



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II

APOSTILA ② – Condução de Calor em Estado Estacionário

Prof. Jorge A. W. Gut

Prof. José Luís de Paiva

Versão 2022

Conteúdo

1.	TRANSPORTE DE CALOR POR CONDUÇÃO	2
1.1	Condução Unidirecional em Estado Estacionário sem Geração	2
1.1.1	Lei de Resfriamento de Newton.....	5
1.1.2	Analogia entre transporte de calor e de eletricidade	5
1.2	Condução Unidirecional em Estado Estacionário com Geração	7
1.3	Condução de Calor em Superfícies Estendidas	9
2.	EXERCÍCIOS.....	15
3.	SÍMBOLOS.....	23
4.	BIBLIOGRAFIA.....	24

Produção 2013: Caio Luca Joppert, bolsista do Programa de Estímulo ao Ensino de Graduação (PEEG) da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

Revisão 2015: Yuri Nascimento Nariyoshi, bolsista do Programa de Aperfeiçoamento de Ensino (PAE) da CAPES.

1. TRANSPORTE DE CALOR POR CONDUÇÃO

O transporte de calor pelo mecanismo de condução é regido pela Lei de Fourier. Ela postula que o vetor fluxo de calor \vec{q}'' é proporcional ao vetor gradiente de energia térmica $\vec{\nabla}(c_p T)$, sendo α a difusividade térmica (vide lista de símbolos). Os vetores têm sentidos opostos, pois a energia térmica difunde da região mais quente para a região mais fria.

$$\vec{q}'' = -\rho\alpha\vec{\nabla}(c_p T)$$

Considerando o calor específico como uniforme dentro do volume de controle (VC), tem-se:

$$\vec{q}'' = -k\vec{\nabla}T$$

sendo $k = \rho\alpha c_p$ a condutividade térmica do meio.

1.1 Condução Unidirecional em Estado Estacionário sem Geração

Caso estudado: condução unidirecional através de uma parede plana, em estado estacionário (regime permanente) e sem geração de energia térmica. VC: parede plana com uma das faces quente e outra face fria (as faces são mantidas nestas temperaturas de maneira uniforme por fontes térmicas), conforme mostrado na **Figura 1**.

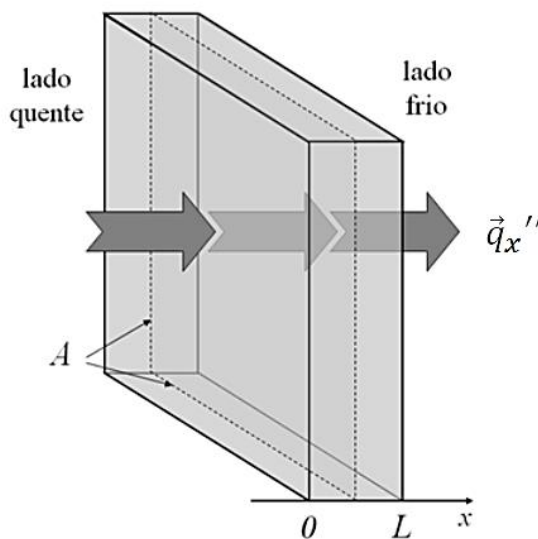


Figura 1: Volume de controle para o estudo do caso de condução unidirecional em estado estacionário sem geração.

Balço microscópico de energia térmica (deduzida na Apostila 1):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

Aplicando as hipóteses de estado estacionário, sem escoamento ($\vec{v} = 0$), sem geração de calor ($\dot{q}_V = 0$) e transporte difusivo unidirecional na direção x :

$$\alpha \nabla^2 T = 0$$

$$\left[\frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(\frac{dT}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(\frac{dT}{dz} \right) \right] = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) = 0$$

$$\therefore T(x) = C_1 x + C_2$$

(perfil linear de temperatura em uma parede plana)

C_1 (K/m) e C_2 (K) são constantes de integração, determinadas a partir das condições de contorno do problema. As condições de contorno mais comuns são:

- Temperatura especificada em algum ponto do sistema (primeira ordem): $T(x_i) = T_i$
- Fluxo de calor especificado em algum ponto (segunda ordem): $-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = q_{xi}''$

Determinação do fluxo de calor na direção x (Lei de Fourier):

$$q_x'' = -k \frac{\partial T}{\partial x} = -k \cdot C_1$$

Os resultados para as geometrias mais comuns são mostrados na **Tabela 1**. As **Figuras 2, 3 e 4** ajudam na compreensão das variáveis (para obter estas soluções, as condições de contorno adotadas foram de temperaturas uniformes T_1 e T_2 nas fronteiras do volume de controle, sendo $\Delta T = (T_2 - T_1)$).

Tabela 1: Equações para condução unidirecional de calor em estado estacionário sem geração.

Geometria	Equação diferencial	Perfil de temperatura $T(x)$ ou $T(r)$	Fluxo de calor q_x'' ou q_r''	Calor q_x ou q_r
Parede plana	$\frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) = 0$	$T_1 + \Delta T \frac{x}{L}$ (linear)	$-\frac{k}{L} \Delta T$	$-\frac{k}{L} A_x \Delta T$
Parede cilíndrica	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$T_1 + \Delta T \frac{\ln(r/R_1)}{\ln(R_2/R_1)}$ (logarítmico)	$-\frac{1}{r} \frac{k \cdot \Delta T}{\ln(R_2/R_1)}$	$-\frac{2\pi L \cdot k \cdot \Delta T}{\ln(R_2/R_1)}$
Parede esférica	$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$T_1 + \Delta T \left(\frac{1 - R_1/r}{1 - R_1/R_2} \right)$ (hiperbólico)	$-\frac{1}{r^2} \left(\frac{k \cdot \Delta T}{1/R_1 - 1/R_2} \right)$	$-\frac{4\pi \cdot k \cdot \Delta T}{1/R_1 - 1/R_2}$

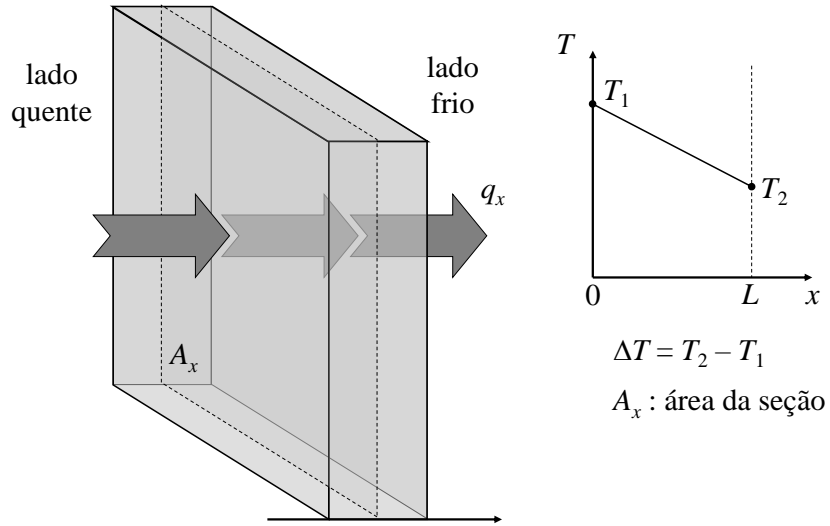


Figura 2: Condução através de uma parede plana. Adaptado de Gut e Song (2015).

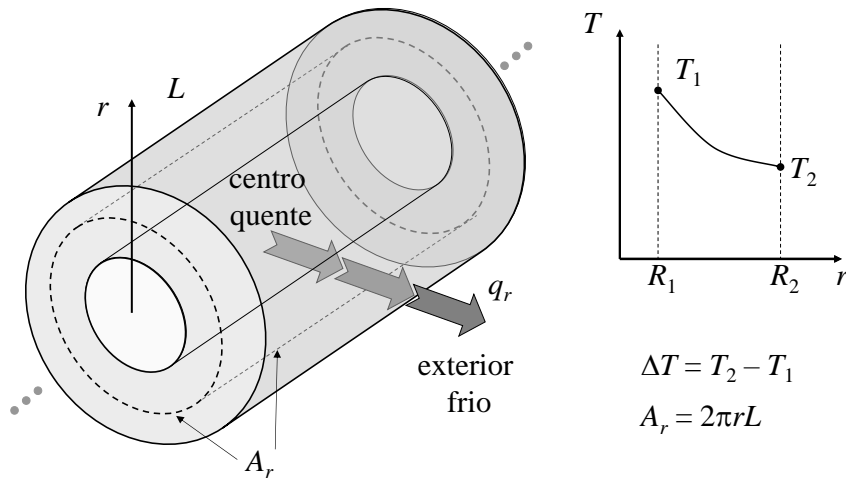


Figura 3: Condução através de uma parede cilíndrica. Adaptado de Gut e Song (2015).

