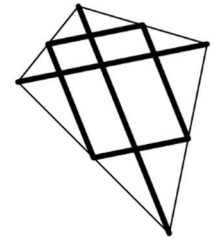
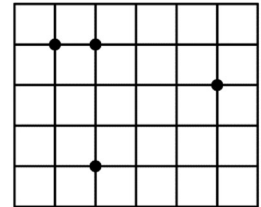


9. Martinho fez uma pipa com seis pedaços de uma tira fina de bambu. Dois pedaços, um de comprimento 120 cm, e outro de 80 cm, foram usados para as diagonais. Os outros quatro pedaços foram usados para conectar os pontos médios dos lados da pipa, conforme a figura. Qual era o comprimento da tira de bambu antes dos cortes?



- (A) 300 cm (B) 370 cm (C) 400 cm (D) 410 cm (E) 450 cm

10. Quatro pontos foram marcados numa rede de quadrados de lado 1. Das possíveis regiões triangulares que podem ser obtidas com vértices em três desses pontos, uma tem a menor área. Qual é essa área?



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2 (E) $\frac{5}{2}$

4 pontos

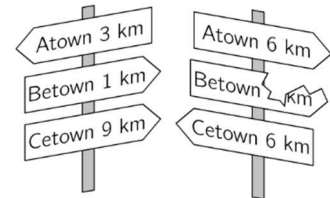
11. Helena passará 18 dias consecutivos na casa de sua avó. Sua avó lê histórias para ela nas terças-feiras, nos sábados e nos domingos, que elas chamam de *dias de história*. Como Helena gosta muito dessas leituras, em que dia ela deve chegar para garantir o maior número possível de dias de história?

- (A) segunda-feira (B) terça-feira (C) sexta-feira (D) sábado (E) domingo

12. Os números inteiros a, b, c e d satisfazem a igualdade $ab = 2cd$. Qual dos números a seguir **NÃO** pode ser o produto $abcd$?

- (A) 50 (B) 100 (C) 200 (D) 450 (E) 800

13. O caminho mais curto de Atown para Cetown passa por Betown. Indo por essa estrada de Atown para Cetown, encontramos primeiramente as placas indicativas no lado esquerdo da estrada. Mais adiante, encontramos as placas indicativas no lado direito da estrada. Qual é a distância que estava escrita na seta quebrada?

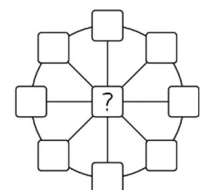


- (A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km

14. Um triângulo isósceles tem um lado de 20 cm. Sobre os outros dois lados, sabemos que um tem comprimento igual a $\frac{2}{5}$ do comprimento do outro. Qual é o perímetro desse triângulo?

- (A) 36 cm (B) 48 cm (C) 60 cm (D) 90 cm (E) 120 cm

15. Toninho quer numerar as nove casas da figura, de modo que a soma dos três números em cada diâmetro seja 13 e a soma dos oito números na circunferência seja 40. Toninho deve escrever qual número na casa central?

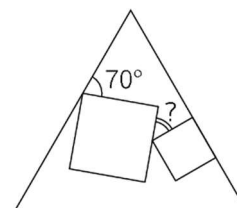


- (A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 12

16. Marta escreveu um sinal de vezes entre o segundo e o terceiro algarismos do número 2020 e observou que a multiplicação 20×20 resulta um quadrado perfeito. Quantos números entre 2010 e 2099, incluindo 2020, têm essa mesma propriedade?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

17. Dois quadrados de tamanhos diferentes são desenhados no interior de um triângulo equilátero. Um dos lados de um desses quadrados cai sobre o lado do triângulo, conforme figura. Qual é a medida do ângulo assinalado com o ponto de interrogação?



- (A) 25° (B) 30° (C) 35° (D) 45° (E) 50°

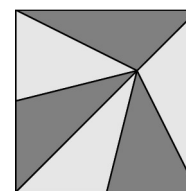
18. Com seu carro, Luca começou uma viagem de 520 km com 14 litros de gasolina no tanque. Seu carro faz 10 km com um litro de gasolina. Depois de andar 55 km, ele vê uma placa mostrando a distância daquele ponto a cinco postos de gasolina ao longo da estrada: 35 km, 45 km, 55 km, 75 km e 95 km. A capacidade do tanque é de 40 litros e Luca quer parar para abastecer somente uma vez. A que distância está o posto de gasolina em que ele deve parar?

- (A) 35 km (B) 45 km (C) 55 km (D) 75 km (E) 95 km

19. Seja $17x + 51y = 102$. Qual é o valor de $9x + 27y$?

- (A) 54 (B) 36 (C) 34 (D) 18 (E) indeterminado

20. O vitral quadrado mostrado ao lado tem 81 dm^2 e é composto de seis triângulos de áreas iguais. Uma mosca está pousada exatamente no ponto onde esses seis triângulos se tocam. A que distância a mosca está da base inferior do vitral?



- (A) 3 dm (B) 5 dm (C) 5,5 dm (D) 6 dm (E) 7,5 dm

5 pontos

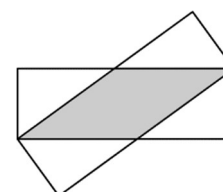
21. Os algarismos de 1 a 9 são escolhidos ao acaso para formar um número de nove algarismos. Qual é a probabilidade de que esse número seja divisível por 18?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

22. Uma lebre e uma tartaruga apostam uma corrida de 5 km ao longo de uma reta. A lebre é cinco vezes mais rápida do que a tartaruga, mas ela começou mal a corrida, pois foi numa direção perpendicular à linha da corrida. Depois de um tempo, ao perceber seu erro, mudou a sua direção diretamente para o ponto de chegada. Chegou então no mesmo momento em que chegava a tartaruga. Qual é a distância entre o ponto em que a lebre mudou sua direção e o ponto de chegada?

- (A) 11 km (B) 12 km (C) 13 km (D) 14 km (E) 15 km

23. Dois retângulos idênticos com lados de 3 cm e 9 cm se sobrepõem, conforme a figura. Qual é a área da região de sobreposição?

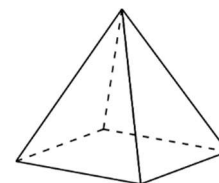


- (A) 12 cm^2 (B) $13,5 \text{ cm}^2$ (C) 14 cm^2 (D) 15 cm^2 (E) 16 cm^2

24. Sobre uma mesa há alguns quadrados e alguns triângulos. Algumas figuras são azuis e as demais são vermelhas. Algumas são grandes e as restantes são pequenas. Sabemos que os dois fatos a seguir são verdadeiros: (i) Se uma figura é grande, então é um quadrado. (ii) Se uma figura é azul, então é um triângulo. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- (A) Todas as figuras vermelhas são quadrados. (B) Todos os quadrados são grandes.
 (C) Todas as figuras pequenas são azuis. (D) Todos os triângulos são azuis.
 (E) Todas as figuras azuis são pequenas.

25. Júlia numerou de 1 a 5 os vértices de uma pirâmide de base quadrada. Em seguida, ela calculou a soma dos números escritos nos vértices de cada face. Quatro dessas somas são 7, 8, 9 e 10. Qual é a soma dos números escritos nos vértices da quinta face?



- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

26. Um cubo é formado por 64 cubinhos iguais. Três faces desse cubo grande serão pintadas. Qual é a maior quantidade possível de cubinhos que terão exatamente uma face pintada?

- (A) 27 (B) 28 (C) 32 (D) 34 (E) 40

27. Ana quer escrever um número inteiro em cada uma das casas do quadriculado ao lado, de modo que as somas dos quatro números em cada linha e dos quatro números em cada coluna sejam iguais. Ela já escreveu alguns números, conforme mostrado. Qual número ela deve escrever na casa cinza?

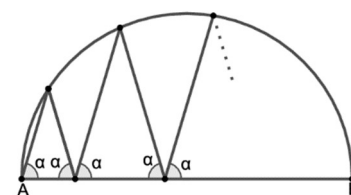
1		6	3
	2	2	8
	7		4
		7	

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

28. Alice, Bela e Cátia disputam um torneio de queda de braços. Em cada disputa, duas garotas se enfrentam e a terceira descansa. Depois de cada disputa, a vencedora disputa com a garota que tinha descansado. No total, Alice participou de 10 disputas, Bela participou de 15 e Cátia participou de 17. Quem perdeu a segunda disputa?

- (A) Alice (B) Bela (C) Cátia (D) Tanto Alice quanto Bela poderiam ter perdido a segunda disputa.
 (E) Bela ou Cátia poderiam ter perdido a segunda disputa.

29. Uma linha em zigue-zague parte da extremidade A do diâmetro AB de um semicírculo. Cada um dos ângulos entre essa linha e o diâmetro AB tem a mesma medida α conforme a figura. Depois de quatro picos, a linha termina no ponto B. Qual é o valor de α ?



- (A) 60° (B) 72° (C) 75° (D) 80° (E) outro valor

30. Oito números inteiros consecutivos de três dígitos têm a seguinte propriedade: cada um deles é divisível pelo seu último dígito. Qual é a soma dos dígitos do menor desses oito números?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Canguru de Matemática Brasil - 2019 - J

3 pontos

1. $20 \times 19 + 20 + 19 =$

- (A) 389 (B) 399 (C) 409 (D) 419 (E) 429

2. Um trenzinho de brinquedo leva exatamente 1 minuto e 11 segundos para dar uma volta completa no circuito. Quanto tempo levará para dar seis voltas?

