LOM3202 Circuitos Elétricos

Circuitos RC e RL

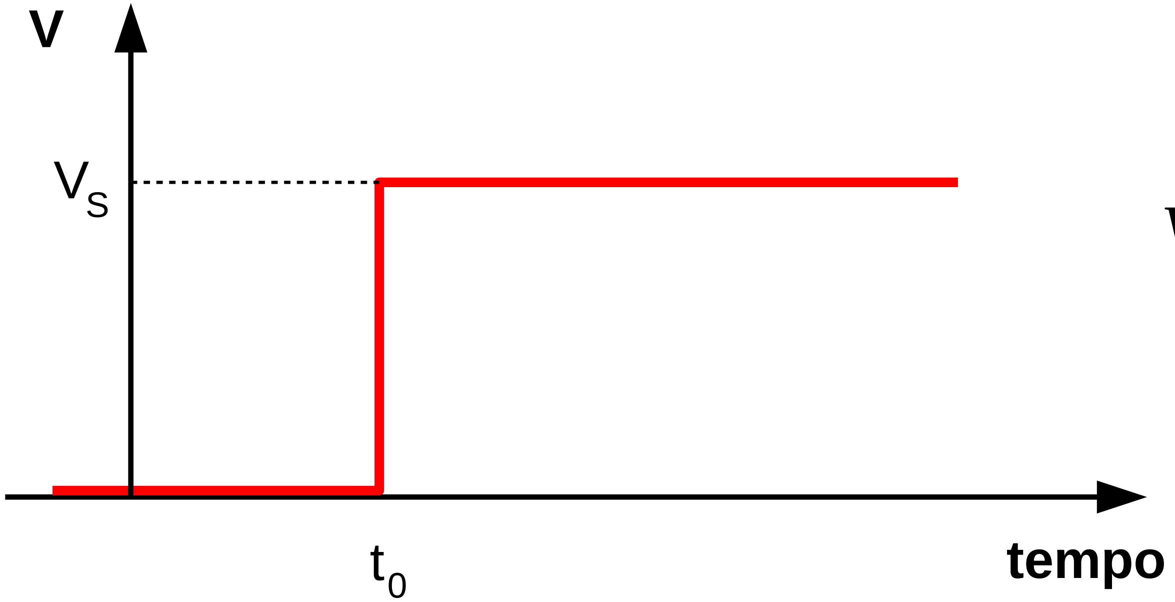
Resposta ao degrau de tensão

Integrador e diferenciador

Circuitos CA
Resposta ao Degrau

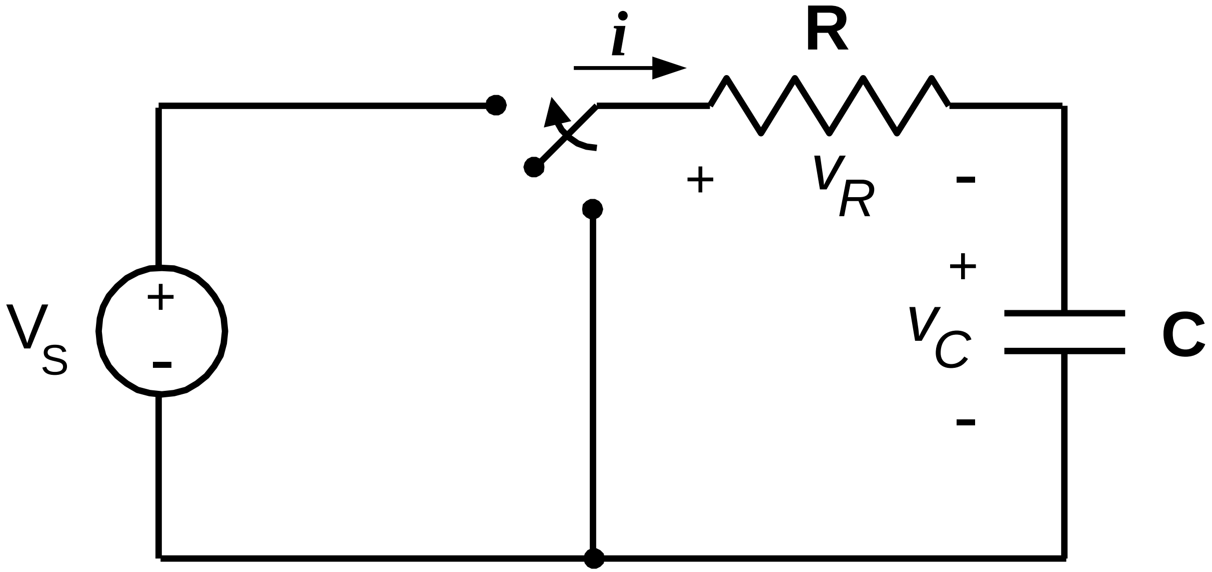
- Função Degrau
- Circuito RC em Série
- Circuito RL em Série
- Circuito Integrador
- Circuito Diferenciador

Degrau de Tensão Positivo



$$V = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ V_S, & t \geq t_0 \end{cases}$$

Resposta do Circuito RC em Série ao Degrau Positivo



$$V = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_S, & t \geq 0 \end{cases}$$