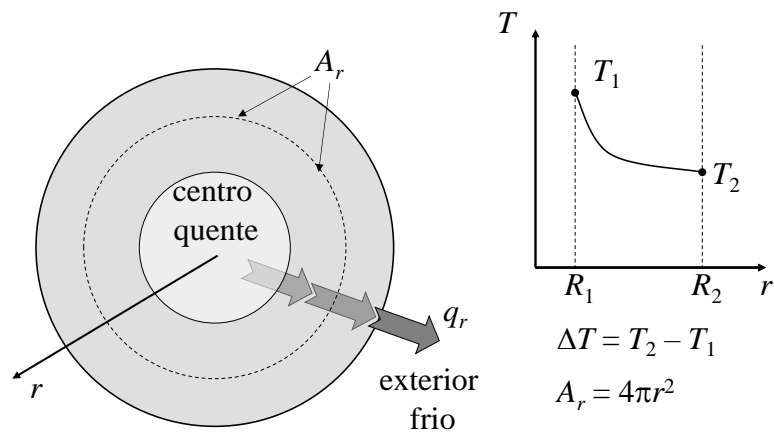


Figura 4: Condução através de uma parede esférica. Adaptado de Gut e Song (2015).

1.1.1 Lei de Resfriamento de Newton

Uma condição de contorno comum em problemas de condução em meio sólido é a de fronteira com um meio líquido/gasoso onde ocorre transporte por convecção. A transferência de calor entre a superfície do sólido e o meio pode ser tratada de forma simplificada através da Lei de Resfriamento de Newton, que considera como proporcionais o fluxo de calor na superfície do sólido e a diferença entre a temperatura da superfície e a temperatura do meio fluido em um ponto afastado do sólido (**Figura 5**):

$$q''_{conv} = h \cdot \Delta T$$

$$q_{conv} = h \cdot A_S \cdot \Delta T$$

em que $\Delta T = (T_S - T_\infty)$ é o potencial térmico para um sólido quente ou $\Delta T = (T_\infty - T_S)$ para um sólido frio, sendo T_S a temperatura média da superfície e T_∞ a temperatura média do meio afastado do sólido. Atenção deve ser tomada ao usar a Lei de Resfriamento de Newton como condição de contorno, pois o fluxo calculado é um número positivo não vetorial, diferente do fluxo calculado pela Lei de Fourier.

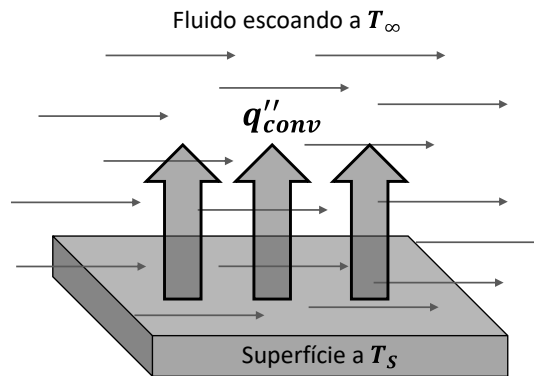


Figura 5: Esquema da Lei de resfriamento de Newton.

O coeficiente de convecção h [W/(K.m²)] é experimental e depende de diversos fatores como natureza do fluido, velocidade de escoamento e geometria da superfície. Seu valor pode ser obtido através de correlações empíricas. Este assunto será tratado mais adiante no curso.

1.1.2 Analogia entre transporte de calor e de eletricidade

A analogia entre transporte de calor e de eletricidade é útil para problemas de condução unidirecional de calor em estado estacionário e sem geração ou consumo de energia térmica:

- Resistência é oferecida ao transporte de carga elétrica quando um condutor elétrico é atravessado por uma corrente sob uma diferença de potencial elétrico.
- Resistência é oferecida ao transporte de calor quando um condutor térmico é atravessado por um fluxo de calor sob uma diferença de potencial térmico.

Pela Lei de Ohm: $R_{elet} = \Delta U/i$ (resistência elétrica é a razão entre diferença de potencial elétrico e a taxa de transporte de elétrons). Analogamente, define-se a resistência térmica (razão entre diferença de potencial térmico e taxa de transporte de calor):

$$R_{term} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{\Delta T}{q'' A}$$

Vantagem desta analogia: associar resistências térmicas como se associam resistores em um circuito elétrico. Um problema em que o calor atravessa diferentes meios pode ser resolvido conhecendo apenas as temperaturas das extremidades (potencial térmico total) em vez de resolver o problema por partes com diversos volumes de controle e condições de contorno (**Figura 6**).

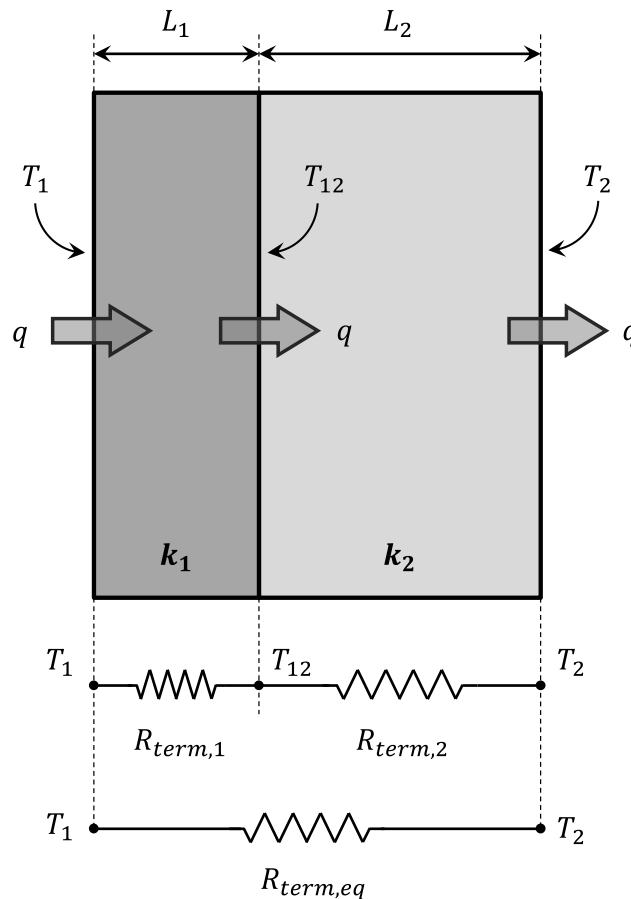


Figura 6: Exemplo de aplicação da analogia calor-circuito elétrico: paredes justapostas.

Se não há acúmulo, geração ou consumo de energia térmica e as superfícies estão associadas em série, a energia térmica é transportada através de diferentes meios com a mesma taxa q no “circuito térmico”:

$$q = \frac{\Delta T_1}{R_{term,1}} = \frac{\Delta T_2}{R_{term,2}} = \dots = \frac{\Delta T_n}{R_{term,n}} = \frac{\Delta T_{global}}{R_{term,eq}}$$

mas: $\Delta T_{global} = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_n$; então:

$$q = \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_n}{R_{term,eq}} = q \cdot \frac{(R_{term,1} + R_{term,2} + \dots + R_{term,n})}{R_{term,eq}}$$

$$\therefore R_{term,eq} = R_{term,1} + R_{term,2} + \dots + R_{term,n}$$

(associação em série de resistências térmicas)

$R_{term,eq}$ é a resistência térmica equivalente do circuito. O resultado para associação em paralelo é análogo à associação em paralelo de resistores (soma dos inversos das resistências).

Importante destacar que se o contato entre dois meios sólidos não for perfeito como na Figura 6, as imperfeições superficiais mantêm ar preso e geram uma “resistência de contato” adicional.

A **Tabela 2** apresenta as resistências térmicas de paredes sólidas usando resultados da **Tabela 1** e a resistência térmica convectiva obtida a partir da Lei de Resfriamento de Newton.

Tabela 2: Resistências térmicas ao transporte de calor unidirecional, em estado estacionário e sem geração ou consumo de energia térmica.