- (A) 6 minutos e 56 segundos (B) 7 minutos e 6 segundos (C) 7 minutos e 16 segundos
(D) 7 minutos e 26 segundos (E) 7 minutos e 36 segundos

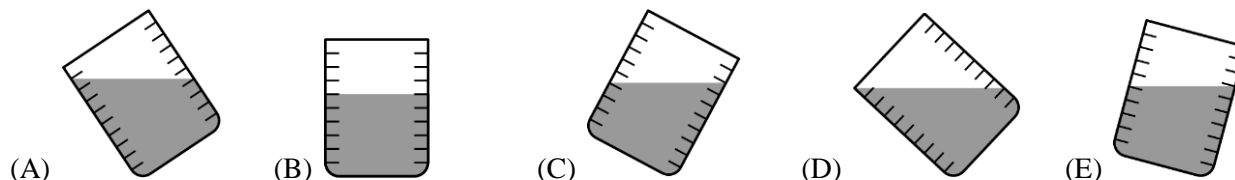
3. Um barbeiro quer escrever a palavra CORTE num quadro de tal modo que o cliente, olhando no espelho, leia a palavra corretamente. Como o barbeiro deve escrever a palavra no quadro?

- (A) CORTE (B) CORTE (C) ETЯOC (D) ETЯOC (E) ETЯOC

4. Quantas são as diferentes somas de pontos que você obtém quando lança três dados simultaneamente?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

5. Cinco copos iguais contêm água. Quatro deles têm a mesma quantidade de água. Qual é o copo com quantidade diferente de água?



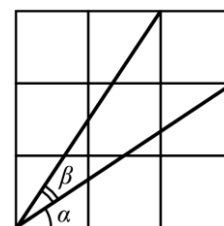
6. Um parque tem cinco portões. Mônica quer entrar por um deles e sair por outro. De quantas maneiras ela pode entrar e sair do parque?

- (A) 25 (B) 20 (C) 16 (D) 15 (E) 10

7. Três cangurus pesam diferentes números inteiros de quilogramas. No total, pesam 97 kg. No máximo, quanto pesa o mais leve dos três?

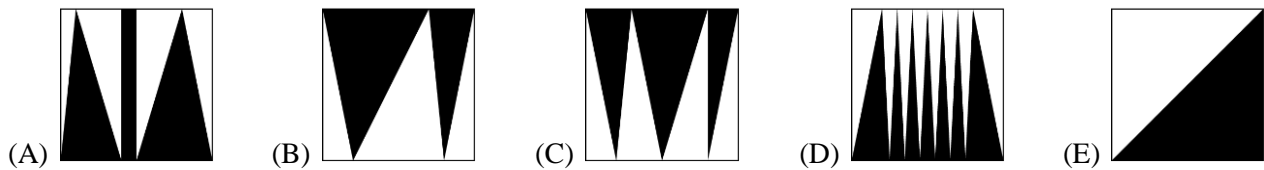
- (A) 1 kg (B) 30 kg (C) 31 kg (D) 32 kg (E) 33 kg

8. Qual igualdade a seguir expressa a relação correta entre os ângulos assinalados na figura ao lado, composta de nove quadrados congruentes?

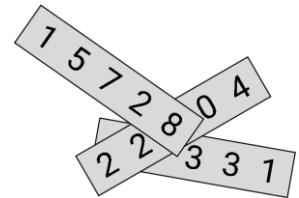


- (A) $\alpha = \beta$ (B) $\alpha + \beta = 45^\circ$ (C) $\alpha + \beta = 60^\circ$ (D) $2\beta + \alpha = 90^\circ$ (E) $2\alpha + \beta = 90^\circ$

9. Cada quadrado unitário a seguir tem uma certa parte do seu interior pintada de preto. Qual deles tem a maior área pintada de preto?



10. Em cada um de três cartões foi escrito um número de cinco algarismos, conforme mostrado na figura. Três desses algarismos estão cobertos. A soma dos três números escritos é 57263. Quais algarismos estão cobertos?



- (A) 0, 2 e 2 (B) 1, 2 e 9 (C) 2, 4 e 9 (D) 2, 7 e 8 (E) 5, 7 e 8

4 pontos

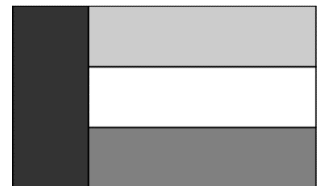
11. Um quadrado tem os vértices A, B, C, D designados no sentido horário. É desenhado um triângulo equilátero com vértices A, E, C designados no sentido horário. Qual é a medida do ângulo CBE em graus?

- (A) 30 (B) 45 (C) 135 (D) 145 (E) 150

12. Os números distintos a, b, c, d são escolhidos entre os inteiros de 1 a 10. Qual é o menor valor possível para a expressão $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

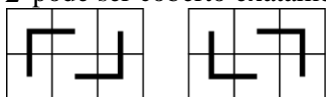
- (A) $\frac{2}{10}$ (B) $\frac{3}{19}$ (C) $\frac{14}{45}$ (D) $\frac{29}{90}$ (E) $\frac{25}{72}$

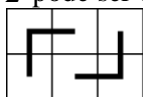
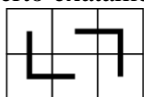
13. A bandeira de Cingapura é um retângulo cujos lados estão na razão 3:5. Ela é dividida em quatro retângulos de áreas iguais, conforme a figura. Qual é a razão entre as medidas dos lados do retângulo branco?

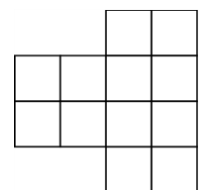


- (A) 1:3 (B) 1:4 (C) 2:7 (D) 3:10 (E) 4:15

14. Um retângulo 3×2 pode ser coberto exatamente por duas peças na forma de L como esta  de duas



maneiras diferentes:  . De quantas maneiras diferentes pode a figura à direita ser coberta com peças na forma de L?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 48

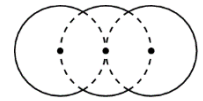
15. Um triatlo consiste de natação, corrida e ciclismo. O ciclismo é igual a três quartos da distância total. A corrida é igual a um quinto do triatlo e a natação é de dois quilômetros. Qual é a distância total deste triatlo, em km?

- (A) 10 (B) 20 (C) 38 (D) 40 (E) 60

16. Um refresco é produzido com suco concentrado e água numa razão de 1:7 em volume. O suco concentrado disponível é de meio litro. Que fração desse suco concentrado deverá ser usada para produzir dois litros do refresco?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$ (E) Todo o concentrado.

17. A figura ao lado é formada por partes de três circunferências iguais de raio R e centros alinhados. A circunferência do meio passa pelos centros das outras duas circunferências. Qual é o perímetro dessa figura?



- (A) $\frac{10\pi R}{3}$ (B) $\frac{5\pi R}{3}$ (C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ (D) $2\pi R\sqrt{3}$ (E) $4\pi R$

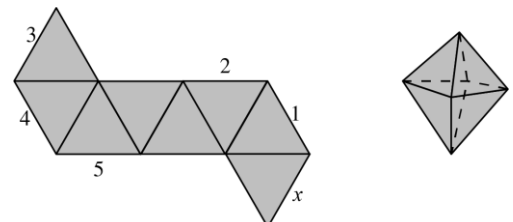
18. Um telefone tem o número $\overline{aaabbbb}$ de sete dígitos. A soma desses dígitos é igual ao número de dois dígitos \overline{ab} . Quanto vale $a+b$?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

19. 60 maçãs e 60 peras devem ser colocadas em várias caixas, todas com a mesma quantidade de maçãs, mas de forma a não haver duas caixas com a mesma quantidade de peras. Qual é o maior número possível de caixas que podem ser obtidas nessas condições?

- (A) 10 (B) 6 (C) 15 (D) 12 (E) 20

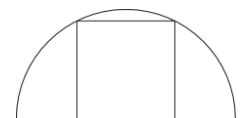
20. Na figura ao lado temos a planificação de um octaedro. Ao ser montado o octaedro, à direita, qual das arestas numeradas vai coincidir com a aresta marcada com a letra x ?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 pontos

21. Um quadrado tem dois de seus vértices sobre uma semicircunferência e dois vértices sobre o seu diâmetro. Se o raio da semicircunferência é 1cm, qual é a área do quadrado?



- (A) $\frac{4}{5} \text{ cm}^2$ (B) $\frac{\pi}{4} \text{ cm}^2$ (C) 1 cm^2 (D) $\frac{4}{3} \text{ cm}^2$ (E) $\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ cm}^2$

22. Dois pontos foram marcados num disco que gira ao redor do seu centro. Um deles está 3 cm mais distante que o outro do centro do disco e move-se com velocidade constante igual a 2,5 vezes a velocidade do ponto mais próximo do centro. Qual é a distância do centro do disco ao ponto mais distante?

- (A) 10 cm (B) 9 cm (C) 8 cm (D) 6 cm (E) 5 cm

23. Os números inteiros de 1 a 99 são escritos em ordem crescente sem separação. Em seguida, a sequência é dividida em trios de três algarismos:

123456789101112...979899 \rightarrow (123)(456)(789)(101)(112)...(979)(899).

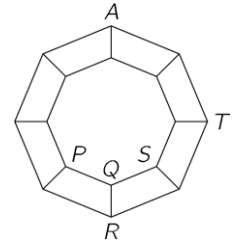
Qual dos grupos a seguir não é um desses trios?

- (A) (222) (B) (444) (C) (464) (D) (646) (E) (888)

24. Quantos planos passam por exatamente três vértices de um determinado cubo?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 12

25. Um grafo consiste em 16 vértices e algumas arestas que os conectam, conforme a figura. Uma formiga está no vértice A . A cada movimento, ela pode caminhar de um vértice para qualquer vértice vizinho pela aresta que os liga. Em quais dos vértices P , Q , R , S , T pode estar a formiga, ao término de 2019 movimentos?



