ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II

APOSTILA ① – Transferência de Calor e Conservação de Energia Térmica

Prof. Jorge A. W. Gut

Prof. José Luís de Paiva

Versão 2022

Conteúdo

Produção 2013: Caio Luca Joppert, bolsista do Programa de Estímulo ao Ensino de Graduação (PEEG) da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

Revisão 2015: Yuri Nascimento Nariyoshi, bolsista do Programa de Aperfeiçoamento de Ensino (PAE) da CAPES.

1. TRANSFERÊNCIA DE CALOR

1.1 Conceitos básicos

A energia térmica de um material está associada à agitação e à vibração de seus constituintes microscópicos (moléculas, átomos, elétrons) e está diretamente ligada à sua temperatura termodinâmica, sendo que não há energia térmica no zero absoluto (0 K). A transferência de energia térmica é denominada ‘calor’ ou ‘transferência de calor’.

A disciplina de Termodinâmica lida com diversas formas de energia, além da energia térmica, como as energias potencial, química, elétrica, radiante, nuclear ou cinética. Como, pela primeira lei da termodinâmica, a energia se conserva, esta disciplina faz uso de equações de conservação de energia na forma de balanços macroscópicos para estudar diversos fenômenos, focando nos diferentes estados atingidos por um sistema. Já a disciplina de Fenômenos de Transporte lida especificamente com o transporte de energia térmica entre sistemas ou através de um sistema, focando na cinética do processo e taxas de transferência.

Pela segunda lei da termodinâmica, a energia térmica é transportada espontaneamente de uma região de maior temperatura (quente) para uma região vizinha de menor temperatura (fria); processo que avança para um equilíbrio térmico caso não haja perturbações. A ***Figura 1*** ilustra a transição de um sistema termicamente heterogêneo (meio sólido) para um sistema em equilíbrio térmico com temperatura uniforme. Neste exemplo, a energia térmica difunde da região de maior temperatura para a região de menor temperatura.

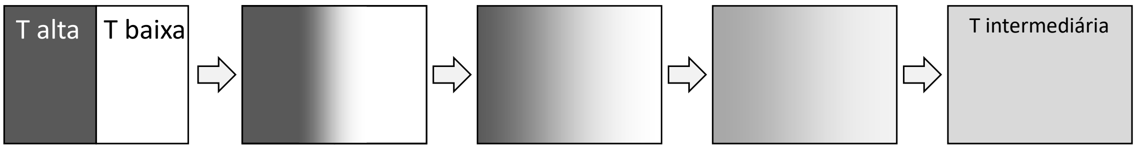

Figura 1: *Exemplo de difusão de energia térmica em um sistema sólido até atingir o equilíbrio térmico.*

Para a disciplina de Termodinâmica, os estados final e inicial deste processo são os pontos de referência para equações de conservação globais. Já para a disciplina de Fenômenos de Transporte, os estados intermediários são os objetivos do estudo sob um ponto de vista microscópico e não só macroscópico.

Analisando o estado intermediário do sistema (***Figura 2***), nota-se que há um gradiente de temperatura (campo vetorial $\overrightarrow{grad}\, T$ ou $\overrightarrow{\nabla T}$, K/m) que representa a variação espacial da temperatura. O calor é transferido no sentido contrário ao do gradiente já que $\overrightarrow{grad}\, T$ aponta no sentido de maior temperatura. Define-se o vetor fluxo de calor $\vec{q}''$ (J/s.m^2 ou W/m^2) para representar a taxa de transferência de energia térmica por unidade de área atravessada. Os vetores $\overrightarrow{grad}\, T$ e $\vec{q}''$ são antiparalelos.

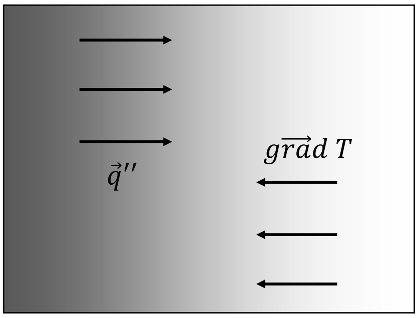

Figura 2: *Representação dos vetores de fluxo de calor e gradiente de temperatura em um sistema.*

Uma forma usual para representar a distribuição de temperatura em um sistema é por meio de uma escala de cores. Por exemplo, a ***Figura 3*** ilustra a distribuição de temperatura do sistema na ***Figura 2*** usando uma escala linear com faixas de tons de cinza delimitadas por fronteiras de temperaturas definidas (isolinhas de temperatura). Note que o vetor gradiente é perpendicular às isolinhas de temperatura. Normalmente utilizam-se cores "quentes" (vermelho, laranja, amarelo) para as temperaturas altas e cores "frias" para temperaturas baixas (azul, roxo, verde).