Caso	Parede plana	Parede cilíndrica	Parede esférica	Superfície com convecção
Resistência térmica	$\frac{L}{kA_x}$	$\frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/R_1) - (1/R_2)}{4\pi k}$	$\frac{1}{h \cdot A_S}$

Usualmente a resistência equivalente de um circuito térmico é expressa na forma do coeficiente global de troca térmica U :

$$q = UA_{ref}\Delta T_{global}$$

em que A_{ref} é uma área de referência para o fluxo de calor (para paredes planas justapostas é a área da seção transversal da parede, independentemente da posição; para paredes cilíndricas ou esféricas, a área depende da posição radial e costuma-se adotar como referência a área mais externa do meio sólido).

O coeficiente global de troca térmica se relaciona com a resistência térmica equivalente:

$$q = UA_{ref}\Delta T_{global} = \frac{\Delta T_{global}}{R_{term,eq}}$$

$$\therefore UA_{ref} = \frac{1}{R_{term,eq}} \Rightarrow U = \frac{1}{A_{ref} \cdot R_{term,eq}}$$

1.2 Condução Unidirecional em Estado Estacionário com Geração

No interior do volume de controle pode haver conversão de energia térmica em outras formas de energia e vice e versa. Estas transformações são contabilizadas pelo termo de geração volumétrica de energia térmica na equação de balanço diferencial. Exemplos de transformações:

- Energia elétrica (efeito Joule)
- Energia química (calor de reação)
- Energia radiante (aquecimento por micro-ondas)
- Energia nuclear (aquecimento de material radioativo)
- Energia mecânica (atrito)

Aplicando o balanço microscópico de energia térmica a um VC homogêneo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

e considerando estado estacionário, meio sólido sem convecção e com geração uniforme de calor:

$$\alpha \nabla^2 T + \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

No caso de condução unidirecional através de uma parede plana:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$$

$$\therefore T(x) = -\frac{\dot{q}_V}{2k} x^2 + C_1 x + C_2$$

(perfil de temperatura na parede plana com geração de energia térmica)

As constantes de integração C_1 (K/m) e C_2 (K) são determinadas a partir das condições de contorno do problema. O fluxo de calor no interior do sólido pode ser determinado usando a Lei de Fourier. A **Tabela 3** resume os resultados da condução unidirecional em estado estacionário com geração uniforme de energia (resultados gerais, não contemplam as condições de contorno do problema, deixando as constantes de integração C_1 e C_2 expostas).

Na **Tabela 4** resumem-se algumas das condições de contorno utilizadas em problemas de condução de calor.

Tabela 3: Resultados para condução de calor unidimensional em estado estacionário com geração (sem condições de contorno).

Geometria	Equação diferencial	Perfil de temperatura	Fluxo de calor
Parede plana	$\frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$	$T(x) = -\frac{\dot{q}_V}{2k} x^2 + C_1 x + C_2$	$q''(x) = \dot{q}_V x - C_1 k$
Parede cilíndrica	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$	$T(r) = -\frac{\dot{q}_V}{4k} r^2 + C_1 \ln r + C_2$	$q''(r) = \frac{\dot{q}_V}{2} r - \frac{C_1 k}{r}$
Parede esférica	$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$	$T(r) = -\frac{\dot{q}_V}{6k} r^2 - \frac{C_1}{r} + C_2$	$q''(r) = \frac{\dot{q}_V}{3} r - \frac{C_1 k}{r^2}$

Tabela 4: Condições de contorno comuns em problemas de condução de calor.

Condição de contorno	Representação matemática*
Temperatura especificada	$T(x_i) = T_i$
Fronteira adiabática	$q''(x_i) = -k \left. \frac{dT}{dx} \right _{x_i} = 0$
Convecção na superfície	$q''(x_i) = -k \left. \frac{dT}{dx} \right _{x_i} = q''_{conv} = \pm h(T(x_i) - T_{\infty})$
Fluxo especificado	$q''(x_i) = -k \left. \frac{dT}{dx} \right _{x_i} = \pm q''_i$
Condição de simetria	$\left. \frac{dT}{dx} \right _{x_i} = 0$

* Contorno definido na posição axial x_i , mas igualmente válido para uma posição radial r_i .

1.3 Condução de Calor em Superfícies Estendidas

De acordo com a Tabela 2: a resistência térmica para transferência de calor por convecção a partir de um sólido é $R_{term} = 1/h \cdot A_S$. É comum o interesse em reduzir esta resistência para melhorar a eficiência da troca de calor. Há duas estratégias:

- Elevar o coeficiente de convecção (alterando o escoamento ou as propriedades do fluido);
- Aumentar a área superficial de troca (usando superfície estendidas, chamadas “aletas”).

Exemplo de aleta: um pino de seção retangular estendendo-se a partir da superfície de troca térmica (**Figura 7**). Considera-se, a princípio, que o sólido está quente, de forma que a energia térmica é conduzida ao longo da aleta e transportada por convecção para o fluido através de sua área superficial (**Figura 8**).

O perfil de temperatura no interior da aleta não é unidirecional. Uma aproximação útil é considerar que o gradiente de temperatura da aleta se dá apenas na direção longitudinal (**Figura 9**).

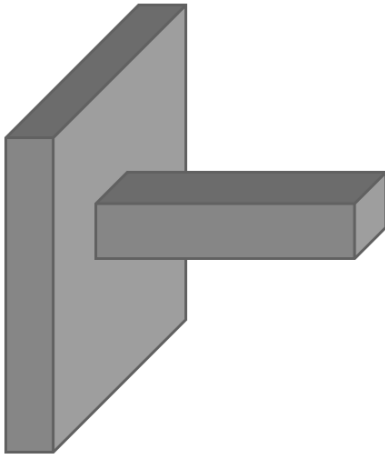


Figura 7: Exemplo de aleta com forma de pino.

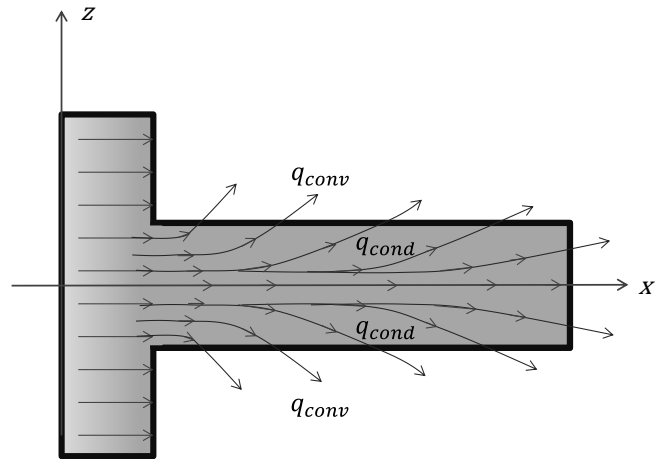


Figura 8: Fluxo de calor na aleta.

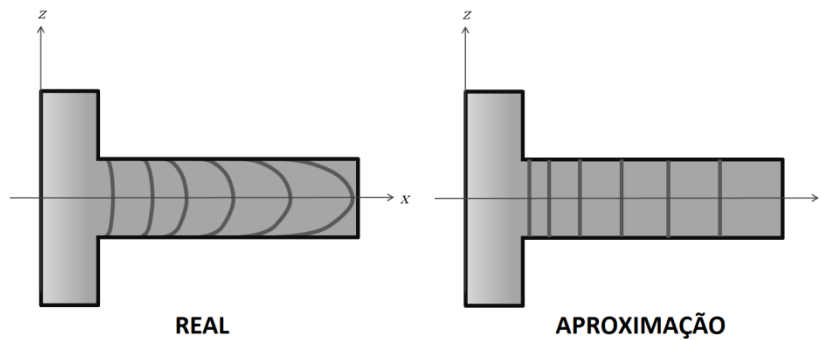


Figura 9: Linhas de igual temperatura na aleta: caso real, à esquerda e aproximação, à direita.

Esta hipótese simplifica muito o cálculo do gradiente de temperatura na aleta, mas tem uma implicação séria: o calor difunde somente na direção x , saindo pela ponta da aleta e não pela sua área lateral. Solução: artificialmente tratar o calor trocado transversalmente (direções y e z) entre a aleta e o fluido como um “consumo” de energia térmica através do termo de geração volumétrica de calor na equação diferencial de balanço (\dot{q}_V).