- (A) Somente P , R ou S , mas não Q e T . (B) Somente P , R , S ou T , mas não Q . (C) Somente Q .
 (D) Somente T . (E) Em todos esses pontos.

26. Os números inteiros positivos a , b e c têm três Algarismos cada um e para cada um deles o primeiro algarismo é igual ao último. Além disso, $b = 2a + 1$ e $c = 2b + 1$. Quantos são os possíveis valores de a ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) mais de 3

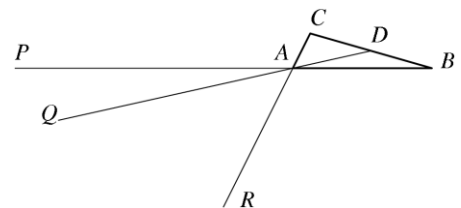
27. Os vértices de um quadrado foram numerados com inteiros positivos de modo que, para dois números quaisquer ligados por um lado, um deles é múltiplo de outro. Entretanto, para dois números diagonalmente opostos, nenhum é múltiplo do outro. Qual é a menor soma possível desses quatro números?

- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 35 (E) 60

28. Qual é o menor número de elementos que podemos tirar do conjunto $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ de modo que o produto dos elementos que sobram seja um quadrado perfeito?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. Dado o triângulo ABC , de área S , seja D o ponto médio do lado BC . Escolha os pontos P , Q , R sobre as retas AB , AD , AC , respectivamente, conforme a figura, de modo que $AP = 2 \cdot AB$, $AQ = 3 \cdot AD$ e $AR = 4 \cdot AC$. Qual é a área do triângulo PQR ?



- (A) S (B) $2S$ (C) $3S$ (D) $\frac{1}{2}S$ (E) 0 (ie P , Q , R são colineares)

30. Se qualquer algarismo de um dado número de quatro algarismos é apagado, o número resultante de três algarismos é um divisor do número original. Quantos números de quatro algarismos têm essa propriedade?

- (A) 5 (B) 9 (C) 14 (D) 19 (E) 23



CANGURU DE MATEMÁTICA BRASIL – NÍVEL J - 2018

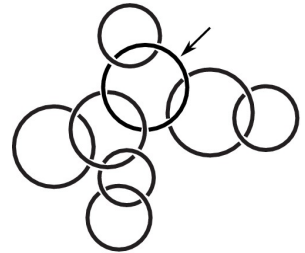
Problemas de 3 pontos

1. Na minha família cada criança tem pelo menos dois irmãos e pelo menos uma irmã. Qual é o menor número possível de crianças na minha família?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. Os anéis da figura formam cadeias que incluem o anel indicado pela flecha. Quantos anéis tem a maior dessas cadeias?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

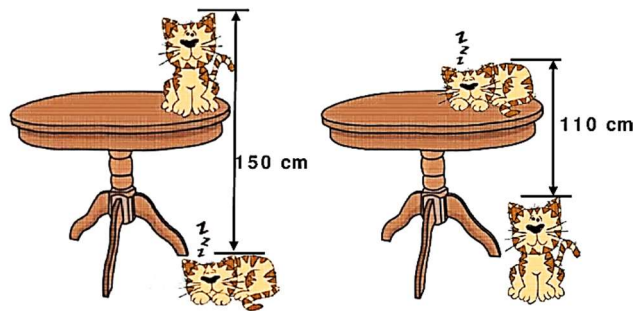


3. As medidas dos lados de um triângulo são 2, 5 e um número inteiro ímpar. Qual é esse número?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

4. Considere as duas distâncias verticais indicadas na figura ao lado. Os gatos são do mesmo tamanho. Qual é a altura da mesa, em centímetros?

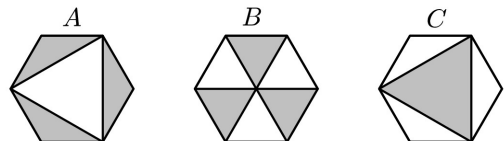
- (A) 110 (B) 120 (C) 130 (D) 140 (E) 150



5. A soma de cinco números inteiros consecutivos é 10^{2018} . Qual é o número do meio?

- (A) 10^{2013} (B) 5^{2017} (C) 10^{2017} (D) 2^{2018} (E) $2 \cdot 10^{2017}$

6. Chamamos X , Y e Z as áreas em cinza nos hexágonos regulares iguais A , B e C , respectivamente, na figura ao lado. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



- (A) $X = Y = Z$ (B) $X = Z \neq Y$ (C) $X = Y \neq Z$ (D) $Y = Z \neq X$ (E) As três áreas são diferentes

7. Maria colheu 42 maçãs, 60 pêssegos e 90 ameixas. Ela quer dividir todas essas frutas em pacotes contendo o mesmo número de cada um dos três tipos de frutas. Qual é o maior número de pacotes que ela pode fazer?

- (A) 3 (B) 6 (C) 10 (D) 14 (E) 42

8. Cada uma das letras P , Q , R e S na adição ao lado representa um algarismo. Se a conta está correta, qual é o valor de $P + Q + R + S$?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 24

$$\begin{array}{r} P \ 4 \ 5 \\ + \ Q \ R \ S \\ \hline 6 \ 5 \ 4 \end{array}$$

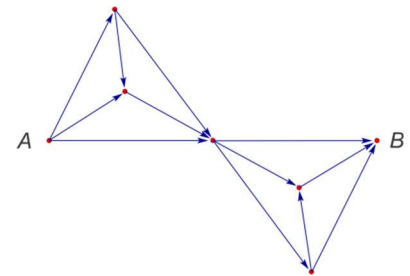


9. Qual é o valor de 25% de 2018 + 2018% de 25?

- (A) 1009 (B) 2016 (C) 2018 (D) 3027 (E) 5045

10. Na figura, quantos caminhos diferentes existem para ir de A até B ao longo dos segmentos de reta, obedecendo aos sentidos indicados?

- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 16 (E) 20



Problemas de 4 pontos

11. Dois edifícios localizam-se na mesma rua, a uma distância de 250 metros um do outro. No primeiro edifício moram 100 estudantes e no segundo, 150 estudantes. Onde deverá ser construído um ponto de ônibus, de modo que a soma das distâncias que todos esses estudantes devem andar para ir de seus edifícios até o ponto do ônibus seja a menor possível?

- (A) Em frente ao primeiro edifício. (B) A 100 m do primeiro edifício. (C) A 100 m do segundo edifício.
(D) Em frente ao segundo edifício. (E) Em qualquer lugar entre os dois edifícios

12. Pedro pediu dinheiro emprestado de seu pai e de seus dois irmãos para comprar um livro. Seu pai emprestou metade do total emprestado por seus irmãos e seu irmão mais velho emprestou um terço do que os outros dois emprestaram. O irmão mais novo lhe emprestou 10 reais. Quantos reais o livro custou?

- (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30 (E) 32

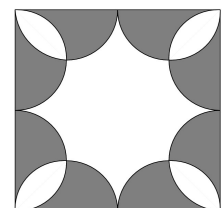
13. Na igualdade verdadeira abaixo, quantas vezes aparece o termo 2018^2 dentro do radical?

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

- (A) 5 (B) 8 (C) 18 (D) 2018^8 (E) 2018^{18}

14. Na figura ao lado, o quadrado tem lado de medida 4 e nele foram desenhadas oito semicircunferências iguais, e, em seguida pintadas de cinza algumas regiões. Qual é a área das partes do quadrado que não foram pintadas de cinza?

- (A) $\frac{2}{\pi}$ (B) 8 (C) $6 + \pi$ (D) $\frac{3}{\pi} - 2$ (E) $\frac{3}{\pi}$



15. Num certo dia, 40 ônibus viajaram cada um entre exatamente duas das cidades M , N , O , P e Q , de modo que 10 ônibus entraram ou saíram de M , 10 ônibus entraram ou saíram de N , 10 ônibus entraram ou saíram de O e 10 ônibus entraram ou saíram de P . Quantos ônibus entraram ou saíram da cidade Q ?

- (A) 0 (B) 10 (C) 20 (D) 30 (E) 40

16. Na Faculdade de Humanas, um aluno pode estudar Línguas, História e Filosofia. Neste ano, 35% dos alunos de Línguas se matricularam em Inglês e 13% de todos os matriculados na Faculdade matricularam-se numa língua diferente do Inglês. Nenhum estudante se matriculou em mais de uma língua. Qual foi a porcentagem dos estudantes da Faculdade que se matricularam em Línguas?

- (A) 13% (B) 20% (C) 22% (D) 48% (E) 65%



17. Calculando o valor da expressão $\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times (10^{2018} - 1)$, obtemos um número de quantos algarismos?

- (A) 2017 (B) 2018 (C) 4035 (D) 4036 (E) 4037

18. Quantos números de três algarismos são tais que apagando o algarismo do meio, o número restante de dois algarismos tem valor igual a um nono do número de três algarismos?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

19. Foram escritos 105 números para formar a sequência: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ... (cada número n é escrito exatamente n vezes). Quantos desses números são divisíveis por 3?

- (A) 4 (B) 12 (C) 21 (D) 30 (E) 45

20. Um polígono regular de 2018 vértices tem esses vértices numerados de 1 a 2018. São então desenhadas duas diagonais, uma que liga os vértices de números 18 e 1018 e outra que liga os vértices de números 1018 e 2000. Quantos vértices possuem os três polígonos resultantes?

