Transformada de Fourier   Blakely cap. 11   TF 1
258-263 / 270-271

→ função periódica $f(x)$ que se repete no intervalo X pode ser ~~...~~ representada por:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{ik_n x}$$ → soma infinita de funções senoidais ponderadas por F_n

onde $k_n = \frac{2\pi n}{X}$ e $i = \sqrt{-1}$

ponderação $$F_n = \frac{1}{X}\int_{x_0}^{x_0+X} f(x) e^{-ik_n x} dx$$

função $f(x)$ não se repete mas ~~se comporta de forma~~ é bem comportada em um intervalo x ou seja

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|\, dx < \infty$$ → ~~...~~

→ anomalias gravimétricas e magnéticas obedecem essa relação se o levantamento se ~~...~~ estende além dos limites do corpo causador.

$X \to \infty$

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

k é o número de onda, ~~tem~~ unidade $1/L$, relacionado com o comprimento de onda, ~~por~~ λ, por: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

inversa da transformada de Fourier.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dk$$

para funções de duas variáveis: (TF-2)

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, e^{-i(k_x x + k_y y)}\, dx\, dy$$

$$f(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y)\, e^{i(k_x x + k_y y)}\, dk_x\, dk_y$$

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} \quad e \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$$

Devemos lembrar que: $f(x)$ e $F(k)$ são duas formas diferentes de ver o mesmo fenômeno. A transformada de Fourier mapeia uma função de um domínio (espaço ou tempo) em outro domínio (número de onda ou frequência).

propriedades da transformada de Fourier

$f(x) \Leftrightarrow F(k) \Rightarrow f(x)$ tem uma transformada de Fourier dada por $F(k)$

1) simetria: se $f(x) \leftrightarrow F(k)$ e se $f(x)$ é uma função real, então $F(k)$ tem uma parte real que é simétrica e uma parte imaginária que é anti-simétrica ~~com respeito~~ em relação a $k=0$

se $f(x)$ é real $\Rightarrow$ $F(k) = F^*(-k)$

$\rightarrow$ complexo conjugado

se $F(k) = F^*(-k)$ então $f(x)$ é real

2) linearidade $\Rightarrow$ é uma operação linear

se $f_1(x) \leftrightarrow F_1(k)$ e $f_2(x) \leftrightarrow F_2(k)$ então

$$[a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x)] \leftrightarrow [a_1 F_1(k) + a_2 F_2(k)]$$

a_1 e a_2 constantes arbitrárias

3) escala~~mento~~mento

se $f(x) \leftrightarrow F(k)$ então $f(ax) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{k}{a}\right)$

a constante arbitrária

isto implica que o intervalo x contendo a maior parte da energia de $f(x)$ é inversamente ~~proporcional~~ relacionado à largura de banda contendo a maior parte da energia de $F(k)$.

Em termos ~~gra~~ de anomalias gravimétricas e magnéticas a propriedade de escalamento mostra que uma anomalia larga (de grande largura) terá um espectro de amplitude ~~menor~~ mais estreito que uma anomalia mais estreita. Como a largura de uma anomalia é diretamente relacionada com a profundidade da fonte, espera-se que ~~a~~ o "intervalo" ("largura") da anomalia transformada também esteja relacionada com a profundidade da fonte.

4) shift (variação lateral)

se $f(x) \leftrightarrow F(k)$ então $f(x - x_0) \leftrightarrow F(k)\, e^{-ix_0 k}$

5) diferenciação

se $f(x) \leftrightarrow F(k)$ então $\frac{d^n}{dx^n} f(x) \leftrightarrow (ik)^n F(k)$

se $f(x,y) \leftrightarrow F(k_x, k_y)$ então

$$\frac{\partial^n}{\partial x^n} \frac{\partial^m}{\partial y^m} f(x,y) \leftrightarrow (i k_x)^n (i k_y)^m F(k_x, k_y)$$

Transformada de Fourier discreta

para funções não contínuas no sentido de que não temos dados contínuos no espaço.

apresenta limitações p/ os maiores e menores comprimentos de onda $\Rightarrow$ comprimentos de onda menor do que o dobro do intervalo de amostragem não podem ser representados ~~pela~~ adequadamente pela transformada de Fourier discreta $\Rightarrow$ a transformada de Fourier discreta é periódica com ~~[illegible]~~ período inversamente proporcional ao intervalo de amostragem (TF-4)

N amostras sequências de $f(x)$, equiespaçadas de Δx. se $f(x) = 0$ fora dessa sequência de N amostras, podemos considerar N infinito então

$$F_D(k) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-\infty}^{\infty} F\left(k - \frac{2\pi j}{\Delta x}\right)$$

F: transformada de Fourier (se N for contínuo)

F_D: transformada discreta de Fourier

gostaríamos que $F_D(k_0) \equiv F(k_0)$ porém pela relação acima vemos que $F_D(k_0) = F(k_0) + \sum F(k)$ para infinitos números de ondas.

esse fenomeno é conhecido como "aliasing";

O período da transformada de Fourier Discreta é $k_S = \frac{2\pi}{\Delta x}$ k_S é o número de onda da amostragem

a metade do número de onda da amostragem é conhecido como frequência de Nyquist $\left(\frac{\pi}{\Delta x}\right) \Rightarrow$ esse é o maior número de onda disponível, toda a informação está contida entre $\frac{\pm\pi}{\Delta x}$.

TF-5

anomalias de métodos potenciais podem ser consideradas como limitadas a uma certa banda de frequência, ou seja, a transformada de Fourier decai com o aumento do número de onda. Portanto os termos com ~~alto~~ números de onda grandes, que contaminam a somatória podem ser pequenos. Isso é importante ao definir a estratégia p/ tratamento dos dados ⇒ faz-se intervalos de pequenos para os comprimentos de onda de $f(x)$ que sejam mais significativos.