Considere a fatia de espessura dx da aleta na **Figura 10**. Calor é trocado por:

- Condução na direção longitudinal x através da área da seção transversal A_x ;
- Convecção para o fluido através da superfície externa dA_S . Esta parcela é contabilizada no balanço como uma geração de calor negativa distribuída no volume da aleta:

$$\dot{q}_V = -\frac{dq_{conv}}{dV} = -\frac{h dA_S (T - T_\infty)}{A_x dx}$$

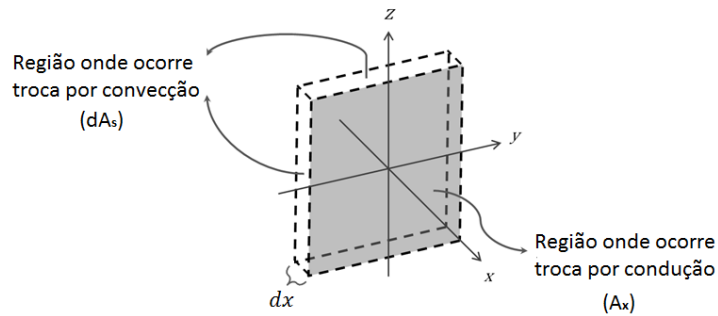


Figura 10: Trocas de calor em uma fatia infinitesimal da aleta.

Aplicando o balanço microscópico de energia térmica no VC de uma aleta com área da seção transversal uniforme A_x , perímetro p e assumindo estado estacionário com condução unidirecional e “consumo” de energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_V}{k}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{h p dx (T - T_\infty)}{k A_x dx}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{h p}{k A_x} (T - T_\infty)$$

Substituições práticas:

$$\theta = T - T_\infty$$

$$m^2 = \frac{h p}{k A_x}$$

Daí, tem-se:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta$$

Este resultado é semelhante à equação diferencial do problema do oscilador harmônico (linear, homogênea, de segunda ordem). A solução geral é, portanto, a mesma do MHS (Movimento Harmônico Simples):

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

As constantes de integração C_1 e C_2 são determinadas a partir das condições de contorno na aleta. Considera-se que a base da aleta ($x = 0$) tem uma temperatura uniforme T_b :

- Base da aleta: $\theta(x = 0) = \theta_b = T_b - T_\infty$;

Para a ponta da aleta ($x = L$), há quatro opções, sendo a primeira a mais geral:

- Troca de calor por convecção na ponta: $-k \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = h \cdot \theta_L$;
- Temperatura especificada na ponta: $\theta(x = L) = \theta_L = T_L - T_\infty$;
- Aleta muito longa, $L(m) \geq 2,65/m$: $\theta(x = L) = T_L - T_\infty \approx 0 \Rightarrow \theta(x \rightarrow \infty) = 0$.
- Ponta da aleta é adiabática: $\frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = 0$;

Na **Tabela 5** encontram-se resumidos os perfis de temperatura para as condições de contorno citadas. A taxa de calor na aleta q_a foi calculada pela Lei de Fourier na base da aleta ($x = 0$). Embora as equações tenham sido deduzidas para um sólido quente, as mesmas valem para o caso de sólido frio em contato com fluido quente.

Tabela 5: Perfis de temperatura e taxas de calor para aletas com área de seção transversal uniforme.

Condição de contorno na ponta da aleta	Perfil de temperatura $\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty}$	Taxa de calor para a aleta q_a
Convecção	$\frac{\cosh(m(L-x)) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(m(L-x))}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(mL)}$	$M \frac{\sinh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(mL)}$
Temperatura conhecida	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \cdot \sinh(mx) + \sinh(m(L-x))}{\sinh(mL)}$	$M \frac{\sinh(mL) - (\theta_L/\theta_b)}{\sinh(mL)}$
Adiabática	$\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$	$M \tanh(mL)$
Aleta infinita $L(m) \geq \frac{2,65}{m}$	e^{-mx}	M

Substituições: $m = \sqrt{\frac{hp}{kA_x}}$ $M = k \cdot A_x \cdot m \cdot \theta_b$ $\theta_b = T_b - T_\infty$ $\theta_L = T_L - T_\infty$

Na dedução dos perfis citados, surgem somas e diferenças de exponenciais, que são as chamadas Funções Hiperbólicas. A **Tabela 6** apresenta um resumo das funções hiperbólicas que são utilizadas no estudo de aletas e a **Figura 11** apresenta um gráfico com estas funções.

Tabela 6: Funções hiperbólicas.

Função	Definição	Derivada
Seno hiperbólico sinh (x)	$\frac{e^x - e^{-x}}{2}$	cosh (x)
Cosseno hiperbólico cosh (x)	$\frac{e^x + e^{-x}}{2}$	sinh (x)
Tangente hiperbólica tanh(x)	$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	$1 + \tanh^2(x)$

Relações importantes $\sinh^2(x) + \cosh^2(x) = 1$ $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$

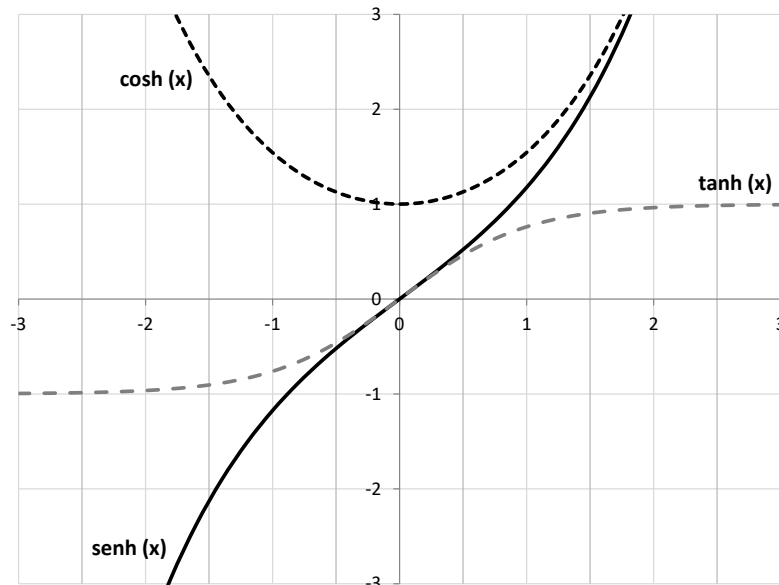


Figura 11: Funções hiperbólicas.

Para aletas de seção transversal não uniforme a variável m é função da posição, dificultando a solução da equação diferencial. Soluções apresentadas na literatura são expressas em forma adimensional utilizando o conceito da eficiência da aleta (η_{aleta}). Esta eficiência é definida como a razão entre o calor que a aleta efetivamente troca pelo calor que aleta trocaria se toda sua superfície estivesse na temperatura da base (T_b):

$$\eta_{aleta} = \frac{q_{aleta}}{hA_s\theta_b}$$

Apesar do nome “eficiência”, esta variável não pode ser usada para avaliar a troca de calor na aleta, ou seja, $\eta_{aleta} = 100\%$ não significa que a aleta tenha sido bem dimensionada. As **Figuras 12 e 13** apresentam eficiências de aletas com área de seção transversal não uniforme.