- (A) 38, 983, 1001 (B) 37, 983, 1001 (C) 38, 982, 1001 (D) 37, 982, 1000 (E) 37, 983, 1002

Problemas de 5 pontos

21. Vários números inteiros foram escritos no quadro-negro, incluindo o número 2018. A soma de todos esses números é 2018 e o produto deles é também 2018. Qual dos números a seguir poderia ser o número de inteiros escritos no quadro-negro?

- (A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

22. São dados quatro números inteiros positivos. Escolhendo três deles, podemos calcular sua média aritmética e somar o quarto número. Fazendo isso de todas as quatro maneiras possíveis, obtemos os resultados 17, 21, 23 e 29. Qual é o maior dentre os quatro números dados?

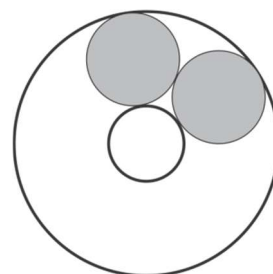
- (A) 12 (B) 15 (C) 21 (D) 24 (E) 29

23. Os pontos A_0, A_1, A_2, \dots estão sobre uma reta de modo que $A_0A_1 = 1$ e o ponto A_n é o ponto médio do segmento $A_{n+1}A_{n+2}$ para todo inteiro não negativo n . Qual é o comprimento do segmento A_0A_{11} ?

- (A) 171 (B) 341 (C) 512 (D) 587 (E) 683

24. No interior de uma coroa circular, podemos desenhar n círculos sem sobreposição e tangentes às duas circunferências concêntricas. No exemplo ao lado, temos $n = 2$. Numa coroa circular cujas circunferências têm raios 1 e 9, respectivamente, qual é o maior valor possível de n ?

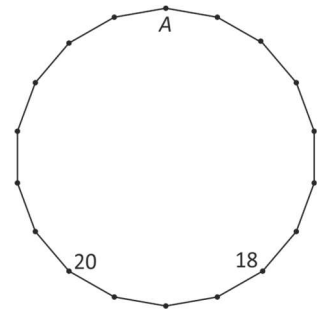
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5





25. Júlia quer escrever um número em cada vértice de um polígono regular de 18 lados de forma que cada um deles seja a soma dos números escritos nos vértices adjacentes. Ela já escreveu dois números, conforme a figura. Qual número ela deverá escrever no vértice A?

- (A) -38 (B) -20 (C) 18 (D) 38 (E) 2018




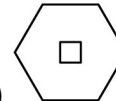



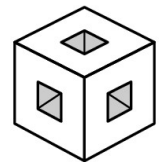
26. Paulo desenhou um tabuleiro retangular 3×4 e pintou algumas das suas 12 casas de preto. Depois escreveu nas casas em branco o número de casas pretas vizinhas, como na figura. Paulo quer fazer o mesmo com um tabuleiro 2×1009 , de 2018 casas, de modo a obter a maior soma possível dos números que forem escritos nas casas em branco. Qual é essa soma?

- (A) 1262 (B) 2016 (C) 2018 (D) 3025 (E) 3027

1	■	2	1
0	3	■	■
1	■	2	1

27. Sete cubos unitários foram retirados de um cubo de lado 3, conforme figura. Em seguida, o cubo foi cortado por um plano passando pelo centro do cubo e perpendicular a uma de suas quatro diagonais internas. Qual é o aspecto dessa secção?

- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 



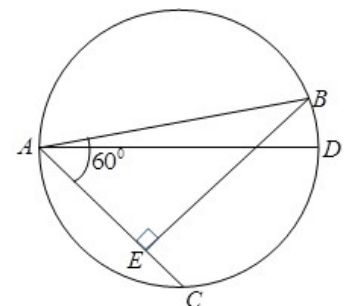
28. As casas de um tabuleiro 2×3 podem ser numeradas de 1 a 6 de modo que a soma dos números de cada linha e cada coluna seja um número divisível por 3. De quantas maneiras diferentes isso pode ser feito?

- (A) 18 (B) 36 (C) 42 (D) 45 (E) 48

29. Ed montou um cubo colando vários cubinhos iguais e depois pintou algumas faces desse cubo grande. Entretanto, sua irmã derrubou o cubo, que se quebrou descolando todos os cubinhos. Ela contou 45 cubinhos que não tinham nenhuma face pintada. Quantas faces do cubo grande Ed tinha pintado?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. Duas cordas AB e AC foram desenhadas na circunferência de diâmetro AD . Sendo $\overline{BE} \perp \overline{AC}$, $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$, $AB = 24$ e $EC = 3$, qual é o comprimento da corda BD ?

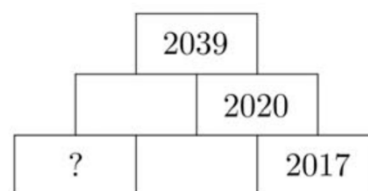


- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) $2\sqrt{3}$ (E) $3\sqrt{2}$

Canguru de Matemática Brasil - 2017 - Prova Nível J

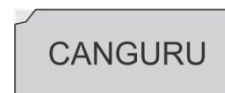
Problemas de 3 pontos

1. No diagrama, cada número é a soma dos dois números debaixo dele. Qual é o número que deve ser escrito na casa com o ponto de interrogação?



- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19

2. Pedro escreveu a palavra CANGURU numa peça de vidro transparente. O que ele irá ver se virar o vidro do outro lado e então rodar a peça de 180°?



(A)



(B)



(C)

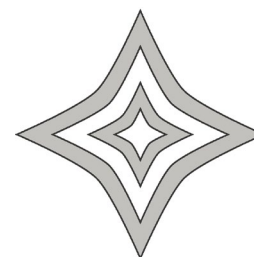


(D)



(E)

3. Ângela fez uma peça decorativa sobrepondo asteroides (figuras que parecem estrelas) cinzentas e brancas. As áreas dos asteroides são 1 cm^2 , 4 cm^2 , 9 cm^2 e 16 cm^2 . Qual é a área total das regiões cinzentas visíveis na figura que representa a peça criada por Ângela?



- (A) 9 cm^2 (B) 10 cm^2 (C) 11 cm^2 (D) 12 cm^2 (E) 13 cm^2

4. Maria tem 24 reais para dar aos seus quatro filhos. Um deles não tem nada e os outros três têm 12 reais cada um. Quanto reais ela deve dar para cada um desses três filhos, de modo que, ao fim da doação, todos os quatro filhos tenham quantias iguais?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5. Qual das figuras a seguir representa o caminho que o centro da roda faz enquanto a roda rola ao longo do percurso em zigue-zague?



(A)



(B)



(C)



(D)

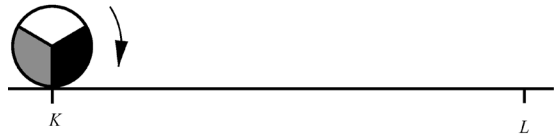


(E)

6. Algumas garotas estavam dançando em roda. Antonia era a quinta à esquerda de Bianca e a oitava à direita de Bianca. Quantas garotas havia na roda?

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

7. O círculo de raio 1 rola sem escorregar sobre uma reta, do ponto K ao ponto L , sendo $KL = \frac{11}{\pi}$, conforme mostrado na figura. Como aparecerá o círculo no final do percurso em L ?



- (A) (B) (C) (D) (E)

8. Marcos joga xadrez. Nesta temporada ele jogou 15 vezes, das quais venceu nove. Ele ainda tem mais cinco partidas para jogar. Qual será seu índice percentual de sucesso se ele vencer todas essas cinco partidas?

- (A) 60 % (B) 65 % (C) 70 % (D) 75 % (E) 80 %

9. Um oitavo dos convidados de um casamento eram crianças. Três sétimos dos adultos convidados eram homens. Que fração dos convidados eram mulheres adultas?

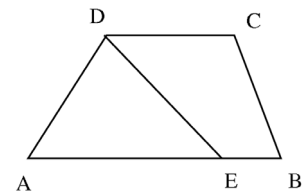
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{3}{7}$

10. A professora levou para a sala uma caixa contendo 203 fichas vermelhas, 117 fichas brancas e 28 azuis. Ela vai pedir para os alunos irem até a caixa e, sem olhar, tirar uma ficha. No máximo, quantos estudantes terão que tirar fichas até que três fichas de mesma cor sejam obtidas?

- (A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 28 (E) 203

Problemas de 4 pontos

11. No quadrilátero $ABCD$, \overline{AB} e \overline{CD} são paralelos, sendo $AB = 50$ e $CD = 20$. Sendo E um ponto sobre \overline{AB} tal que o segmento \overline{DE} divide o quadrilátero em duas partes de mesma área, qual é o comprimento AE ?



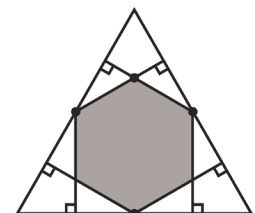
- (A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 40 (E) 45

12. Quantos números naturais A possuem a propriedade de que somente um dos números A e $A + 20$ possui exatamente quatro algarismos?

- (A) 19 (B) 20 (C) 38 (D) 39 (E) 40

13. Seis perpendiculares foram desenhadas a partir dos pontos médios dos lados de um triângulo equilátero, conforme mostrado na figura. Que fração da área do triângulo é a área do hexágono cinzento delimitado por essas perpendiculares?

