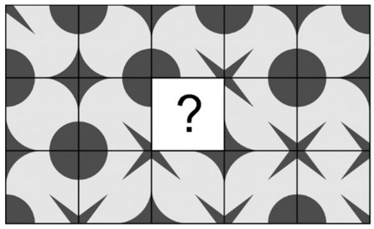
Canguru de Matemática Brasil – Prova Nível B – 2020 – Respostas

3 pontos

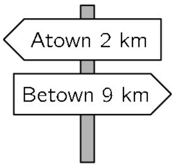
1. Qual das peças abaixo completa a figura ao lado?

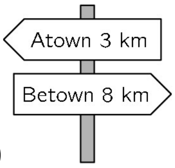


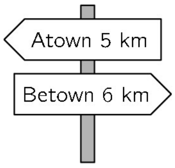
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

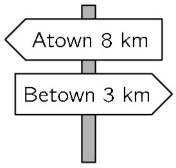
1. Resposta: alternativa E
A peça que falta tem um quarto de círculo, um arco e duas pontas de estrela.

2. Amira está caminhando de Atown para Betown e passa pelas cinco placas indicativas mostradas abaixo. Entretanto, uma das placas está errada. Qual delas?

(A) 

(B) 

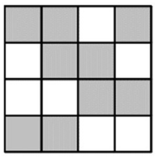
(C) 

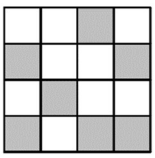
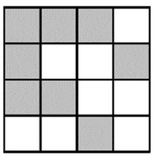
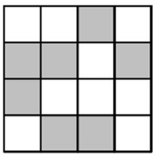
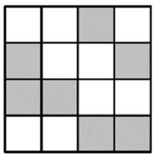
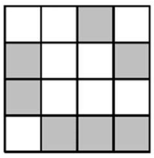
(D) 

(E) 

2. Resposta: alternativa E
A distância para Atown varia a mesma quantidade de quilômetros que a distância até Betown. Vemos que na última placa a distância até Atown aumentou 7 km mas a distância até Betown diminuiu somente 5 km.

3. O tabuleiro ao lado é formado por quadradinhos brancos e cinzas. Como esse tabuleiro irá aparecer se as cores de todos os quadradinhos forem invertidas?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

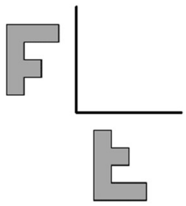
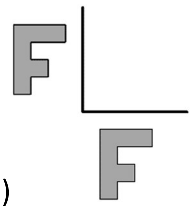
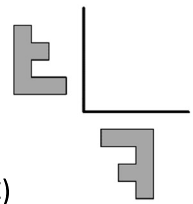
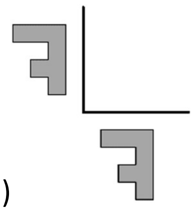
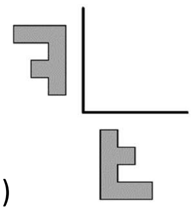
3. Resposta: alternativa D
Olhando para a 3ª linha, vemos que são possíveis somente as alternativas (B) e (D). Olhando a primeira linha, eliminamos a alternativa (B).

4. Míriam deseja assar 24 bolinhos para sua festa de aniversário. Para fazer seis bolinhos são necessários dois ovos, que são vendidos em caixas com seis ovos. Quantas caixas de ovos Míriam precisará comprar?

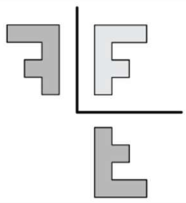
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 8

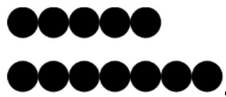
4. Resposta: alternativa B
Para fazer 6 bolinhos são necessários 2 ovos, logo para fazer 3 bolinhos é preciso 1 ovo. Portanto para fazer 24 bolinhos, que são 8 vezes 3 bolinhos, são necessários 8 ovos. Uma caixa tem 6 ovos, logo será necessária mais uma caixa, mesmo que sobrem ovos. Portanto, Míriam precisará comprar 2 caixas de ovos.

5. Flora reflete a letra F em relação às duas linhas mostradas na figura:
Como as duas reflexões irão aparecer?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

5. Resposta: alternativa E
Na figura ao lado vemos a figura original mais clara, a imagem da reflexão em relação à linha horizontal e a imagem da reflexão em relação à linha vertical.



6. Bia tem várias peças de comprimento 5 e de comprimento 7, como essas: . Juntando e enfileirando essas peças, Bia consegue obter peças maiores com diferentes comprimentos. Qual dos comprimentos a seguir ela **NÃO** vai conseguir obter fazendo isso?

(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

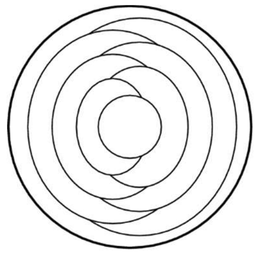
6. Resposta: alternativa C
5 + 5 = 10, 5 + 7 = 12, 7 + 7 = 14, 5 + 5 + 5 = 15. Resta apenas a alternativa C. De fato, seja *x* o número de peças de comprimento 5 e *y* o número de peças de comprimento 7. Temos $5x + 7y = 13 \Leftrightarrow y = \frac{13-5x}{7}$. Fazendo *x* assumir os valores 0, 1, 2 verificamos que *y* não é um número inteiro e para $x > 2$, y é negativo.

7. Maria tem 10 folhas de papel. Ela corta algumas dessas folhas em cinco pedaços cada uma. Depois disso, ela conta todos os pedaços e folhas que não cortou, num total de 22 peças. Quantas folhas ela cortou?

(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 8

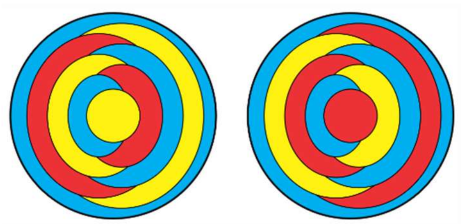
7. Resposta: alternativa B
Se x é o número de folhas de papel que foram cortadas, então o número de peças é
$5x + 10 - x = 22 \Leftrightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow x = 3$.

8. Cíntia pinta cada uma das regiões da figura de uma única cor: vermelho, azul ou amarelo. Ela pinta as regiões que se tocam com cores diferentes. Ela pinta a região mais externa de azul. No total, quantas regiões Cíntia pinta de azul?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Resposta: alternativa B
Há oito regiões. A mais externa é pintada de azul. A seguinte, menos externa, pode ser pintada de amarelo ou vermelho. A próxima só pode ser pintada de azul, as duas seguintes de amarelo ou vermelho, restando apenas duas regiões para pintar. Uma será de azul e a outra de uma das duas outras cores. Portanto, ela pinta de azul exatamente 3 regiões, em qualquer uma das duas possíveis formas de pintar a figura.



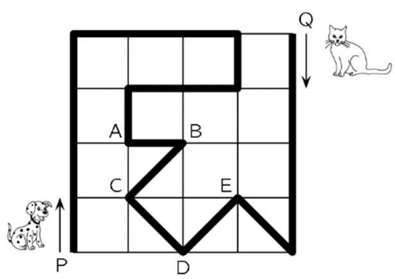
Comentário: ao pintar a região externa de azul, para pintar a seguinte Cíntia tem apenas duas possibilidades: vermelho ou amarelo. A partir daí Cíntia é obrigada a pintar da cor que não foi usada ainda. Veja as duas possibilidades ao lado.

9. Quatro cestas contêm 1, 4, 6 e 9 maçãs, respectivamente. Pelo menos quantas maçãs devem ser transferidas entre as cestas, de modo que todas as cestas fiquem com o mesmo número de maçãs?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

9. Resposta: alternativa C
O número total de maçãs é 1 + 4 + 6 + 9 = 20, logo cada cesta deve ter $20 \div 4 = 5$ maçãs. Devemos tirar 9 – 5 = 4 maçãs de uma cesta e colocá-las na cesta com 1 maçã e tirar 6 – 5 = 1 maçã de outra cesta para colocar na cesta com 4 maçãs. Portanto, devemos mover de uma cesta para outra 4 + 1 = 5 maçãs.

10. Um cachorro e um gato andam num parque ao longo do caminho marcado pela linha preta grossa na figura que representa o parque. O cachorro parte do ponto P e o gato, do ponto Q, exatamente no mesmo momento. O cachorro anda com o triplo da velocidade do gato. Em qual ponto os dois se encontram?

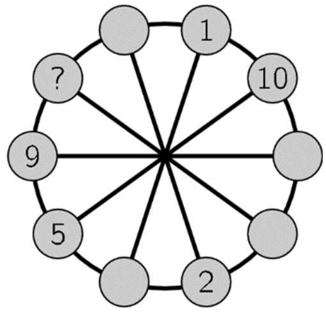


(A) em A (B) em B (C) em C (D) em D (E) em E

Resposta: alternativa E
O caminho é formado por 16 segmentos menores e 4 segmentos maiores. Enquanto o gato anda qualquer um desses segmentos, o cachorro anda três. Portanto, quando o gato anda 4 segmentos menores, o cachorro anda 4 x 3 = 12 segmentos menores (chegando no ponto A).

Depois, quando o gato anda um segmento maior, o cachorro anda três, chegando ambos ao ponto E no mesmo instante.

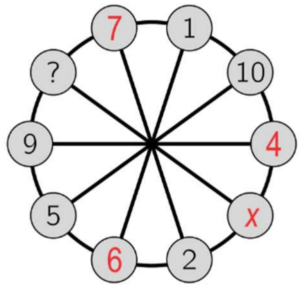
4 pontos



11. Os círculos da figura devem ser numerados de 1 a 10. Os números em dois círculos vizinhos quaisquer devem ter a mesma soma que os outros números escritos nos dois círculos diametralmente opostos. Alguns números já foram escritos. Qual número deverá ser escrito no círculo com o ponto de interrogação?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

11. Resposta: alternativa A



Os círculos foram preenchidos com os números escritos de acordo com a regra apresentada na figura ao lado. Vemos que:

$$\left| \begin{array}{l} x+4=9+? \\ x+2=7+? \end{array} \right.$$

Os únicos números que ainda não foram usados são o 3 e o 8. Verificamos, a partir das igualdades acima, que *x* deve ser 8 e? deve ser 3.

12. Quando a morcego Elisa deixa a sua caverna, o relógio digital mostra 20:20. Quando ela volta e se pendura de cabeça para baixo, ela olha o relógio e vê novamente 20:20. Quanto tempo ela ficou fora da caverna?

(A) 3h 28min (B) 3h 40min (C) 3h 42min (D) 4h 18min (E) 5h 42min

12. Resposta: alternativa E
Quando Elisa se pendura de cabeça para baixo ela enxerga o relógio do mesmo jeito que o veria se girasse o relógio de 180 graus. Então o horário correto é 02:02. Para calcular o tempo que vai de 20h 20min até 02h 02min, podemos calcular o tempo até meia-noite, igual a 3h 40min e adicionar o restante. Então o tempo total em que Elisa esteve fora é 3h 40min + 2h 2min = 5h 42min.

13. Um elfo e um trol se encontram e dizem exatamente a mesma coisa. O trol sempre mente e o elfo sempre diz a verdade. Qual das sentenças a seguir poderia ser o que eles disseram?

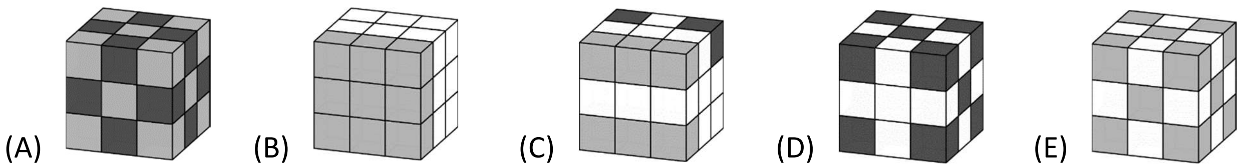
(A) Eu estou dizendo a verdade.
(B) Você está dizendo a verdade.
(C) Nós dois estamos dizendo a verdade.
(D) Eu sempre minto.
(E) Um, e somente um de nós, está dizendo a verdade.

13. Resposta: alternativa A

Elfo: *Eu estou dizendo a verdade*. É uma sentença verdadeira, pois ele sempre diz a verdade. Trol: *Eu estou dizendo a verdade*. É uma sentença falsa, pois ele é mentiroso. É possível que os dois possam ter dito isso.
Por outro, as sentenças seguintes não podem ser enunciadas pelos dois.
Elfo: *Você está dizendo a verdade*. Como o elfo sempre diz a verdade, ele está afirmando que o trol está dizendo algo verdadeiro, mas isso não é possível, pois o trol sempre mente. O trol também não pode dizer isso, porque ele estaria dizendo uma verdade.
A sentença *Nós dois estamos dizendo a verdade.* não pode ser dita por nenhum dos dois.

14. Maria tem exatamente 10 cubos brancos, 9 cubos cinza-claros e 8 cubos cinza-escuros, todos do mesmo tamanho. Ela cola todos esses cubos para formar um cubo maior. Qual dos cubos abaixo é aquele que ela fez?

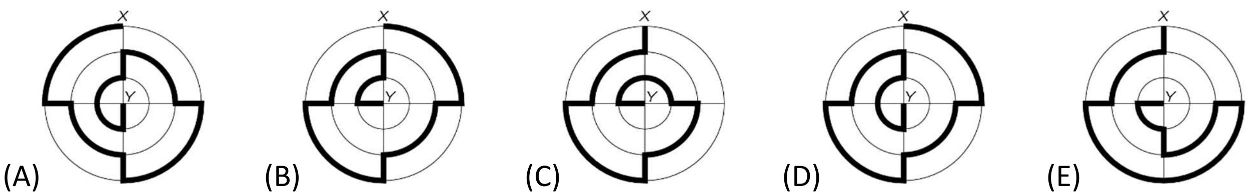
(A) (B) (C) (D) (E)



14. Resposta: alternativa B
Na alternativa (A) são visíveis 9 cubos cinza-escuros, mas só existem 8. Na alternativa (C) vemos 11 cubos brancos, mas eles são somente 10. Na alternativa (D) vemos novamente 9 cubos cinza-escuros e na (E) vemos 10 cubos cinza-claros, mas são somente 9. Na alternativa (B) vemos 9 cubos cinza-claros e 10 cubos brancos, totalizando 19 cubos. Restam 8 cubos, não visíveis, que são exatamente os cubos cinza-escuros. Portanto, esse é o cubo que Maria fez.

15. As figuras a seguir mostram cinco caminhos, indicados pelas linhas mais grossas, entre os pontos X e Y. Qual desses caminhos é o mais curto?

(A) (B) (C) (D) (E)

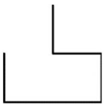


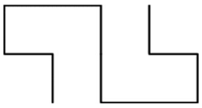
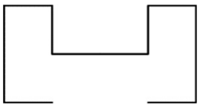
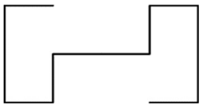
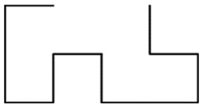
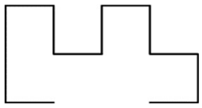
15. Resposta: alternativa C
Vamos dar o valor 1 para os deslocamentos retos unitários (horizontais ou verticais), 2 para os arcos de círculos menores, 3 para os intermediários e 4 para os maiores (todos esses arcos são de um quarto de círculo). (A) 5 + 4 + 6 + 8 = 23 (B) 5 + 2 + 6 + 8 = 21 (C) 5 + 4 + 6 + 4 = 19
(D) 5 + 2 + 6 + 8 = 21 e (E) 8 + 6 + 3 + 5 = 22 . O caminho mais rápido é o (C).

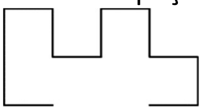
16. Papai canguru vive com seus três filhos, e nas decisões da família todos os quatro membros votam. O número de votos de cada membro é igual à sua idade. O pai tem 36 anos e os filhos têm, respectivamente, 13, 6 e 4 anos. Portanto, agora, o pai sempre vence. Quantos anos faltam para os filhos terem a certeza de que irão vencer na tomada de decisão, se estes concordarem entre si?

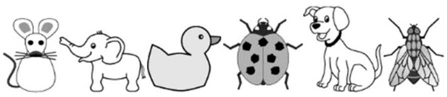
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 13 (E) 14

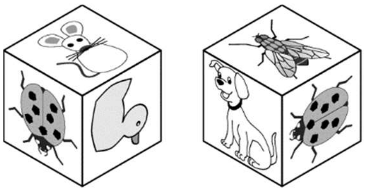
16. Resposta: alternativa C
Seja *x* o número de anos que faltam para a soma das idades dos filhos ser maior ou igual à idade do pai. Temos $(13+x)+(6+x)+(4+x) \geq 36+x \Leftrightarrow 23+3x \geq 36+x \Leftrightarrow 2x \geq 13 \Leftrightarrow x \geq 6{,}5$. Como *x* é um número inteiro, daqui a 7 anos os filhos terão a certeza de que vencerão as decisões.

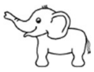
17. George tem duas peças de arame iguais a esta: **.** Qual das formas a seguir ele não pode obter juntando duas peças?


(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

17. Resposta: alternativa E
Cada peça de arame tem um segmento longo e quatro segmentos iguais à metade do longo. As formas obtidas com duas dessas peças devem mostrar dois segmentos longos e oito segmentos menores iguais. A peça  tem apenas um segmento longo e 10 segmentos menores.