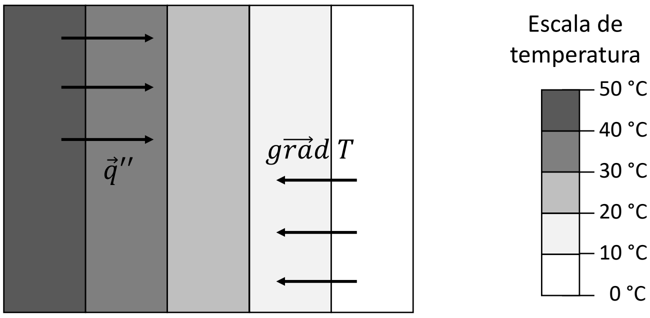

Figura 3: *Representação da distribuição de temperatura em um sistema por uma escala de cores.*

Quanto mais próximas forem as isolinhas de temperatura, maior é o gradiente de temperatura (vide exemplo na ***Figura 4***) e, consequentemente, mais intenso é o fluxo de calor. A proporcionalidade entre estes dois vetores é expressa pela Lei de Fourier, que será abordada mais adiante no curso.

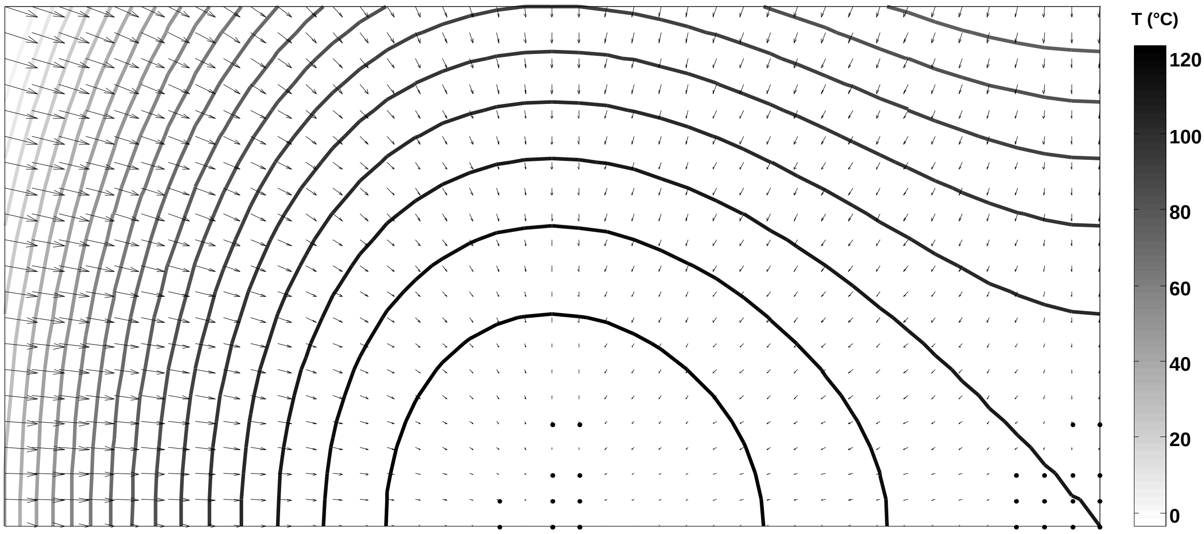

Figura 4: *Representação de um campo vetorial de gradiente de temperatura.*

1.2 Mecanismos de transporte de calor

A energia térmica pode ser transferida de um corpo para outro basicamente por três formas: condução, convecção e radiação:

- *Condução ou Difusão*: transferência no nível molecular. Por meio do contato entre moléculas e átomos presentes no material há uma dispersão da energia térmica. É um fenômeno relativamente lento e predomina no transporte de calor em meio sólido. Em sólidos metálicos a presença de elétrons livres acelera a dispersão da energia térmica.
- *Convecção*: transferência de calor pela combinação de dois mecanismos: a condução e a advecção (escoamento ou movimento global de um fluido). Este modo predomina em meios líquidos e gasosos. A convecção pode ser natural, quando uma diferença de densidade causa naturalmente o escoamento; ou forçada, quando se utilizam meios de provocar o escoamento, como bombas ou ventiladores. Também ocorre troca térmica por convecção nas mudanças de fase líquido/vapor com escoamento bifásico.
- *Radiação:* transferência de calor por meio de ondas eletromagnéticas. Não necessita de um meio físico para transferência. A troca de calor por radiação pode ser considerada como uma conversão de energia térmica em energia radiante, (emissão), que pode ser absorvida por outro sistema (total ou parcialmente), sendo convertida novamente em energia térmica.

Na maioria dos problemas de engenharia, não há apenas um modo de transferência de calor atuante: muitas vezes, os três mecanismos acima estão atuando de forma concomitante em sistemas vizinhos. É necessário saber formular balanços de energia em níveis micro e macroscópico e saber lidar com equações diferenciais para abordar o estudo de troca de calor.

