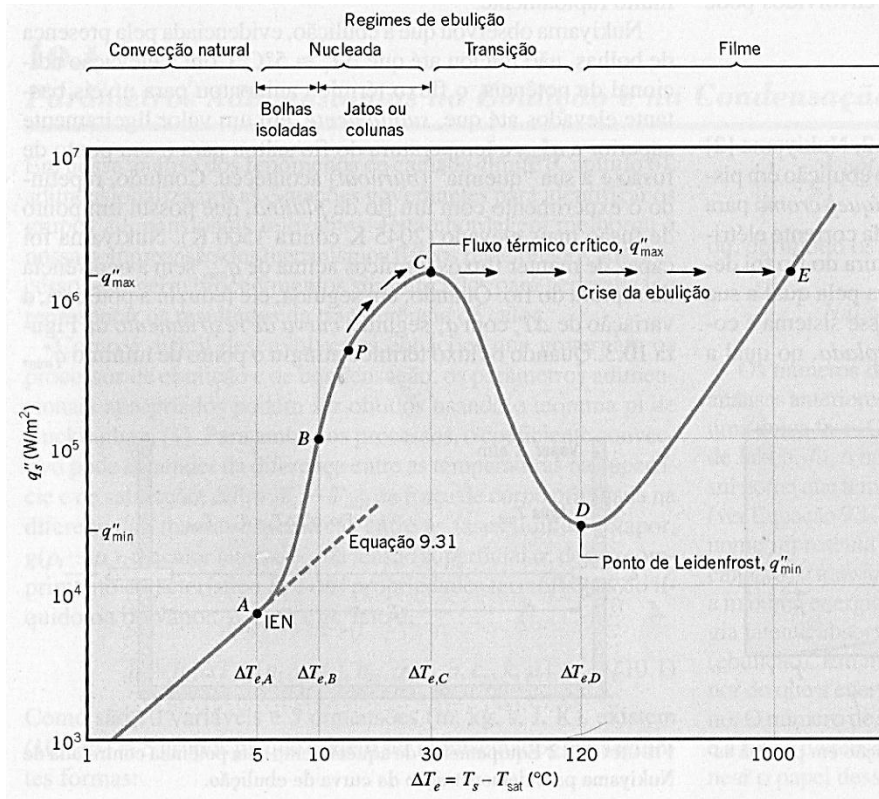
## 2.2 Ebulição

A ebulição de um líquido ocorre quando uma superfície atinge uma temperatura maior do que a sua temperatura de saturação numa dada pressão. As bolhas se formam de maneira extremamente dependente do excesso de temperatura (diferença entre a temperatura da superfície e de saturação), da tensão superficial do fluido, da superfície de nucleação, etc. O movimento das bolhas causa movimento do fluido e define o coeficiente de transferência de

calor. Existem, como na condensação, diversos modos de mudança de fase, como ebulição em piscina (quando o fluido quiescente se move por causa da formação de bolhas, como numa panela de água fervente) ou ebulição com convecção forçada (onde além do movimento das bolhas, também ocorre movimento do fluido por meios externos). Em ambos os casos, há escoamento bifásico, o que dificulta muito o modelamento deste fenômeno, não cabendo a este curso. Maiores detalhes sobre o modelamento e sobre correlação para troca de calor por ebulição podem ser encontradas na obra de Incropera et al. No entanto, cabe uma discussão fenomenológica sobre o assunto.