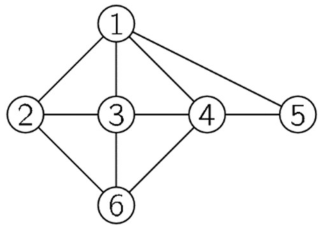
18. Amélia cola esses seis adesivos nas faces de um cubo: . A figura mostra esse cubo em duas posições diferentes. Qual adesivo está na face oposta à face que tem o rato?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

18. Resposta: alternativa D
Na primeira posição vemos que o rato está na face vizinha à parte de trás da joaninha e na segunda posição vemos que o cachorro está na face vizinha à parte da frente da joaninha. Logo, as faces com o rato e com o cachorro são opostas.

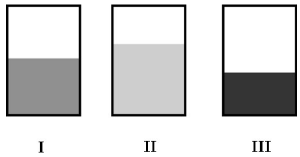
19. O diagrama ao lado representa as relações de amizade das garotas Ana, Beatriz, Cláudia, Diana, Elisabete e Flora. Cada número representa uma garota e cada linha ligando dois números representa a amizade entre essas duas garotas. Cláudia, Diana e Flora têm quatro amigas cada uma. Beatriz é amiga somente de Cláudia e Diana. Qual é o número que representa Flora?

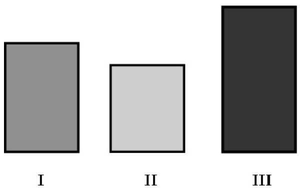


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

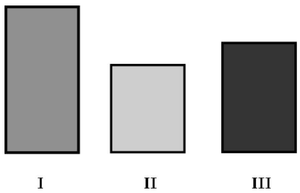
19. Resposta: alternativa B
A única garota com duas amizades é a número 5, ou seja, Beatriz. As amigas de Beatriz são 1 e 4, ou seja, Cláudia e Diana, mas não sabemos em que ordem. Ambas têm quatro amigas. Existe somente uma outra garota com quatro amigas, que é a Flora. Portanto, Flora é a garota com o número 3.

20. Maria coloca a mesma quantidade de água em três vasos retangulares de vidro . Vistos de frente, esses três vasos parecem ter o mesmo tamanho, mas os níveis de água são diferentes. Qual das imagens a seguir representa os três vasos, quando vistos de cima?

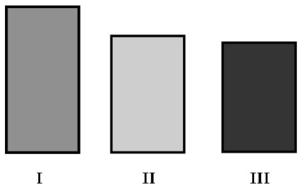




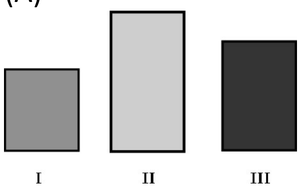
(A)



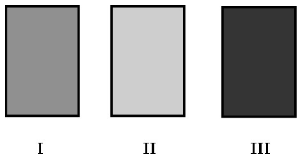
(B)



(C)

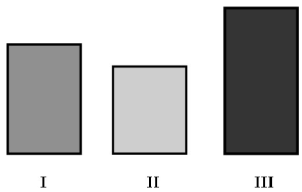


(D)

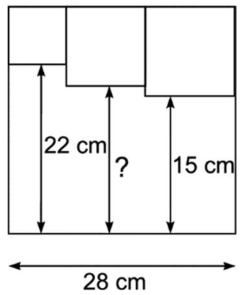


(E)

20. Resposta: alternativa A
A água ocupa volumes iguais nos três vasos. Quanto maior a altura da água no vaso, menor é a área da base desse vaso. Logo, a base do vaso II é a menor, a base do vaso I é a média e a base do vaso III é a maior. A imagem que melhor representa esta situação é



5 pontos

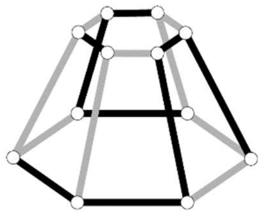


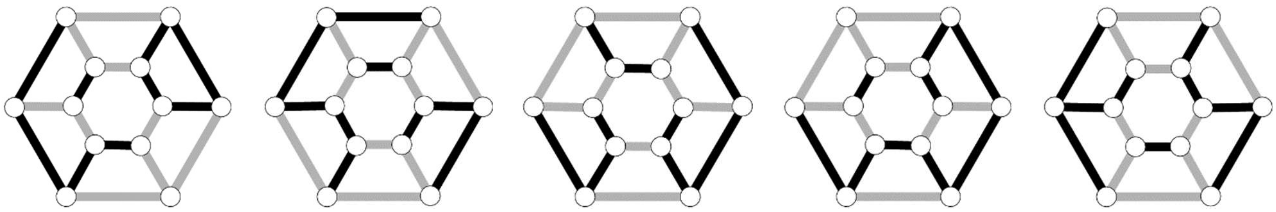
21. Três quadrados são desenhados dentro do quadrado maior, como mostrado ao lado. Qual é o comprimento da linha indicada pelo ponto de interrogação, em cm?

(A) 17 (B) 17,5 (C) 18 (D) 18,5 (E) 19

21. Resposta: alternativa E
Como o lado do quadrado original mede 28 cm, então o lado do quadrado menor no seu interior mede 28 – 22 = 6 cm e o lado do quadrado maior em seu interior mede 28 – 15 = 13 cm, conforme indicado nas setas verticais. Olhando na horizontal, vemos que a medida do lado do quadrado interior médio é 28 – 6 – 13 = 9. Portanto, o ponto de interrogação na seta vertical representa a medida 28 – 9 = 19 cm.

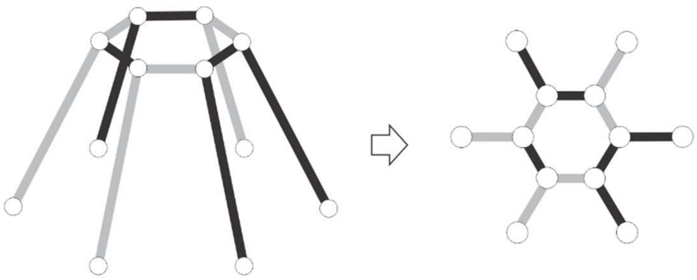
22. Como se parece o objeto ao lado quando olhado de cima?





(A) (B) (C) (D) (E)

22. Resposta: alternativa B
Na base hexagonal de cima, as arestas pretas alternam com as cinzas. Das extremidades de uma dessas arestas pretas, partem duas arestas pretas para baixo (arestas laterais da pirâmide) e no sentido anti-horário vem uma aresta lateral cinza, uma preta, uma cinza e outra cinza. Com essas duas informações, eliminam-se as alternativas (A) e (C).



Na base de baixo, a aresta ligada às duas arestas laterais pretas é cinza, seguida de uma cinza, outra preta e outra cinza. Isto elimina as alternativas (D) e (E).

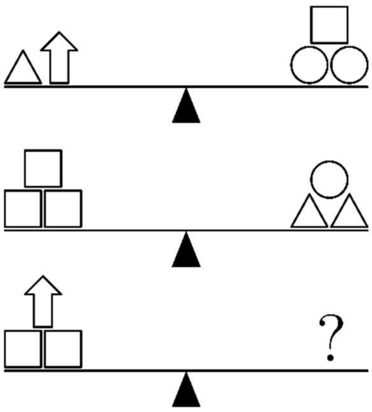
23. Nove fichas são pretas de um lado e brancas do outro lado, e inicialmente foram colocadas assim:

●●●●○○○○○. Em cada movimento, você deve virar três fichas. Qual é o menor número de movimentos necessários para você obter uma fileira com todas as fichas de mesma cor?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Resposta: alternativa B
Como há cinco faces brancas e quatro pretas, são necessários no mínimo dois movimentos. É possível fazer com exatamente dois movimentos: no primeiro, viramos duas fichas com face pretas e uma ficha com face branca, de modo que restam na linha mesa três faces pretas e seis faces brancas; no segundo movimento, viramos as três pretas, ficando sobre a mesa uma fileira com todas as faces das fichas na cor branca.

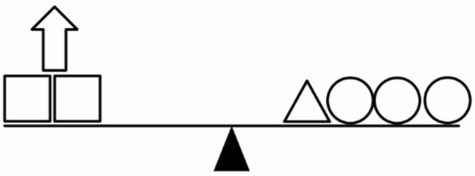
24. Qual conjunto de pesos abaixo equilibra a terceira balança, na figura ao lado?

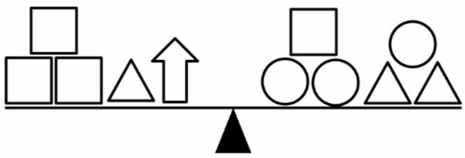


(A)△△△△□ (B)△△△○ (C)△○○○

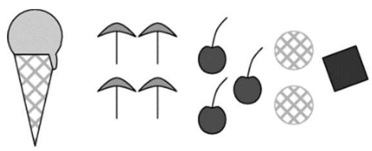
(D)△□□□□ (E)○○□

24. Resposta: alternativa C
Juntando os pesos das duas pesagens de cima concluímos que a balança fica equilibrada na situação apresentada ao lado. Podemos tirar de cada lado os pesos iguais, o que leva à seguinte situação:





25. Dez pessoas pedem um sorvete para cada uma. Para a massa, elas pedem quatro de baunilha, três de chocolate, dois de limão e um de manga. Para a cobertura, elas pedem quatro guarda-chuvas, três cerejas, dois wafers e uma pastilha de chocolate, uma para cada sorvete. Como elas não querem dois sorvetes iguais, qual das combinações a seguir **NÃO** é possível?



(A) Chocolate com cereja. (B) Manga com guarda-chuva. (C) Baunilha com guarda-chuva.
(D) Limão com wafer. (E) Baunilha e pastilha de chocolate.

25. Resposta: alternativa D
Para os quatro sorvetes de baunilha devem ser escolhidas coberturas diferentes, ou seja, todas as quatro coberturas. Para os três sorvetes de chocolate não existe a possibilidade da cobertura de chocolate. Para os dois sorvetes de limão, não existe a possibilidade de cobrir com wafer ou chocolate. Logo, a combinação limão com wafer não é possível.

26. Dizemos que um número de três algarismos é *gentil* se o algarismo do meio é maior do que a soma dos outros dois algarismos. Qual é a maior quantidade possível de números gentis consecutivos?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

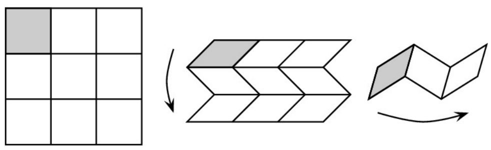
26. Resposta: alternativa D
Quanto maior o algarismo central, maior a quantidade de números gentis. Portanto, o algarismo do meio é 9. Então, a maior quantidade possível de números gentis consecutivos é dada pelos oito números 197, 196, 195, 194, 193, 192, 191, 190.

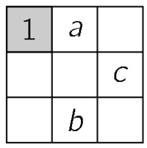
27. Mário tem que jogar 15 partidas num torneio de xadrez. Ele está num ponto em que ele venceu metade das partidas que jogou, perdeu um terço das partidas que jogou e empatou em duas delas. Quantas partidas Mário ainda precisa jogar?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

27. Resposta: alternativa B
Se x é o número de partidas que Mário jogou, então $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+2=x \Leftrightarrow 3x+2x+12=6x \Leftrightarrow x=12$Logo, Mário ainda precisa jogar 15 – 12 = 3 partidas.

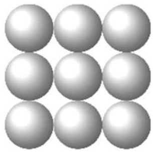
28. Vânia tem uma folha de papel dividida em nove quadrados iguais. Ela quer dobrar a folha como indicado na figura, inicialmente com dobras horizontais e depois com dobras verticais, até deixar o quadrado cinza no topo das camadas. Vânia quer escrever os números de 1 a 9, um em cada quadrado, de modo que esses números estejam em ordem crescente, começando com o número 1 no topo, depois de feitas as dobras acima. Na folha aberta, indicada ao lado, quais números ela deve escrever no lugar de *a*,
b e *c*?

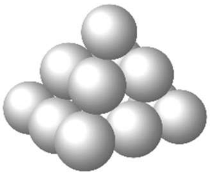




(A) $a = 6, b = 4, c = 8$ (B) $a = 4, b = 6, c = 8$ (C) $a = 5, b = 7, c = 9$
(D) $a = 4, b = 5, c = 7$ (E) $a = 6, b = 4, c = 7$

28. Resposta: alternativa A
Como as dobras iniciais são horizontais, os números escritos na primeira coluna devem crescer de cima para baixo, a saber 1, 2 e 3. Mas quando forem feitas as dobras verticais, o número b ficará vizinho ao 3, logo na segunda coluna os números devem crescer de baixo para cima, ou seja, *b* = 4 e *a* = 6. Na terceira coluna os números voltam a decrescer. De qualquer forma, *c* = 8.

29. Dirce constrói uma pirâmide com bolas. A base da pirâmide tem nove bolas: . A

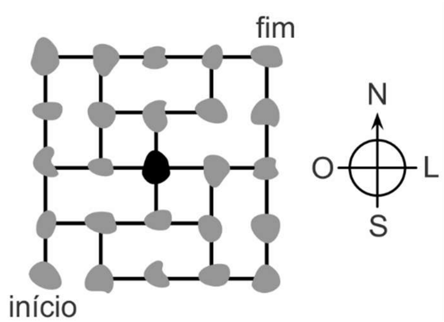


camada do meio tem quatro bolas e o topo tem uma única bola. Dirce usou um pingo de cola para cada ponto de contato entre duas bolas. Quantos pingos de cola ela usou?

(A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 32 (E) 36

29. Resposta: alternativa E
Para montar a base da figura, Dirce precisa de 2 pingos de cola para montar cada linha e 2 pingos de cola para cada coluna. Como são 3 linhas e 3 colunas, irá usar $2 \times 3 \times 2 = 12$ pingos de cola. A camada superior de 2´ 2 esferas é montada com $2 \times 2 \times 1 = 4$ pingos. Para colar a esfera do topo na camada 2×2, Dirce irá usar 4 pingos de cola (a esfera do topo toca as 4 esferas de baixo). Para colar a camada 2×2 na camada 3´ 3, cada uma das 4 esferas de cima irá tocar em 4 esferas de baixo, totalizando $4 \times 4 = 16$pingos Portanto, Dirce usar no total $12 + 4 + 4 + 16 = 36$ pingos de cola.

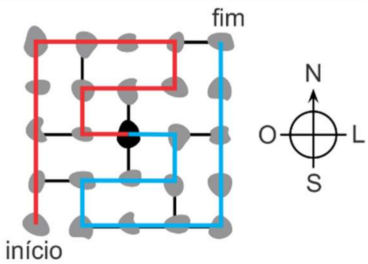
30. A figura mostra um mapa com algumas ilhas e como elas estão conectadas por pontes. Um navegador deseja passar por cada uma das ilhas exatamente uma vez. Ele começa pela ilha indicada pela palavra *início* e deseja terminar na ilha indicada pela palavra *fim*. Ele acaba de chegar na ilha preta no centro do mapa. Em qual direção ele deve ir agora para ser capaz de completar a sua rota?



(A) Para o Norte. (B) Para o Leste. (C) Para o Sul.

(D) Para o Oeste. (E) Não será possível ele encontrar a rota que deseja.

30. Resposta: alternativa B
Partindo da ilha *início*, ao chegar na segunda ilha, surgem duas opções: ir para o N ou ir para o L. Escolhemos ir para N, fazendo o percurso indicado pela linha vermelha, na figura. O navegador chega à ilha preta pelo lado O. Uma vez na ilha, deve fazer um percurso por todas as ilhas restantes e chegar na ilha *fim*. Este percurso está indicado pela linha azul, na figura. Portanto, para sair da ilha preta, o navegador deve tomar a direção L.



Observação: se o carteiro tivesse escolhido ir para L, no início, não teria conseguido terminar o percurso passando por todas as ilhas. Verifique você mesmo.

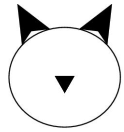
Prova nível B

(Benjamin)

7º e 8º anos
Ensino Fundamental

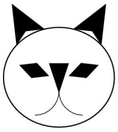
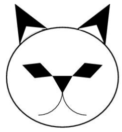
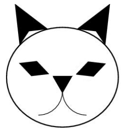
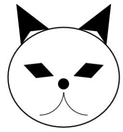
Problemas de 3 pontos

Questão 1



Ao lado temos o gato que Janaína começou a desenhar. Depois ela terminou seu desenho.

Qual das figuras abaixo pode ser o desenho de Janaína?

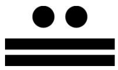
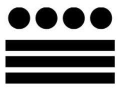
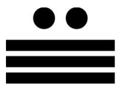
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

1. Resposta: Alternativa B

O gato em (A) tem nariz mais comprido e mais acima. O gato em (C) tem orelhas diferentes. O gato em (D) tem o nariz invertido. O gato em (E) tem nariz redondo.

Questão 2

O povo maia escrevia os números usando bolinhas e barras. Uma bolinha vale 1 e uma barra vale 5. Como é que eles escreviam o número 17?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2. Resposta: Alternativa E

Três barras e duas bolinhas equivalem a 3 x 5 + 2 x 1 = 15 + 2 = 17.

Questão 3

O relógio digital ao lado indica que são 20 horas e 19 minutos. Qual será o próximo horário que o relógio irá indicar com os mesmos dígitos?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

3. Resposta: Alternativa E

Dentro da hora 20, somente o horário mostrado é possível. Como a próxima hora é 21, e os dígitos restantes são 0 e 9, o horário mais próximo com os mesmos dígitos será 21:09.

Questão 4

Há 14 meninas e 12 meninos numa classe. Se metade dessas crianças sair para um passeio, pelos menos quantas delas serão meninas?

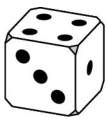
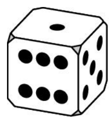
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

4. Resposta: Alternativa A

Na classe há 14 + 12 = 26 crianças. A metade desse número é 13. Se 13 crianças saírem para um passeio, no máximo 12 serão meninos. Logo, pelo menos uma das crianças será menina.