2. BALANÇOS MICROSCÓPICO E MACROSCÓPICO DE ENERGIA

2.1 Balanço macroscópico

O balanço macroscópico de energia deriva da primeira lei da termodinâmica e também é conhecido como Balanço Global de Energia. Considerando um sistema aberto, a primeira lei da termodinâmica postula que:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_e \hat{E}_e - \dot{m}_s \hat{E}_s + \dot{q} + \dot{w}$$

Considere o sistema representado na ***Figura 5***. Há uma entrada e uma saída de massa no volume de controle (VC), indicadas pelos subscritos '*e*' e '*s*'. Cada vazão é caracterizada por uma cota z, velocidade v, energia interna específica $\hat{U}$, pressão P e vazão mássica $\dot{m}$. O sistema tem fronteiras permeáveis à energia, de forma que calor $\dot{q}$ e trabalho $\dot{w}$ podem adentrar ou deixar o sistema. A entrada de calor ou de trabalho no volume de controle provoca aumento na quantidade de energia ($dE/dt \ \geq 0$).

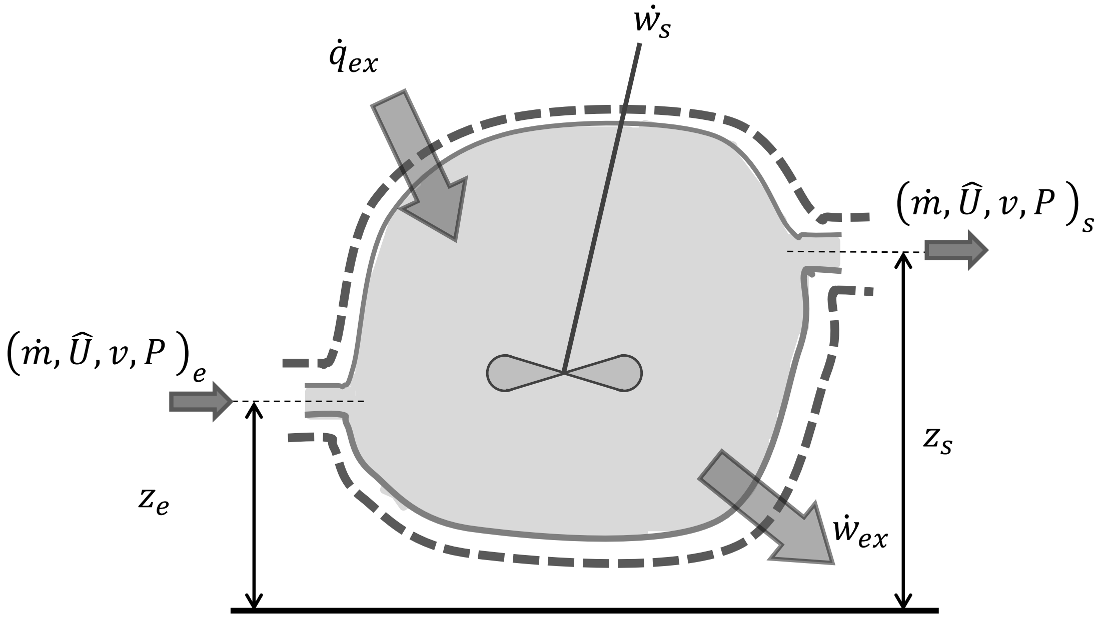

Figura 5: *Volume de controle do balanço macroscópico de energia.*

Na ***Figura 5***, representa-se o trabalho e o calor que atravessam a fronteira do VC (externos) como $\dot{w}_{ex}$ e $\dot{q}_{ex}$. O trabalho de eixo $\dot{w}_s$ representa um trabalho estritamente mecânico realizado sobre o VC (o subscrito 's' vem do inglês, *shaft,* e não deve ser confundido com o subscrito 's' de saída).

Representando a energia como a soma das energias cinética, potencial e interna, e o trabalho como a soma do trabalho de pressão, externo ao sistema (para inserir massa neste e retirar massa deste) e mecânico de eixo, tem-se o seguinte balanço macroscópico de energia:

$$\frac{dm\left(\hat{U}+\frac{v^2}{2}+zg\right)}{dt}=\dot{m}_e\left(\hat{U}+\frac{v^2}{2}+zg\right)_e-\dot{m}_s\left(\hat{U}+\frac{v^2}{2}+zg\right)_s+\dot{q_{ex}}$$
$$+\left[+\left(\dot{m}P\hat{V}\right)_e-\left(\dot{m}P\hat{V}\right)_s+\dot{w}_s+\dot{w}_{ex}\right]$$

Como $\hat{H}=\hat{U}+P\hat{V}$, pela definição de entalpia específica, chega-se ao balanço macroscópico de energia na forma que apresentada no curso de Termodinâmica:

$$\frac{dm\left(\hat{U}+\frac{v^2}{2}+zg\right)}{dt}=\dot{m}_e\left(\hat{H}+\frac{v^2}{2}+zg\right)_e-\dot{m}_s\left(\hat{H}+\frac{v^2}{2}+zg\right)_s+\dot{q_{ex}}+\dot{w}_s+\dot{w}_{ex}$$