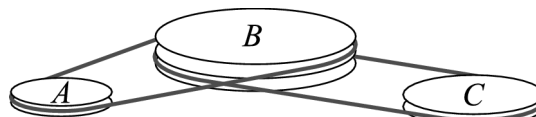
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$



14. A soma dos quadrados de três números inteiros positivos consecutivos é 770. Qual é o maior desses números?

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19

15. Um conjunto de polias consiste nas rodas A , B e C , em que as correias giram sem escorregar. Enquanto B dá quatro voltas completas, a roda A dá cinco voltas completas e enquanto B dá seis voltas completas, a roda C dá sete voltas completas. Se o comprimento da circunferência C é 30 cm, qual é o comprimento da circunferência A ?



- (A) 27 cm (B) 28 cm (C) 29 cm (D) 30 cm (E) 31 cm

16. Pedro quer montar um programa de corridas para os próximos meses. Toda semana ele pretende correr três vezes por semana, nos mesmos dias da semana e em dias não consecutivos. Quantos programas diferentes ele pode montar?

- (A) 6 (B) 7 (C) 9 (D) 10 (E) 35

17. Quatro irmãos têm diferentes alturas. Tobias é mais baixo do que Vítor pela mesma distância que é mais alto do que Pedro. Oscar é mais baixo que Pedro pela mesma distância. Tobias tem 184 cm de altura e a média das alturas dos quatro irmãos é 178 cm. Qual é a altura de Oscar, em centímetros?

- (A) 160 (B) 166 (C) 172 (D) 184 (E) 190

18. Durante nossas férias, choveu sete vezes. Se choveu de manhã, então fez sol à tarde. Se choveu à tarde, então de manhã fez sol. Houve cinco manhãs ensolaradas e seis tardes ensolaradas. Nossas férias duraram quantos dias?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

19. Júlia quer escrever um número inteiro em cada uma das casas do tabuleiro 3×3 ao lado de modo que as somas dos números escritos em cada um dos tabuleiros 2×2 contidos no tabuleiro maior sejam iguais. Ela já escreveu alguns números, conforme mostrado na figura. Qual número ela deverá escrever na casa assinalada com o ponto de interrogação?

3		1
2		?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 5

20. Sete números naturais a_1, a_2, \dots, a_7 são escritos em sequência. A soma desses números é 2017 e dois números vizinhos quaisquer diferem por uma unidade. Quais desses números podem ser iguais a 286?

- (A) somente a_1 ou a_7 (B) somente a_2 ou a_6 (C) somente a_3 ou a_5 (D) somente a_4 (E) todos eles

Problemas de 5 pontos

21. Numa sala há quatro crianças com menos de 18 anos e com idades diferentes. Se o produto de suas idades é 882, qual é a soma dessas idades?

- (A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 31 (E) 33

22. Num dado cúbico especial, os números escritos nas faces são $-3, -2, -1, 0, 1, 2$. Se o dado for lançado duas vezes e os números obtidos forem multiplicados, qual é a probabilidade de que o produto seja negativo?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{11}{36}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{13}{36}$ (E) $\frac{1}{2}$

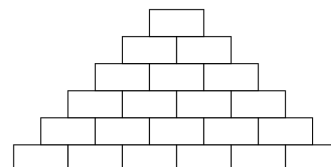
23. Repetindo um par de algarismos ab três vezes, escrevemos um número de seis algarismos. Este número é divisível por qual dos números a seguir?

- (A) 2 (B) 5 (C) 9 (D) 11 (E) 13

24. Joana quer fazer uma lista com todas as senhas de sete algarismos nas quais um mesmo dígito aparece tantas vezes quanto ele vale e os algarismos iguais sempre aparecem juntos. Por exemplo, 4444333 e 1666666 são senhas desse tipo. Quantas senhas possíveis ela poderia escrever?

- (A) 6 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 13

25. Paulo quer escrever um número natural em cada retângulo do diagrama ao lado de modo que cada número escrito seja igual à soma dos dois números que aparecem nos retângulos logo abaixo do retângulo em que foi escrito o número. No máximo, quantos números ímpares Paulo poderá escrever?



- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

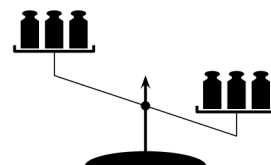
26. Lisa somou as medidas dos ângulos internos de um polígono convexo e obteve corretamente 2017° . O problema é que ela esqueceu um dos ângulos. Qual é a medida do ângulo que ela esqueceu?

- (A) 37° (B) 53° (C) 97° (D) 127° (E) 143°

27. Trinta dançarinos formaram uma roda e ficaram olhando para o centro da mesma. Após o comando "Esquerda!", alguns deles olharam para a esquerda e outros para a direita e os dez dançarinos que ficaram de frente um para o outro disseram: "Alô!". Então foi dado o comando "Roda!" e todos os dançarinos fizeram meia-volta. Novamente, os que ficaram de frente um para o outro disseram "Alô!". Quantos disseram "Alô!" desta vez?

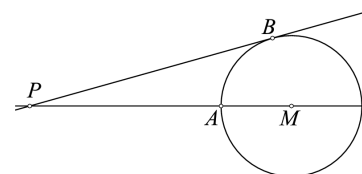
- (A) 8 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 24

28. Três pesos foram postos em cada prato de uma balança e o resultado está na figura ao lado. As massas desses pesos são de 101, 102, 103, 104, 105 e 106 gramas. Qual é a probabilidade de que o peso de 106 gramas esteja no prato mais baixo?



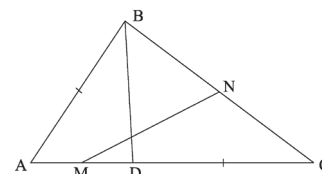
- (A) 75% (B) 80% (C) 90% (D) 95% (E) 100%

29. A e B são pontos da circunferência de centro M e a reta PB é tangente à circunferência em B . As distâncias PA e BM são números inteiros tais que $PB = PA + 6$. Quantos valores são possíveis para a distância BM ?



- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

30. No triângulo ABC , escolhemos o ponto D sobre o lado AC tal que $CD = AB$. Os pontos M e N são os pontos médios dos segmentos AD e BC , respectivamente. Se $m(\widehat{NMC}) = \alpha$, quanto vale $m(\widehat{BAC})$?



- (A) 2α (B) $90^\circ - \alpha$ (C) $45^\circ + \alpha$ (D) $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ (E) 60°

Este material é protegido pela Lei de Direitos Autorais conforme expresso na Lei nº 9610 de 19 de fevereiro de 1998. É vedado o uso comercial deste texto e sua reprodução, no todo ou em parte, sem a autorização expressa do Conselho do Kangourou Sans Frontières (KSF).

Canguru de Matemática Brasil – 2016 – Nível J

Problemas de 3 pontos

1. A média aritmética de quatro números é 9. Se três desses números são 5, 9 e 12, qual é o quarto número?

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 36

2. Qual dos números a seguir é o mais próximo do resultado de $\frac{17 \times 0,3 \times 20,16}{999}$?

- (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

3. Numa prova de 30 testes, Rute teve 50% de respostas corretas a mais do que de respostas erradas. Cada resposta era certa ou errada e Rute respondeu a todas as questões. Quantas respostas corretas ela deu?

- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

4. No sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, quatro dos pontos a seguir são vértices do mesmo quadrado. Qual dos pontos não é vértice desse quadrado?

- (A) $(-1;3)$ (B) $(0;-4)$ (C) $(-2;-1)$ (D) $(1;1)$ (E) $(3;-2)$

5. Dividindo-se o inteiro positivo x por 6, obtém-se resto 3. Qual é o resto da divisão de $3x$ por 6?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

6. Quantas semanas equivalem a 2016 horas?

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

7. O pequeno Lucas inventou seu próprio meio de representar números negativos antes de aprender a usar o sinal de menos. Contando de trás para a frente, ele escreve: ..., 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, Dessa forma, se ele calcular a soma $000 + 0000$, que número ele escreverá com sua notação?

- (A) 1 (B) 00000 (C) 000000 (D) 0000000 (E) 00000000

8. As faces de um dado são numeradas de 1 a 6, de modo que a soma dos números em faces opostas é a mesma. Os numerais ímpares 1, 3 e 5 são transformados nos ímpares $-1, -3$ e -5 , com o acréscimo do sinal de menos. Se lançarmos dois dados iguais a esse, qual dos números a seguir não pode ser a soma dos dois resultados?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

9. Pelo menos quantas vezes duas letras vizinhas devem trocar de posição de forma a transformar a palavra VELA na palavra LAVE?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. Sérgio escreveu cinco inteiros positivos distintos de um algarismo no quadro-negro. Ele percebeu, então, que nenhuma soma de dois quaisquer desses números é igual a 10. Qual dos números a seguir está necessariamente entre aqueles que Sérgio escreveu no quadro-negro?

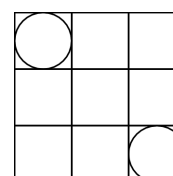
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Problemas de 4 pontos

11. Qual dos números reais a , b , c ou d é o maior, se $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) impossível determinar

12. No quadriculado 3×3 ao lado, composto de 9 quadrados de lado 1, duas circunferências estão inscritas em dois quadrados. Qual é a distância entre as duas circunferências?



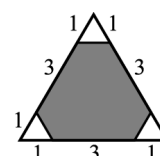
- (A) $2\sqrt{2} - 1$ (B) 2 (C) $\sqrt{2} + 1$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) 3

13. Num torneio de tênis em que sai fora quem perde uma partida, seis dos resultados das quartas de final, semifinal e final foram, não necessariamente nesta ordem, os seguintes: B venceu A, C venceu D, G venceu H, G venceu C, C venceu B e E venceu F. Qual resultado está faltando?