Equação do Circuito RC em Série

Lei de Kirchhoff da Tensão:

$$v_R + v_C = v$$

Tensão no resistor:

$$v_R = Ri = R \cdot \frac{dq}{dt}$$

Tensão no capacitor:

$$v_C = \frac{q}{C}$$

Tensão da fonte:

$$v = V_S \,, \quad t \geq 0$$

Equação diferencial de 1ª ordem:

$$R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_S$$

Equação do Circuito RC em Série

Solução por separação de variáveis:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{RC}\left(CV_S - q\right) \quad \Rightarrow \quad \int_0^{q(t)} \frac{dq}{\left(CV_S - q\right)} = \frac{1}{RC}\int_{t_0}^{t} dt$$

Solução da equação diferencial de 1ª ordem:

$$q(t) = CV_S\left(1 - e^{-t/RC}\right) = CV_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Constante de tempo: $\tau = RC$

Equação do Circuito RC em Série

A partir da solução da equação diferencial:

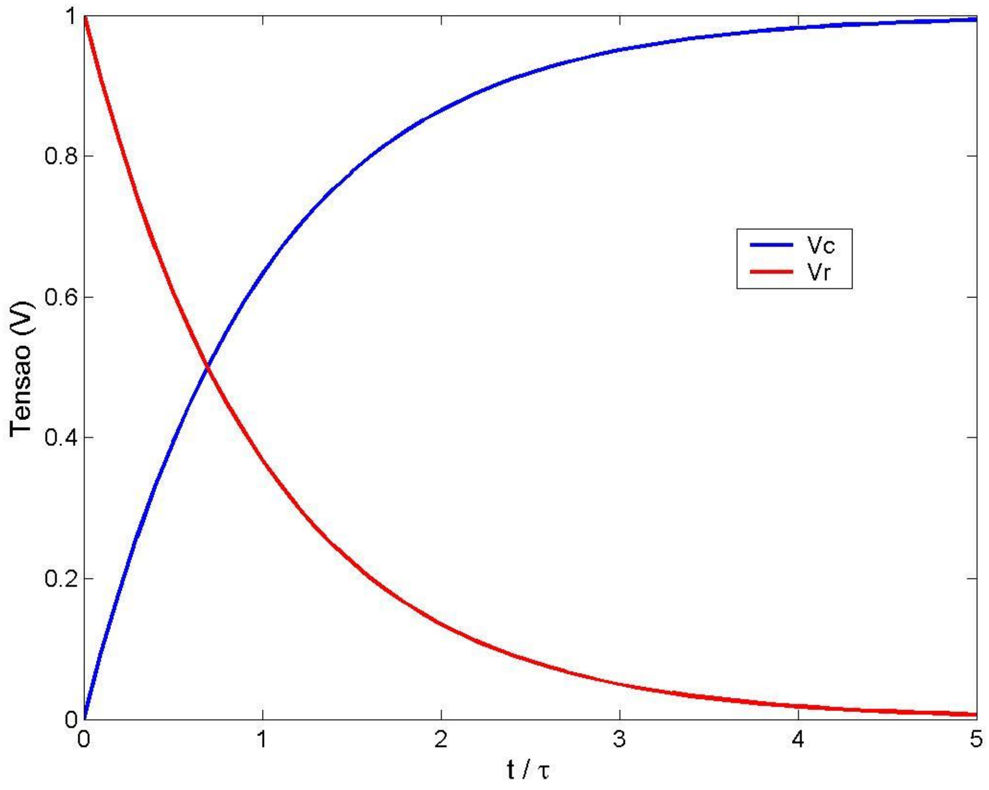
$$q(t) = CV_S\left(1 - e^{-t/RC}\right) = CV_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Obtemos as seguintes soluções:

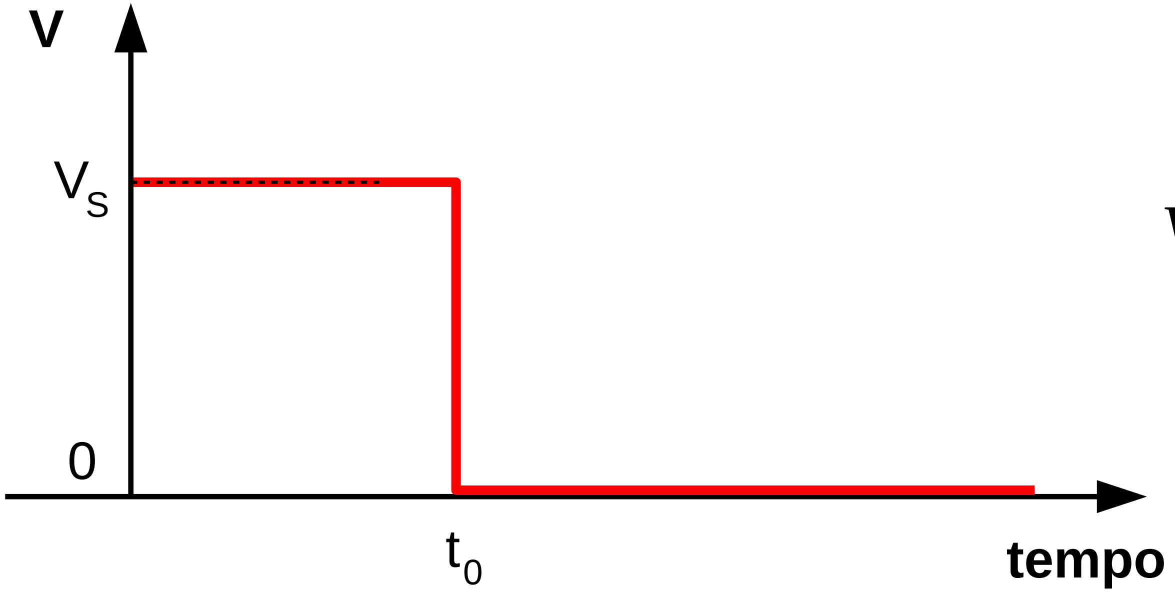
Tensão no resistor: $$v_R = R \cdot \frac{dq}{dt} = V_S \cdot e^{-t/\tau}$$