Para problemas típicos de transferência de energia térmica, é normalmente possível "desprezar" os termos de energia mecânica (energias cinética e potencial) e o trabalho de eixo, pois estes tendem a ser pequenos em relação a energia envolvida na mudança de temperatura, especialmente em sólidos e líquidos. Considera-se então que a variação de energia interna do sistema seja na verdade uma variação puramente entálpica a pressão constante na forma de calor sensível, ou seja, $d\hat{U}=d(c_PT)$. Como este novo balanço está focado na energia térmica, é introduzido o termo $\dot{q}_g$, que representa a geração de energia térmica no volume de controle para contabilizar a transformação de outras formas de energia em energia térmica e vice-versa (energia química, energia nuclear, energia elétrica, energia mecânica etc.), levando em conta assim os termos desprezados na simplificação:

$$\frac{d\,(mc_PT)}{dt}=\dot{m}_e\hat{H}_e-\dot{m}_s\hat{H}_s+\dot{q}_g+\dot{q}_{ex}$$

Este é o balanço macroscópico de energia térmica, e é utilizado em muitos problemas que envolvem transferência de calor e balanços de energia. No entanto, como já abordado, o balanço macroscópico se baseia na termodinâmica e, sozinho, não é suficiente para a abordagem dos problemas de transferência de calor. É necessário, portanto, recorrer ao balanço microscópico de energia. O balanço macroscópico é baseado nas fronteiras do volume de controle, enquanto que o balanço microscópico está focado em seu interior.

2.2 Balanço microscópico

2.2.1 Balanço geral

Seja ϕ uma grandeza extensiva conservativa (massa, quantidade de movimento, energia ou quantidade de uma espécie química) e φ a mesma grandeza, só que intensiva e específica por unidade de massa do sistema ($\varphi = \phi/m$). Seja ainda um volume de controle VC cuja superfície de controle SC tem área A (***Figura 6***). O sistema é aberto e o meio é fluido, escoando através dele e carregando a grandeza ϕ. O balanço da grandeza ϕ no volume de controle é tal que a taxa de acúmulo é igual à taxa de entrada menos a taxa de saída mais a taxa de geração de ϕ.

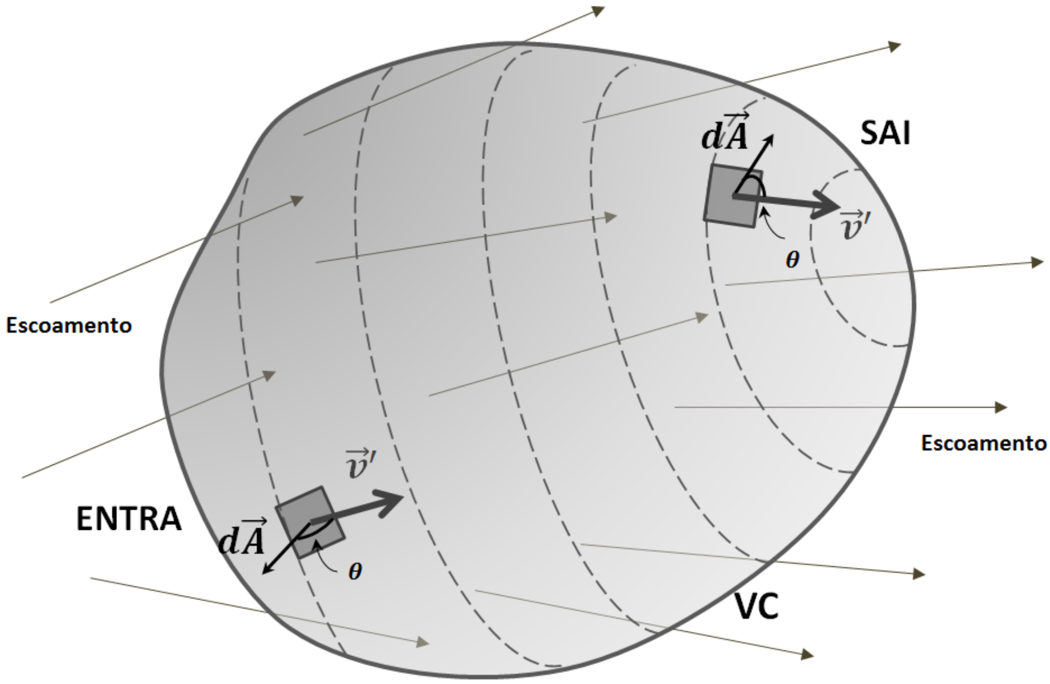

Figura 6: *Volume de controle para o balanço microscópico geral.*

Para o VC, a quantidade total da grandeza ϕ é dada por:

$$\phi = \int_{VC} d\phi = \int_{VC} \varphi \, dm = \int_{VC} \rho\phi \, dV$$

O balanço de ϕ é dado pela equação básica de conservação:

$$[\text{variação}] = [\text{entrada}] - [\text{saída}] + [\text{geração}]$$

Desenvolvendo cada termo do balanço:

- A taxa de variação ou de acúmulo de ϕ é dada pela derivada em relação ao tempo:

$$[\text{variação}] = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC} \rho\varphi\, dV\right)$$

Pela Regra de Leibniz, num VC fixo, vale que:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC} \rho\varphi\, dV\right) = \int_{VC} \frac{\partial\rho\varphi}{\partial t}\, dV$$

- As taxas de entrada e de saída de ϕ no VC estão relacionadas ao transporte de ϕ através da superfície de controle, que entra e sai deste com uma velocidade de transporte v'. Esta taxa de transporte é dada por:

$$\varphi\rho\vec{v}'.\, d\vec{A} = \varphi\rho v'.\, dA.\cos\theta$$

em que o termo $\varphi\rho\vec{v}'$ representa o fluxo de ϕ.

Na superfície de entrada de massa, $\cos\theta < 0$, e na saída, $\cos\theta > 0$. Desta forma, tem-se que:

$$[\text{entrada}] = (-1)\int_{S_e} \varphi\rho\, \vec{v}'.\, d\vec{A}$$

$$[\text{saída}] = \int_{S_s} \varphi\rho\, \vec{v}'.\, d\vec{A}$$

sendo que S_e e S_s indicam as superfícies de entrada e de saída do VC. Pelo teorema de Gauss, transforma-se a integral de superfície fechada em uma integral sobre o volume interno com o uso do operador divergente:

$$[\text{entrada}] - [\text{saída}] = -\int_{S} \varphi\rho\, \vec{v}'.\, d\vec{A} = -\int_{VC} \text{div}\,(\varphi\rho\vec{v}').\, dV$$

A velocidade de transporte v' engloba o transporte da grandeza ϕ através do VC por meio do escoamento na velocidade v e também pelo mecanismo de difusão dessa grandeza, idependendo do escoamento. Para separar a porção de transporte por escoamento da porção transportada por difusão, separa-se $\vec{v}'$ em um termo de transporte de ϕ devido apenas ao escoamento, $\varphi\rho\vec{v}$, e em um termo difusivo $\vec{J}_\phi$. Então:

$$[\text{entrada}] - [\text{saída}] = -\int_{VC} \left[\text{div}\,(\varphi\rho\vec{v}) + \text{div}\,(\vec{J}_\phi)\right].\,dV$$

- O termo de produção é dado pela integral no volume de controle de um taxa volumétrica de produção da grandeza ϕ no VC: $\dot{\sigma}_{\phi,V}$ (se esta taxa é positiva, há produção de ϕ no VC; se ela é negativa, há consumo de ϕ no VC):

$$[\text{produção}] = \int_{VC} \dot{\sigma}_{\phi,V}.\,dV$$

Desta forma, o balanço microscópico da grandeza ϕ no sistema fica:

$$\int_{VC} \frac{\partial\rho\varphi}{\partial t}\,dV = -\int_{VC} \left[\text{div}\,(\varphi\rho\vec{v}) + \text{div}\left(\vec{J}_\phi\right)\right].\,dV + \int_{VC} \dot{\sigma}_{\phi,V}.\,dV$$

A equação deduzida vale para todo o volume de controle VC. Portanto, em particular, ela vale também para um elemento finito de volume dV. Desta forma, chega-se ao balanço microscópico ou diferencial da grandeza genérica ϕ em um volume de controle:

$$\frac{\partial\rho\varphi}{\partial t} + \text{div}\,(\varphi\rho\vec{v}) + \text{div}\left(\vec{J}_\phi\right) - \dot{\sigma}_{\phi,V} = 0$$

Caso a grandeza ϕ seja a massa, tem-se $\phi = m$ e $\varphi = \frac{m}{m} = 1$. Como não faz sentido falar em difusão de global de massa (que é na verdade o escoamento) ou geração de massa (a não ser que reações nucleares estejam envolvidas), o balanço diferencial reduz-se à equação da continuidade (assunto tratado na disciplina de Fenômenos de Transporte I):

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\,(\rho\vec{v}) = 0$$

Se a regra da cadeia for aplicada aos dois primeiros termos da equação de balanço microscópico geral, a equação da continuidade pode ser combinada a ela, chegando-se numa forma mais simples deste balanço:

$$\rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\underbrace{\varphi\frac{\partial\rho}{\partial t}+\varphi\,\mathrm{div}\,(\rho\vec{v})}_{=\,0,\text{ pela equação da continuidade}}+\rho\vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi+\mathrm{div}\left(\vec{J}_{\phi}\right)-\dot{\sigma}_{\phi,V}=0$$

Tem-se, então, na equação geral da conservação de uma grandeza genérica ϕ:

$$\rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\rho\vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi+\mathrm{div}\left(\vec{J}_{\phi}\right)-\dot{\sigma}_{\phi,V}=0$$

Caso aplique-se esta equação para conservação de quantidade de movimento $\left(\phi=m\vec{v};\ \varphi=\frac{m\vec{v}}{m}=\vec{v}\right)$, recai-se na equação de Navier-Stokes (Fenômenos de Transporte I). Se aplicada para conservação de quantidade de uma espécie química em mistura $\left(\phi=mX_i;\ \varphi=\frac{mX_i}{m}=X_i\right)$, recai-se num balanço diferencial de massa do componente (será explorado em Fenômenos de Transporte III), sendo X_i a fração mássica do componente i.