- (A) G venceu B (B) C venceu A (C) E venceu C (D) B venceu H (E) G venceu E

14. Na figura, que percentual da área do triângulo está escurecida?

- (A) 80% (B) 85% (C) 88% (D) 90% (E) impossível determinar

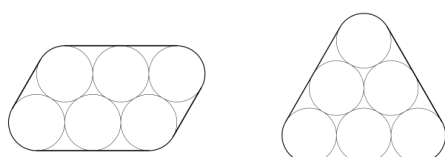


15. No quadrado mágico ao lado, o produto dos números nas linhas, colunas e diagonais é sempre o mesmo. Gil quer preencher o quadrado com os números 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 e 100 e já escreveu dois desses números. Qual número deverá ser escrito na casa com o sinal de interrogação?

20	1	
		?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 10 (E) 25

16. José quer juntar seis tubos cilíndricos de diâmetro 2 cm cada um com uma fita elástica. Ele considerou apenas as duas opções abaixo:



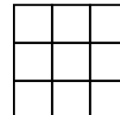
O que podemos afirmar sobre as duas fitas enquanto estão envolvendo os cilindros?

- (A) A da figura à esquerda é π cm mais curta. (B) A da figura à esquerda é 4 cm mais curta.
 (C) A da figura à direita é π cm mais curta. (D) A da figura à direita é 4 cm mais curta.
 (E) As duas têm o mesmo comprimento.

17. Em oito cartões foram escritos exatamente um dos números 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 e colocados numa caixa. Eva tirou alguns desses cartões sem olhar e Alice ficou com o resto dos cartões. Ambas somaram os números de seus cartões, verificando que a soma de Eva era a de Alice mais 31. Quantos cartões tirou Eva?

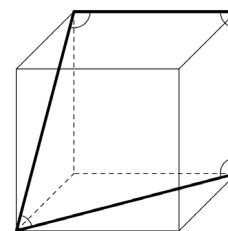
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Pedro quer pintar as casas de um tabuleiro 3×3 de modo que cada uma das linhas, colunas e diagonais tenham as três casas com três cores diferentes. Qual é o menor número de cores que Pedro terá que usar?



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

19. Qual é a soma das medidas dos quatro ângulos marcados no interior do cubo na figura?



- (A) 315° (B) 330° (C) 345° (D) 360° (E) 375°

20. Numa ilha há 2016 cangurus, cada um deles de cor cinza ou vermelha, havendo pelo menos um de cada cor. Cada um deles tem um número K diferente ($K = 1, 2, \dots, 2016$). Para cada canguru de número K , calculamos o valor da fração cujo numerador é o número de cangurus de cor diferente da cor desse canguru e cujo denominador é o número de cangurus da mesma cor dele, ele incluído. Qual é a soma de todas as 2016 frações assim obtidas?

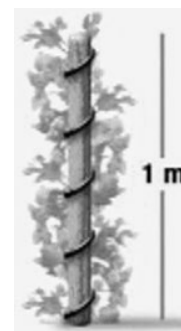
- (A) 2016 (B) 1344 (C) 1008 (D) 672 (E) 1

Problemas de 5 pontos

21. No planeta dos cangurus cada mês tem 40 dias, numerados de 1 a 40. Todo dia cujo número é divisível por 6 é feriado e todo dia cujo número é primo também é feriado. Quantas vezes por mês um dia de trabalho cai entre dois feriados consecutivos?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

22. Uma trepadeira se enrosca girando exatamente 5 vezes ao redor de uma estaca de 1 metro de altura e 15 cm de circunferência, como mostrado na figura. Ela mantém seu crescimento em altura de forma constante. Qual é o comprimento da planta, neste momento?

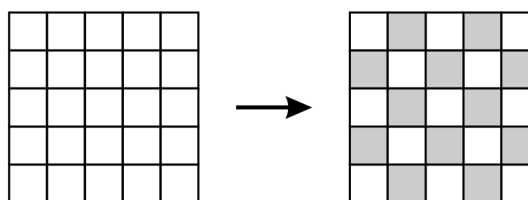


- (A) 0,75 m (B) 1,0 m (C) 1,25 m (D) 1,5 m (E) 1,75 m

23. Qual é o maior resto possível da divisão de um número de dois algarismos pela soma dos seus algarismos?

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

24. As casas de um tabuleiro 5×5 podem ser de cor branca ou cinzenta. Um movimento produz a mudança de cor de duas casas vizinhas (casas com um lado comum), ou seja, as casas brancas se tornam cinzentas e as casas cinzentas se tornam brancas. Partindo do tabuleiro com todas as casas brancas, pelo menos quantos movimentos serão necessários para termos o tabuleiro colorido da forma mostrada na figura, à direita?



- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

25. Um barco a motor leva 4 horas para viajar rio abaixo do ponto X ao ponto Y . Para retornar rio acima de Y para X , o barco leva 6 horas, usando a mesma velocidade do motor. Quantas horas levaria um tronco de árvore para ir do ponto X ao ponto Y , carregado livremente pela corrente?

- (A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 20 (E) 24

26. Duas alturas de um triângulo medem, respectivamente, 10 e de 11 cm. Qual das medidas a seguir não pode ser a medida da terceira altura desse triângulo?

- (A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm (D) 10 cm (E) 100 cm

27. Jacó escreveu quatro números inteiros positivos consecutivos. Em seguida, calculou as quatro somas que se pode obter adicionando três desses números. Nenhuma dessas somas era um número primo. Qual dos números a seguir pode ser o menor número que Jacó escreveu?

- (A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 10 (E) 12

28. Quatro jogadores ou jogadoras, um de cada modalidade: vôlei, futebol, tênis e basquete, foram jantar juntos e sentaram-se ao redor de uma mesa circular. A pessoa que joga vôlei sentou-se à esquerda de Andreia. A pessoa que joga futebol sentou-se de frente para Bento. Eva e Felipe sentaram-se um ao lado do outro. Uma mulher sentou-se à esquerda da pessoa que joga tênis. Qual é o esporte praticado por Eva?

- (A) Vôlei. (B) Futebol. (C) Tênis. (D) Basquete.
(E) Impossível saber com as informações dadas.

29. As datas podem ser escritas na forma DD.MM.AAAA. Por exemplo, o dia de hoje é 17.03.2016. Uma data é dita *surpreendente* se todos os seus oito algarismos são diferentes. Em que mês irá ocorrer a próxima data surpreendente?

- (A) Março. (B) Junho. (C) Julho. (D) Agosto. (E) Dezembro.

30. Numa conferência, cada participante recebeu um cartão com um registro, de P1 a P2016. Cada participante de registros P1 a P2015 cumprimentou um número de participantes igual ao número que estava no seu registro. Por exemplo, P5 cumprimentou 5 pessoas. Quantos cumprimentos fez a pessoa com o registro P2016?

- (A) 1 (B) 504 (C) 672 (D) 1008 (E) 2015

Canguru de Matemática Brasil – 2015 – Nível J

Problemas de 3 pontos

1. Qual dos números a seguir é o mais próximo de $20,15 \times 51,02$?

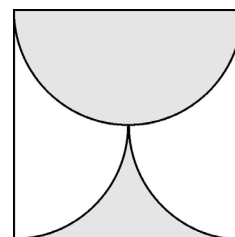
- (A) 100 (B) 1000 (C) 10000 (D) 100000 (E) 1000000

2. Dona Teresa pendurou várias camisetas para secar no varal. Depois ela pediu para Joãozinho pendurar uma meia, não um par, nos espaços entre as camisetas. No total ficaram para secar 29 peças de roupa. Quantas camisetas estão no varal?

- (A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 15

3. No quadrado de lado ℓ , na figura, a parte cinza é limitada por um semicírculo, dois arcos de circunferência e os lados do quadrado. Qual é a área da região cinza?

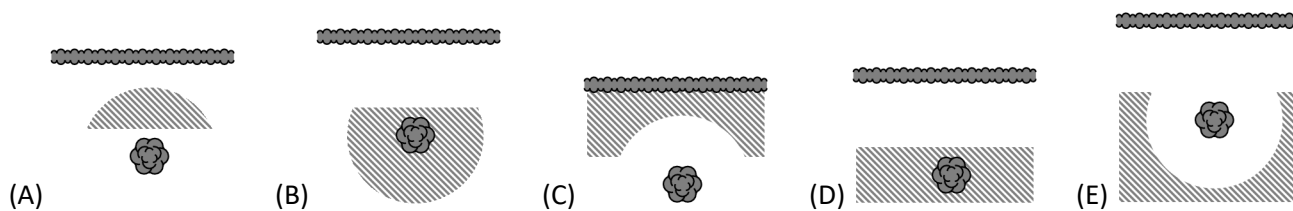
- (A) $\frac{\pi \ell^2}{8}$ (B) $\frac{\ell^2}{2}$ (C) $\frac{\pi \ell^2}{2}$ (D) $\frac{\ell^2}{4}$ (E) $\frac{\pi \ell^2}{4}$



4. Três irmãs, Ana, Bete e Cíntia, compraram uma lata com 30 biscoitos, ficando cada uma com 10 biscoitos. Ana pagou 8 reais, Bete pagou 5 reais e Cíntia pagou 2 reais. Se elas tivessem repartido os biscoitos proporcionalmente ao que cada uma pagou, quantos biscoitos a mais Ana teria recebido?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

5. O senhor Esconde lembrou-se de um tesouro que enterrou em seu jardim há muito tempo. Mas ele conseguiu recordar apenas que o tesouro estava a cinco metros ou mais da cerca e no máximo a cinco metros do tronco do pé de goiaba. Qual dos esquemas abaixo indica a região em que ele deve procurar, para recuperar seu tesouro?



