

# PROVA 2 MATEMÁTICA I CCM

Dezembro 2022

## Integração

① Calcule as seguintes integrais definidas:

$$(a) \int_0^{\sqrt{4}} \sec^2 x \, dx$$

$$(b) \int_2^4 \frac{dx}{x \ln x}$$

$$(c) \int_0^{e^{\cos 1}} \frac{dx}{1+x}$$

$$(d) \int_1^{e^3} x^2 \ln x \, dx$$

② Defina  $L(x) = \ln|x|$ , para  $x \neq 0$ .

(a) Prove que  $L'(x) = \frac{1}{x}$ , para todo  $x \neq 0$ .

(b) Seja  $f$  uma função diferenciável. Calcule  $\frac{d}{dx} L(f(x))$  e encontre uma expressão para  $f'(x)$  em termos de  $f(x)$  e  $\frac{d}{dx} L(f(x))$ .

(c) Use (b) para calcular  $f'(x)$  para  $f(x) = \sin x \cdot e^{x^2} \cdot (7x-8)^{1/2} \cdot (1+x^2)^{-1}$ .

③ Leia o suficiente da seção 6.23, "Integração por frações parciais", do Apostol para calcular as integrais indefinidas a seguir

$$(a) \int \frac{3x-2}{x^2-1} dx$$

$$(b) \int \frac{x^3+2x^2+2x-4}{x^2-1} dx$$

④ Leia a seção 6.18, "As funções hiperbólicas", do Apostol e prove as afirmações abaixo:

$$(a) \sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$$

$$(b) \frac{d}{dx} \coth x = -\operatorname{csch}^2 x$$

$$(c) \int \coth x = \ln |\sinh x| + C, \quad x \neq 0.$$

⑤ Para  $n \in \mathbb{N}$ , encontre a forma geral da primitiva

$$\int e^x (a-x)^n dx$$