Tensão no capacitor: $$v_C = V_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Resposta ao Degrau Positivo
Carregamento do Capacitor

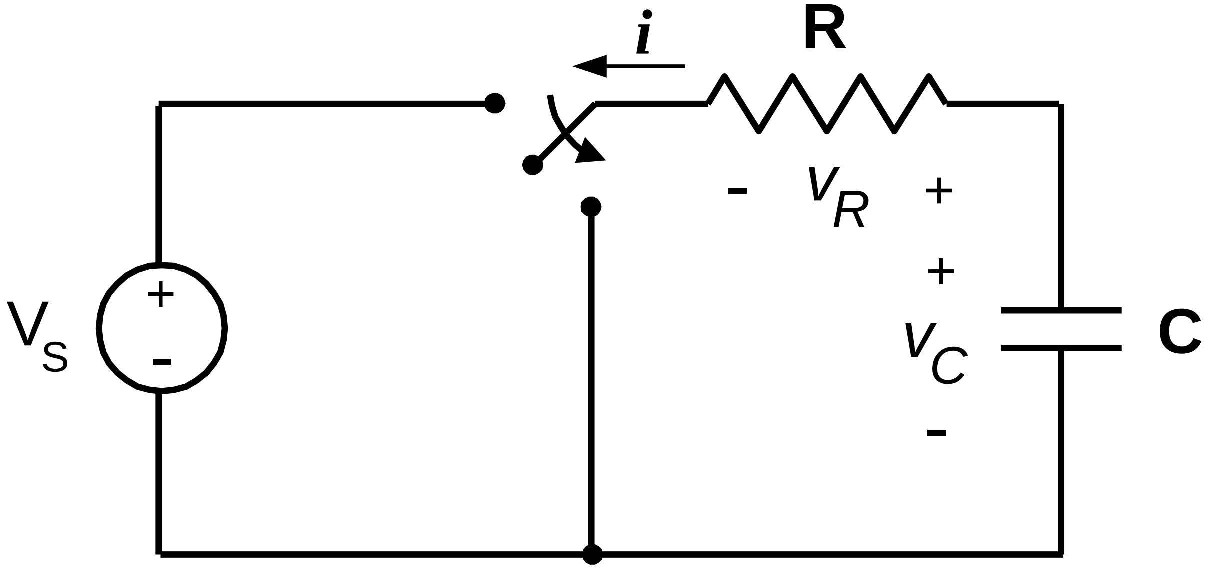


Degrau de Tensão Negativo



$$V = \begin{cases} V_S\,, & t < t_0 \\ 0, & t \geq t_0 \end{cases}$$

Resposta do Circuito RC em Série ao Degrau Negativo



$$V = \begin{cases} V_S, & t < 0 \\ 0, & t \geq 0 \end{cases}$$

Equação do Circuito RC em Série

Equação diferencial: $$R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Solução por separação de variáveis:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \quad \Rightarrow \quad \int_{CV_S}^{q(t)} \frac{dq}{q} = \frac{-1}{RC} \int_0^t dt$$

Solução da equação diferencial de 1ª ordem:

$$q(t) = CV_S\, e^{-t/RC} = CV_S\, e^{-t/\tau}$$

Equação do Circuito RC em Série

A partir da solução da equação diferencial:

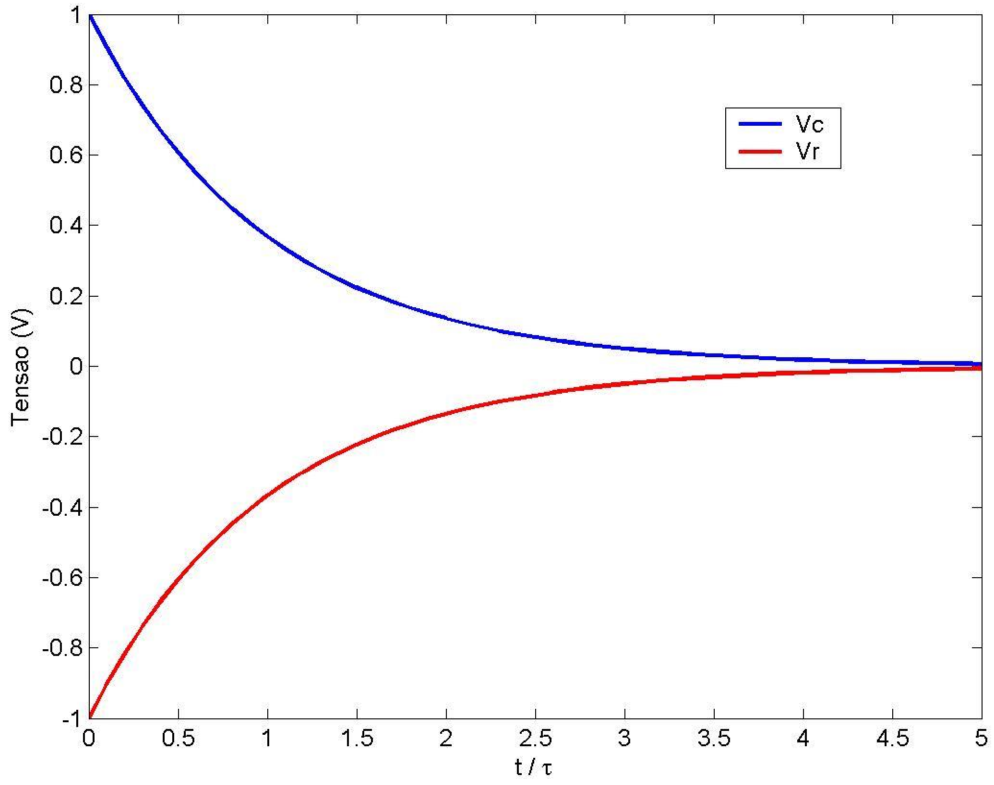
$$q(t) = CV_S\, e^{-t/RC} = CV_S\, e^{-t/\tau}$$