Questão 5

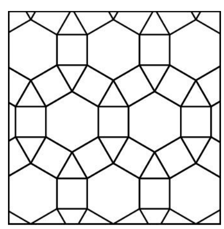
A soma dos pontos em faces opostas de um dado comum é 7. Qual das figuras a seguir representa um dado comum?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

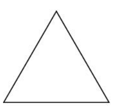
5. Resposta: Alternativa E

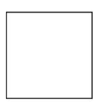
Num dado comum, os pares de pontos cuja soma é sete pertencem a faces opostas e não podem ser vistos numa mesma figura. Como 5 + 2 = 4 + 3 = 1 + 6 = 7, nenhuma das quatro primeiras figuras representa um dado comum.

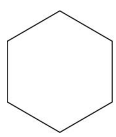
Questão 6

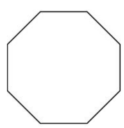


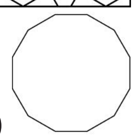
Qual das figuras geométricas a seguir (triângulo, quadrado, hexágono, octógono, dodecágono) não aparece no desenho à direita?

(A) 
triângulo

(B) 
quadrado

(C) 
hexágono regular

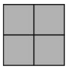
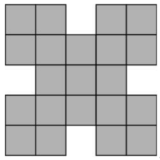
(D) 
octógono regular

(E) 
dodecágono regular

6. Resposta: Alternativa D

Na figura podemos ver triângulos equiláteros, quadrados, hexágonos e dodecágonos. Nela não aparece o octógono regular (oito lados iguais, ângulos internos iguais).

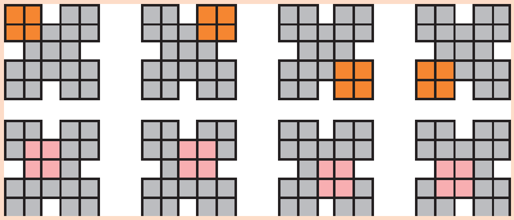
Questão 7

Laura quer pintar um quadrado 2 x 2  da figura . Quantas possibilidades existem?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

7. Resposta: Alternativa D

Para pintar um quadrado 2 x 2, nos cantos há quatro possibilidades e no quadrado 3 x 3 central há mais quatro possibilidades, conforme mostrado na figura. Isso dá um total de 4 + 4 = 8 possibilidades.



Questão 8

As faces de um dado diferente são numeradas com os seis menores números naturais ímpares. Antônio lança esse dado três vezes e soma os resultados. Qual número a seguir não pode ser essa soma?

(A) 3 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 29

8. Resposta: Alternativa C

Os seis números escritos nas faces do dado são os ímpares 1, 3, 5, 7, 9, 11. A soma de três números ímpares é sempre um número ímpar. Logo, 20 não pode ser essa soma. Podemos ver exemplos de como obter os outros resultados:

3 = 1 + 1 + 1

19 = 3 + 5 + 11

21 = 3 + 7 + 11

29 = 9 + 9 + 11

Questão 9

A soma das idades de um grupo de cangurus é 36 anos. Daqui a dois anos, a soma dessas idades será 60 anos. Quantos cangurus há no grupo?

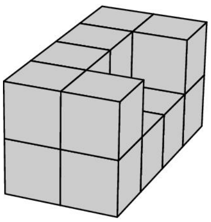
(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) 24

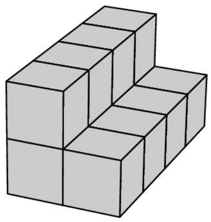
9. Resposta: Alternativa B

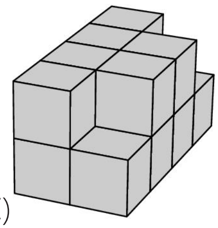
Daqui a dois anos, a idade de cada um dos cangurus aumenta de 2 anos. A soma dos aumentos dessas idades é 60 – 36 = 24. Logo, o número de cangurus é igual a 24 dividido por 2, ou seja, 12.

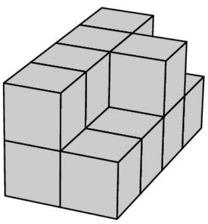
Questão 10

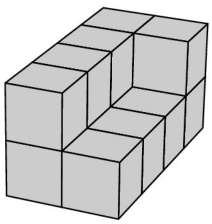
Miguel pinta os blocos abaixo, feitos com cubos iguais. Suas bases têm oito cubos. Qual dos blocos precisa de mais tinta?


(A)


(B)

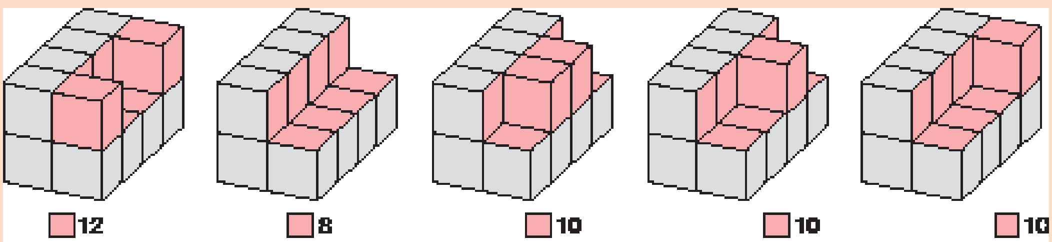

(C)


(D)


(E)

10. Resposta: Alternativa A

O bloco que precisa de mais tinta é o bloco com o maior número de faces expostas dos cubinhos que compõem os blocos. Dentre os blocos apresentados, a diferença entre as quantidades de faces expostas de cubinhos está apenas na na fila superior direita, destacada com faces cor salmão nas figuras abaixo.

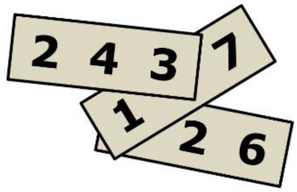


Vemos que o bloco com o maior número de faces expostas é o primeiro da esquerda: (A).

Problemas de 4 pontos

Questão 11

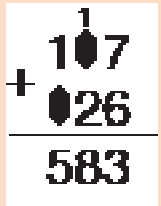
Números de três algarismos foram escritos em três cartões, conforme a figura. Dois algarismos não são visíveis. Sabe-se que a soma dos três números é 826. Qual é a soma dos dois algarismos que estão escondidos?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

11. Resposta: Alternativa C

A soma dos dois números com algarismos ocultos é $826 - 243 = 583$. A soma dos algarismos das unidades desses dois números é 13, logo com o “vai um” temos $1 + x + 2 = 8$ ou seja $x = 5$ (note que $1 + x + 2$ não poderia ser 18 porque x seria maior do que 10 e x é algarismo). Temos também $1 + y = 5$, logo $y = 4$. A soma dos dois algarismos ocultos é $x + y = 5 + 4 = 9$.



Questão 12

Quico, o sapo, normalmente come 5 besouros por dia. Quando está com muita fome, ele come 10 besouros por dia. Quico comeu 60 besouros em 9 dias. Em quantos desses dias ele estava com muita fome?

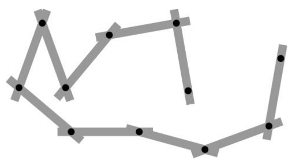
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 9

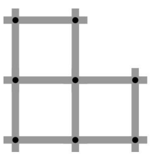
12. Resposta: Alternativa C

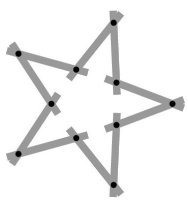
Seja x o número de dias em que Quico estava com muita fome. Então, não estava com muita fome em $9 - x$ dias. Temos assim $10x + 5 (9 - x) = 60 <> 10x + 45 - 5x = 60 <> 5x = 15 <> x = 3$.

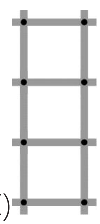
Questão 13

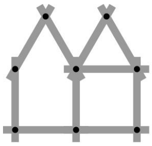
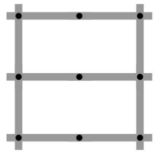
Lia brinca com o metro de carpinteiro de seu pai, com dez segmentos, mostrado na figura. Qual das formas abaixo não pode ser feita com esse metro?



(A) 

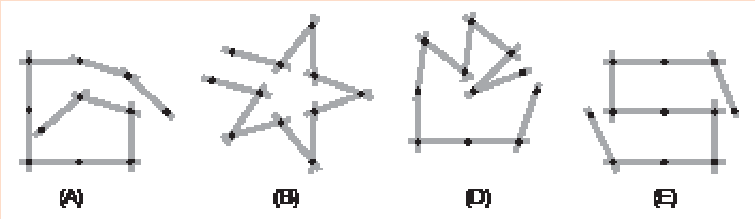
(B) 

(C) 

(D)  (E) 

13. Resposta: Alternativa C

Os desenhos abaixo mostram formas de como dobrar o metro para obter as figuras nas alternativas (A), (B), (D) e (E).

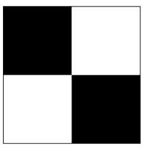
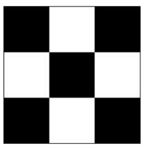
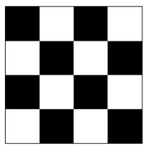
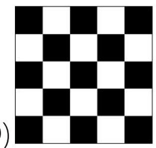
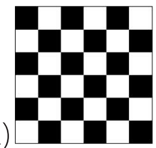


Isto indica que a figura em (C) não pode ser obtida com o metro.

A demonstração rigorosa de que tal figura não pode ser obtida utiliza conceitos da teoria dos grafos: os vértices com número ímpar de arestas têm que ser as duas pontas do metro. O problema é que na figura (C) há quatro vértices com número ímpar de arestas, logo não podem os quatro serem o início e o fim do metro. Para a prova do Canguru, bastava eliminar as alternativas, sabendo que há uma única correta.

Questão 14

Cinco quadrados iguais foram divididos em quadrados menores. Qual desses quadrados tem a maior área em preto?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

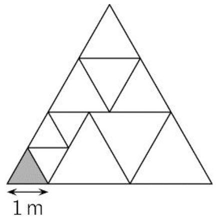
14. Resposta: Alternativa B

Nas alternativas (A), (C) e (E), o número de quadradinhos brancos e pretos é igual para cada quadrado, logo metade da área do quadrado é preta. No caso (B), há cinco quadradinhos pretos, logo a área da parte preta é $\frac{5}{9}$ da área do quadrado. No caso (D) o número de quadradinhos pretos é 13, logo a área da parte preta é $\frac{13}{25}$ da área do quadrado. Como $\frac{5}{9} > \frac{13}{25}$, concluímos que no quadrado (B) a área preta é a maior.

Solução alternativa: o quadradinho preto extra em (B) é maior do que o quadradinho preto extra em (D).

Questão 15

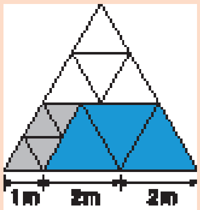
Um triângulo grande foi dividido em triângulos equiláteros menores, como na figura. O lado do triângulo cinza mede 1 m. Qual é o perímetro do triângulo grande?



(A) 15 m (B) 17 m (C) 18 m (D) 20 m (E) 21 m

15. Resposta: Alternativa A

Como todos os triângulos interiores são equiláteros, todos os ângulos internos desses triângulos são de 60º. Logo, os ângulos internos do triângulo grande são iguais e esse triângulo também é equilátero. O lado do triângulo azul é o dobro do lado do triângulo cinza, conforme mostrado na figura. Logo, o lado do triângulo grande mede 1 + 2 + 2 = 5 m. Seu perímetro é 3 x 5 = 15 m.



Questão 16

No jardim de uma bruxa há cachorros, gatos e ratos, num total de 30 animais. A bruxa transforma 6 cachorros em 6 gatos e depois 5 gatos em 5 ratos. Agora, o jardim tem números iguais de cachorros, gatos e ratos. Quantos gatos havia antes das transformações?

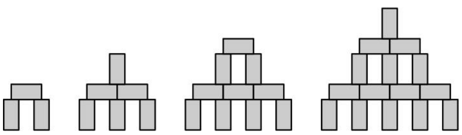
(A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 10 (E) 11

16. Resposta: Alternativa C

Se havia 30 animais antes das transformações e o número total de animais não mudou, então o número atual de gatos é $\frac{30}{3} = 10$. O número de gatos mudou a partir do início, pois surgiram seis gatos e desapareceram cinco, ou seja, depois das transformações há um gato a mais. Logo, no início, havia 10 – 1 = 9 gatos.

Questão 17

Usando blocos de dimensões 1 cm x 1 cm x 2 cm, Júlia constrói torres como na figura. Qual é a altura de uma torre que ela constrói dessa mesma maneira com 28 blocos?



(A) 9 cm (B) 11 cm (C) 12 cm (D) 14 cm (E) 17 cm

17. Resposta: Alternativa B

As torres são formadas adicionando-se 3 blocos, depois 4 blocos, 5 blocos, etc. sendo a primeira uma torre com 3 blocos. Então o número de blocos por torre é:

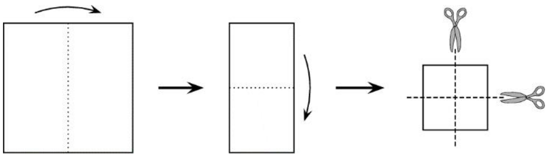
3 -> 3 + 3 = 6 -> 6 + 4 = 10 -> 10 + 5 = 15 -> 15 + 6 = 21 -> 21 + 7 = 28 ->...

Queremos achar a altura da torre feita com 28 blocos, ou seja, a sexta torre.

As alturas dessas torres, em centímetros, são 3, 5, 6, 8, 9, 11. Portanto, a altura da sexta torre é 11 cm.

Questão 18

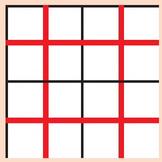
Bruna dobrou uma folha de papel quadrada duas vezes e depois cortou essa folha dobrada duas vezes, conforme indicado na figura. Quantos pedaços de papel Bruna obteve?



(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 16

18. Resposta: Alternativa C

Na figura, as linhas pretas internas mostram as dobras feitas e as vermelhas mostram os cortes feitos. Fica evidente então que Bruna obteve 9 pedaços de papel.



Questão 19

Alex, Bob e Carlos caminham todos os dias. Se Alex não usa boné, então Bob usa boné. Se Bob não usa boné, então Carlos usa boné. Hoje Bob não está usando boné. Quem está usando boné?

(A) Os dois, Alex e Carlos.

(B) Somente Alex.

(C) Somente Carlos.

(D) Nem Alex, nem Carlos.

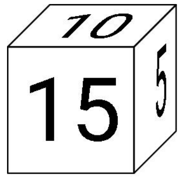
(E) Impossível saber.

19. Resposta: Alternativa A

Como Bob hoje não está usando boné, concluímos que Carlos está usando. Se Alex não estivesse usando boné, então Bob estaria usando. Como Bob não está usando, concluímos que Alex está usando. Portanto, os dois, Alex e Carlos, estão usando boné.

Questão 20

O cubo ao lado tem um número inteiro positivo escrito em cada uma de suas faces. Os produtos dos dois números em faces opostas são todos iguais. Qual é a menor soma possível dos seis números escritos nas faces do cubo?



(A) 36 (B) 37 (C) 41 (D) 44 (E) 60

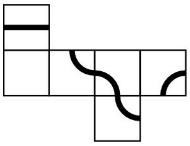
20. Resposta: Alternativa C

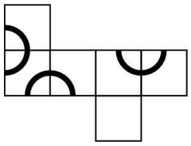
O produto deve ser o mínimo múltiplo comum dos números 5, 10 e 15, igual a 30. Então as faces opostas contêm os números $\frac{30}{5} = 6$, $\frac{30}{10} = 3$ e $\frac{30}{15} = 2$. Portanto, a soma dos seis números é $5 + 10 + 15 + 6 + 3 + 2 = 41$.

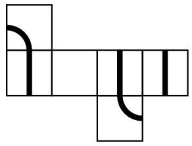
Problemas de 5 pontos

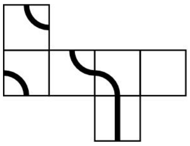
Questão 21

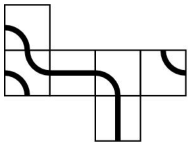
Uma formiga gostaria de caminhar sobre uma linha desenhada na superfície de um cubo e retornar ao ponto de partida. Em qual das planificações de um cubo a seguir a linha desenhada torna possível esse passeio da formiga?

(A) 

(B) 

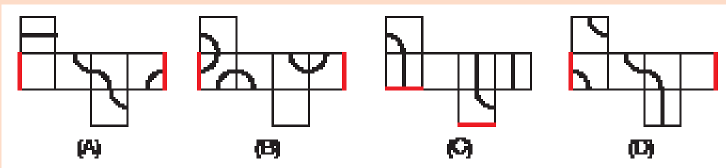
(C) 

(D) 

(E) 

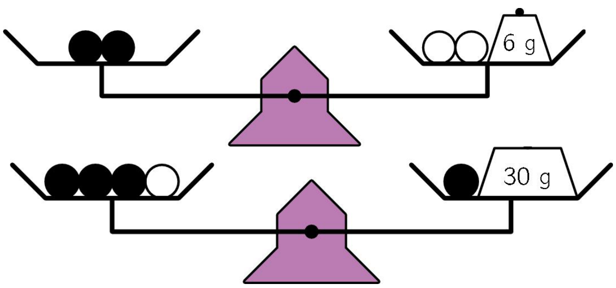
21. Resposta: Alternativa E

Ao ser montado o cubo, deverá aparecer sobre a sua superfície uma linha fechada que pode ser percorrida sem interrupções. Na figura abaixo, indicamos em vermelho as arestas que deverão coincidir ao dobrarmos as planificações para montar os cubos. Como há quebras de linhas nas duas faces ligadas por essas arestas, a linha não é contínua e não será fechada, logo as planificações correspondentes não servem. Entretanto, a montagem da planificação em (E) irá produzir um cubo com uma linha fechada contínua que passa por todas as suas faces.