O termo difusivo varia caso a caso, mas ele sempre tem a mesma forma: o fluxo difusivo da grandeza é proporcional ao gradiente da grandeza específica e sempre contrário a ele. O termo de proporcionalidade entre fluxo e gradiente é chamado de coeficiente difusivo ou difusividade da grandeza dada:

- Quando se lida com quantidade de movimento, o termo difusivo é expresso pela Lei de Newton que relaciona a tensão de cisalhamento com a taxa de cisalhamento: $\tau_{xy}=-\rho\nu\,\frac{\partial v_x}{\partial y}$ (um dos componentes do tensor); sendo ν é a viscosidade cinemática, formalmente chamada de difusividade de quantidade de movimento;
- Quando se lida com energia térmica, o termo difusivo é expresso pela Lei de Fourier: $\vec{q}''=-\rho\alpha\,\overrightarrow{grad}\,(c_PT)$; sendo α a difusividade térmica;
- Quando se lida com componentes em mistura, o termo difusivo é expresso pela Lei de Fick: $\overrightarrow{J_A}''=-\rho D_{AB}\,\overrightarrow{grad}\,(X_A)$; sendo D_{AB} a difusividade do composto A no meio B.

Para esta disciplina, interessa substituir $\phi=mc_PT$ para ter um balanço diferencial de energia térmica.

2.2.2 Balanço de energia térmica

Substituindo $\phi = mc_P T$ e $\varphi = c_P T$ no balanço microscópico geral e adotando a lei de Fourier para representar a difusão de energia térmica, tem-se:

$$\rho \frac{\partial (c_P T)}{\partial t} + \rho \vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(c_P T) + \mathrm{div}\left(-\rho\alpha\, \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(c_P T)\right) - \dot{q}_V = 0$$

Para o termo de produção de energia térmica, apenas mudou-se a nomenclatura para $\dot{q}_V$, que representa a geração volumétrica de energia térmica que ocorre de maneira uniforme no sistema. Muitas vezes, o calor específico, a densidade e a difusividade podem ser considerados uniformes (não variam espacialmente dentro do VC) e constantes (não varia com tempo), de forma que suas diferenciais no tempo e no espaço são nulas. Desta forma tem-se:

$$\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_P \vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(T) - \rho\alpha c_P\, \mathrm{div}\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(T)\right) - \dot{q}_V = 0$$

Lembrando que:

$$\mathrm{div}\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(T)\right) = \mathrm{Lap}\,(T)$$

Chega-se finalmente em:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}.\overrightarrow{grad}\,(T) - \alpha Lap\,(T) - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

Ou

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}.\overrightarrow{\nabla T} - \alpha\,\nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

Analisando cada termo:

- $\frac{\partial T}{\partial t}$ representa a taxa de variação ou acúmulo de energia térmica no VC;
- $\vec{u}.\overrightarrow{\nabla T}$ representa o transporte de energia térmica pelo escoamento (mecanismo de advecção);
- $\alpha\,\nabla^2 T$ representa o transporte de energia térmica via difusão (mecanismo de condução) e;

- $\frac{\dot{q}_V}{\rho c_P}$ representa a taxa de geração ou de consumo de energia térmica (conversão de, ou para, outras formas de energia).

O produto $\rho.\alpha.c_P$ é chamado de condutividade térmica, expresso pela variável k. É mais comum encontrar a condutividade térmica do que a difusividade térmica na literatura, pois $\rho.\alpha.c_P$ pode ser determinado através de ensaios de condução de calor. Dessa forma, a difusividade térmica é normalmente calculada por $\alpha = k/\rho c_P$, e indica qual a relação entre o calor que o corpo conduz e o calor sensível que ele consegue armazenar por unidade de volume (densidade vezes o calor específico).

É importante conhecer os operadores divergente, gradiente e laplaciano para usar o balanço diferencial de energia. Também é importante saber usar diferentes sistemas de coordenadas (retangulares, cilíndricas e esféricas) para melhor se adaptar à geometria do problema. Estas informações estão resumidas na ***Figura 7***.