6. Qual é o algarismo das unidades do número $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

7. Um professor perguntou aos seus 33 alunos, quais as aulas de que mais gostavam. Somente Informática e Educação Física foram mencionadas. Três crianças mencionaram as duas aulas e o número de crianças que mencionaram somente Informática foi o dobro do número de crianças que mencionaram somente Educação Física. Quantas crianças mencionaram Informática?

- (A) 15 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 23

8. Qual dos números a seguir não é quadrado nem cubo de um número inteiro?

- (A) 6^{13} (B) 5^{12} (C) 4^{11} (D) 3^{10} (E) 2^9

9. Dona Cândida comprou 100 velas. Ela queima uma vela todo dia e fabrica uma vela igual com o resto de cera de cada sete velas usadas. Depois de quantos dias ela terá que comprar velas novamente?

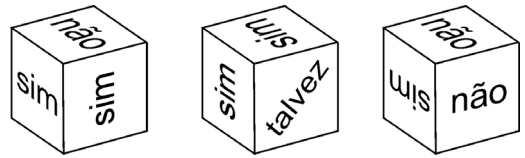
- (A) 102 (B) 112 (C) 114 (D) 115 (E) 116

10. Um pentágono convexo tem n ângulos internos retos. Qual é a lista de possíveis valores de n ?

- (A) 1, 2, 3 (B) 0, 1, 2, 3, 4 (C) 0, 1, 2, 3 (D) 0, 1, 2 (E) 1, 2

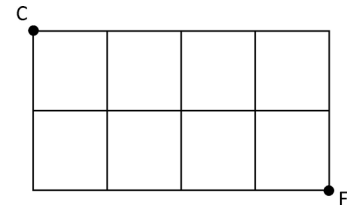
Problemas de 4 pontos

11. Sílvia tem um dado que a ajuda a tomar decisões, mostrado em três diferentes posições na figura ao lado. Ele tem as palavras **sim**, **não** e **talvez** escritas em suas faces. Qual é a probabilidade de sair **sim** quando o dado for lançado?



- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{5}{6}$

12. O quadriculado 4 x 2 ao lado é constituído por quadradinhos de lado 1. Qual é a menor distância que uma formiguinha pode andar do ponto C ao ponto F, se ela só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos quadradinhos?



- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (C) $2 + 2\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$ (E) 6

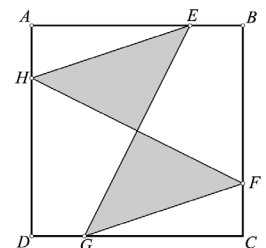
13. Todo habitante do planeta Ligadão tem pelo menos duas orelhas. Três desses habitantes, It, Ix e Iz, encontraram-se numa cratera. It diz: “Eu vejo oito orelhas”. Ix diz: “E eu vejo sete”. Iz então diz: “Estranho, só consigo ver cinco orelhas”. Quantas orelhas tem Iz?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. José quer colocar água numa cuba, na forma de um prisma retangular de base quadrada de lado 10 cm, até uma altura h . Um cubo de metal de lado 2 cm será colocado na cuba. Qual é o menor valor possível de h para o qual o cubo de metal fica totalmente submerso?

- (A) 1,92 cm (B) 1,93 cm (C) 1,90 cm (D) 1,91 cm (E) 1,94 cm

15. O quadrado $ABCD$ da figura tem área 80. Os pontos E, F, G e H estão sobre os lados do quadrado e $AE = BF = CG = DH$. Se $AE = 3EB$, qual é a área da região cinza?

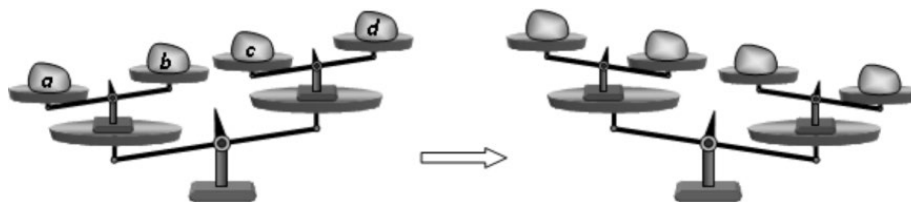


- (A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) 40

16. Pai e filho fazem aniversário hoje e o produto de suas idades é 2015. Qual é a diferença entre suas idades?

- (A) 26 (B) 29 (C) 31 (D) 34 (E) 36

17. Quatro pesos a , b , c , d são colocados nos pratos de uma balança, conforme figura. Dois dos pesos são trocados de posição, resultando numa outra posição para os pratos. Quais pesos trocaram de posição?



- (A) a e b (B) b e d (C) b e c (D) a e d (E) a e c

18. Se as duas raízes da equação $x^2 - 85x + c = 0$ são números primos, qual é o valor da soma dos algarismos de c ?

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 21

19. Quantos números inteiros positivos de três algarismos são tais que a diferença de dois quaisquer de seus algarismos vizinhos é igual a 3?

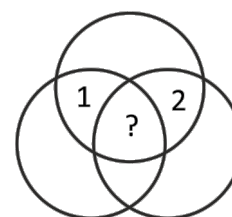
- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 20 (E) 27

20. Qual dos números abaixo mostra que a sentença “Se n é primo então exatamente um dos números $n-2$ ou $n+2$ é primo” é falsa?

- (A) $n = 11$ (B) $n = 9$ (C) $n = 21$ (D) $n = 29$ (E) $n = 37$

Problemas de 5 pontos

21. A figura mostra sete regiões limitadas por três circunferências. Foram escritos sete números, um em cada região, de modo que cada um deles é igual à soma dos números escritos nas regiões vizinhas. Duas regiões são vizinhas quando seus limites têm mais de um ponto comum. Dois desses números aparecem na figura. Qual número está escrito na região central, indicada pelo ponto de interrogação?



- (A) 0 (B) -3 (C) 3 (D) -6 (E) 6

22. Paula tem cinco livros diferentes, três dicionários e dois romances, em uma prateleira de sua estante. De quantas maneiras diferentes ela pode arrumar esses livros, de forma que os dicionários fiquem juntos e os romances fiquem juntos?

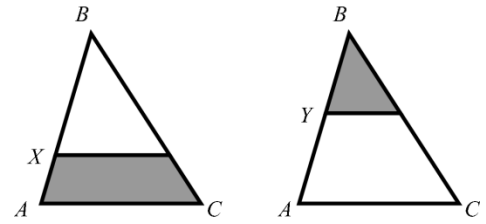
- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 60 (E) 120

23. Quantos números de dois algarismos podem ser escritos como a soma de exatamente seis diferentes potências de 2, incluindo 2^0 ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

24. No triângulo ABC , podemos traçar as paralelas à base AC , pelos pontos X e Y , tal que as áreas das regiões cinzas sejam iguais. Se a razão $BX : XA$ é igual a $4 : 1$ então qual é a razão $BY : YA$?

- (A) 1:1 (B) 2:1 (C) 3:1 (D) 3:2 (E) 4:3



25. Num triângulo retângulo, a bissetriz de um dos ângulos agudos divide o lado oposto nos segmentos de comprimento 1 e 2. Qual é o comprimento da bissetriz?

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

26. Representamos por \overline{ab} o número cujos algarismos são a e b , sendo a diferente de zero. De quantas maneiras você pode escolher os algarismos distintos a, b, c de forma que $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?

- (A) 84 (B) 96 (C) 125 (D) 201 (E) 502

27. Marcos escreveu no quadro-negro os números naturais de 1 a n . Em seguida, apagou um desses números e obteve 4,75 para média aritmética dos números restantes. Qual foi o número apagado?

- (A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) impossível achar

28. Uma formiguinha parte do vértice de um cubo de aresta 1 cm para percorrer todas as arestas e voltar ao ponto de partida, andando o mínimo possível. Quanto irá andar?

- (A) 12 cm (B) 14 cm (C) 15 cm (D) 16 cm (E) 20 cm

29. Marcos escreveu dez números diferentes no quadro-negro. Depois, pediu para Márcia sublinhar todos os números da lista que fossem iguais ao produto de todos os outros nove números. No máximo, quantos números Márcia conseguirá sublinhar?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 9 (E) 10

30. Vários pontos foram marcados numa reta e se consideram todos os segmentos que têm dois desses pontos como extremidades. Um dos pontos marcados pertence ao **interior** de 80 desses segmentos e outro ponto pertence ao **interior** de 90 desses segmentos. Quantos pontos foram marcados na reta?

- (A) 20 (B) 22 (C) 36 (D) 85 (E) 2015

Canguru Brasil 2014 – Nível J

3 pontos

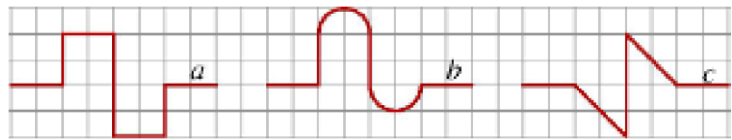
1. Em todos os anos, o concurso Canguru é realizado na terceira quinta-feira do mês de março. Qual é a possível data mais adiantada para o concurso?

- (A) 14 de março (B) 15 de março (C) 20 de março (D) 21 de março (E) 22 de março

2. O navio MSC Fabíola detém o recorde de ser o maior cargueiro a entrar na Baía de São Francisco. Sua capacidade é de 12 500 contêineres, que, enfileirados, cobrem uma distância de aproximadamente 75 km. Qual é o comprimento aproximado de um contêiner?