Obtemos as seguintes soluções:

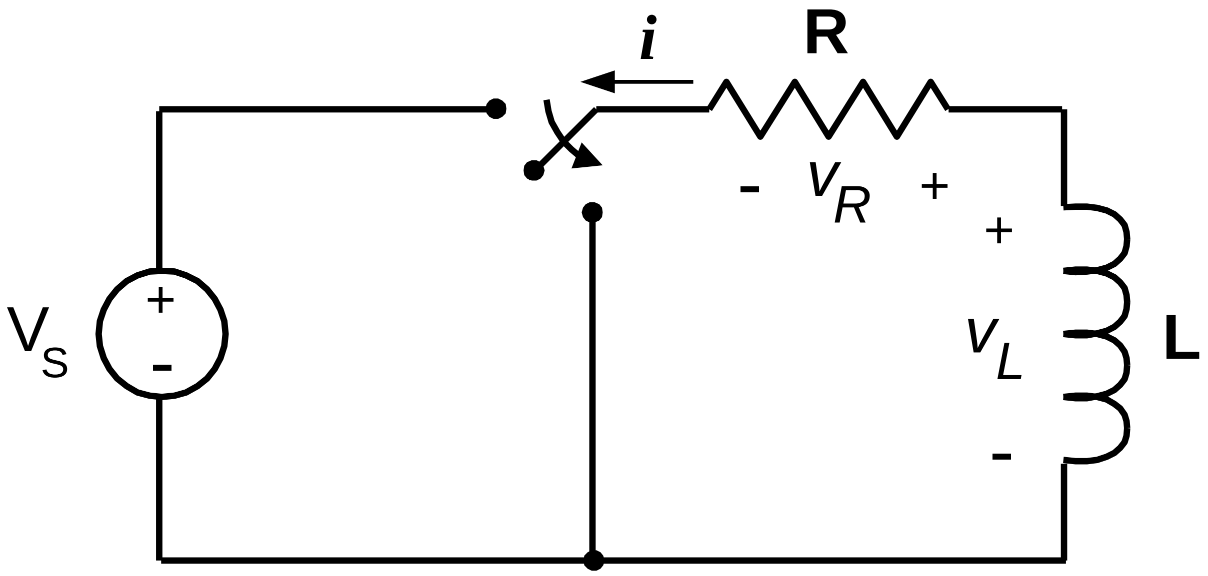
Tensão no resistor: $$v_R = R \cdot \frac{dq}{dt} = -V_S \cdot e^{-t/\tau}$$

Tensão no capacitor: $$v_C = V_S\, e^{-t/\tau}$$

Resposta ao Degrau Negativo
Descarga do Capacitor



Resposta do Circuito RL em Série ao Degrau Positivo



$$V = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_S, & t \geq 0 \end{cases}$$

Equação do Circuito RL em Série

Lei de Kirchhoff da Tensão:

$$v_R + v_L = v$$

Tensão no resistor:

$$v_R = Ri$$

Tensão no indutor:

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

Tensão da fonte:

$$v = V_S\,,\quad t \geq 0$$

Equação diferencial de 1ª ordem:

$$Ri + L\cdot\frac{di}{dt} = V_S$$

Equação do Circuito RL em Série

Solução por separação de variáveis:

$$\frac{di}{dt}=\frac{R}{L}\left(\frac{V_S}{R}-i\right) \quad \Rightarrow \quad \int_0^{i(t)} \frac{di}{\left(V_S/R-i\right)}=\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

Solução da equação diferencial de 1ª ordem:

$$i(t)=\frac{V_S}{R}\left(1-e^{-tR/L}\right)=\frac{V_S}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

Constante de tempo: $\tau=\dfrac{L}{R}$

Equação do Circuito RL em Série

A partir da solução da equação diferencial:

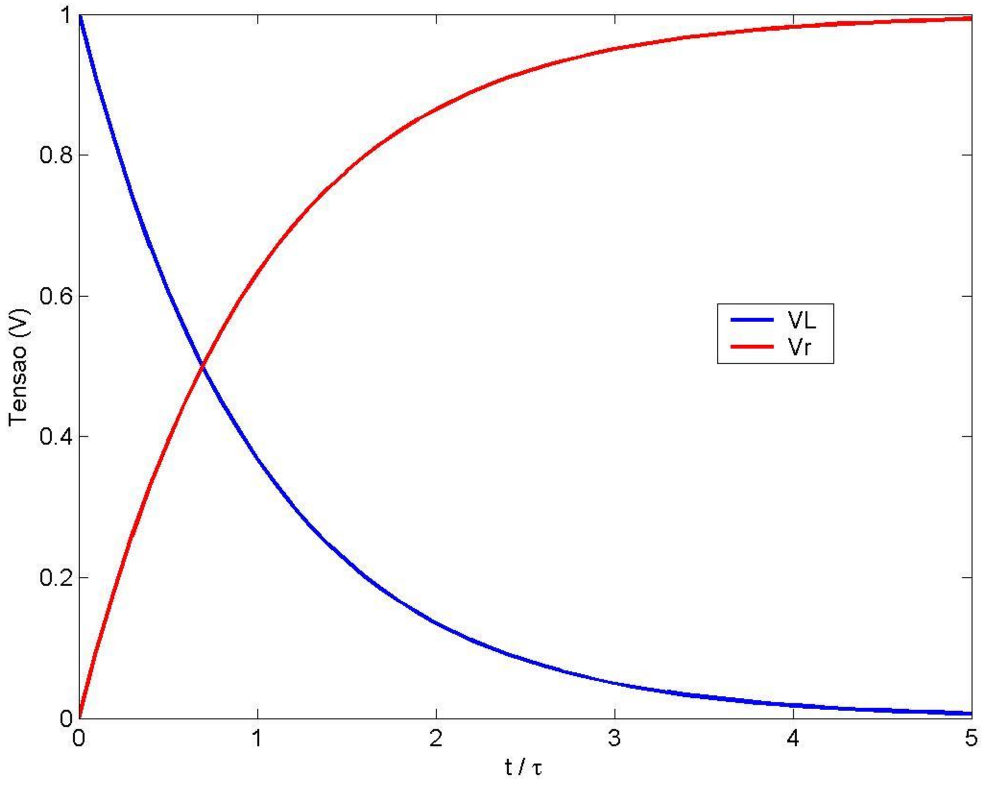
$$i(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Obtemos as seguintes soluções:

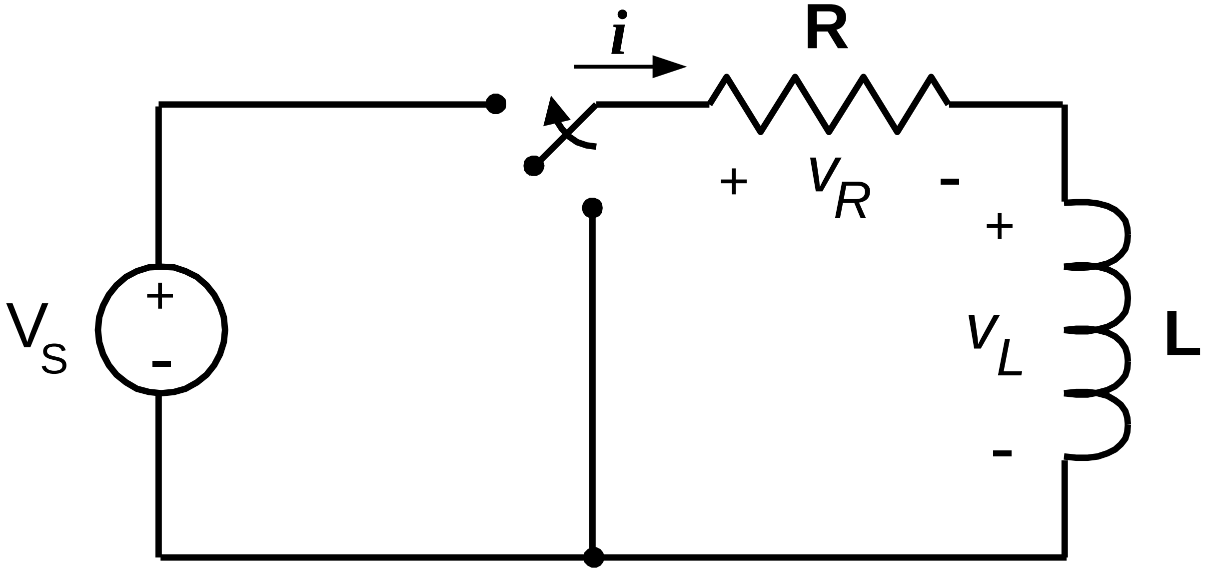
Tensão no resistor: $$v_R = Ri = V_S \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Tensão no indutor: $$v_L = V_S\, e^{-t/\tau}$$

Resposta ao Degrau Positivo Descarga do Indutor



Resposta do Circuito RL em Série ao Degrau Negativo



$$V = \begin{cases} V_S, & t < 0 \\ 0, & t \geq 0 \end{cases}$$

Equação do Circuito RL em Série

Equação diferencial: $$Ri + L \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

Solução por separação de variáveis:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{Ri}{L} \quad \Rightarrow \quad \int_{V_S/R}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

Solução da equação diferencial de 1ª ordem:

$$i(t) = \frac{V_S}{R} e^{-tR/L} = \frac{V_S}{R} e^{-t/\tau}$$

Equação do Circuito RL em Série

A partir da solução da equação diferencial:

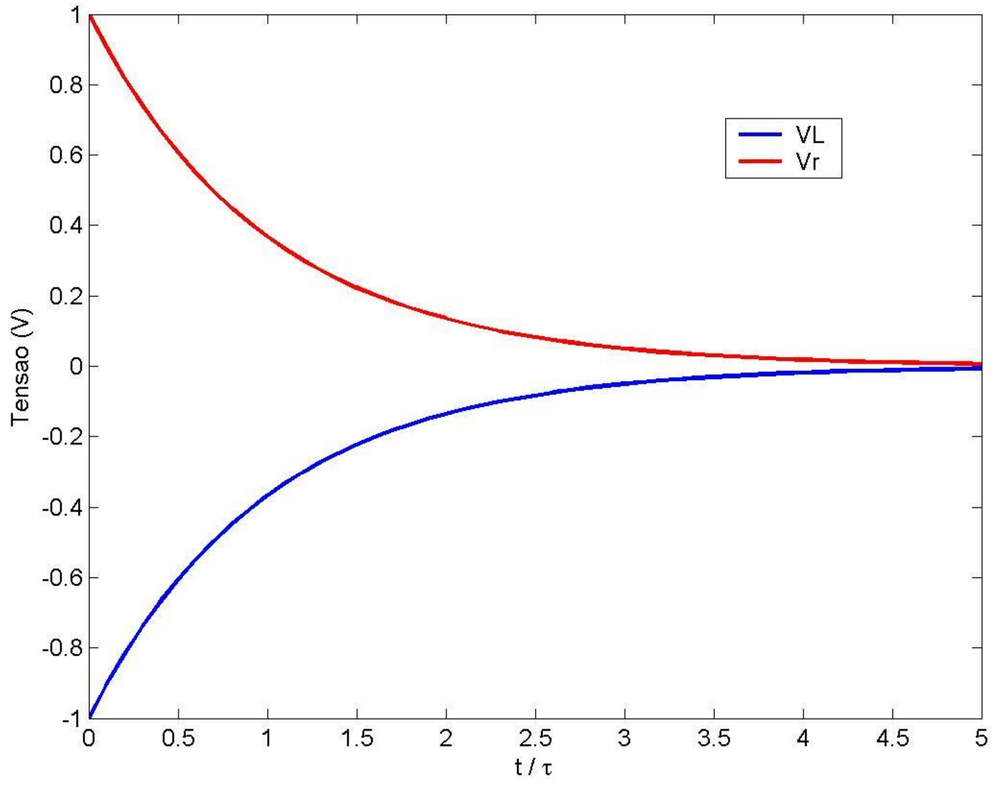
$$i(t) = \frac{V_S}{R} e^{-t/\tau}$$

Obtemos as seguintes soluções:

Tensão no resistor: $v_R = Ri = V_S\, e^{-t/\tau}$

Tensão no indutor: $v_L = -V_S\, e^{-t/\tau}$

Resposta ao Degrau Negativo
Carregamento do Indutor



Comparação das Respostas dos Circuitos RC e RL em Série à Função Degrau

Degrau Positivo (Carregamento pela fonte):

Circuito RC: V_C aumenta, V_R diminui

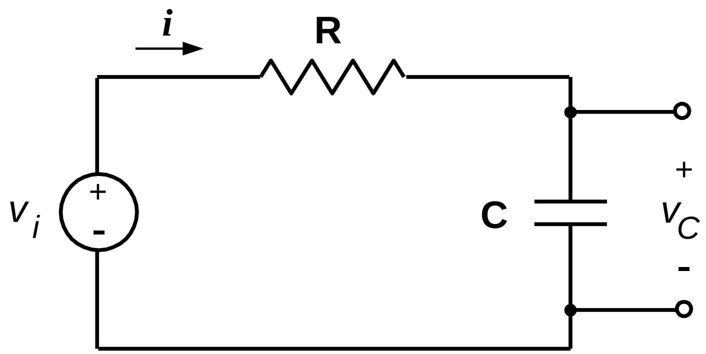
Circuito RL: V_L diminui, V_R aumenta

Degrau Negativo (Descarga do circuito):