2.3 Propriedades termofísicas

Na resolução de problemas de transferência de calor, há quatro propriedades importantes para os materiais envolvidos: densidade ρ, calor específico a pressão constante c_P, condutividade térmica k, e difusividade térmica α, sendo que esta última pode ser calculada como $\alpha = k/\rho c_P$. Para cada material, estas propriedades dependem da temperatura e seus valores podem ser obtidos na literatura.

É comum adotar valores médios das propriedades que sejam representativos de todo o fenômeno, considerando variações espaciais e temporais da temperatura do material. Pode-se fazer, por exemplo, uma média aritmética entre a temperatura inicial e final de um problema em regime transiente ou uma média aritmética entre temperaturas em pontos extremos em um problema em regime permanente. Obtida esta temperatura média, as propriedades podem ser obtidas na literatura neste valor.

Caso seja necessário interpolar linearmente em uma tabela de propriedades, considere a equação de uma reta com coeficiente angular (derivada) β.

$$y = y_1 + \beta.(x - x_1) \qquad \beta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Por exemplo, qual condutividade a 343 K, sabendo que:

k a 300 K = 13,4 W/K.m e k a 400 K = 15,2 W/K.m

$$\beta = \frac{\Delta k}{\Delta T} = \frac{15{,}2 - 13{,}4}{400 - 300} = 0{,}0180$$

$$k = 13{,}4 + \beta.(343 - 300) = 14{,}2 \text{ W/K.m}$$

SC	Gradiente	Divergente	Laplaciano (divergente do gradiente)
1	$\vec{\nabla}s=\left(\frac{\partial s}{\partial x},\frac{\partial s}{\partial y},\frac{\partial s}{\partial z}\right)$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{u}=\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}$	$\nabla^2 s=\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}$
2	$\vec{\nabla}s=\left(\frac{\partial s}{\partial r},\frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial \phi},\frac{\partial s}{\partial z}\right)$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{u}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r.u_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\phi}{\partial \phi}+\frac{\partial u_z}{\partial z}$	$\nabla^2 s=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial s}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 s}{\partial \phi^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}$
3	$\vec{\nabla}s=\left(\frac{\partial s}{\partial r},\frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial \theta},\frac{1}{r.\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial s}{\partial \phi}\right)$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{u}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2.u_r)+\frac{1}{r.\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(u_\theta.\mathrm{sen}\,\theta)+\frac{1}{r.\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial u_\phi}{\partial \phi}$	$\nabla^2 s=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial s}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2.\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\mathrm{sen}\,\theta.\frac{\partial s}{\partial \theta}\right)+\frac{1}{r^2.\mathrm{sen}^2\,\theta}\frac{\partial^2 s}{\partial \phi^2}$

SC (Sistema de Coordenadas)

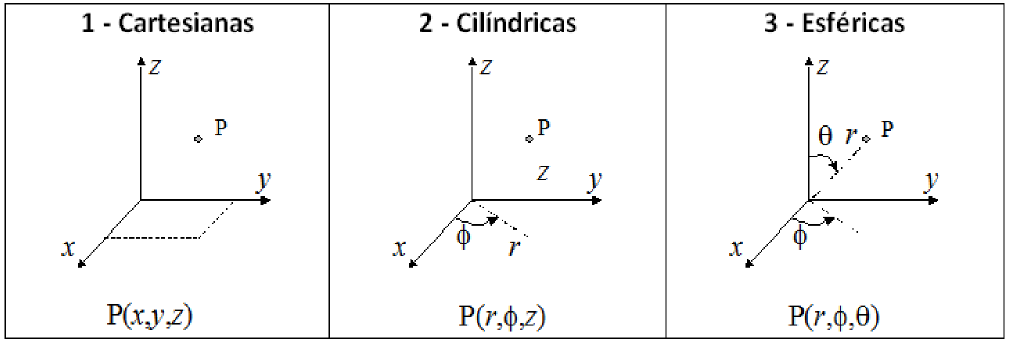

Figura 7: *Operadores diferenciais em coordenadas retangulares, cilíndricas e esféricas.*

3. EXERCÍCIOS

Os exercícios propostos neste momento envolvem apenas análises fenomenológicas de transporte de calor. Tente, ao longo do curso, responder às perguntas abaixo para avaliar como estão seus conhecimentos sobre transferência de calor.