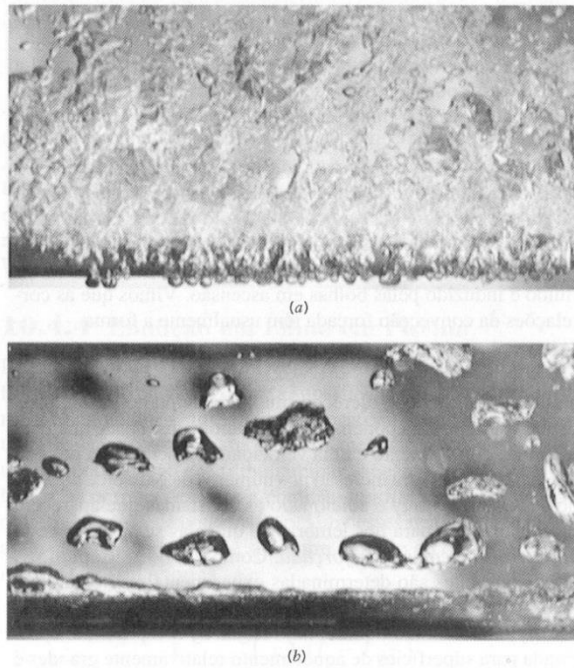
Na ebulição em piscina existem vários regimes que podem ocorrer, conforme mostrado na **Figura 4**. Primeiramente, quando o excesso de temperatura é baixo, a temperatura da superfície ainda não é suficiente para nucleação de bolhas, ocorrendo apenas convecção natural; quando a temperatura da superfície é suficiente para formação de bolhas (Início da Ebulição Nucleada, IEN), começam a surgir bolhas isoladas e, conforme o excesso de temperatura aumenta, ocorre maior formação de bolhas até que se formam jatos ou colunas de vapor, que se unem para formar bolsões de vapor. Esta situação se intensifica até que começa a se formar um filme de vapor sobre a superfície, o que causa uma queda brusca no fluxo de calor para o líquido, já que o vapor é não é um bom condutor de calor. O ponto da transição entre estas situações é chamado de fluxo térmico crítico e é um ponto de máximo. Continuando o aumento do excesso de temperatura, um mínimo de fluxo de calor é atingido quando uma manta de vapor cobre totalmente a superfície (ponto de Liedenfrost). Daí, a transferência de calor para o líquido passa a se dar por condução e radiação através do vapor. Exemplos de ebulição com coluna de bolhas e ebulição conformação de filme são mostrados na **Figura 5**.





**Figura 4:** Curva de ebulição para água a 1 atm.

(Fonte: Incropera et al, 2008)



**Figura 5:** Ebulição com jato ou coluna de bolhas (a) e ebulição com formação de filme ou manta de vapor (b).

(Fonte: Incropera et al, 2008)

Anexo I – Convecção natural, forçada e mista – Eckert

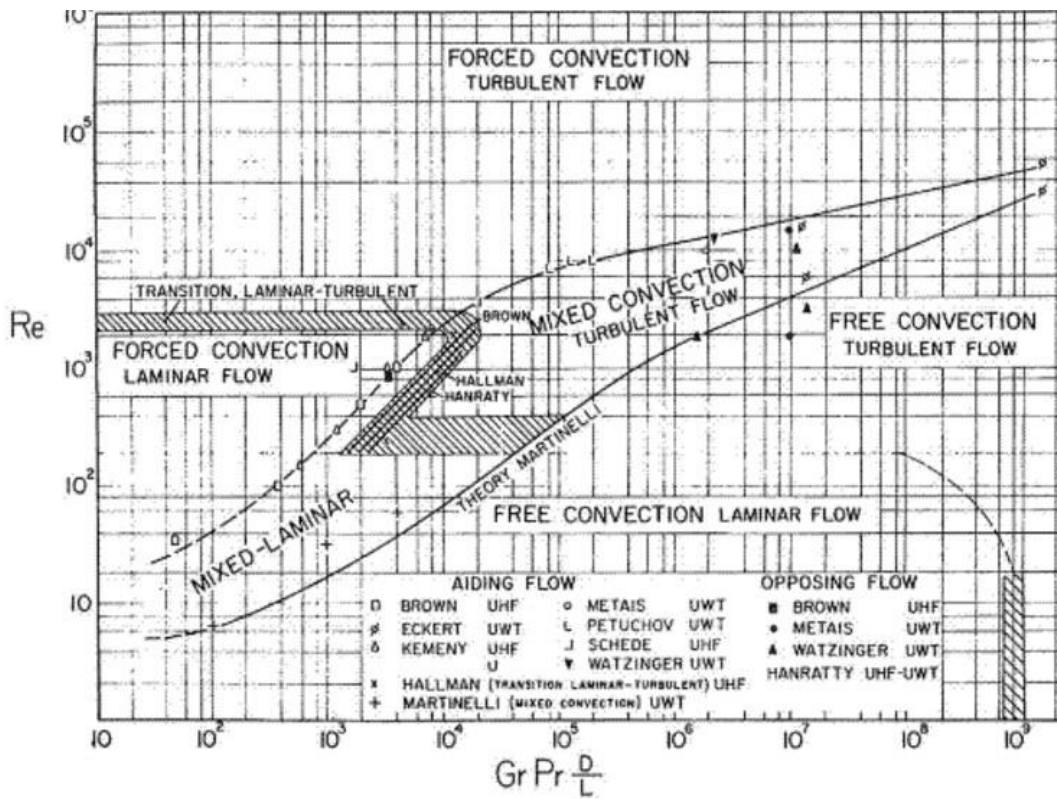


Figura 6: Regimes de convecção natural, forçada e mista em tubo vertical-  $10^{-2} < Pr(D/L) < 1$  – Metais, B. & Eckert, E.R.G. – J.Heat Transfer, 86, 295, 1964.