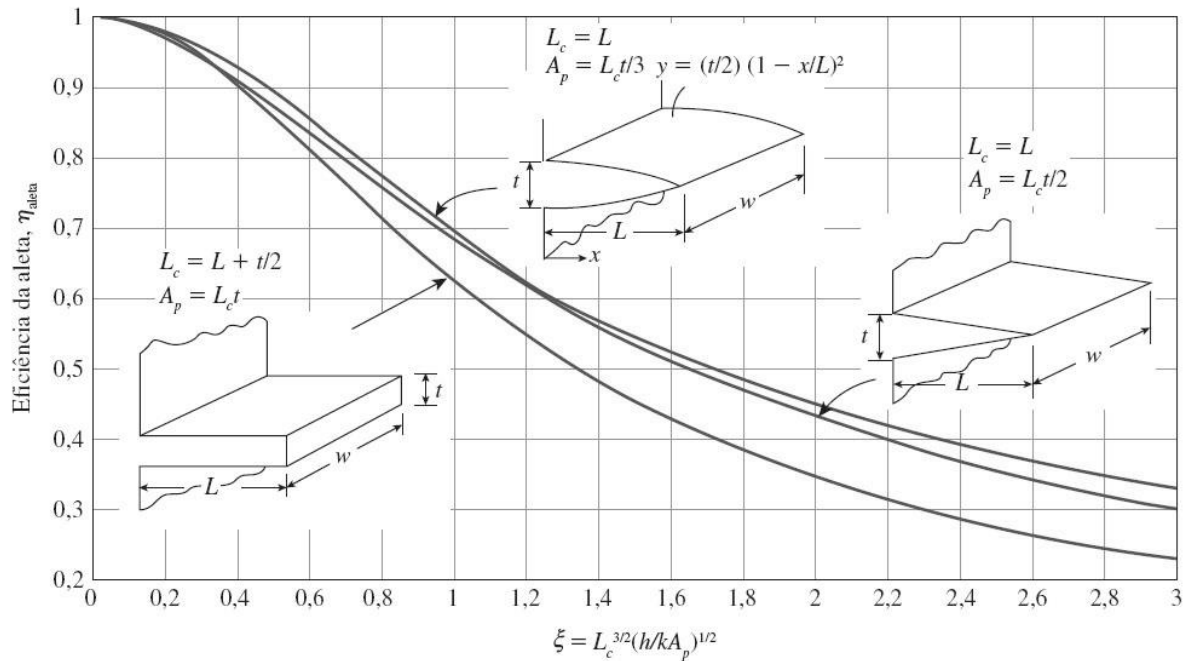


Figura 12: Eficiência para aletas planas com perfis retangular, triangular e parabólico. (fonte: ÇENGEL e GHAJAR, 4ª edição)

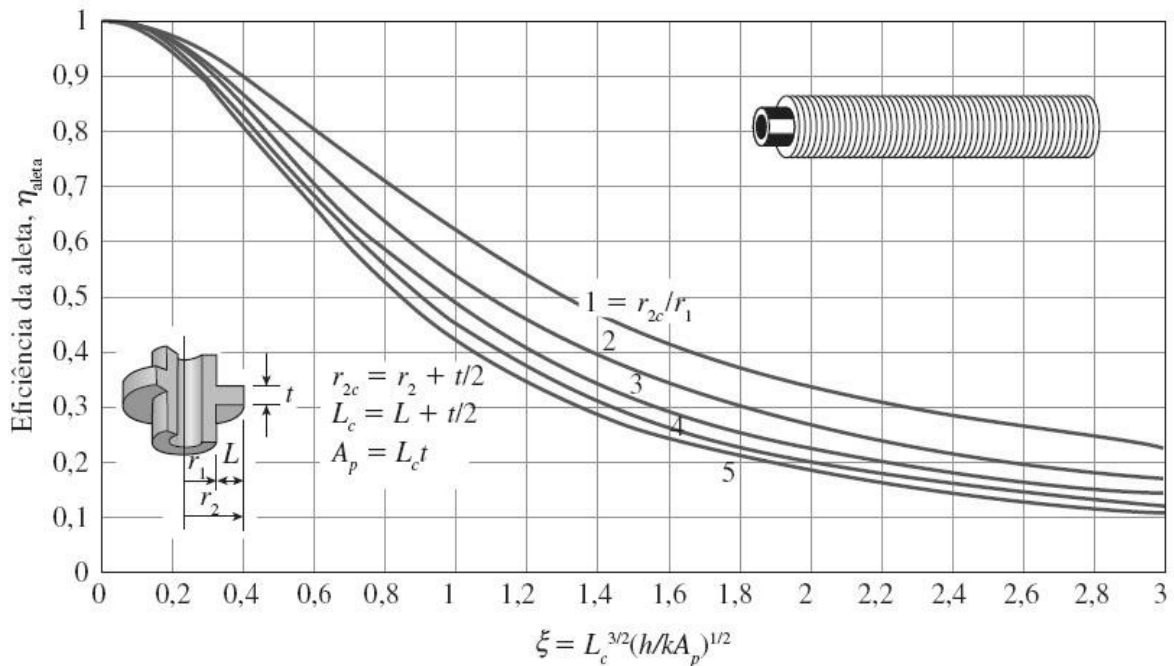
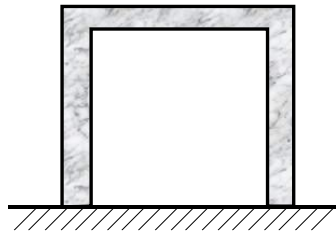


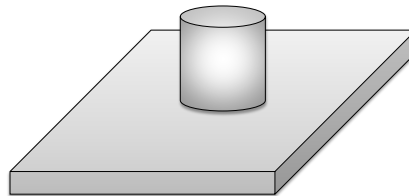
Figura 13: Eficiência para aleta anulares de perfil retangular. (fonte: ÇENGEL e GHAJAR, 4ª edição)

2. EXERCÍCIOS

- 1) Uma câmara de congelamento tem formato cúbico e suas paredes são formadas por duas finas chapas metálicas com preenchimento de isolamento térmico entre as chapas (espuma de poliestireno, com condutividade térmica de $0,040 \text{ W/K.m}$). As arestas do cubo do espaço interno da câmara são de $2,0 \text{ m}$. A face do cubo que toca o chão pode ser considerada perfeitamente isolada. Considere que a superfície interna da parede se encontra a $-15 \text{ }^\circ\text{C}$, enquanto que a superfície externa tem uma temperatura média de $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Qual deve ser a espessura mínima do isolamento térmico para que a troca de calor com o ambiente não ultrapasse o valor admissível de 600 W ?



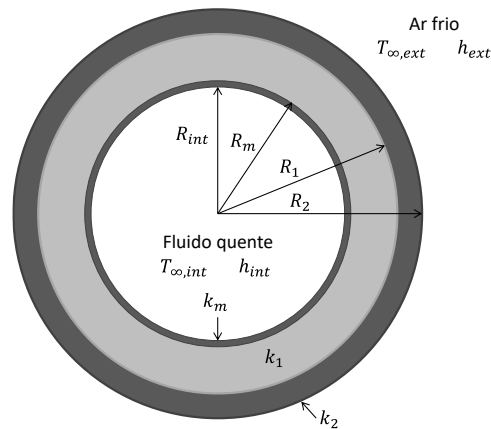
- 2) Um componente eletrônico com formato cilíndrico (altura: 15 mm ; diâmetro: 10 mm) está montado sobre uma placa de circuitos. Este componente é revestido com um material que se deteriora em temperaturas superiores a $90 \text{ }^\circ\text{C}$. Ele é resfriado por uma corrente de ar à temperatura ambiente ($25 \text{ }^\circ\text{C}$) e com um coeficiente médio de troca térmica por convecção de $70 \text{ W/m}^2\text{.K}$. Qual a dissipação de potência máxima admissível de forma que o material que reveste o componente não se deteriore?



- 3) Em dias frios, quando os meteorologistas falam em 'sensação térmica', eles estão considerando, além de outros fatores, a queda na temperatura da pele causada pela maior velocidade do vento, mesmo que a temperatura média do ar não se altere. Considerando que a pele humana tenha uma camada de gordura de 5 mm e que a homeostase mantenha a temperatura abaixo desta camada a $36 \text{ }^\circ\text{C}$ e ainda que o ar ambiente se encontra a $15 \text{ }^\circ\text{C}$, estime:
- A temperatura da superfície exterior da pele em dias com e sem vento.
 - A razão entre as perdas de calor em um dia sem vento ($h = 20 \text{ W/K.m}^2$) e um dia com vento ($h = 50 \text{ W/K.m}^2$).
 - A temperatura que o ar deveria ter, num dia sem vento, para que a superfície da pele tenha a mesma temperatura que em um dia com vento.
- 4) Uma janela com folha dupla de vidro confina uma camada de ar estagnado de 5 mm . Cada uma das placas de vidro tem 5 mm de espessura e dimensões de $0,8 \text{ m}$ de altura por $1,0 \text{ m}$ de largura. O interior da residência está a uma temperatura média de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ e conta um coeficiente convectivo de 10 W/K.m^2 do ar sobre o vidro. Já no lado de fora, o ambiente está com temperatura de $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ e um coeficiente convectivo de $50 \text{ W/m}^2\text{.K}$ do ar frio sobre a janela.
- Estimar a perda de calor através da janela.