Questão 22

Seis bolas pretas iguais e três bolas brancas iguais são colocadas numa balança que se equilibra nas duas situações mostradas na figura. Quanto pesam as nove bolas juntas?



(A) 100 g (B) 99 g (C) 96 g (D) 94 g (E) 90 g

22. Resposta: Alternativa E

Na primeira pesagem, vemos que 2 bolas pretas pesam o mesmo que 2 brancas mais 6 gramas. Logo, 1 bola preta pesa o mesmo que 1 branca mais 3 gramas.

Na segunda pesagem, temos 3 pretas mais 1 branca pesam o mesmo que 1 preta mais 30 g. No segundo prato, no lugar de 1 bola preta, podemos colocar 1 branca mais 3 gramas. Assim, eliminando a branca nos dois pratos, teremos à esquerda 3 bolas pretas e à direita 33 gramas. Logo uma bola preta pesa $\frac{33}{3} = 11$ gramas. Assim, uma bola branca pesa 3 gramas a menos, ou seja $11 - 3 = 8$ gramas. Portanto, o peso das 9 bolas é $6 \times 11 + 3 \times 8 = 90$ g.

Solução alternativa: As bolas brancas pesam b e as bolas pretas pesam p. Das duas figuras temos:

$$\left|\begin{array}{l} 2p = 2b + 6 \\ 3p + b = p + 30 \end{array}\right. <> \left|\begin{array}{l} p = b + 3 \\ 2p + b = 30 \end{array}\right. <> \left|\begin{array}{l} p = b + 3 \\ 2\,(b + 3) + b = 30 \end{array}\right. <> \left|\begin{array}{l} p = b + 3 \\ 2b + 6 + b = 30 \end{array}\right. <> \left|\begin{array}{l} p = b + 3 \\ 3b = 24 \end{array}\right.$$

$$<> \left|\begin{array}{l} p = 8 + 3 = 11 \\ b = 8 \end{array}\right.$$

Logo, as nove bolas pesam $6 \times 11 + 3 \times 8 = 66 + 24 = 90$.

Questão 23

Roberto fez as cinco afirmações a seguir. Uma delas é falsa. Qual?

(A) Meu filho Bruno tem 3 irmãs.

(B) Minha filha Ana tem 2 irmãos.

(C) Minha filha Ana tem 2 irmãs.

(D) Meu filho Bruno tem 2 irmãos.

(E) Eu tenho 5 filhos.

23. Resposta: Alternativa D

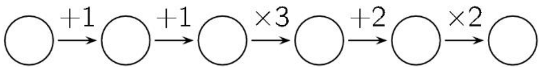
Se (A) e (B) forem ambas verdadeiras, então há 3 irmãs e 2 irmãos.

Serão verdadeiras também (C) e (E), sendo falsa apenas a afirmação (D), pois esta diz que Bruno tem 2 irmãos.

Não é possível que Bruno tenha 2 irmãos, porque neste caso Roberto teria 6 filhos e Ana teria 3 irmãos, o que tornaria falsas as afirmações (B) e (E). Como diz o enunciado, só existe uma afirmação falsa.

Questão 24

Benjamim escreve um número inteiro no primeiro círculo e depois preenche os demais círculos efetuando as operações indicadas.



Quantos dos seis números escritos nos círculos são divisíveis por 3?

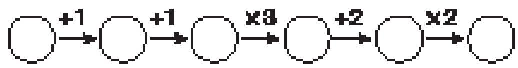
(A) Somente um. (B) Um ou dois. (C) Somente dois.

(D) Dois ou três. (E) Três ou quatro.

24. Resposta: Alternativa C

Observando a sequência dos números inteiros ...–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,..., vemos que entre três inteiros consecutivos há sempre um múltiplo de 3, um múltiplo de 3 mais 1 e um múltiplo de 3 mais 2.

Escolhendo 3 inteiros consecutivos e experimentando cada um deles no diagrama de operações, podemos tirar uma conclusão que serve para qualquer número inteiro. Na figura, escolhemos 1, 2, 3. Verificamos que, para cada caso, sempre aparecem somente dois números divisíveis por 3.



1	2	3	9	11	22
2	3	4	12	14	28
3	4	5	15	17	34

Podemos mostrar, algebricamente, que nossa conclusão é verdadeira para qualquer número escrito no primeiro círculo, como se segue:

Um número inteiro qualquer é da forma $3k$ ou $3k + 1$ ou $3k + 2$, para k inteiro. Vamos fazer as operações indicadas pelo diagrama para cada caso.

$3k + 1$ -> $3k + 2$ -> $3k + 3$ -> $3(3k + 3) = 9k + 9$ -> $9k + 11$ -> $2(9k + 11) = 18k + 22$

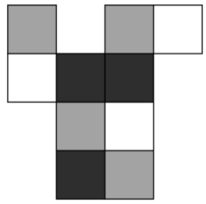
$3k + 2$ -> $3k + 3$ -> $3k + 4$ -> $3(3k + 4) = 9k + 12$ -> $9k + 14$ -> $2(9k + 14) = 18k + 28$

$3k$ -> $3k + 1$ -> $3k + 2$ -> $3(3k + 2) = 9k + 6$ -> $9k + 8$ -> $2(9k + 8) = 18k + 16$

Observe que os números em vermelho são divisíveis por 3. Compare com a tabela acima.

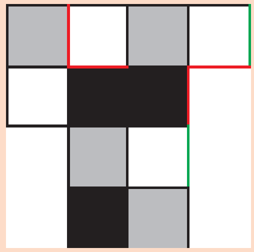
Questão 25

Juquinha dobrou o cartão ao lado para obter uma caixa 2 × 1 × 1. Qual das figuras abaixo NÃO representa essa caixa?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

25. Resposta: Alternativa B



Na planificação ao lado, os pares de aresta em vermelho coincidem, bem como as duas arestas em verde. Então as únicas duas faces 1 x 1, opostas, são brancas. Este fato é suficiente para mostrar que a figura em (B) não representa a caixa.

Você pode verificar que as demais figuras representam a caixa. Note que há uma face 2 x 1 cinza, vizinha a uma face 2 x 1 preta (A) e vizinha a uma face 2 x 1 preta e cinza (E). A face 2 x 1 cinza e branca é vizinha às faces 2 x 1 preta (D) e preta e cinza (C).

Questão 26

Emília tirou *selfies* com seus oito primos. Cada um desses primos está em duas ou três fotos. Em cada foto aparecem exatamente cinco primos. Quantos *selfies* Emília tirou com seus primos?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

26. Resposta: Alternativa B

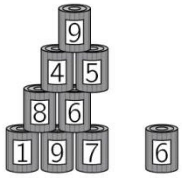
Se cada um dos primos estivesse em duas fotos, o número total de aparições nas selfies, excluindo a própria Emília, seria 2 x 8 = 16 e se aparecesse em três fotos, o número total de aparições seria 3 x 8 = 24. Como em cada foto aparecem exatamente 5 primos, o número de fotos é um múltiplo de 5. O único múltiplo de 5 entre 16 e 24 é 20. Logo, o número de fotos (selfies) é 20 / 5 = 4.
Por exemplo, a tabela abaixo mostra um caso de selfies nestas condições, onde P_1, P_2, ..., P_8 representam os oito primos:

P_1	P_6	P_3	P_8	P_5
P_2	P_7	P_4	P_1	P_6
P_3	P_8	P_5	P_2	P_7
P_4	P_1	P_6	P_3	P_8
P_5	P_2	P_7	P_4	?

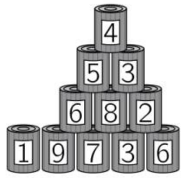
Note que a 5ª coluna, para ser completada, precisaria de mais um *p*, mas todos já apareceram 3 vezes cada um.

Questão 27

Jane e Vera estão atirando bolas em duas pirâmides iguais com 15 latas cada. Jane derrubou 6 latas valendo 25 pontos e Vera derrubou 4 latas. Quantos pontos Vera conseguiu fazer?



depois da jogada de Jane



depois da jogada de Vera

(A) 22 (B) 23 (C) 25 (D) 26 (E) 28

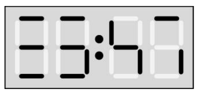
27. Resposta: Alternativa D

Comparando as duas pilhas, exatamente iguais, vemos que Jane derrubou cinco latas com os seguintes números: 3 na camada da base, 8 e 2 na camada acima, 3 na outra camada, 4 na penúltima do topo totalizando 3 + 8 + 2 + 3 + 4 = 20 pontos. Como falta a única lata do topo e ela fez 25 pontos, concluímos que a lata do topo tem o número 5.
Assim, Vera derrubou quatro latas com os seguintes números, nas camadas de baixo para cima: 8, 4, 9 e 5, num total de 8 + 4 + 9 + 5 = 26 pontos.
Veja na figura a pilha completa.

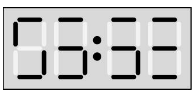
Questão 28

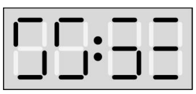
Os dígitos do meu relógio digital são compostos de no máximo 7 segmentos, conforme figura ao lado.

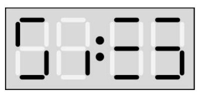
Entretanto, o relógio está com um defeito: nos quatro blocos de 7 segmentos, exatamente os mesmos dois segmentos não funcionam.
Neste exato momento, meu relógio está mostrando:

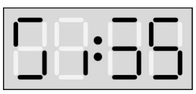


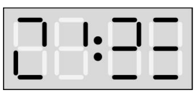
Sendo assim, o que o irá aparecer no relógio daqui a 3 horas e 45 minutos?

(A) 

(B) 

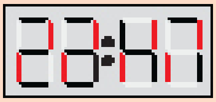
(C) 

(D) 

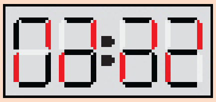
(E) 

28. Resposta: Alternativa A

Em cada um dos quatro blocos do mostrador há os mesmos dois traços que não acendem. Os algarismos que poderiam aparecer no primeiro bloco, da esquerda para a direita, são 0, 1 e 2. Como 0 e 1 não têm o traço horizontal no meio, o algarismo só pode ser o 2. Logo, os segmentos defeituosos são aqueles indicados em vermelho na figura. Sendo assim, o horário mostrado é 23:47.



Daqui a 3h 45min a hora será 23h 47min + 3h 45min = 23h + 3h + 92min = 23h + 3h + 1h + 32min = = 3h 32min. No relógio, este horário será mostrado assim



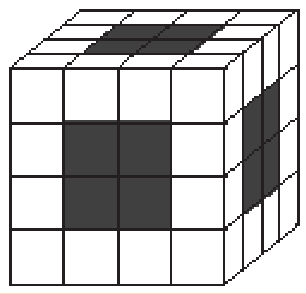
Questão 29

Lina monta um cubo 4 x 4 x 4 usando cubinhos 1 x 1 x 1, 32 brancos e 32 pretos. Ela arranja os cubinhos de tal forma que a parte branca da superfície do cubo é a maior possível. Qual é a fração dessa parte branca em relação à superfície total do cubo?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

29. Resposta: Alternativa D

No interior de um cubo 4 x 4 x 4 há um cubo 2 x 2 x 2, formado por 8 cubinhos. Para que o maior número possível de cubinhos brancos apareça nas faces do cubo 4 x 4 x 4, basta fazer com que todos os cubinhos do interior sejam pretos. Portanto, todos os cubinhos brancos aparecerão nas faces do cubo. Para maximizar o número de faces brancas, devemos colocar os cubinhos brancos nos vértices e nas arestas do cubo.



O cubo tem 8 vértices e 12 arestas, de modo que Lina pode colocar um cubinho branco em cada vértice e dois cubinhos brancos em cada aresta, totalizando 8 + 2 x 12 = 32 cubinhos. Os demais 32 – 8 = 24 cubinhos pretos podem ser colocados nos centros das faces. Dessa forma, vemos que em cada uma das seis faces aparecem 12 faces brancas e 4 pretas. Portanto, a fração da área branca em relação à área total do cubo é $\frac{6 \times 12}{6 \times 16} = \frac{3}{4}$.

Questão 30

José tem duas máquinas: uma que troca uma ficha branca por quatro fichas vermelhas e outra que troca uma ficha vermelha por três fichas brancas. José tem quatro fichas brancas. Depois de 11 trocas, ele ficou com 31 fichas. Quantas dessas fichas são vermelhas?

(A) 21 (B) 17 (C) 11 (D) 27 (E) 14

30. Resposta: Alternativa E

Há dois tipos de trocas: 1B por 4V e 1V por 3B. Quando José faz a troca $B \to 4V$, ele aumenta o número de suas fichas em 3 (perde uma branca e ganha 4 vermelhas) e quando faz a troca $V \to 3B$, ele aumenta o número de fichas em 2 (perde uma vermelha e ganha 3 brancas).

José quer fazer 11 trocas e partir de 4 fichas brancas para ficar com 31 fichas (brancas e vermelhas). Ou seja, quer um aumento de 31 – 4 = 27 fichas. Se ele fizer somente as trocas $V \to 3B$, ele terá apenas 11 x 2 = 22 fichas a mais, faltando 27 – 22 = 5 fichas. Então ele precisa fazer 5 trocas $B \to 4V$, pois aí ele terá 6 x 2 + 5 x 3 = 27 fichas a mais. Portanto, ele terá que fazer 6 trocas de fichas vermelhas por brancas e 5 trocas de fichas brancas por vermelhas, em qualquer ordem. Vamos mostrar como ele pode fazer isso.

Com 4 trocas $B \to 4V$ obtemos 16 vermelhas. Guardamos 10 vermelhas e fazemos 6 trocas $V \to 3B$, ficando com 10 vermelhas e 18 brancas. Como falta uma troca $B \to 4V$, fazemos essa troca ficando com 14 vermelhas e 17 brancas.

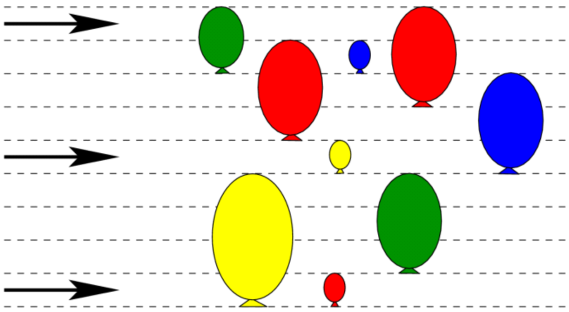
Como exemplo, vamos fazer uma sequência de trocas diferente:

$4B \to 3B4V \to 2B8V \to 1B12V \to 16V \to 15V3B \to 19V2B \to 18V5B \to 17V8B \to 16V11B \to 15V14B \to 14V17B$

CANGURU DE MATEMÁTICA BRASIL – NÍVEL B – 2018 - Respostas

Problemas de 3 pontos

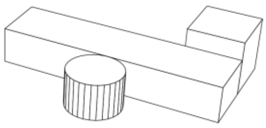
1. A figura mostra três flechas voadoras e nove balões parados. Quando uma flecha atinge um balão, ele estoura e a flecha continua voando do mesmo jeito. Quantos balões **não** serão estourados?

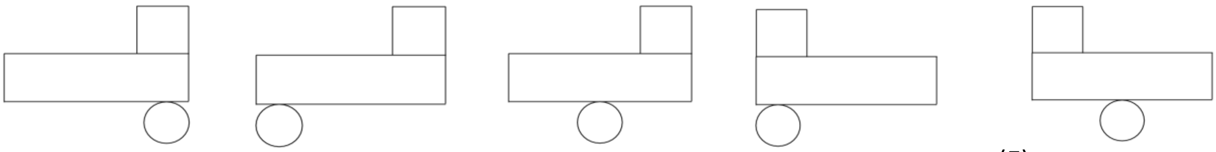


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

1. Alternativa B
Cada uma das três flechas atinge dois balões diferentes. Portanto, serão estourados 3 x 2 = 6 balões. Como há nove balões, 9 – 6 = 3 não serão estourados.

2. Os objetos ao lado estão sobre uma mesa. Qual das figuras abaixo representa o que uma pessoa irá ver se olhar esses objetos de cima?

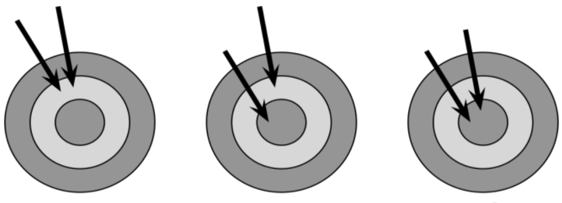




(A) (B) (C) (D) (E)

2. Alternativa C
Vistos de cima, uma das possibilidades é ver um retângulo entre um círculo e um quadrado, sendo o círculo no meio à esquerda e o quadrado embaixo, à direita.

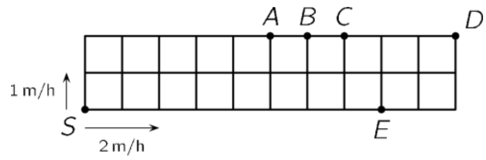
3. Diana atirou duas flechas em um alvo e conseguiu fazer 14 pontos. Na segunda vez, ela atirou duas flechas e conseguiu fazer 16 pontos. Quantos pontos ela conseguiu fazer na terceira vez?