1) Uma batata colocada numa panela com água fervendo cozinha em um dado tempo. Se espetarmos um prego nela antes de colocar na panela, ela cozinhará mais rápido. Por que isto ocorre?
2) Se acendermos um fósforo e colocarmos ele debaixo de um copinho de plástico, rapidamente o fundo do copo irá derreter e queimar. No entanto, se fizermos o mesmo com o mesmo copinho cheio de água, o plástico não derrete. Por quê?
3) Se, num dia frio, ficarmos expostos ao vento, sentiremos mais frio. Se o dia estiver muito quente, o vento só nos dará mais calor. Se o dia estiver com temperatura de aproximadamente 33 °C, o vento não nos fará sentir nem frio, nem calor. Você consegue explicar o porquê disto?
4) Após sairmos molhados de uma piscina, mesmo que esteja um dia quente e ensolarado, sentiremos muito frio ao vento soprar em nosso corpo. O que está acontecendo nesta situação?
5) Nos dias de sol, os relógios de rua de São Paulo costumam marcar uma temperatura maior do que a real. Qual a razão disto?
6) Uma casa tem cômodos sob um telhado com laje e outros apenas sob o telhado. À noite, os cômodos na região com laje ficam quentes, mas os que têm apenas o telhado ficam frios. Por quê?
7) As empresas fabricantes de Peru de Natal são famosas pela invenção do “pino” vermelho que indica quando a ave está pronta para ser retirado do forno. Pode parecer uma engenharia complicada para fazer isto mas, na realidade, o truque que elas usam é bem simples. Você saberia dizer qual esse truque?
8) Em países frios, muitas vezes as janelas de vidro são duplas, com um pequeno espaço contendo ar entre as peças de vidraçaria. No entanto, em países de clima tropical, os vidros são simples, com uma única peça. Por que existe esta diferença?
9) A água que sai do topo do chuveiro é muito mais quente do que a mesma água quando chega ao chão do boxe. Por que a água está esfriando enquanto cai?
10) Chips de computadores são famosos por esquentarem demais durante o seu uso. Apesar das ventoinhas do computador ajudarem no resfriamento, há finas chapas metálicas presas ao chip. Por que estas chapas são necessárias?
11) Quando deixamos água durante pouco tempo no congelador, podemos perceber que sua superfície se solidifica, mas seu interior ainda fica líquido. Por que o gelo congela “de fora para dentro”, e não o contrário?
12) Os beduínos do deserto se vestem de branco para aguentar o calor escaldante de 50 °C. Eles nunca usam roupas escuras quando vão ao sol. É um costume religioso? Ou será que isto tem uma razão de ser?
13) Por que os nômades do deserto se cobrem de montes de roupas, mesmo estando no calor escaldante do deserto? Seria melhor usar poucas roupas sob o sol do deserto?

4. SÍMBOLOS

Símbolo	Nome	Unidades SI
A	Área	m²
c_p	Calor específico a pressão constante	J/kg.K
D_{AB}	Difusividade do componente A no meio B	m²/s
E	Energia	J
$\hat{E}_e$	Energia específica por massa na entrada do VC	J/kg
$\hat{E}_s$	Energia específica por massa na saída do VC	J/kg
g	Aceleração da gravidade	m/s²
$\hat{H}$	Entalpia específica por massa	J/kg
$\vec{J}_A$	Fluxo mássica do componente A	Kg/m².s
$\vec{J}_\phi$	Termo difusivo da grandeza ϕ	$[\phi]$/m².s
k	Condutividade térmica	W/m.K
m	Massa	kg
$\dot{m}_e$	Vazão mássica de entrada	kg/s
$\dot{m}_s$	Vazão mássica de saída	kg/s
P	Pressão	Pa
$\dot{q}_{ex}$ $\dot{q}$	Calor que atravessa a fronteira do VC	W
$\dot{q}_g$	Calor gerado internamente no VC	W
$\dot{q}_V$	Taxa volumétrica de geração de calor	W/m³
$\vec{q}''$	Fluxo de calor	W/m²
t	Tempo	s
T	Temperatura	K
$\hat{U}$	Energia interna específica por massa	J/kg

v	Velocidade	m/s
V	Volume	m³
$\hat{V}$	Volume específico por massa	m³/kg
$\dot{w}_{ex}$ $\dot{w}$	Trabalho que atravessa a fronteira do VC	W
$\dot{w}_s$	Trabalho de eixo (*shaft*)	W
z	cota	m
X_i X_A	Fração mássica do componente i ou A	Adimensional
α	Difusividade térmica	m²/s
ρ	Densidade volumétrica	kg/m³
ν	Viscosidade cinemática (difusividade de quantidade de movimento)	m²/s
$\dot{\sigma}_\phi$	Taxa volumétrica de geração da grandeza ϕ	$[\phi]$/m³
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento (componente xy do tensor)	Pa
ϕ	Grandeza genérica	$[\phi]$
φ	Grandeza ϕ específica por unidade de massa	$[\phi]$/kg

Obs: $[\phi]$ = unidade da grandeza ϕ

5. BIBLIOGRAFIA

ÇENGEL, Y. A., GHAJAR, A.J. Transferência de Calor e Massa – 4ª Edição – 2012 – AMGH – Porto Alegre, Brasil.

GUT, J.A.W; SONG, T.W. Transferência de calor por condução e convecção. Em: TADINI, C.C. et al. Operações Unitárias na Indústria de Alimentos – V.1 – 2015 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.

INCROPERA, F.P. et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa – 6ª Edição – 2008 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.

KREITH, F. – Princípios de Transmissão de Calor – Tradução da 3ª edição americana – 1977 – Edgard Blücher – São Paulo, Brasil.