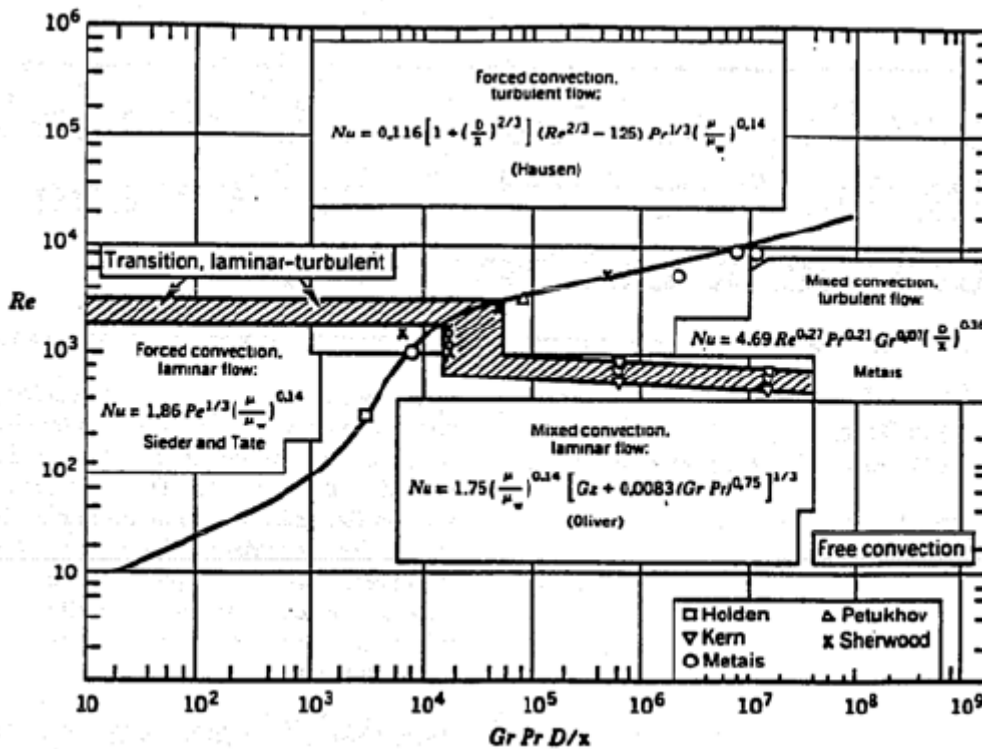


Figura 7: Regimes de convecção natural, forçada e mista em tubo horizontal – Metais, B. & Eckert, E.R.G. – J.Heat Transfer, 86, 295, 1964.

### 3. EXERCÍCIOS

- 1) Para avaliar a eficácia de diferentes líquidos no resfriamento por convecção natural é conveniente correlacionar somente as propriedades do fluido pertinentes à troca convectiva. Estimando que é válida a relação  $Nu_L = Ra_L^{0,33}$ , determine qual fluido é mais eficiente para resfriamento por convecção natural.

	Ar	Água	Líquido dielétrico
$k$ (W/m.K)	0,026	0,6	0,064
$\beta$ (1/K)	0,0035	0,00027	0,0014
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$
$Pr$	0,7	5	25

- 2) Uma grande placa plana vertical com temperatura superficial de 130 °C está suspensa em ar quiescente a 25 °C e pressão atmosférica. Pede-se, para uma posição a 0,25 m da aresta inferior da placa:
- Estimar o coeficiente convectivo local nesta posição da placa.
  - Estimar o coeficiente convectivo médio nesta posição da placa.
  - Estimar a posição da placa em que a camada limite se torna turbulenta.
- 3) Uma placa quadrada feita de alumínio de alta pureza tem dimensões de 0,5 m de lado e 16 mm de espessura e se encontra inicialmente a 300 °C. A placa é colocada numa câmara onde o ar e as paredes são mantidos a 27 °C. Se a emissividade da placa é de 0,25, qual a taxa de resfriamento inicial dela? É razoável supor que a temperatura da placa se mantém uniformemente distribuída ao longo do processo de resfriamento?
- 4) Uma placa plana circular com diâmetro de 0,5 m está num ambiente com ar quiescente a 25 °C. Uma das superfícies da placa é aquecida e a outra é mantida a uma temperatura mais fria, sendo que a superfície quente é mantida para cima. Sabendo que um coeficiente convectivo de 6 W/m<sup>2</sup>.K atua sobre a placa, pede-se:
- Estimar a temperatura da superfície d a placa.
  - Se a placa fosse invertida, qual deveria ser seu diâmetro para que sua superfície tivesse a mesma temperatura que a encontrada no item a)?
- 5) Vapor d'água saturado a 1 atm condensa sobre a superfície externa de um tubo vertical com 100 mm de diâmetro, 1 m de comprimento e temperatura da superfície de 94 °C. Pede-se estimar a taxa de condensação total e a taxa de transferência de calor para o tubo.
- 6) Refazer o exercício 5, agora considerando que o vapor se encontra saturado a 1,5 bar.