(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 22

3. Alternativa B
Duas flechas na região intermediária dão 14 pontos, então uma flecha na região intermediária dá 7 pontos. Uma flecha na região central e uma na intermediária dão 16 pontos, sendo assim, uma flecha na central dá 16 – 7 = 9 pontos. Logo, duas flechas na região central dão 2 x 9 = 18 pontos.

4. Uma calçada é dividida em quadrados iguais. Dois caracóis, um rápido e um lento, partem ao mesmo tempo do vértice S, em direções diferentes, com velocidades de 2 metros por hora e 1 metro por hora, respectivamente. Eles se deslocam sobre o perímetro da calçada, até se encontrarem pela primeira vez. Em que ponto isto irá ocorrer?

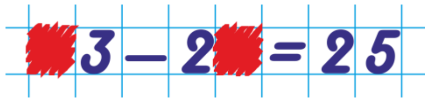


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

4. Alternativa B

O caracol lento leva 7 horas para chegar ao ponto A e o rápido leva 8 horas e meia (seu caminho é mais longo). O lento leva 8 horas para chegar ao ponto B e o rápido também leva 8 horas para chegar ao mesmo ponto. Logo, eles se encontram a primeira vez exatamente nesse ponto.

5. Alice fez uma subtração com números de dois algarismos. Depois, cobriu dois algarismos, conforme mostrado na figura. Qual é a soma dos dois algarismos que foram cobertos?

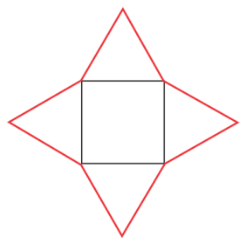


(A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 13 (E) 15

5. Alternativa D

O algarismo das unidades que foi apagado, ao ser subtraído de 13, resultou 5. Logo, é o 8. O número de cima menos o 28 deu 25, logo é o número 28 + 25 = 53. Portanto, o outro algarismo apagado foi 5. A soma dos algarismos apagados é 5 + 8 = 13.

6. Uma estrela é composta de quatro triângulos equiláteros e um quadrado. O perímetro do quadrado é 36 cm. Qual é o perímetro da estrela, em centímetros, destacado em vermelho?

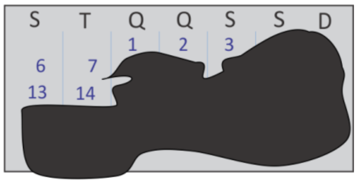


(A) 72 (B) 90 (C) 104 (D) 120 (E) 144

6. Alternativa A

O lado do quadrado mede $\frac{36}{4} = 9$ cm, igual ao lado de cada um dos triângulos equiláteros. A estrela tem o perímetro igual a $4 \times 2 = 8$ lados desses triângulos. Logo, o perímetro da estrela é igual a $8 \times 9 = 72$ cm.

7. Na figura ao lado, temos o calendário de um certo mês. Mas alguém derramou tinta sobre o mesmo, cobrindo a maior parte das datas. Nesse mês, em que dia da semana cai o dia 25?



(A) 2ª feira (B) 4ª feira (C) 5ª feira (D) sábado (E) domingo

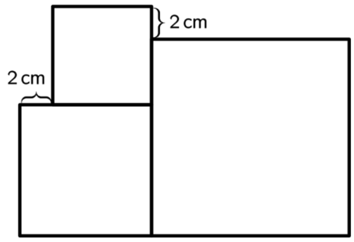
7. Alternativa D
As sextas-feiras caem nos dias 3, 10, 17, 24. Logo, o dia 25 cai no sábado.

8. No máximo, quantas vezes teremos que lançar um dado para obter o mesmo resultado?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

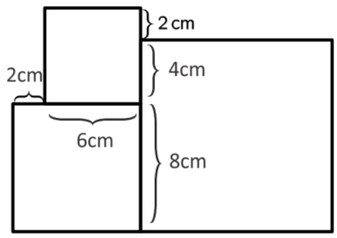
8. Alternativa C
Podemos lançar um dado e os resultados serem diferentes até a sexta jogada. Na sétima, forçosamente, irá aparecer um número já lançado.

9. Na figura há três quadrados. O menor deles tem lado de medida 6 cm. Qual é a medida do lado do maior quadrado?

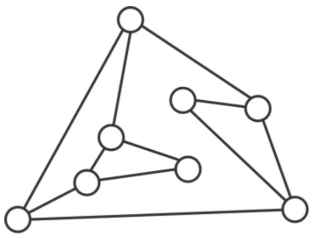


(A) 8 cm (B) 10 cm (C) 12 cm (D) 14 cm (E) 16 cm

9. Alternativa C
O quadrado do meio tem lado igual ao lado do quadrado menor mais 2 cm, ou seja, tem 6 + 2 = 8cm. O quadrado maior tem lado igual ao do quadrado do meio mais o do quadrado menor menos 2 cm, isto é, mede 8 + 6 – 2 = 12 cm.

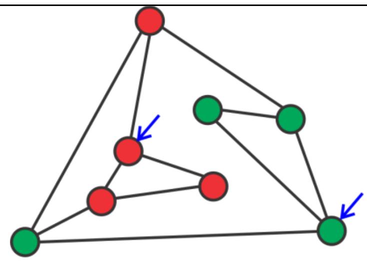


10. Oito lâmpadas se conectam conforme mostrado na figura ao lado. Inicialmente, todas as lâmpadas estão apagadas. Quando uma lâmpada é tocada, ela e todas as lâmpadas a ela conectadas diretamente se acendem. Pelo menos quantas lâmpadas devem ser tocadas para que todas elas se acendam?



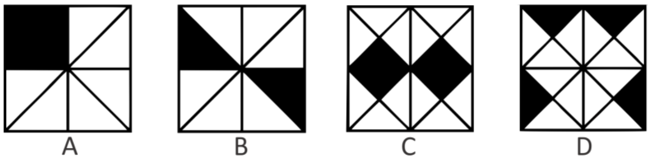
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. Alternativa A
Ao tocar uma lâmpada, quatro lâmpadas se acendem, no máximo. Então é necessário tocar mais uma lâmpada. A figura mostra como as oito lâmpadas podem ser acesas tocando-se apenas duas delas.



Problemas de 4 pontos

11. Em qual quadrado na figura ao lado a razão entre a área da parte preta e a área do quadrado é a maior?

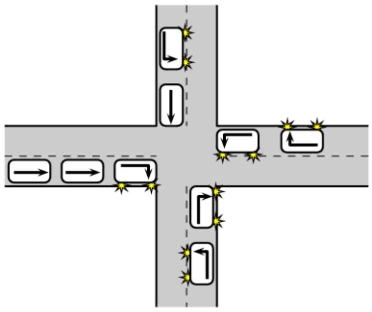


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) São todas iguais

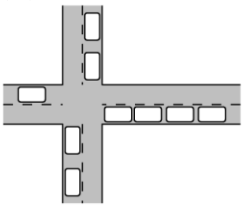
11. Alternativa E

A razão entre a área da parte preta e a área do quadrado, em A, é igual a $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$, em B é $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$, em C é $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ e em D é $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$. Todas as razões são iguais.

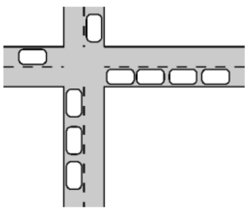
12. Nove carros chegam a um cruzamento, onde alguns seguem em frente e outros vão virar, conforme indicado pelas setas. Qual das figuras a seguir mostra os nove carros, após terem passado o cruzamento?



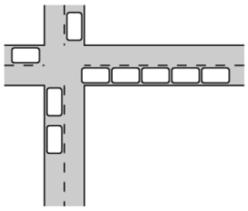
(A)



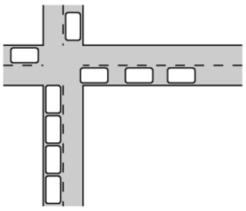
(B)



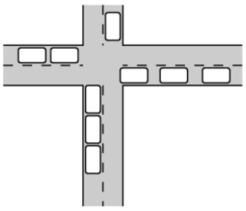
(C)



(D)



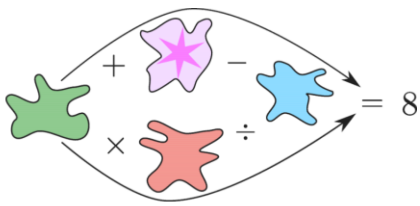
(E)



12. Alternativa B

Para o leste irão 4 carros, para o sul irão 3 carros. Para responder, bastam essas informações. Para confirmar, vemos que para o norte irá um único carro e para oeste, também um único.

13. As manchas coloridas escondem os números 1, 2, 3, 4 ou 5, de modo que os cálculos indicados por cada uma das duas retas sejam corretos. Qual é o número coberto pela mancha com uma estrela?

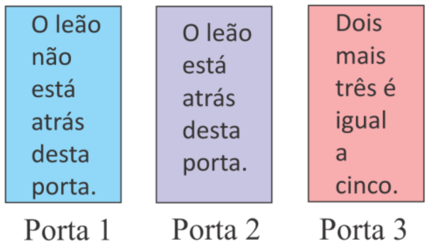


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

13. Alternativa E

Fazendo uma estimativa inicial, vemos que os números 4 e 5 devem aparecer nas manchas verde e estrelada, pois ao subtrair 1, deve resultar 8. Não há outra forma de obter o 8 com uma adição e uma subtração. Se o 5 estiver na mancha verde, será multiplicado por 2 ou 3 e dividido por 1 e não resultará 8. Por outro lado, se o 4 estiver coberto pela mancha verde, teremos 4 + 5 – 1 = 8 e 4 x 2 : 1 = 8. Logo, o número coberto pela mancha estrelada é o 5.

14. Um leão está atrás de uma das três portas ao lado. Das sentenças escritas em cada porta, somente uma é verdadeira. O leão está atrás de qual porta?



(A) 1 (B) 2 (C) 3

(D) Pode estar atrás de qualquer porta.

(E) Só não pode estar atrás da porta 3.

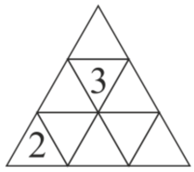
14. Alternativa A
A sentença da porta 3 é verdadeira. Logo, as outras duas sentenças são falsas. Como a sentença da porta 1 é falsa, o leão está atrás da porta 1. Isto garante que a sentença da porta 2 também é falsa. Assim, temos as sentenças falsas nas portas 1 e 2 e a sentença verdadeira na porta 3. E isto significa que o leão está atrás da porta 1.

15. Duas meninas, Ana e Bia, e três meninos, Cláudio, Dário e Elói, brincam com uma bola. Quando uma menina tem a bola, ela a joga para a outra menina ou para um menino. Quando um menino tem a bola, ele a joga para outro menino, exceto para o menino que lhe jogou a bola. Ana começa o jogo atirando a bola para Cláudio. Quem irá fazer o quinto lançamento da bola?

(A) Cláudio (B) Ana (C) Dário (D) Bia (E) Elói

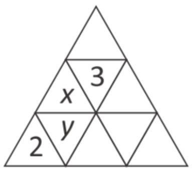
15. Alternativa A
Ana joga a bola Cláudio, que atira a bola para um menino, Dário ou Elói. Um desses dois joga a bola para o outro, que tem que jogar a bola para Cláudio. Cláudio joga a bola para Dário ou Elói, fazendo o quinto lançamento.

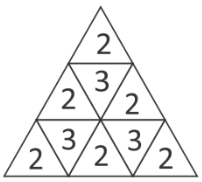
16. Emília quer escrever um número em cada casa triangular do diagrama ao lado, tendo já escrito dois deles. A soma dos números em duas casas com um lado comum deve ser a mesma para todos os pares de casas com um lado comum. Qual será a soma dos números escritos em todas as casas?



(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

16. Alternativa D
Na figura, x e y são dois números que devem ser escritos. Temos $3+x=x+y$ logo y = 3 e $x+y=y+2$ logo x = 2. O preenchimento é imediato e a soma dos números escritos é 21.



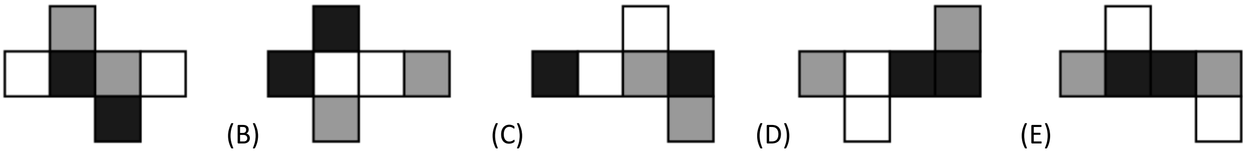


17. Na segunda-feira de manhã Alexandra compartilhou uma foto com cinco amigos. Durante vários dias, todos que receberam a foto mandaram a mesma no dia seguinte para dois amigos que ainda não a tinham visto. Em que dia o número de pessoas a ver a foto se tornou maior do que 100?

(A) quarta-feira (B) quinta-feira (C) sexta-feira (D) sábado (E) domingo

17. Alternativa C
2ª feira: 5 pessoas veem a foto, 3ª feira: 5 x 2 = 10 pessoas veem a foto, 4ª feira: 10 x 2 = 20 pessoas veem a foto, 5ª feira: 20 x 2 = 40 pessoas veem a foto, 6ª feira: 40 x 2 = 80 pessoas veem a foto. O número de pessoas a ver a foto de Alexandra foi, por dia:
2ª feira: 5
3ª feira: 5 + 10 = 15
4ª feira: 15 + 20 = 35
5ª feira: 35 + 40 = 75
6ª feira: 75 + 80 = 155

18. As faces de um cubo foram pintadas de preto, branco ou cinza, e faces opostas ficaram com cores diferentes. Qual das planificações a seguir NÃO é possível para esse cubo?



(A) (B) (C) (D) (E)

18. Alternativa E
Nas planificações apresentadas, as quatro faces laterais do cubo estão na faixa do meio. Portanto, os dois quadrados, um acima e outro abaixo da faixa são faces opostas do cubo. Logo, a última planificação não é possível, pois essas duas faces estão com a mesma cor branca.

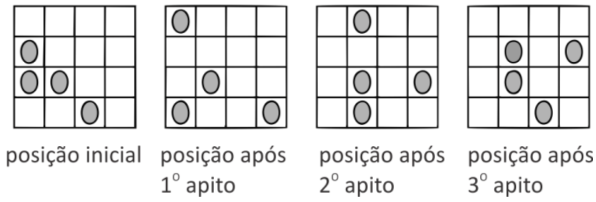
19. Na adição ao lado, as letras *A*, *B*, *C* e *D* representam algarismos. Qual é o algarismo representado pela letra B?

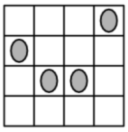
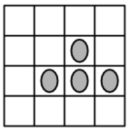
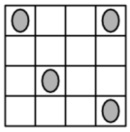
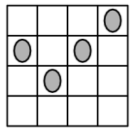
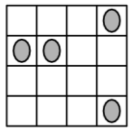
$$\begin{array}{r} A\,B\,C \\ +\;\; C\,B\,A \\ \hline D\,D\,D\,D \end{array}$$

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

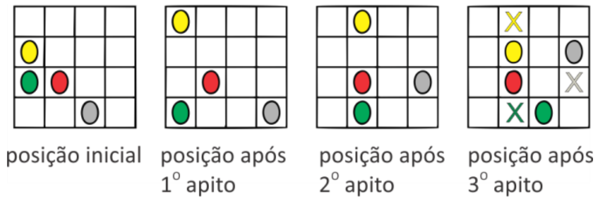
19. Alternativa A
O valor de $A + C$ é maior do que 10, pois D aparece como algarismo das unidades de milhar da soma. Logo, $D = 1$. Então, $A + C = 11$. Ao somar B com B, obtemos $2B + 1$, igual a um número terminado em 1. Logo, $B = 0$ ou $B = 5$. Mas B não pode ser 5, pois 5 + 5 + 1 = 11 e assim teríamos $A + C + 1$ terminado no mesmo algarismo que $A + C$, impossível. Logo $B = 0$.

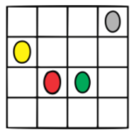
20. Num tabuleiro 4×4, pousam quatro joaninhas, uma em cada casa. Uma delas adormece e não se movimenta. As outras três, sempre que ouvem um apito, movem-se para uma casa vizinha desocupada. Elas podem se mover para a direita, esquerda, para cima ou para baixo, mas nunca voltam para a casa onde estavam anteriormente. Qual das figuras a seguir pode representar a posição das joaninhas após o quarto apito?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

20. Alternativa A
Na figura ao lado, vemos que a joaninha vermelha não se movimenta. Após o 3º apito, temos as posições das demais joaninhas e as casas para onde não podem voltar. Considerando que podem andar somente uma casa de cada vez, concluímos que uma possibilidade pode ser a posição representada na primeira figura, na qual a joaninha amarela vai para a esquerda, a cinza vai para cima e a verde vai para cima.





Problemas de 5 pontos

21. Dados os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, Maria escolheu três números diferentes cuja soma é oito e Joana escolheu três números diferentes cuja soma é sete. Quantos números iguais as duas escolheram?

(A) nenhum (B) um (C) dois (D) três (E) impossível saber

21. Alternativa C
Maria pode ter escolhido 1,2 e 5 ou 1, 3 e 4. Joana só pode ter escolhido 1, 2 e 4. Em qualquer caso, Maria e Joana tiveram que escolher dois números iguais.

22. A soma das idades de Cátia e sua mãe é 36 e a soma das idades de sua mãe e sua avó é 81. Quando Cátia nasceu, sua avó tinha quantos anos?

(A) 28 (B) 38 (C) 45 (D) 53 (E) 56

22. Alternativa C
Se x é a idade de Cátia, então sua mãe tem $36 - x$ anos. Logo a sua avó tem $81 - (36 - x) = 45 + x$ anos. Em outras palavras, sua avó é 45 anos mais velha que ela, Cátia.