Circuito RC: V_C diminui, V_R aumenta

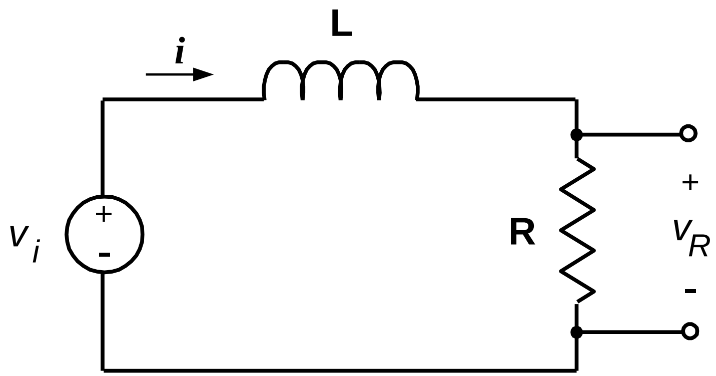
Circuito RL: V_L aumenta, V_R diminui

Circuito Integrador



$$v_C = \frac{q}{C} = \int v_i \, dt$$

$$v_C = V_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



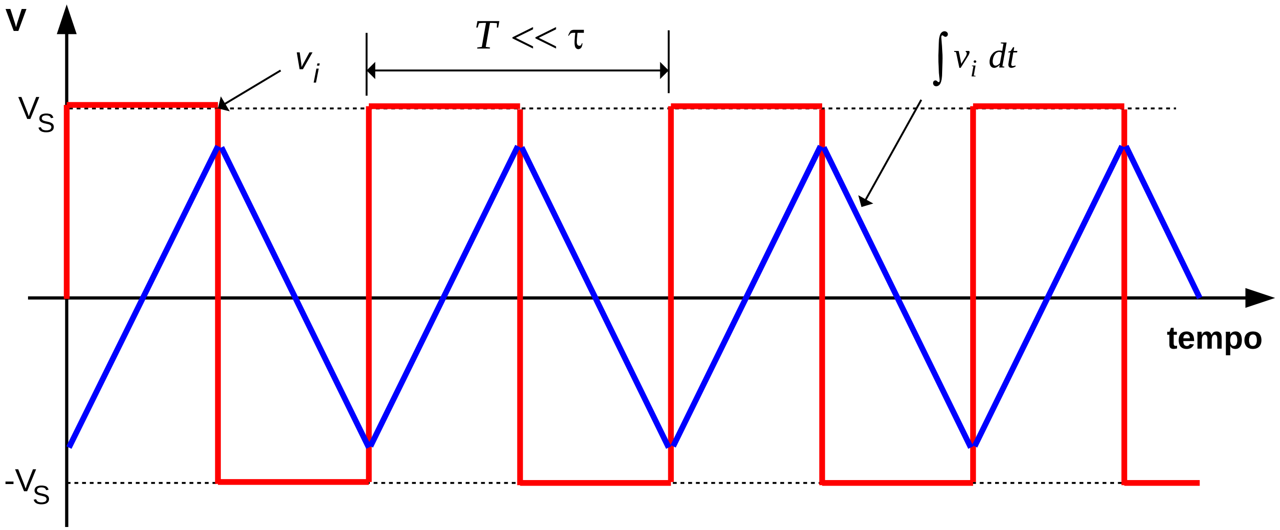
$$v_R = Ri = \int v_i \cdot dt$$

$$v_R = V_S \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

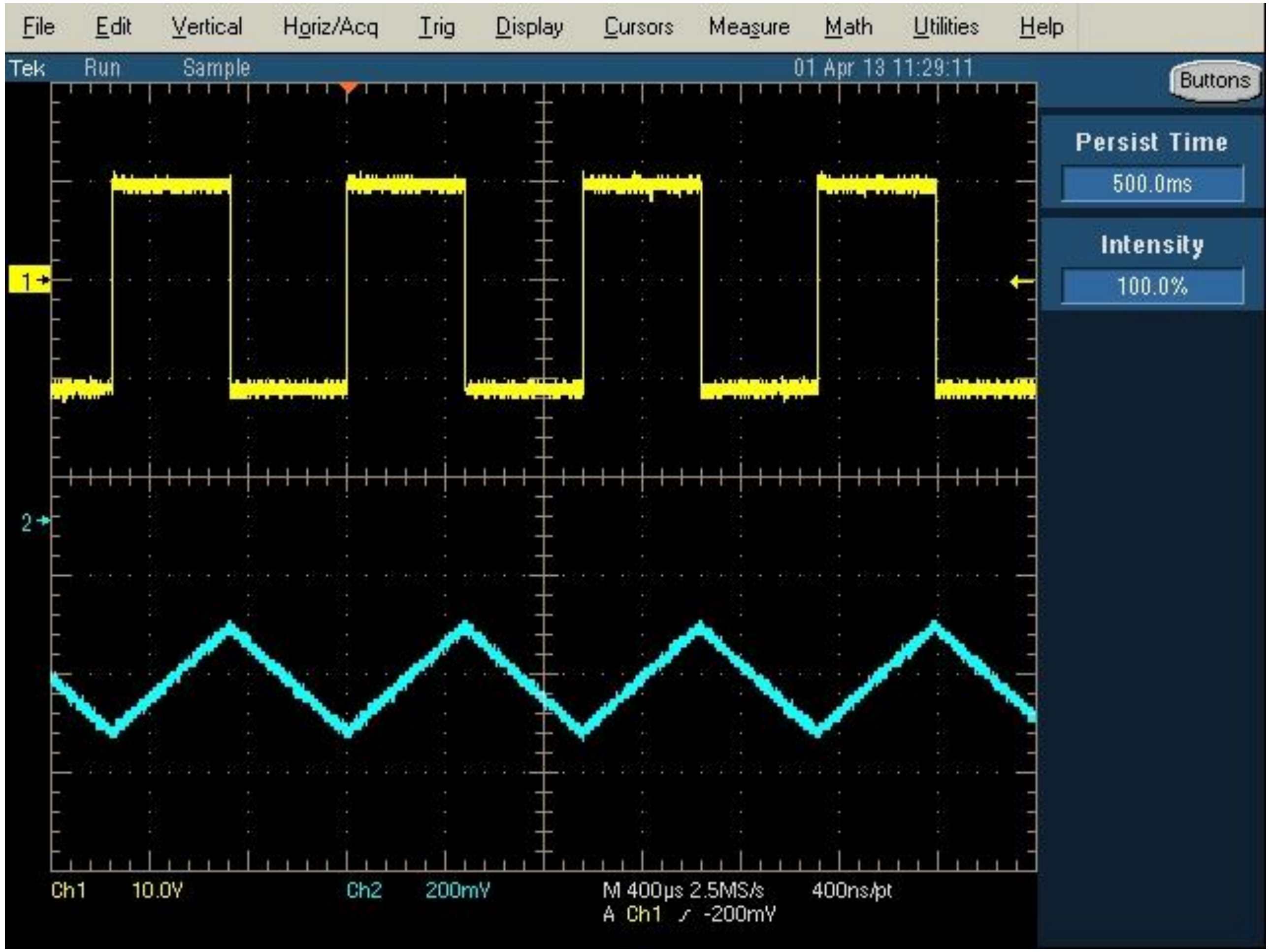
Circuito Integrador

$$e^x \approx 1 + x \quad \Rightarrow \quad 1 - e^{-t/\tau} \approx \frac{t}{\tau}$$