- b) Qual é a temperatura superficial da janela no interior da residência?
- c) Qual seria a perda de calor caso a janela tivesse apenas uma folha de vidro?
- 5) Um tubo metálico de pequena espessura e com 12,0 cm de diâmetro interno é usado para transportar água sob o solo. Estima-se que em condições de inverno rigoroso, a parede metálica do tubo atinja uma temperatura de $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nestas condições, uma camada de gelo se forma na superfície interna do tubo. Considere que a água que escoar pelo tubo tem temperatura média de $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ e um coeficiente convectivo estimado de $1,5 \times 10^3\text{ W/K.m}^2$ sobre a superfície cilíndrica. Estime a espessura que a camada de gelo atingirá no estado estacionário.
- 6) Quando uma camada de isolamento térmico é aplicada sobre um tubo com pequeno diâmetro, um fenômeno curioso pode ocorrer. Como a área superficial do conjunto aumenta com a colocação da camada de isolamento, o sistema passa a ter uma superfície de troca por convecção maior com o ar circundante. Aumentando a espessura da camada isolante, a resistência térmica desta camada aumenta, mas a resistência térmica de convecção diminui. Há situações em que a resistência térmica total do sistema cai com a colocação do isolante, ou seja, a presença do isolamento térmico aumenta a troca térmica do tubo com o ar em vez de diminuí-la. Para estudar um caso como este, considere uma tubulação com 2,0 m de comprimento e 1,0 cm de diâmetro externo. Sua temperatura superficial é mantida a $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ pelo escoamento interno de um fluido refrigerante. Ar a $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ circunda o tubo, tendo como coeficiente de convecção $5,0\text{ W/K.m}^2$. Estuda-se a colocação de uma camada de lã de vidro (condutividade térmica: $0,055\text{ W/K.m}$) para reduzir a perda de calor com o ambiente.
- a) Com o auxílio de uma planilha eletrônica, calcule a resistência térmica total e o calor trocado entre o tubo e o ambiente para diferentes valores de espessura de isolamento, faça um gráfico para observar a tendência dos resultados.
- b) Mostre que o ponto de inflexão da curva acontece no denominado 'raio crítico de isolamento': $R_{\text{critico}} = k/h$.
- 7) O vaso de um reator químico agitado tem o formato esférico, com diâmetro interno de 1,6 m. A parede do reator é feita de aço inoxidável ($k = 16\text{ W/K.m}$) e tem 2,0 cm de espessura. A superfície externa do reator fica exposta ao ar ambiente, que está a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ e relativamente estagnado ($h = 10\text{ W/K.m}^2$). O interior do reator é agitado e um sistema de aquecimento mantém a mistura a uma temperatura controlada de $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Como a agitação dentro do reator é intensa, pode-se assumir que a superfície interna da parede encontra-se nesta temperatura. Pergunta-se:
- a) Qual é o calor fornecido pelo sistema de aquecimento para manter o reator a $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ (desprezando a contribuição do calor de reação)?
- b) Se uma camada de 3,0 cm de isolamento térmico ($k = 0,040\text{ W/m.K}$) for aplicado na superfície externa do reator e o sistema de aquecimento manter o mesmo aporte de calor (item a), qual será a nova temperatura da mistura reacional?
- c) Aplicando uma estratégia de controle para regular a temperatura do reator no valor ideal de $60\text{ }^{\circ}\text{C}$, qual será o novo consumo energético?
- 8) Um tubo por onde escoar um insumo industrial líquido é composto de duas camadas de isolantes térmicos diferentes. O material do tubo metálico tem condutividade térmica k_m , enquanto os isolantes das camadas 1 e 2 têm, respectivamente, condutividades térmicas k_1 e k_2 , de forma que $k_m \gg k_2 > k_1$. No interior do tubo, o fluido de processo tem temperatura $T_{\infty, \text{int}}$ e coeficiente

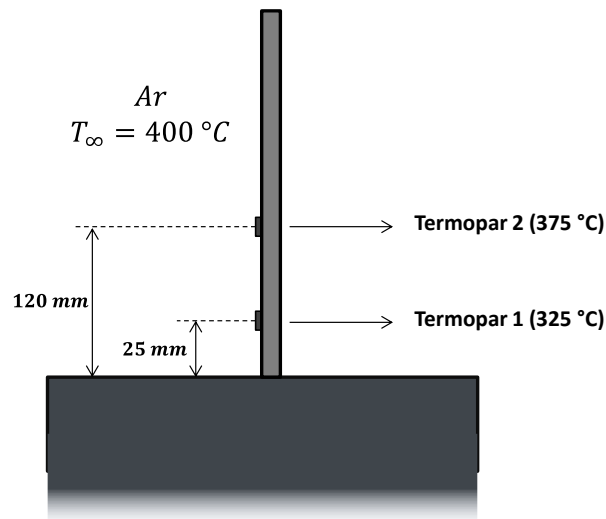
convectivo h_{int} ; no exterior do tubo, o ar está a uma temperatura $T_{\infty,ext}$ e coeficiente convectivo é h_{ext} . Construa um 'circuito térmico', explicitando a temperatura de cada ponto e as resistências térmicas de cada trecho. Esboce um gráfico da temperatura em função da posição, do centro do tubo até o ambiente externo.



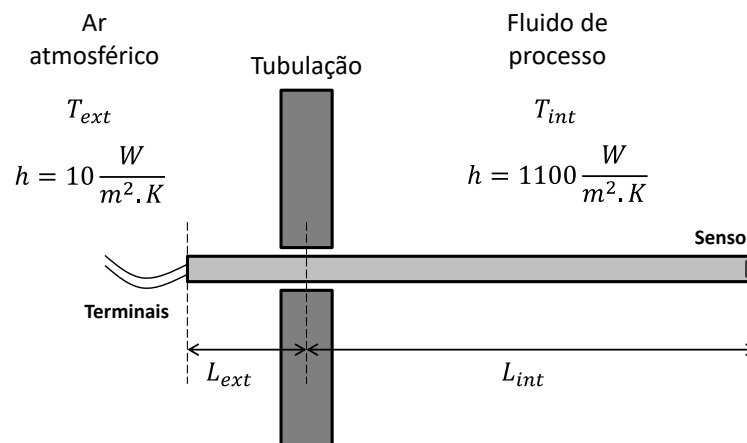
- 9) Considere que uma placa plana metálica com espessura de 10 cm e condutividade térmica de 30 W/K.m tenha uma taxa volumétrica uniforme de geração de calor de 200 kW/m³ devido à passagem de corrente elétrica. Uma das faces da placa pode ser considerada como perfeitamente isolada termicamente, enquanto que a outra face se encontra em contato com um fluido a 50 °C escoando com coeficiente de transferência de calor por convecção de 200 W/K.m². Para o estado estacionário, determine:
- A temperatura da superfície da placa em contato com o fluido.
 - A temperatura máxima da placa e a posição onde ela ocorre.
- 10) Um longo bastão combustível de Tório, utilizado em reatores nucleares, tem uma geração de calor uniforme em todo seu volume. O bastão cilíndrico tem 2,0 cm de diâmetro e conta com um fino revestimento protetivo de alumínio. A taxa volumétrica de produção de calor neste material é de 750 MW/m³. Planeja-se usar o bastão como fonte de calor para o aquecimento e ebulição da água em um sistema que gera vapor para mover turbinas. A temperatura da água de circulação é de 120 °C e o coeficiente de convecção sobre o bastão é 6,0 kW/K.m². Avalie se nestas condições há risco de fusão dos materiais que compõem o bastão.
- 11) Rejeitos radioativos geralmente são armazenados em recipientes metálicos e colocados em grandes piscinas até que sua atividade decaia e estes ofereçam menor risco. É necessário colocar os recipientes nas piscinas pelo fato dos rejeitos liberarem calor. Considere um recipiente esférico de aço inoxidável ($k = 15$ W/K.m) de raio interno 80 cm e espessura de parede de 10 cm onde se encontram rejeitos radioativos ($k = 22$ W/K.m) que têm uma taxa volumétrica de geração de calor uniforme de 50 kW/m³. O recipiente é armazenado em uma piscina onde a água é mantida a 30 °C e tem-se em coeficiente convectivo médio de $1,0 \times 10^3$ W/m².K da água sobre a esfera. Para a situação descrita, em regime permanente:
- Qual a temperatura da superfície interna do recipiente?
 - Qual a temperatura da superfície externa do recipiente?
 - Qual a temperatura no centro do recipiente?