23. Se A, B, C são algarismos diferentes, então o maior número possível de seis algarismos, escrito com três algarismos A, dois B e um C **não** pode ser igual a

(A) AAABBC (B) CAAABB (C) BBAAAC (D) AAABCB (E) AAACBB

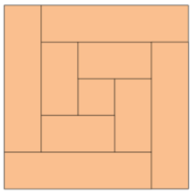
23. Alternativa D
Um número do tipo AAABBC pode ser o número 999887, o maior possível que pode ser escritos usando três algarismos 9, dois algarismos 8 e um algarismo 7.
O número CAAABB é o maior possível usando um algarismo 9, três algarismos 8 e dois algarismos 7.
O número BBAAAC é o maior possível usando dois 9, três 8 e um 7
O número AAACBB é o maior possível usando três 9, um 8 e dois 7.
Já o número AAABCB não é o maior possível usando três 9, dois 8 e um 7, pois o maior nessas condições é AAABBC, visto acima.

24. Nina quer juntar os números 2, 3, 4,..., 10 em vários grupos, de modo que a soma dos números em cada um dos grupos seja sempre a mesma. No máximo, quantos grupos ela vai conseguir fazer?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

24. Alternativa B
A soma dos números de 2 a 10 é igual a $\frac{10\cdot 11}{2}-1=54$. O maior número de grupos de números com somas iguais pode ser obtido quando a menor soma desses números for um divisor de 54. Como a menor soma é maior ou igual a 10, esse divisor deve ser maior ou igual a 10. Portanto nos resta testar o 18, o 27 e o 54.
Na verdade, esse divisor é o número 18. Veja que para soma igual a 18, Nina conseguirá obter $\frac{54}{18}=3$ grupos, sendo o maior número de grupos possíveis. Você pode verificar que isso é possível, bastando ver que: 18 = 2 + 6 + 10 = 4 + 5 + 9 = 3 + 7 + 8.

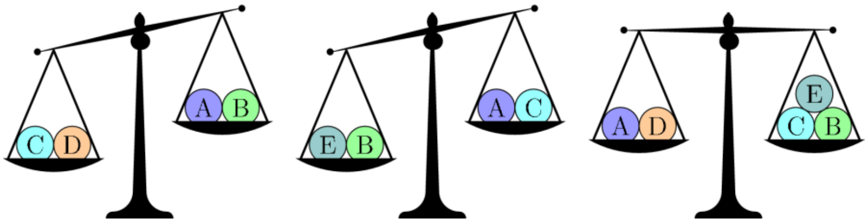
25. Pedro serrou uma ripa de madeira de 8 cm de largura em 9 partes retangulares, sendo uma delas um quadrado. Em seguida ele juntou todas as peças, formando o quadrado mostrado na figura. Qual era o comprimento da ripa, em centímetros?



(A) 150 (B) 168 (C) 196 (D) 200 (E) 232

25. Alternativa D
O menor pedaço de ripa é um quadrado 8 x 8. Ao redor dele estão encostados quatro pedaços iguais de mesma largura, mas de comprimento 8 + 8, ou seja, quatro retângulos 8 x 16. Envolvendo esse conjunto central estão quatro pedaços iguais de mesma largura, mas comprimento igual a 8 + 16 + 8 = 32, isto é, quatro retângulos 8 x 32. Portanto, a ripa original tinha comprimento igual a $8+4\times 16+4\times 32=200$ cm.

26. As bolas pesam 30g, 50g, 50g, 50g e 80g. Qual bola pesa 30g?



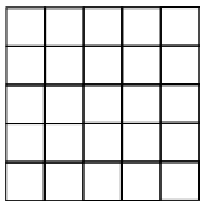
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

26. Alternativa C
Sejam A, B, C, D e E as massas das bolas. Na terceira pesagem vemos que A + D = C + B + E. Como 80 + 50 = 50 + 50 + 30, concluímos que A ou D é 80 g e C, E ou B é 30 g. Da primeira e segunda pesagens, temos

$$\left|\begin{array}{l} C+D>A+B \\ E+B>A+C \end{array}\right. \Rightarrow C+D+E+B>2A+B+C \Leftrightarrow D+E>2A$$

Da desigualdade, concluímos que A é 50 g e D é 80 g. Como A + C é menor do que E + B, pela segunda pesagem, concluímos que ambos E e B são iguais a 50 e C é 30 g.

27. O tabuleiro 5×5 ao lado deve ser preenchido com 0 ou 1 em cada casa, de modo que todo quadrado 2×2 do tabuleiro contenha exatamente três números iguais. Qual é o maior valor possível da soma de todos os números escritos no tabuleiro?

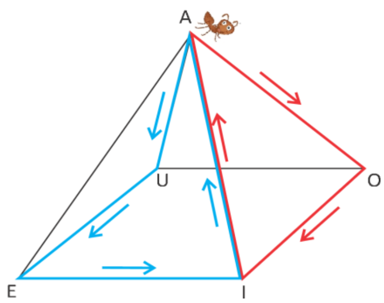


(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

27. Alternativa D
Podemos colocar o número 1 em todas as casas e procurar substituir o menor número possível de algarismos 1 por 0. Isso acontece quando fazemos as substituições nas intersecções do maior número possível de quadrados 2×2 de cada vez, conforme indicado na figura. A soma dos números escritos é $5\times5-4=21$.

1	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

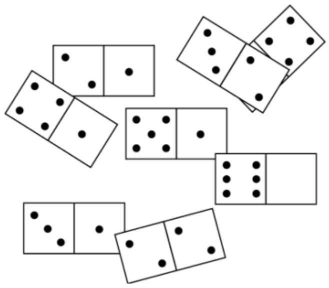
28. A formiguinha Ana parte do ponto A de uma pirâmide e anda ao longo de suas arestas até retornar ao ponto A, sem passar pela mesma aresta duas vezes. $A\to O\to I\to A$ e $A\to U\to E\to I\to A$ são dois caminhos diferentes. Observe também que $A\to O\to I\to A$ e $A\to I\to O\to A$ são caminhos diferentes. Ana pode fazer quantos caminhos diferentes?



(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 32

28. Alternativa D
Há 2 x 4 caminhos sobre 3 arestas, 2 x 4 caminhos sobre 4 arestas e 2 x 4 caminhos sobre 5 arestas, totalizando 8 + 8 + 8 = 24 caminhos. Note que não há caminhos sobre 6 arestas, porque uma aresta não pode ser percorrida duas vezes.

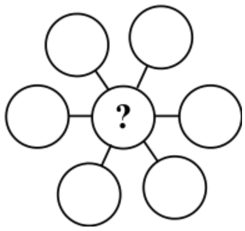
29. Há oito peças de dominó sobre uma mesa e uma delas está parcialmente coberta por outra, como mostrado na figura. Essas oito peças podem ser colocadas sobre um tabuleiro 4×4, de modo que o número de pontos em cada linha e cada coluna seja sempre o mesmo. Quantos pontos tem a parte coberta da peça de dominó na figura?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

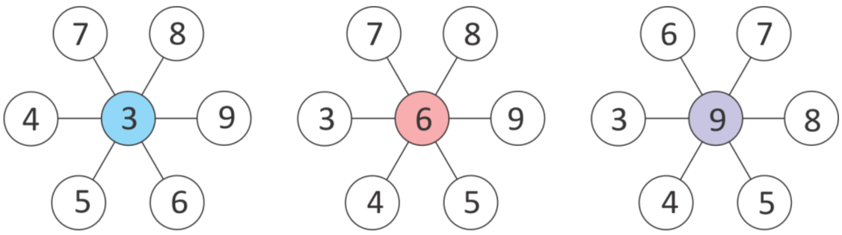
29. Alternativa C
Seja *x* a quantidade de pontos coberta. A soma de todos os pontos visíveis é 4 + 5 + 3 + 5 + 6 + 6 + 4 + 4 = 37. A parte coberta será colocada sobre uma das casas do tabuleiro, que tem 4 linhas e 4 colunas. Como a soma dos pontos em cada uma das quatro colunas é a mesma para todas as colunas (para as linhas ocorre o mesmo), concluímos que 37 + *x* deve ser um número divisível por 4. Sabemos que $1 \le x \le 6$, logo *x* = 3.

30. Mariana queria escrever os números 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 nos sete círculos da figura, de modo que as somas de três números alinhados fossem iguais. Mariana viu que isso poderia ser feito de várias maneiras e ela fez todas elas. Qual é a soma de todos os números que ela escreveu no círculo com o ponto de interrogação?



(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18

30. Alternativa E
A soma dos números de 3 a 9 é 42 e os números devem ser distribuídos em somas iguais de três números. Se *x* é o número escrito no centro do círculo, então 42 – *x* deve ser repartido em 3 somas iguais usando-se os demais números. Logo *x* deve ser um múltiplo de 3, ou seja, ter um dos valores 3, 6 ou 9. A soma desses valores é 3 + 6 + 9 = 18. Somente para verificação, veja o preenchimento da figura nos três casos.



Canguru de Matemática Brasil - 2017 - Prova Nível B - Respostas

Problemas de 3 pontos

1. Na figura à direita, quatro cartões estão alinhados. Qual disposição de cartões abaixo não pode ser obtida dessa linha com uma única troca de posição de dois cartões?

2 0 1 7

2 7 1 0
(A)

0 1 2 7
(B)

1 0 2 7
(C)

0 2 1 7
(D)

2 0 7 1
(E)

1. Alternativa B

Em todas as configurações, exceto a B, há apenas dois cartões fora da posição, obtidas com uma única troca de posição de cartões da configuração original. Por exemplo, a configuração da alternativa A, ao lado, pode ser obtida da original permutando-se as posições dos cartões 0 e 7.

2 7 1 0

Mas na configuração da alternativa B, há três cartões fora de posição, exigindo pelo menos duas permutações de cartões da figura original para ser obtida, por exemplo 0 e 2 e depois 1 e 0.

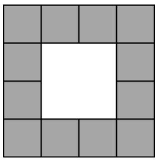
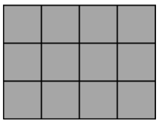
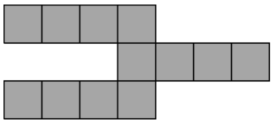
0 1 2 7

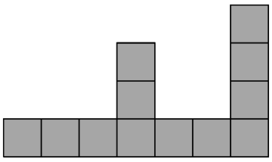
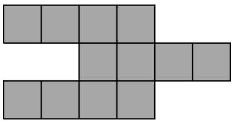
2. Uma mosca tem seis pernas e uma aranha tem oito pernas. Se juntarmos três moscas e duas aranhas, o número total de pernas será igual ao número de pernas de nove galinhas mais o número de pernas de quantos gatos?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

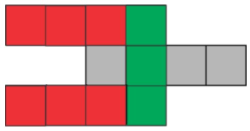
2. Alternativa C
O número total de pernas de três moscas e duas aranhas é $3\times 6+2\times 8=18+16=34$. Cada galinha tem duas pernas, logo o número de pernas de nove galinhas é $2\times 9=18$, faltando então 16 pernas para igualar a soma anterior. Cada gato tem quatro pernas, logo serão necessários 16 : 4 = 4 gatos.

3. Alice tem quatro peças iguais a esta . Qual montagem ela não será capaz de fazer usando essas quatro peças?

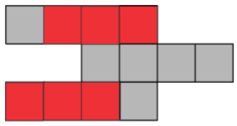
(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

3. Alternativa E



A última montagem não poderá ser feita. Basta olhar para as duas partes 4 x 1 à esquerda da montagem. A peça dada pode ser colocada em duas posições somente. Na primeira delas vemos que um quadradinho na camada do meio ficará isolado. A outra possibilidade é deslocar a peça, mas então sobrará um quadradinho isolado à esquerda. As demais montagens podem ser feitas facilmente.



4. Cátia sabe que $1111 \times 1111 = 1234321$. Quanto vale 1111×2222?

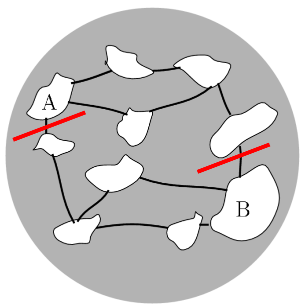
(A) 3456543 (B) 2468642 (C) 2234322 (D) 2345432 (E) 4321234

4. Alternativa B
Como $1111 \times 1111 = 1234321$ e $2222 = 2 \times 1111$ temos:
$1111 \times 2222 = 1111 \times 2 \times 1111 = 2 \times 1111 \times 1111 = 2 \times 1234321 = 2468642$.

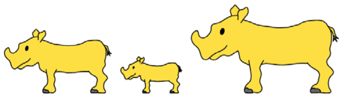
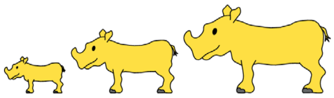
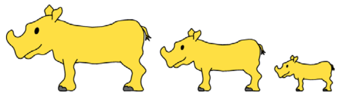
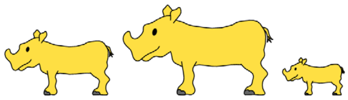
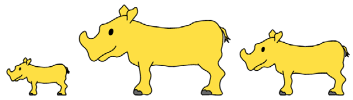
5. Num certo lugar há 10 ilhas e 12 pontes. Todas as pontes estão abertas ao tráfego neste momento. Qual é o menor número de pontes que devem ser fechadas de forma que seja impossível ir de A para B ou de B para A?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5. Alternativa B
Há três pontes conectadas a cada uma das cidades. Uma das pontes de A leva a caminhos que chegam por duas pontes diferentes em B e uma das pontes de B leva a dois novos caminhos diferentes que chegam por duas pontes em A. Assim, fechando-se apenas uma ponte de A e uma ponte de B, identificadas na figura, torna-se impossível ir de uma cidade a outra por meio das pontes.



6. Teca**,** Tica e Tuca saíram para passear, com Teca na frente, Tica no meio e Tuca atrás. Teca pesa 500 kg mais do que Tica e Tica pesa 1000 kg menos do que Tuca. Qual das figuras a seguir mostra Teca, Tica e Tuca na ordem correta?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

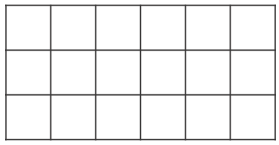
6. Alternativa A
Tica pesa 500 kg a menos que Teca e 1000 kg a menos do que Tuca. Logo, Tica é a mais leve das três e Teca é mais leve do que Tuca. Como Teca está na frente, Tica no meio e Tuca atrás, a de peso intermediário está na frente, a mais leve no meio e a mais pesada, atrás.

7. Um dado tem números escritos em suas faces, sendo a soma dos números nas faces opostas sempre a mesma. Cinco desses números são 5, 6, 9, 11 e 14. Qual é o sexto número?

(A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 13 (E) 15

7. Alternativa E
Basta procurar na lista dois pares de números com a mesma soma. Isto ocorre unicamente para $6+14=9+11=20$. Portanto, o número que falta é 20 – 5 = 15.

8. Maria quer colorir as casas do quadriculado de modo que um terço de todas as casas sejam azuis e metade de todas as casas sejam amarelas. O resto deve ser de casas vermelhas. Quantas casas serão pintadas de vermelho?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

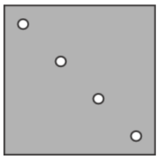
8. Alternativa C
O quadriculado tem $3\times6=18$ casas. Um terço de 18 é 6, que é a quantidade de casas azuis. Metade de 18 é 9, quantidade de casas amarelas. Portanto, o número de casas vermelhas é 18 – 6 – 9 = 3.
Solução alternativa: $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{6-2-3}{6}=\frac{1}{6}$ é a parte do quadriculado pintada de vermelho, igual a $\frac{1}{6}\times18=3$ casas vermelhas.

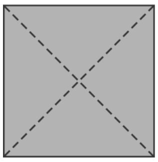
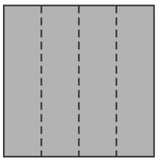
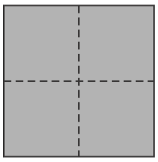
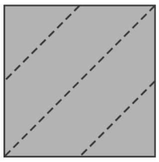
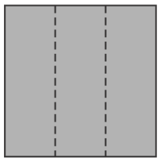
9. Enquanto Messi resolve dois problemas na prova do Canguru, Neymar consegue resolver três problemas. Os dois juntos conseguiram resolver 30 problemas até o final da prova. Neymar resolveu quantos problemas a mais do que Messi?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

9. Alternativa B
De cada cinco problemas resolvidos, três são de Neymar e dois são de Messi, ou seja, um problema a mais para Neymar. Como $30\div5=6$, essa situação se repete seis vezes. Logo, Neymar acertou seis problemas a mais do que Messi.

10. Bruna dobrou uma folha de papel e fez exatamente um furo no papel ainda dobrado. Ao abrir a folha, ela observou o que está representado na figura à direita. Qual das figuras abaixo mostra nas linhas tracejadas como ela dobrou o papel?

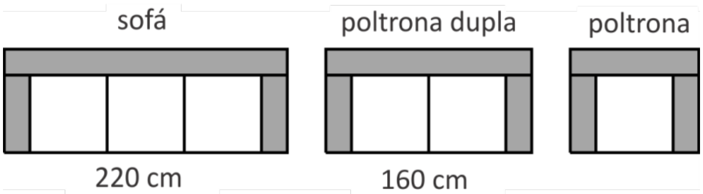


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

10. Alternativa D
Como uma dobra no papel funciona como uma reflexão de espelho, a distância de dois furos a uma mesma dobra é a mesma. Além disso, o furo deve aparecer em todas as regiões separadas pelos vincos, quando o papel é desdobrado.
Depois de desdobrada a folha, os quatro furos aparecem alinhados. Então, as quatro regiões estão separadas por três dobras paralelas. Como os furos estão sobre a diagonal da folha, as dobras são perpendiculares a essa diagonal.