- (A) 6 m (B) 16 m (C) 60 m (D) 160 m (E) 600 m

3. Na figura ao lado, as letras a , b e c representam os comprimentos das linhas. Qual das desigualdades a seguir é verdadeira?



- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$ (E) $c < b < a$

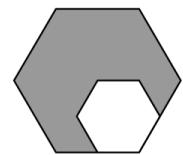
4. Na reta numérica, qual é a fração que fica à mesma distância das frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$?

- (A) $\frac{11}{15}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{6}{15}$ (E) $\frac{5}{8}$

5. No número do ano 2014, o último algarismo é maior do que a soma dos outros três algarismos. Antes de 2014, há quantos anos isto aconteceu pela última vez?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

6. Na figura, o lado do hexágono maior é o dobro do lado do hexágono menor, que tem 4 cm^2 de área. Qual é a área do hexágono maior, em cm^2 ?



- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

7. Qual é a negação da sentença: “Todos resolveram mais do que 20 problemas.”?

- (A) Ninguém resolveu mais do que 20 problemas.
(B) Alguém resolveu menos do que 21 problemas.
(C) Todos resolveram menos do que 21 problemas.
(D) Alguém resolveu exatamente 20 problemas.
(E) Alguém resolveu mais do que 20 problemas.

8. No sistema de coordenadas cartesianas, foi desenhado um quadrado possuindo uma diagonal com vértices $(-1;0)$ e $(5;0)$. Qual dos pontos a seguir é um dos outros dois vértices desse quadrado?

- (A) $(2;0)$ (B) $(2;3)$ (C) $(2;-6)$ (D) $(3;5)$ (E) $(3;-1)$

9. Numa cidade, a razão entre o número de homens adultos e o de mulheres adultas é 2:3 e a razão entre o número de mulheres adultas e o de crianças é 8:1. Qual é a razão entre o número de adultos (homens e mulheres) e o de crianças?

- (A) 5:1 (B) 10:3 (C) 13:1 (D) 12:1 (E) 40:3

10. O perímetro da roda maior de uma bicicleta é 4,2 metros e o perímetro da menor é 0,9 metro. Num certo momento, as duas válvulas dos pneus estão em seu ponto mais baixo e a bicicleta caminha para a esquerda. Depois de quantos metros as duas válvulas estarão novamente em sua posição mais baixa?



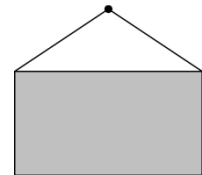
- (A) 4,2 (B) 6,3 (C) 12,6 (D) 25,2 (E) 37,8

4 pontos

11. Neste ano, a soma das idades de uma avó, sua filha e sua neta é igual a 100. A idade de cada uma delas é uma potência de dois. Em que ano nasceu a neta?

- (A) 1998 (B) 2006 (C) 2010 (D) 2012 (E) 2013

12. Paulo pendurou alguns quadros na parede. Para cada quadro ele usou um fio de dois metros, preso pelas pontas nos cantos superiores e um prego fixado a dois metros e meio do chão. Dentre os quadros de dimensões (comprimento x largura) dadas em centímetros, a seguir, qual está mais próximo do chão?

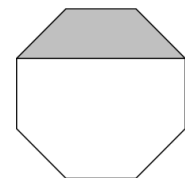


- (A) 120×90 (B) 120×50 (C) 60×40 (D) 160×60 (E) 160×100

13. Seis amigas dividem um apartamento com dois banheiros, que elas usam todas as manhãs a partir das 7 horas. Cada banheiro é usado apenas por uma garota de cada vez e os tempos que elas levam usando um banheiro são de 9, 11, 13, 18, 22 e 23 minutos, respectivamente. Se elas quiserem terminar de usar os banheiros o mais rapidamente possível, a que horas isto deve acontecer?

- (A) 7h 48min (B) 7h 49min (C) 7h 50min (D) 7h 51min (E) 8h 03min

14. O contorno da figura ao lado é um octógono regular. A região limitada por alguns lados e uma diagonal, em cinza, tem 3 cm² de área. Qual é a área de toda a região octogonal, em cm²?



- (A) $8+4\sqrt{2}$ (B) 9 (C) $8\sqrt{2}$ (D) 12 (E) 14

15. Um tipo especial de jacaré tem sua cauda com comprimento igual a um terço do seu comprimento total. Sua cabeça tem 93 cm de comprimento, correspondente a um quarto do comprimento total, descontada a cauda. Qual é o comprimento total do jacaré, em centímetros?

- (A) 186 (B) 372 (C) 490 (D) 496 (E) 558

16. Num dado diferente, os números em algumas faces podem ser vistos na figura. Os números das faces não visíveis são todos primos. Sabendo que as somas dos números em faces opostas são iguais, qual é o número da face oposta à face com o número 14?



- (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 19 (E) 23

17. Ana andou 8 km com velocidade constante de 4 km/h e passou a correr com velocidade constante de 8 km/h. Quanto tempo ela correu com esta velocidade até que a sua velocidade média no percurso atingiu 5 km/h ?

- (A) 15 min (B) 20 min (C) 30 min (D) 35 min (E) 40 min

18. Um jogador de xadrez jogou 40 partidas e conquistou 25 pontos, sendo que a vitória vale um ponto, o empate vale meio ponto e a derrota vale zero ponto. Quantas vitórias a mais do que derrotas ele conseguiu?

- (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 15

19. As amigas Jane, Daniela e Ana querem comprar chapéus iguais. Entretanto, falta dinheiro para Jane no valor de um terço do preço do chapéu, para Daniela falta um quarto e para Ana falta um quinto. Quando os chapéus ficaram R\$9,40 reais mais baratos cada um, as amigas, juntando o dinheiro que tinham, puderam comprá-los, sem sobrar nem faltar dinheiro. Quanto custava cada chapéu antes do desconto?

- (A) R\$ 12,00 (B) R\$ 16,00 (C) R\$ 28,00 (D) R\$ 36,00 (E) R\$ 112,00

20. Sejam p, q, r números inteiros positivos tais que $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$. Qual é o valor de pqr ?

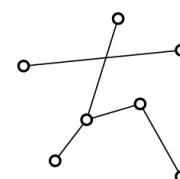
- (A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 36 (E) 42

5 pontos

21. Na igualdade $N \times \acute{U} \times (M + E + R + O) = 33$, cada letra representa um algarismo e diferentes letras representam diferentes algarismos. De quantas maneiras distintas podem ser escolhidos os valores dessas letras?

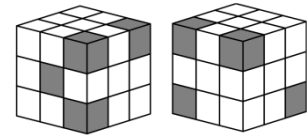
- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 48 (E) 60

22. Carina quer adicionar alguns segmentos na figura à direita, de modo que cada um dos sete pontos tenha o mesmo número de ligações com os demais. Pelo menos quantos segmentos ela deve traçar?



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) 10

23. A figura apresenta duas vistas diferentes do mesmo cubo, construído com 27 cubinhos, alguns cinza e outros brancos. No máximo, quantos são os cubinhos cinza?



- (A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

24. Numa ilha, os sapos são verdes ou azuis. O número de sapos azuis cresceu 60%, enquanto que o número de sapos verdes diminuiu 60%. Se a razão entre o número de sapos azuis e o número de sapos verdes é agora o inverso dessa razão antes da variação, qual é a porcentagem da variação do número total de sapos?

- (A) 0% (B) 20% (C) 30% (D) 40% (E) 50%

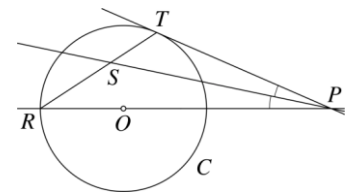
25. Tom quer escrever uma lista de vários números inteiros menores do que 100 e cujo produto não é divisível por 18. No máximo, quantos números poderão ser escritos?

- (A) 5 (B) 17 (C) 68 (D) 69 (E) 90

26. Três vértices de um cubo são também vértices de um triângulo. Quantos desses triângulos não possuem vértices pertencentes a uma mesma face do cubo?

- (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 40 (E) 48

27. Na figura, PT é tangente ao círculo C com centro O . Se PS é a bissetriz do ângulo $T\hat{P}R$, qual é a medida do ângulo $T\hat{S}P$?

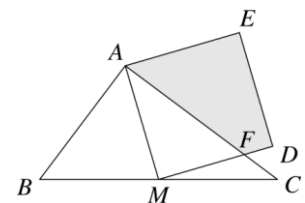


- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°
(E) Depende da posição do ponto P .

28. Maria fez uma lista, em ordem crescente, de todos os números de sete algarismos distintos que podem ser escritos com todos os algarismos de 1 a 7. Então, ela dividiu a lista exatamente no meio. Qual é o maior número da primeira metade da lista?

- (A) 1234567 (B) 3765421 (C) 4123567 (D) 4352617 (E) 4376521

29. Na figura, o triângulo ABC tem $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm e $BC = 10$ cm. Sendo M o ponto médio do lado BC , o lado MD do quadrado $AMDE$ encontra o lado AC no ponto F . Qual é a área do quadrilátero $AFDE$?



- (A) $\frac{125}{8}$ cm² (B) $\frac{126}{8}$ cm² (C) $\frac{127}{8}$ cm² (D) $\frac{128}{8}$ cm² (E) $\frac{129}{8}$ cm²

30. Há 2014 pessoas numa fila, sendo cada uma delas um mentiroso (nunca diz a verdade) ou um virtuoso (sempre diz a verdade). Cada uma delas afirma que há mais mentirosos depois dela do que virtuosos antes dela. Quantos mentirosos há na fila?

- (A) 0 (B) 1 (C) 1007 (D) 1008 (E) 2014