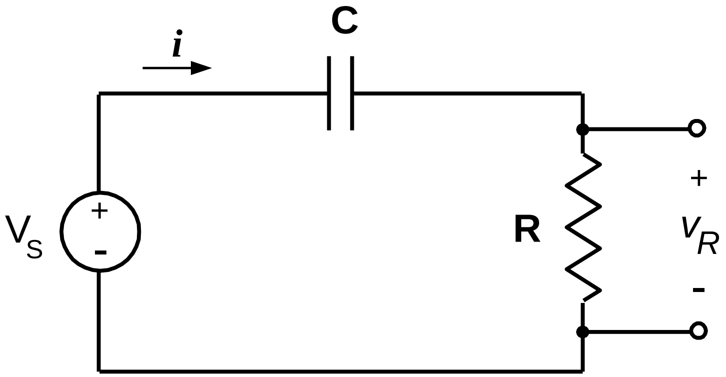
$$v_C = V_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \Rightarrow \quad v_C \approx V_S \cdot \frac{t}{\tau}, \quad t << \tau$$



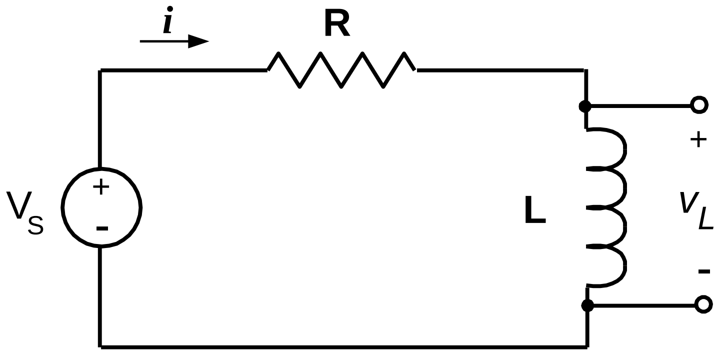
Circuito Integrador



Circuito Diferenciador



$$v_R = Ri = V_S\, e^{-t/\tau}$$



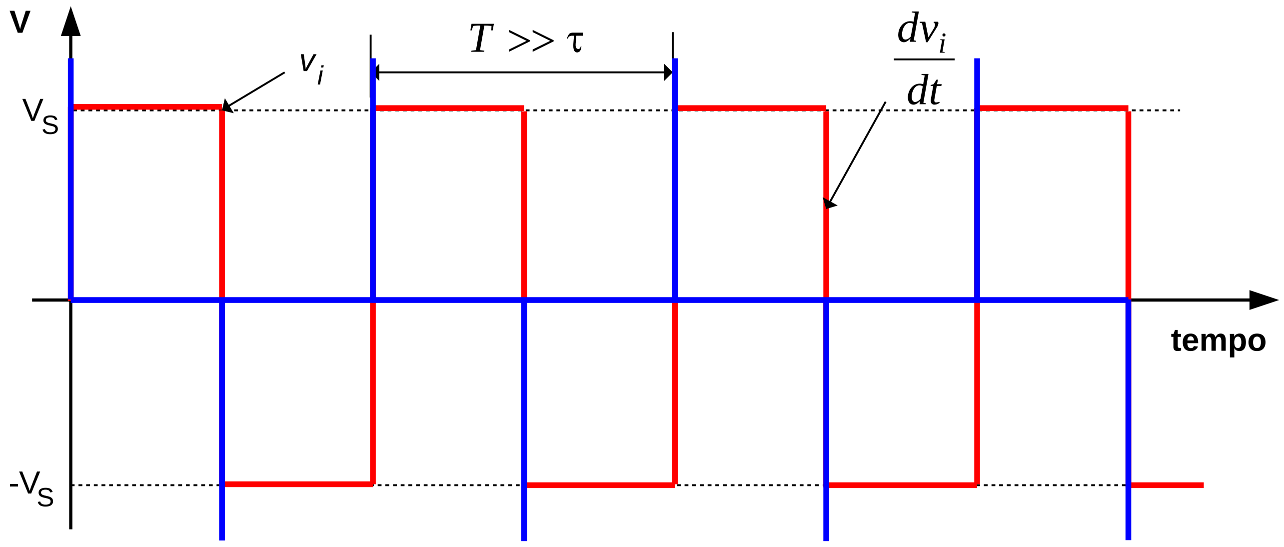
$$v_L = -V_S\, e^{-t/\tau}$$

Circuito Diferenciador

$$v_L = V_S\, e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow$$

$$v_L \approx \begin{cases} \pm V_S\,, & t = 0 \\ 0, & t >> \tau \end{cases}$$



Circuito Diferenciador