Problemas de 4 pontos

11. Uma loja vende sofás, poltronas duplas e poltronas feitas de peças modulares iguais, conforme mostrado na figura. Incluindo os braços, a largura do sofá é 220 cm e a da poltrona dupla é 160 cm. Qual é largura da poltrona?



(A) 60 cm (B) 80 cm (C) 90 cm (D) 100 cm (E) 120 cm

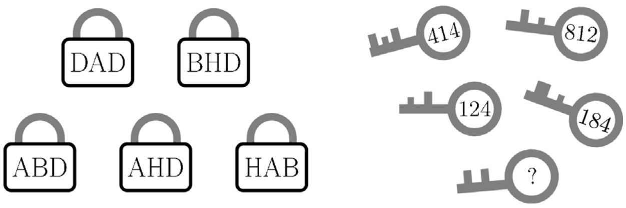
11. Alternativa D
Como o sofá tem exatamente um módulo a mais do que a poltrona dupla, concluímos que a largura do módulo é 220 – 160 = 60 cm. A poltrona tem exatamente um módulo a menos do que a poltrona dupla, logo sua largura é 160 – 60 = 100 cm.

12. O número de 31 algarismos 1234567891011121314151617181920 foi obtido escrevendo-se os números inteiros de 1 a 20. Antônio apagou 24 desses algarismos de modo que o número formado com os algarismos restantes, na mesma ordem, é o maior possível. Que número ele obteve?

(A) 9781920 (B) 9567892 (C) 9671819 (D) 9912345 (E) 9818192

12. Alternativa A
Devem sobrar apenas 31 – 24 = 7 algarismos. Deixamos o maior algarismo para a casa da unidade dos milhões, o primeiro 9 que encontramos da esquerda para a direita. Para a casa seguinte, procuramos deixar o maior algarismo, não esquecendo de que há mais cinco casas a definir. Logo, escolhemos o algarismo 7. E depois ficamos com o bloco 81920. Portanto, o número obtido por Antônio foi 9781920.

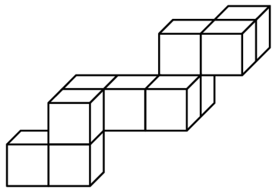
13. Cada uma das chaves dos cadeados à esquerda encontra-se ao lado. Os números nas chaves correspondem às letras nos cadeados. Qual é o número da chave de baixo?



(A) 284 (B) 282 (C) 382 (D) 823 (E) 824

13. Alternativa C
Observando que 414 apresenta o algarismo das unidades igual ao das centenas e o único cadeado com essa propriedade é DAD, concluímos que D = 4 e A = 1. Só existe um cadeado com letra da direita diferente de D e apenas uma chave que não possui o algarismo das unidades igual a 4, logo HAB = 812, de modo que H = 8 e B = 2. Assim, temos BHD = 284, ABD = 124, AHD = 184 e HAB = 812.
Logo, o número da chave com ponto de interrogação é o 284.

14. Maria colou vários cubinhos de 1 cm de lado e montou a estrutura ao lado. Ela quer guardar esse objeto numa das caixas abaixo, com as faces dos cubinhos paralelas às faces da caixa, cujas medidas são dadas em centímetros. Qual é a caixa de menor volume que ela pode usar?



(A) $3\times4\times5$ (B) $3\times3\times5$ (C) $3\times3\times4$ (D) $4\times4\times4$ (E) $4\times4\times5$

14. Alternativa A
Podemos completar a estrutura com cubinhos de 1cm de lado, formando um bloco com 5 cm de frente, por 3 cm de altura e 4 cm de profundidade. Logo, ela pode usar as caixas de dimensões $3\times4\times5$ e $4\times4\times5$, sendo $3\times4\times5$ a de menor volume.

15. Quando somamos os números em cada linha e em cada coluna de um quadriculado, obtemos os resultados indicados na figura. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

$$\begin{array}{|c|c|l} \hline a & b & \to 2 \\ \hline c & d & \to 3 \\ \hline \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 4 & \end{array}$$

(A) $a=d$ (B) $b=c$ (C) $a>d$ (D) $a<d$ (E) $c>b$

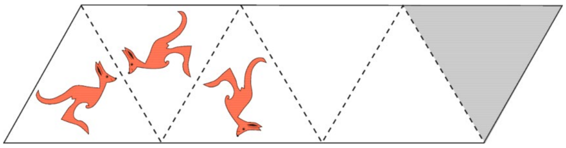
15. Alternativa D
Temos $a+b=2$ e $d+b=4$ logo $a<d$.

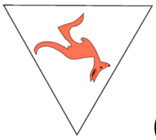
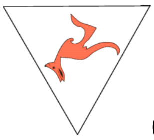
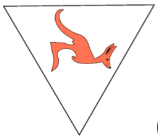
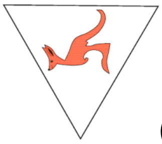
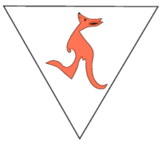
16. Pedro foi fazer caminhadas numa montanha. Ele começou na segunda-feira e terminou na sexta-feira da mesma semana. A cada dia ele andou dois quilômetros a mais do que no dia anterior. Terminada a jornada, Pedro verificou ter andado 70 quilômetros. Quantos quilômetros ele andou na quinta-feira?

(A) 12 km (B) 13 km (C) 14 km (D) 15 km (E) 16 km

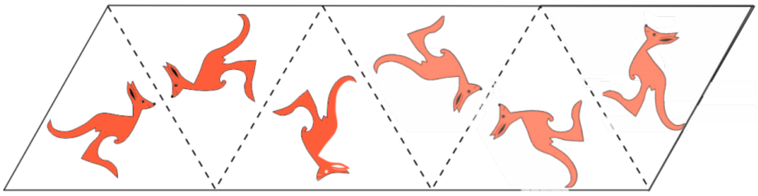
16. Alternativa E
Se ele andou d quilômetros na segunda-feira, então andou d + 2 na terça, d + 4 na quarta, d + 6 na quinta e d + 8 na sexta-feira. Portanto,
$d+d+2+d+4+d+6+d+8=70 \Leftrightarrow 5d+20=70 \Leftrightarrow 5d=70-20=50 \Leftrightarrow d=10$.
Assim, na quinta-feira ele andou d + 6 = 10 + 6 = 16 km.

17. Ao lado, para cada par de triângulos com um lado comum, há uma reflexão (espelhamento) do desenho do canguru. No triângulo cinza, como aparece a imagem do Canguru?

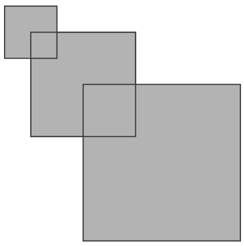


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

17. Alternativa E
Na figura abaixo vemos como aparece a sequência de reflexões da figura do canguru, em relação aos lados dos triângulos, até o último triângulo.



18. Rafael tem três quadrados parcialmente sobrepostos, de forma que um vértice do quadrado do meio está no centro do quadrado menor e um vértice do quadrado maior está no centro do quadrado do meio, como na figura. Os lados desses quadrados medem, respectivamente, 2 cm, 4 cm e 6 cm. As regiões sobrepostas são quadradas. Qual é a área de toda a região cinzenta?



(A) 6 cm^2 (B) 16 cm^2 (C) 27 cm^2 (D) 32 cm^2 (E) 51 cm^2

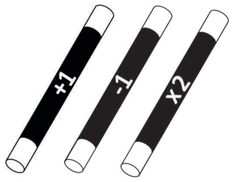
18. Alternativa E
O quadrado formado pela sobreposição dos dois quadrados menores tem 1 cm de lado e o outro quadrado formado pela sobreposição dos dois quadrados maiores tem 2 cm de lado. A área de toda a região cinzenta é igual à soma das áreas dos três quadrados menos as áreas dos dois quadrados formados pelas sobreposições, pois essas foram contadas duas vezes. Portanto, a área de toda a região cinzenta é igual a $2^2+4^2+6^2-1^2-2^2=4+16+36-1-4=51\,\text{cm}^2$.

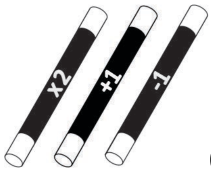
19. Numa partida de handebol, quatro jogadores fizeram quantidades diferentes de gols. Entre eles, Miguel foi o que menos gols fez e os outros três fizeram, juntos, 20 gols. No máximo, quantos gols fez Miguel?

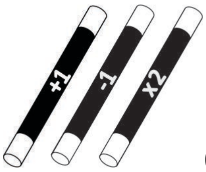
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

19. Alternativa C
Para Miguel fazer a maior quantidade possível de gols, é preciso que o menor dos números de gols dos outros jogadores seja o maior possível. Isto ocorre para $5+6+9=5+7+8=20$. Logo, o maior número de gols que Miguel pode fazer tem que ser menor do que 5, ou seja, 4.
Outra solução: Se Miguel fizesse 5 ou mais gols, os outros fariam pelo menos $6+7+8=21$ gols, passando dos 20 gols. Portanto, Miguel pode fazer no máximo 4 gols.

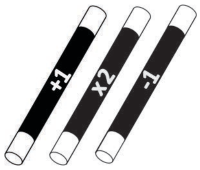
20. Bóris tem uma quantia de dinheiro numa caixa e três varinhas mágicas que só podem ser usadas uma vez cada uma. A primeira aumenta um real, a segunda subtrai ele deve utilizar as três varinhas mágicas para aumentar ao máximo a quantia inicial de dinheiro?

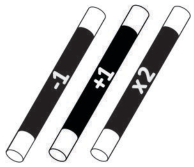


(A) 

(B) 

(C) 

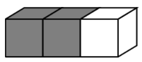
(D) 

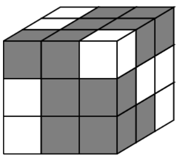
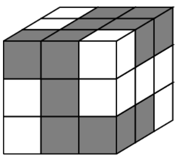
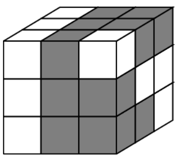
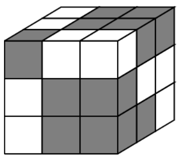
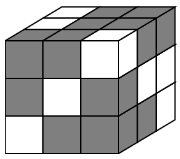
(E) 

20. Alternativa D
Se x é a quantia que Bóris tem, a quantia final em dinheiro pode depender da ordem em que as varinhas são usadas. Para cada alternativa temos:
(A) $\big((x\cdot 2)+1\big)-1=2x$, (B) $\big((x+1)-1\big)\cdot 2=2x$ (C) $\big((x\cdot 2)-1\big)+1=2x$ (D) $\big((x+1)\cdot 2\big)-1=2x+1$
(E) $\big((x-1)+1\big)\cdot 2=2x$. A maior quantia final é $2x+1$.

Problemas de 5 pontos

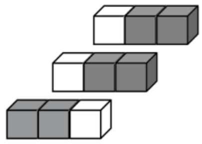
21. Uma barra é formada por três cubinhos de lado 1, sendo dois cinzentos e um branco e está representada na figura ao lado. Qual dos blocos retangulares abaixo pode ser construído com nove barras iguais a essa?

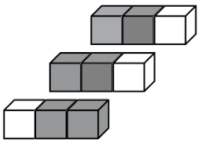


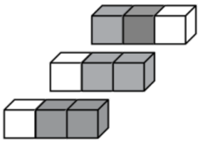
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

21. Alternativa A

A camada superior é composta de três peças, conforme mostrado à direita. A camada do meio é composta de três peças conforme figura à esquerda. A camada inferior é composta de três peças conforme figura abaixo.

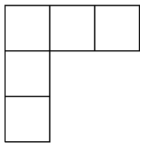






Não é difícil ver que os demais cubos não podem ser feitos com essas peças. Na alternativa (B), por exemplo, a camada do meio é impossível de obter (verifique as duas direções possíveis).

22. Os números 1, 2, 3, 4 e 5 devem ser escritos no diagrama ao lado, da seguinte maneira: qualquer um tem que ser maior do que o vizinho acima ou à esquerda. De quantas maneiras diferentes o diagrama pode ser preenchido?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

22. Alternativa D

O número 1 somente pode ser colocado na casa comum à linha e à coluna. Uma vez escritos os números na linha, resta uma única opção para escrever os números da coluna. Por exemplo,

1 2 3
4
5

As linhas podem ser somente essas seis: 1 2 3, 1 2 4, 1 2 5, 1 3 4, 1 3 5, 1 4 5.

Uma vez definida a linha, a coluna só pode ser preenchida de uma maneira. Portanto, há exatamente seis maneiras diferentes de preencher o diagrama.

23. Oito cangurus estão em fila, conforme a ilustração. Num dado momento, dois cangurus vizinhos que estão olhando um para o outro trocam de posição, sem mudar a direção do olhar. Em seguida, outros dois cangurus na mesma situação repetem a troca, e assim sucessivamente, até que não seja mais possível repetir o movimento. Quantas trocas serão possíveis?

(A) 2 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 16

23. Alternativa D

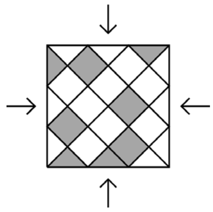
Nenhum dos cangurus vai mudar a direção de seu olhar. Se considerarmos os cangurus da esquerda para a direita, vemos que o quarto canguru pode trocar de posição no máximo com os três cangurus à sua esquerda, o sétimo canguru pode trocar de posição no máximo com os cinco cangurus à sua esquerda e o oitavo canguru pode trocar de posição no máximo com os mesmos cinco cangurus à sua esquerda. Portanto, o número máximo de trocas é 3 + 5 + 5 = 13.

24. Mônica precisa escolher cinco números distintos de tal forma que multiplicando alguns deles por dois e os restantes por três, a quantidade de produtos diferentes seja a menor possível. Neste caso, quantos produtos diferentes ela irá obter?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

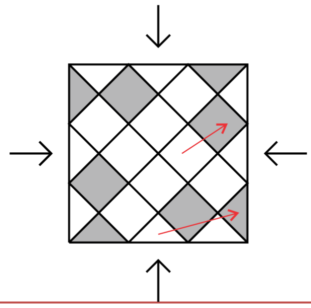
24. Alternativa C
Números diferentes multiplicados por números diferentes de zero resultam números diferentes. Dos cinco números dados, pelo menos três serão multiplicados por dois ou por três, gerando pelo menos três resultados diferentes. Podemos escolher os números de modo que haja somente três resultados diferentes. Por exemplo, dados os números 6, 8, 9, 12, 15 podemos multiplicar os dois primeiros por três e os outros três por dois, obtendo 18, 24, 18, 24, 30.

25. O piso de uma sala quadrada compõe-se de ladrilhos triangulares e quadrados em cinza ou branco. Qual é o menor número de ladrilhos cinzentos que devem ser trocados de posição com um ladrilho branco de modo que o piso apresente o mesmo aspecto, quando visto de cada uma das quatro direções assinaladas na figura?



(A)Três triângulos, um quadrado
(B) Um triângulo, três quadrados
(C) Um triângulo, um quadrado
(D) Três triângulos, três quadrados
(E) Três triângulos, dois quadrados

25. Alternativa C
Basta fazer com que a figura tenha simetria por rotações de 90°. Consegue-se isto trocando de posição um triângulo cinzento com um triângulo branco e um quadrado cinzento com um quadrado branco, conforme figura ao lado.



26. Um saco contém somente bolas vermelhas e bolas verdes. Para cada cinco bolas que retirarmos, pelo menos uma é vermelha e para cada seis bolas, pelo menos uma é verde. Qual é o maior número de bolas que o saco pode ter?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

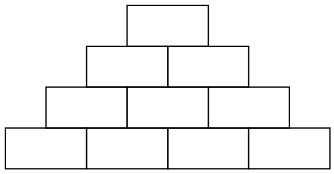
26. Alternativa C
Não pode haver cinco bolas verdes, pois ao retirarmos cinco bolas, pelo menos uma vermelha vem junto e não pode haver seis bolas vermelhas, pois ao retirarmos seis bolas, pelo menos uma verde vem junto. Portanto, o maior número de bolas que pode haver no saco é quatro verdes e cinco vermelhas, totalizando nove bolas.

27. Uma cesta contém oito bolas numeradas. Ana, Bruna e Celina foram até a cesta, não necessariamente nessa ordem, e retiraram todas as bolas com números de suas preferências, respectivamente números pares, números múltiplos de três e números divisíveis por cinco. Ana retirou bolas com os números 32 e 52, Bruna, com os números -24 , 33 e 45 e Celina, com os números -20 , 25 e 35. Em que ordem elas foram até a cesta?

(A) Ana, Celina, Bruna (B) Bruna, Celina, Ana (C) Bruna, Ana, Celina (D) Celina, Bruna, Ana
(E) Celina, Ana, Bruna

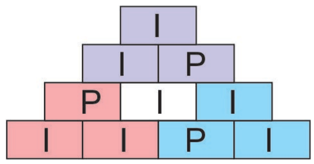
27. Alternativa B
A primeira a retirar as bolas tinha preferência pelos múltiplos de três. Isto ocorreu porque se a primeira fosse quem prefere os números pares, teria tirado os números -24 , -20 , 32 e 52 e se a primeira fosse quem prefere os múltiplos de cinco, teria tirado os números -20 , 25, 35 e 45. A segunda pessoa a retirar as bolas tinha disponíveis os números -20 , 25, 32, 35 e 52, logo, foi a pessoa que prefere os múltiplos de cinco, pois do contrário teriam sobrado para a última a retirar os números 25 e 35 somente. Portanto, a ordem em que as garotas foram retirar as bolas na cesta é Bruna, Celina e Ana.