- 7) Uma placa vertical com 1,64 ft de altura e 7,9 in de largura deve ser usada para condensar vapor saturado a 14,7 psi. A que temperatura a placa deve ser mantida para atingir uma taxa de condensação de 55,1 lb/h?
- 8) Ar a 1 atm e 27 °C escoa em tubo horizontal de diâmetro interno = 25 mm e com velocidade média de 30 cm/s. A parede do tubo é mantida a 140 °C.. Estime o coeficiente de convecção supondo: apenas convecção forçada e convecção mista.

#### RESPOSTAS

Questão	Respostas
1	Água
2	a) 4,114 W/m <sup>2</sup> .K b) 5,245 W/m <sup>2</sup> .K c) 0,6 m
3	- 0,14 K/s
4	a) 96 °C b) 3,1 cm
5	0,007 kg/s e 16 kW
6	0,0177 kg/s e 40,3 kW
7	172,5 °F
8	5,6 W/m <sup>2</sup> .K e 7,8 W/m <sup>2</sup> .K.

## 4. SÍMBOLOS

Símbolo	Nome	Modificador	Unidade(SI)
$b$	Comprimento da placa	-	m
$c_p$	Calor específico à pressão constante	v – do vapor	J/kg.K
		l – do líquido	
$g$	Aceleração da gravidade	-	m/s <sup>2</sup>
$Gr$	Número de Grashoff	$L$ – valor médio	Adim.
		x – valor local	
$h$	Coeficiente convectivo de transferência de calor	$L$ – valor médio	W/m <sup>2</sup> .K
		x – valor local	
$k$	Condutividade térmica	v – do vapor	W/m.K
		l – do líquido	
$L$	Comprimento	-	m
$\dot{m}$	Vazão mássica	-	Kg/s
$n$	Número de mols	-	kmol
$Nu$	Número de Nusselt	L - valor médio	Adim.
		' – modificado	
$P$	Pressão	-	Pa
$Pr$	Número de Prandtl	-	Adim.
$\dot{q}_v$	Produção volumétrica de calor	-	W/m <sup>3</sup>
$R$	Constante dos gases	-	J/mol.K
$Ra$	Número de Rayleigh	cr – valor crítico	Adim.
		L, D – valor médio	
		x – valor local	
$Re$	Número de Reynolds	L, $\delta$ – valor médio	Adim.
		x – valor local	
$T$	Temperatura	s – da parede	K
		sat – de saturação	
		$\infty$ - do "bulk" do fluido	
$t$	Tempo	* - adimensional	s
$v$	Velocidade	0 – de referência	m/s
		B - média	
		x – na direção x	
		y – na direção y	
		$\infty$ – do "bulk" do fluido	
		* - adimensional	
$x, y$	Posição	* - adimensional	m
		cr – valor crítico	
$\alpha$	Difusividade térmica	-	m <sup>2</sup> /s
$\beta$	Coeficiente de expansão volumétrica térmica	-	1/K
$\delta$	Espessura do filme de condensado	-	m
$\Delta$	Variação	-	-
$\theta$	Diferença de temperatura	* - adimensional	K
$\lambda_{vap}$	Entalpia de vaporização	' – corrigido	J/kg

$\mu$	Viscosidade dinâmica	v – do vapor	Pa.s
		l – do líquido	
$\nu$	Difusividade de momento (viscosidade cinemática)	v – do vapor	$m^2/s$
		l – do líquido	
$\rho$	Densidade volumétrica	$\tilde{\rho}$ – molar	$kmol/m^3$
		v – do vapor	$kg/m^3$
		l – do líquido	
		$\infty$ – do “bulk” do fluido	

## 5. BIBLIOGRAFIA

1. INCROPERA, F.P et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa – 6ª Edição – LTC – 2008, Rio de Janeiro, Brasil.
2. PERRY, R. H., GREEN, D. W. – Chemical Engineer’s Handbook – 7ª edição – McGraw-Hill – 1999, Kansas, USA.
3. METAIS, B., ECKERT, E.R.G. – Forced, mixed, and free convection regimes, J.Heat Transfer, 86, 295, 1964