- d) Obtenha uma função de distribuição de temperatura do centro do recipiente até a superfície externa do mesmo em função da posição radial e esboce um gráfico desta distribuição.

- 12) Uma peça cerâmica está dentro de um forno com ar a $400\text{ }^\circ\text{C}$. Uma barra metálica está presa a esta peça e a barra possui dois sensores de temperatura (termopares), conforme a figura. Com base nos valores de temperatura registrados pelos termopares, pede-se a estimativa da temperatura na superfície da peça cerâmica. Pode-se assumir um estado pseudo-estacionário (temperaturas praticamente invariantes na cerâmica durante a medição) e que a barra metálica é bastante longa.



- 13) Um termômetro digital com sensor em forma de pino de seção circular é usado para medir a temperatura de um fluido que escoa por uma tubulação industrial. No entanto, parte do pino fica exposta ao ar ambiente, como mostra a figura. Um engenheiro suspeita que isto possa ocasionar um erro de medida, já que pino pode transferir calor entre o fluido e o ar ambiente, alterando o valor da temperatura na extremidade onde está localizado o termopar do sensor.

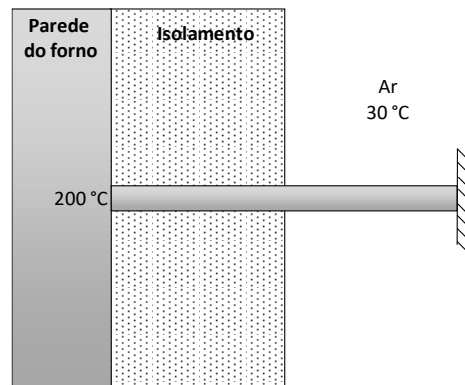


Sabendo que o pino é de uma liga de alumínio ($k = 160\text{ W/K.m}$), tem um comprimento total de $20,0\text{ cm}$ e diâmetro de $1,0\text{ cm}$, pede-se:

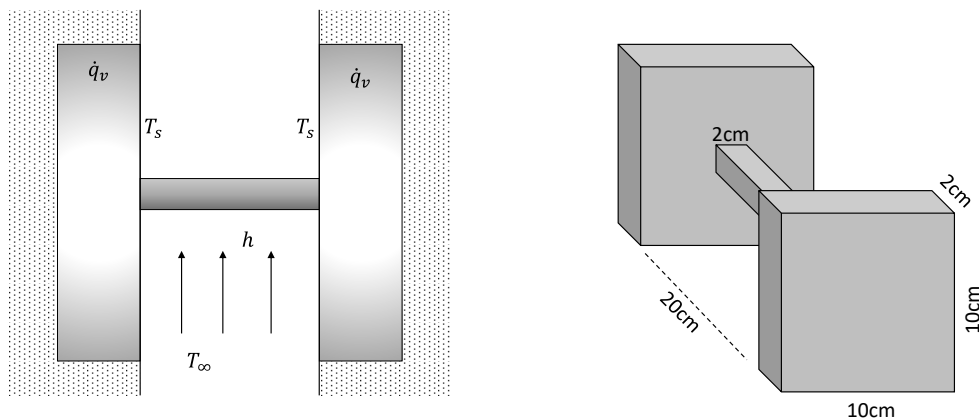
- a) Deduza uma expressão para o erro de leitura do sensor, definido como diferença entre a temperatura na extremidade onde está o termopar e a temperatura do fluido de processo que deseja-se medir.

- b) Se $T_{ext} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $T_{int} = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$ calcule o erro de medida do sensor para as seguintes relações L_{int}/L : 0,25; 0,50; 0,75.

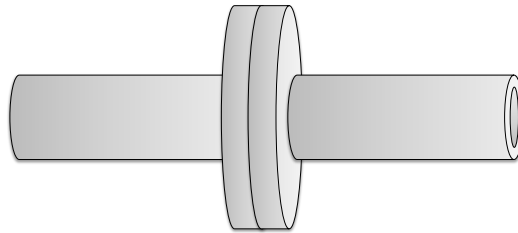
- 14) Um bastão de 40,0 cm, usado para sustentação de cabos de instrumentação, se encontra no exterior de um forno industrial, firmemente soldado à parede deste. Metade de sua extensão está imersa na camada de isolamento térmico que reveste o forno. A outra metade fica exposta ao ar ambiente a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ com $h = 15\text{ W/K.m}^2$, conforme figura. A ponta do bastão em contato com a parede de concreto pode ser considerada isolada termicamente. O bastão tem condutividade térmica de 50 W/K.m e 3,0 cm de diâmetro. A parede do forno se encontra a $200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Para que os cabos apoiados não sejam danificados, a temperatura do bastão não deve exceder $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Verifique se esta condição é satisfeita. Caso contrário, quais parâmetros poderiam ser alterados?



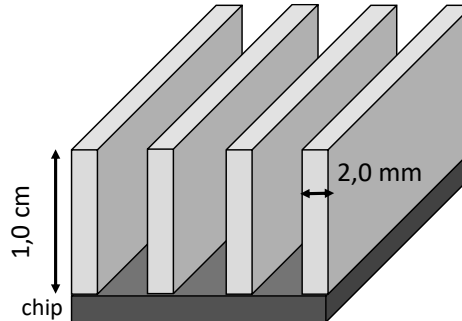
- 15) Dois bastões longos de cobre serão soldados pelas extremidades para ficarem alinhados como uma barra contínua. A solda usada tem ponto de fusão de $700\text{ }^{\circ}\text{C}$. Os bastões têm ambos 1,5 cm de diâmetro e encontram-se expostos ao ar ambiente ($25\text{ }^{\circ}\text{C}$, $h = 20\text{ W/K.m}^2$). Qual a mínima potência que deverá ser fornecida ao pedaço de solda para iniciar sua fusão?
- 16) Dois componentes eletrônicos engastados em paredes opostas estão ligados por uma barra que tem como função auxiliar no resfriamento do conjunto. Cada componente tem dimensões $10 \times 10 \times 2\text{ cm}$, conforme figura. A barra de seção quadrada (aresta 2,0 cm) tem comprimento de 20 cm. A condutividade térmica da barra 30 W/K.m enquanto que a dos componentes é 10 W/K.m . Ar a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ circula entre os componentes e o coeficiente convectivo estimado do ar sobre o conjunto é de 25 W/K.m^2 . O consumo de potência elétrica em cada componente é de 10 W , uniformemente distribuída no volume. Estime a distribuição de temperatura ao longo dos componentes e da barra.



- 17) Considere uma tubulação de aço usada para o transporte de água quente pressurizada. Diâmetros interno e externo são 12,0 cm e 15,0 cm, respectivamente. Os trechos de tubo são unidos por flanges de seção circular, com diâmetro externo de 25,0 cm e espessura de 1,5 cm (dois flanges juntos têm espessura de 3,0 cm). O escoamento da água mantém a superfície interna do tubo a uma temperatura de 300 °C, enquanto o exterior do tubo fica exposto ao ar ambiente, com temperatura de 20 °C e um coeficiente convectivo médio de 10 W/K.m² sobre o conjunto. A condutividade térmica do aço do qual o flange e o tubo são feitos é de 40 W/K.m. Estime a perda de calor para o ambiente através da união em flange. Qual é o aumento na perda pela presença do flange?



- 18) Tem-se um chip eletrônico sobre uma placa de circuito. Sua superfície em contato com o ar é um quadrado de aresta 2,0 cm e sua espessura é diminuta. Quando em funcionamento esse chip dissipa 0,50 W. Considere que a perda do calor gerado no chip ocorra exclusivamente por convecção nesta superfície com um coeficiente convectivo de 20 W/K.m² e com ar a 30 °C nas vizinhanças. Determine qual a temperatura média que o chip atingirá após um longo tempo de operação. Qual será a nova temperatura de operação caso quatro aletas alumínio forem colocadas sobre o chip conforme a figura abaixo (assumindo as mesmas condições de convecção)?



- 19) Demonstre os resultados obtidos na Tabela 5. Parta do balanço diferencial microscópico para uma aleta e chegue à equação diferencial geral. Depois, resolva as constantes de integração com as condições de contorno para cada caso e ajuste os resultados utilizando as definições das funções hiperbólicas.

Exercícios complementares

- 20) Considere uma pessoa em pé em uma sala a 20 °C com uma superfície de pele exposta de 1,7 m². A temperatura corporal interna é 37 °C, e a condutividade térmica do tecido humano perto da pele é cerca de 0,3 W/K.m. O corpo perde calor a taxa de 150 W por convecção natural para o meio envolvente. Tomando a temperatura corporal 0,5 cm abaixo da pele como sendo 37 °C, estime a temperatura superficial da pele da pessoa.

- 21) Para remover a fina camada de gelo aderida à superfície externa do para-brisa de um automóvel, ar quente é soprado sobre sua superfície interna. Considere que o vidro tenha espessura de 5,0 mm e condutividade térmica de 1,4 W/K.m. A temperatura externa ambiente é -10 °C e o coeficiente de transferência de calor por convecção do ar sobre o para-brisa é 200 W/K.m², enquanto a temperatura no interior do automóvel é 25 °C. Determine o valor mínimo do coeficiente de transferência de calor por convecção para o ar quente que sopra sobre a superfície interna do para-brisa necessário para que o gelo acumulado comece a derreter.
- 22) Roupas feitas de várias camadas finas de tecido com ar aprisionado entre elas são usadas em climas frios porque são leves e são isolantes térmicos eficazes. Considere uma jaqueta feita de cinco camadas de tecido sintético ($k = 0,13$ W/K.m) de 0,1 mm de espessura com espaço de ar ($k = 0,026$ W/ (m K)) de cerca de 1,5 mm entre camadas. Pressupondo que a temperatura da superfície interna da jaqueta seja de 25 °C e a área superficial seja 1,25 m², determine a perda de calor através do casaco quando a temperatura do ar exterior é 0 °C e o coeficiente convectivo do ar sobre a jaqueta seja 25 W/K.m². Qual seria sua resposta se a jaqueta fosse feita de uma única camada de 0,75 mm de espessura de tecido sintético? Qual deveria ser a espessura do tecido de lã ($k = 0,035$ W/K.m) se a pessoa desejasse atingir o mesmo nível de conforto térmico vestindo um casaco de lã grossa, em vez de um casaco de esqui de cinco camadas?
- 23) A temperatura de ebulição de nitrogênio ao nível do mar é -196 °C. Por isso, ele é comumente usado em estudos científicos a baixa temperatura. A temperatura do nitrogênio líquido em um tanque aberto para atmosfera permanecerá constante em -196 °C (ebulição) até que seja consumido. Qualquer transferência de calor para o reservatório resultará na evaporação de nitrogênio líquido, que tem calor latente de vaporização de 198 kJ/kg e densidade de 810 kg/m³. Considere um tanque esférico de 3,0 m de diâmetro cheio com nitrogênio líquido a 1 atm e -196 °C. O reservatório é exposto ao ar ambiente a 15 °C, com coeficiente de transferência de calor por convecção de 35 W/K.m². A temperatura da fina casca do tanque esférico pode ser considerada como a mesma do nitrogênio no interior. Determine a taxa de evaporação de nitrogênio líquido (kg/s) como resultado da transferência de calor do ar ambiente, se o tanque é (a) não isolado, (b) isolado com 5,0 cm de espessura de isolante de fibra de vidro ($k = 0,035$ W/K.m).
- 24) Vapor superaquecido a 450 °F está fluindo por um tubo de aço ($k = 8,7$ Btu/(h.ft.°F)) cujos diâmetros interno e externo são 3,5 e 4,0 ft, respectivamente, em um ambiente a 55 °F. O tubo é isolado com isolante de fibra de vidro ($k = 0,020$ Btu/(h.ft.°F)) de 2,0 ft de espessura. Se os coeficientes convectivos de transferência de calor interno e externo ao tubo são 30 e 5 Btu/(h.ft².°F), respectivamente, determine a taxa de perda de energia a partir do vapor por ft de comprimento do tubo. Qual é o erro envolvido em desprezar a resistência térmica do tubo de aço nos cálculos?
- 25) Considere uma colher de aço inoxidável ($k = 8,7$ Btu/(h.ft.°F)) parcialmente imersa em uma panela com água em ebulição a 200 °F, em uma cozinha com ar a 75 °F. O cabo da colher tem seção transversal retangular de 0,080 in por 0,50 in e se estende por 7,0 in no ar livre a partir da superfície da água. Considerando que o coeficiente de transferência de calor nas superfícies expostas do cabo da colher é de 3,0 Btu/(h.ft².°F), determine a variação de temperatura ao longo do comprimento exposto do cabo da colher. Explique as suas suposições.

RESPOSTAS

Exercício	Item	Resposta
1	-	60 mm
2	-	2,50 W
3	a	29,0 °C (sem vento); 24,3 °C (com vento)
	b	0,600
	c	1,0 °C
4	a	60,7 W
	b	12,4 °C
	c	162 W
5	-	6,9 mm
6	a	Exemplo: para $e = 10$ mm, tem-se $q = 9,05$ W
	b	Desenvolver $d R_{t\acute{e}rmica\ total} / d r_{isolante} = 0$
7	a	2,92 kW
	b	308 °C
	c	362 W (redução de 88%)
9	a	$T(x = L) = 150$ °C
	b	$T(x = 0) = 183$ °C
10	-	O alumínio fundirá ($T_{max} = 1.018$ K) Tório não fundirá ($T_{max} = 1.359$ K)
11	a	120 °C
	b	41 °C
	c	362 °C
12	-	$m = 11,56$ m ⁻¹ ; $T_s = 300$ °C
13	b	$\Delta T_{err} = -0,48$ °C, $-0,03$ °C e $-0,00$ °C
14	-	Os cabos serão danificados, pois a temperatura logo após o isolamento será de 112 °C
15	-	339 W
16	-	$T(0\text{cm}) = 47,8$ °C (fundo do componente) $T(2\text{cm}) = 46,8$ °C (interface/superfície) $T(12\text{cm}) = 33,7$ °C (meio da barra)
17	-	Perda de 224 W, aumento de 5,7 vezes
18	-	92,5 °C e 41,6 °C
20	-	35,5 °C
21	-	112 W/K.m ²

22	-	113 W ; 685 W ; 8,29 mm
23	a	1,05 kg/s
	b	0,0214 kg/s
24	-	69,9 Btu/h; e 0,035%
25	-	Variação de 125 °F entre base e topo

3. SÍMBOLOS

Símbolo	Nome	Modificador	Unidade (SI)
A	Área	ref – de referência	m^2
		x – da seção transversal	
		S – da superfície lateral	
c_p	Calor específico à pressão constante	-	J/kg.K
h	Coefficiente convectivo de troca térmica	-	W/m ² .K
i	Corrente elétrica	-	A
k	Condutividade térmica	-	J/m.K
L	Comprimento	-	m
M, m	Parâmetro de aletas	-	W, m ⁻¹
p	Perímetro da seção transversal da aleta	-	m
q	Calor	x – na direção x	W
		r – na direção radial	
		cond – de condução	
		conv – de convecção	
		aleta – da aleta	
\vec{q}''	Fluxo de calor	x – na direção x	W/m ²
		r – na direção radial	
		conv – de convecção	
\dot{q}_v	Geração de volumétrica uniforme de calor	-	W/m ³
R	Raio	-	m

R_{elet}	Resistência elétrica	-	Ω
R_{term}	Resistência térmica	-	K/W
r	Coordenada radial	-	m
T	Temperatura	S – da superfície	K
		∞ – do “bulk” do fluido	
		b – da base da aleta	
		L – da ponta da aleta	
U	Coeficiente global de troca térmica	-	W/m ² .K
x, y, z	Coordenadas cartesianas, posição	i – qualquer	m
		sim – onde há simetria	
		S – superfície	
α	Difusividade térmica	-	m ² /s
ΔT	Diferença de temperatura	-	K
ΔU	Diferença de tensão	-	V
ρ	Densidade volumétrica	-	kg/m ³
η	Eficiência	aleta – da aleta	Adim.
θ	Diferença de temperatura entre o bulk do fluido	b – e a base da aleta	K
		L – e a ponta da aleta	

4. BIBLIOGRAFIA

ÇENGEL, Y. A., GHAJAR, A.J. Transferência de Calor e Massa – 4ª Edição – 2012 – AMGH – Porto Alegre, Brasil.

GUT, J.A.W; SONG, T.W. Transferência de calor por condução e convecção. Em: TADINI, C.C. et al. Operações Unitárias na Indústria de Alimentos – V.1 – 2015 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.

INCROPERA, F.P. et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa – 6ª Edição – 2008 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.