28. Joana quer escrever um número natural em cada retângulo do diagrama ao lado de modo que cada número escrito seja igual à soma dos dois números que aparecem nos retângulos logo abaixo do retângulo em que foi escrito o número. Qual é a maior quantidade de números ímpares que Joana pode escrever?

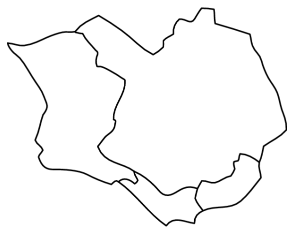


(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

28. Alternativa D
Dados três números em que um deles é a soma dos outros dois, pelo menos um é par, já que a soma de dois números ímpares é par. Dividindo o diagrama nas três regiões destacadas com cores diferentes na figura ao lado, vemos que há um mínimo de três números pares nas casas. Logo, a quantidade máxima de números ímpares que podem ser escritos no diagrama é sete. Na figura, temos uma das possíveis formas de obter sete números ímpares.

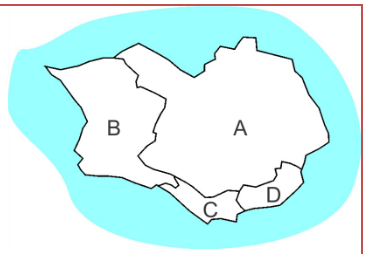


29. Júlia tem quatro lápis de cores diferentes e quer usar alguns ou todos eles para pintar o mapa de uma ilha com quatro países, como na figura. Os mapas de dois países com fronteiras comuns não podem ter a mesma cor. De quantas formas pode ser pintado o mapa da ilha?



(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 36 (E) 48

29. Alternativa E



O país A é vizinho dos países B, C e D. Vamos supor que Júlia use os quatro lápis. Ela pode começar colorindo o país A e, para isso, tem quatro possibilidades. Para colorir B ela tem três escolhas, já que a cor não pode ser a mesma de A. Para colorir C, que é vizinho de A e B, ela tem duas escolhas e, finalmente, para colorir D, que é vizinho de A e C, ela tem duas escolhas. Assim, o número de maneiras com que ela pode colorir a ilha é 4 x 3 x 2 x 2 = 48. O uso de apenas três cores já está incluído neste cálculo.

30. Em cada casa de um tabuleiro 6×6 existe uma lâmpada. Duas lâmpadas são vizinhas quando estão em casas com um lado comum. Inicialmente estão acesas algumas lâmpadas e, a cada minuto, cada lâmpada vizinha de pelo menos duas lâmpadas acesas também acende. Qual é o menor número de lâmpadas que devem estar acesas inicialmente, de modo a garantir que, em algum momento, todas as lâmpadas estarão acesas?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

30. Alternativa C

Vamos provar que dada uma configuração de lâmpadas inicialmente acesas, o perímetro total formado pelas lâmpadas acesas nunca aumenta. Uma lâmpada L que acende em dado minuto possui pelo menos duas lâmpadas vizinhas acesas e, portanto, no máximo dois de seus lados não são lados de alguma lâmpada acesa. Dessa forma, dois ou mais lados deixam de fazer parte do perímetro de lâmpadas acesas e dois ou menos lados são adicionados. Concluímos assim que, para cada lâmpada que acende, o perímetro não aumenta. Se existem n lâmpadas acesas inicialmente, o perímetro máximo formado por elas é $4n$. O perímetro formado por todas as lâmpadas (perímetro do tabuleiro) é $4\times6=24$. Temos, assim, $4n\geq24 \Leftrightarrow n\geq6$. Logo, para que todo o tabuleiro acenda, deve haver pelo menos seis lâmpadas acesas no início. Uma forma de acender todas as lâmpadas partindo de 6 lâmpadas acesas consiste em acender todas as lâmpadas de uma das diagonais.

Canguru de Matemática Brasil – 2016 – Nível B – Soluções

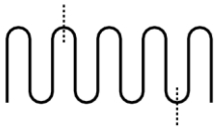
Problemas de 3 pontos

1. Marcos corta uma pizza em quatro partes iguais. Em seguida, corta cada um desses pedaços em três pedaços iguais. Cada um desses pedaços menores representa qual parte da pizza original?

(A) Um terço. (B) Um quarto. (C) Um sétimo. (D) Um oitavo. (E) Um doze-avo.

1. Alternativa E
O número total de pedaços iguais em que a pizza foi cortada era $3\times 4=12$. Portanto, cada pedaço representa $\frac{1}{12}$ da pizza ou seja, um doze-avo da pizza.

2. Um cordão de comprimento 10 cm é dobrado em partes iguais conforme a figura. Em seguida, o cordão é cortado em três pedaços nos lugares indicados. Quais são os comprimentos dos três pedaços?

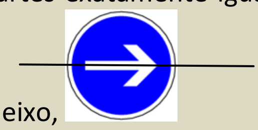
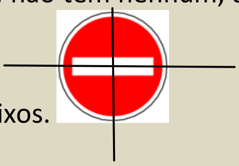


(A) 2cm, 3cm, 5cm (B) 2cm, 2cm, 6cm (C) 1cm, 4cm, 5cm (D) 1cm, 3cm, 6cm (E) 3cm, 3cm, 4cm

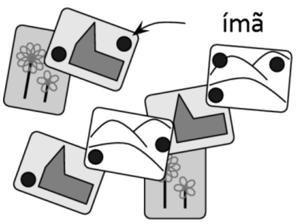
2. Alternativa A
Na figura, o pedaço à esquerda tem 3 partes, logo tem 3 centímetros e o pedaço da direita tem duas partes, logo tem 2 centímetros. Logo, o pedaço do meio tem cinco partes, isto é 5 centímetros. Portanto, os pedaços mede, em ordem crescente, 2 cm, 3 cm e 5 cm.

3. Qual dos sinais de tráfego a seguir tem o maior número de eixos de simetria?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

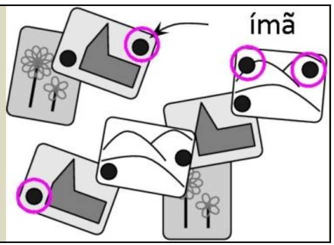
3. Alternativa E
O eixo de simetria de uma figura é a reta que divide a figura em duas partes exatamente iguais. Um dos lados da reta é o espelho do outro lado da reta. Assim, a figura (A) tem um eixo,  a figura (B) não tem nenhum, a figura (C) tem um eixo , a figura (D) não tem nenhum e a figura (E) tem dois eixos. 

4. Lisa tem vários cartões pendurados na porta de sua geladeira por meio de oito fortes ímãs. Qual é o maior número possível de ímãs que ela pode retirar sem que nenhum cartão caia no chão?



(A)2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

4. Alternativa C
Cada cartão necessita apenas de um ímã, que pode segurar um ou mais cartões. Os círculos coloridos indicam quais cartões podem ser retirados. Há outras formas de retirar os ímãs, mas a quantidade de ímãs que podem ser retirados sem que algum cartão caia é 4.

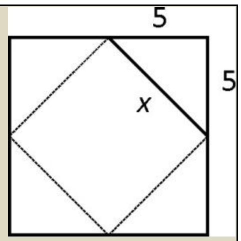


5. Catarina desenha um quadrado com lado de 10 cm. Ela liga os pontos médios dos lados do quadrado para obter um quadrado menor. Qual é a área do quadrado menor?


10 cm

(A) 10 cm^2 (B) 20 cm^2 (C) 25 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2

5. Alternativa E
Ligando os pontos médios de dois lados adjacentes do quadrado de lado 10 cm, obtemos um triângulo retângulo cujos catetos medem ambos 5 cm e cuja hipotenusa é o lado do quadrado menor, de medida *x*. Então, pelo Teorema de Pitágoras, $x^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 50$. Mas a área desse quadrado é x^2, logo vale 50 cm^2.
Podemos resolver o problema quadriculando o quadrado maior e somando as áreas que compõem o quadrado interno.



6. A mãe de Alice quer que as facas fiquem do lado direito e os garfos do lado esquerdo de cada prato. Pelo menos quantas trocas de posições de um garfo e uma faca Alice terá que fazer para satisfazer à sua mãe?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

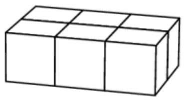
6. Alternativa B
Como há dois garfos ao lado direito, serão necessárias pelo menos duas trocas de posição. Isto basta, pois olhando da esquerda para a direita, podemos trocar de posição o segundo garfo com a primeira faca e depois a terceira faca com o terceiro garfo.

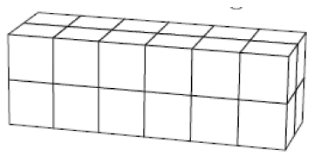
7. Uma centopeia tem 25 pares de sapatos, mas ela precisa de um sapato para cada pé. Quantos sapatos ela ainda precisa comprar?

(A) 15 (B) 20 (C) 35 (D) 50 (E) 75

7. Alternativa D
A centopeia tem 100 pés. Como ela tem 25 pares de sapatos, ela tem 25 x 2 = 50 sapatos. Logo ela ainda precisa de 100 – 50 = 50 sapatos.

8. Antônio e Manuel montam blocos retangulares usando a mesma quantidade de cubinhos iguais. Antônio fez o bloco ao lado. Manuel começou a montar o seu bloco, com a primeira camada representada à esquerda.



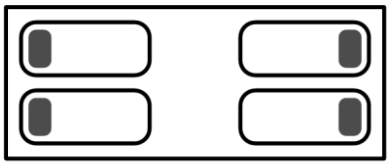


Quantas camadas terá o bloco de Manuel?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Alternativa C
Antônio usou 6 x 2 x 2 = 24 cubinhos. Manuel usou na primeira camada do seu bloco 3 x 2 = 6 cubinhos, restando-lhe 24 – 6 = 18 cubinhos para usar. Como cada camada tem 6 cubinhos, ele poderá fazer mais $18 \div 6 = 3$ camadas. Logo, seu bloco terá 1 + 3 = 4 camadas.

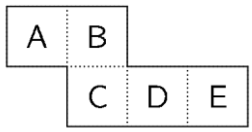
9. Ao lado esquerdo do quarto, Bia e Lia estão dormindo de frente uma para outra e ao lado direito, Ria e Pia estão dormindo de costas uma para outra. Todas elas dormem com suas cabeças apoiadas em seus travesseiros. Quantas estão dormindo com sua orelha direita sobre o travesseiro?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

9. Alternativa C
Lia e Bia têm a posição de suas orelhas trocadas, o mesmo acontecendo com Ria e Pia. Logo, há uma em cada dupla que dorme com a orelha direita em contato com o travesseiro. Portanto, duas pessoas nesse quarto dormem com a orelha direita sobre o travesseiro.

10. A peça de papel da figura é dobrada ao longo das linhas pontilhadas, de modo a formar uma caixa aberta. A caixa é colocada sobre uma mesa com a face aberta para cima. Qual face é o fundo da caixa?

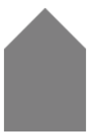


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

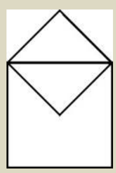
10. Alternativa B
Fazendo as dobras, vemos que a face B é vizinha das faces A, C, D e E. Logo, a face oposta a B não existe ou seja, B é o fundo da caixa.

Problemas de 4 pontos

11. Qual das figuras abaixo não pode ser formada com os dois quadrados iguais ao lado?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

11. Alternativa A
Colocando um quadrado sobre o outro, podemos formar as figuras em (B), (C), (D) e (E). Entretanto, a figura em (A) não pode ser feita, porque ela é composta de dois quadrados diferentes, já que um deles, aquele com dois lados horizontais, tem seu lado igual à diagonal do outro, aquele que está inclinado e na parte superior da figura, conforme ilustração.

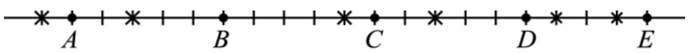


12. Maria, Ana e Nina trabalham numa creche. Todos os dias, de segunda a sexta, exatamente duas delas vão trabalhar. Maria trabalha três dias por semana e Ana trabalha quatro dias por semana. Quantos dias por semana Nina trabalha?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. Alternativa C
De segunda a sexta, são cinco dias. Se duas pessoas vão trabalhar a cada dia, temos 5 x 2 = 10 prestações de serviço. Maria presta três e Ana presta quatro, logo Nina vai trabalhar 10 – 3 – 4 = 3 vezes por semana.

13. Cinco esquilos A, B, C, D e E estão parados em uma linha reta, na qual estão caídas seis nozes, identificadas pelos asteriscos na figura. Num certo momento, todos os esquilos saem correndo com a mesma velocidade em direção à noz mais próxima e continuam a corrida até não sobrarem nozes. Qual dos esquilos conseguirá pegar duas nozes?



(A) C (B) A (C) E (D) D (E) B

13. Alternativa A

Os esquilos A, C, D e E têm uma noz a uma distância unitária. Logo, eles pegam uma noz cada um no primeiro momento (indicadas com um círculo vermelho na figura). Sobram então as duas nozes não assinaladas. B está mais próximo da noz à esquerda e C está mais próximo à noz à direita. Logo, C apanha duas nozes.

14. Numa classe com 30 alunos, todos os alunos sentam-se em duplas. Todos os meninos sentam-se ao lado de uma menina e metade das meninas senta-se com um menino. Quantos meninos há na classe?
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

14. Alternativa B
Se x é o número de meninos, o número de meninas é $30 - x$. Como metade delas senta-se ao lado de um menino, concluímos que $\frac{30-x}{2} = x \Leftrightarrow 30 - x = 2x \Leftrightarrow 3x = 30 \Leftrightarrow x = 10$.

15. O número 2581953764 foi escrito numa tira de papel. Júlia corta a tira duas vezes, ficando com três números escritos, um em cada pedaço da tira. Qual é o menor número possível que ela poderá obter ao somar esses três números?

(A) 2675 (B) 2975 (C) 2978 (D) 4127 (E) 4298

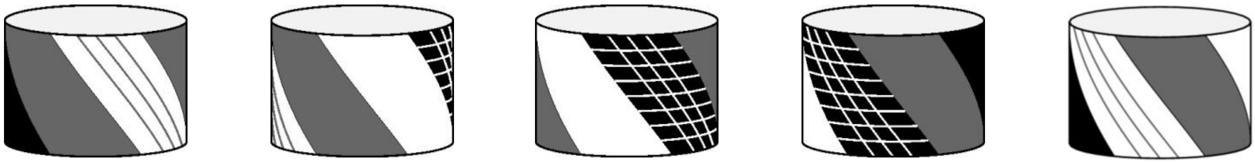
15. Alternativa B
O número tem 10 algarismos. Para que a soma seja a menor possível, é preciso que as parcelas sejam números com o menor número de algarismos. No caso, dois deles devem ter três algarismos e um deles, quatro algarismos. Há três possibilidades: 2 581 + 953 + 764, 258 + 1 953 + 764 ou 258 + 195 + 3 764. A soma mínima é 258 + 1953 + 764 = 2 975.

16. Vovó comprou comida para seus quatro gatos para durar 12 dias. Voltando para casa, ela trouxe mais dois gatos que ela encontrou na rua. Se ela der diariamente para cada gato a mesma quantidade de comida que ela dava antes, quantos dias vai durar essa comida que ela comprou?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

16. Alternativa E
Cada gato come uma quantidade c de comida por dia. Portanto, vovó comprou a quantidade de comida igual a $4c \times 12 = 48c$. Com dois gatos a mais, ela passa a ter 4 + 2 = 6 gatos. O número de dias que a comida vai durar é $\frac{48c}{6c} = 8$.

17. Rita decorou seu tambor para uma festa. Exatamente quatro das figuras a seguir mostram seu tambor em diferentes posições. Qual é a figura que não mostra o tambor de Rita?



17. Alternativa A
Podemos concluir que o tambor está pintado com seis faixas: uma branca, uma preta, uma com três linhas, uma preta com linhas brancas e duas cinzentas. Uma das duas figuras, (A) ou (E) não representa o tambor, pois a faixa com três linhas está entre duas cinzentas na primeira e entre uma preta e uma cinzenta na outra. A figura (E) é compatível com as demais, pois vemos na ordem horária a faixa preta, a faixa com as três linhas, uma faixa cinzenta, uma faixa branca, uma faixa preta com linhas brancas e outra cinzenta. Logo, a primeira figura não representa o tambor.

18. Cada letra da palavra PALMEIRA representa um dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 e letras diferentes representam algarismos diferentes. O número PALMEIRA é ímpar e divisível por 3. Qual algarismo corresponde à letra A?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

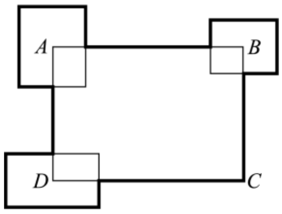
18. Alternativa D
A soma dos números de 1 a 7 é igual a 28. Se x é o valor da letra A, a única que aparece duas vezes, então x é ímpar, pois A representa o algarismo das unidades. Como x é menor do que 8, os possíveis valores de x são 1, 3, 5 e 7. Como 28 + x é divisível por 3, concluímos que x = 5. Logo, a letra A corresponde ao algarismo 5.

19. Ana, Lia e Cris são trigêmeas. Seu irmão Paulo é exatamente três anos mais novo que elas. Qual dos números a seguir poderia ser a soma das idades dos quatro irmãos?

(A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 59 (E) 60

19. Alternativa A
Se x é a idade de cada irmã, então x – 3 é a idade de Paulo. A soma das idades dos quatro irmãos é $x+x+x+x-3=4x-3$. Somando 3 a esse número, resulta um múltiplo de 4, caso do número 53, pois 53 + 3 = 56, múltiplo de 4. Portanto, a soma das idades dos quatro irmãos poderia ser 53.

20. O perímetro do retângulo *ABCD* é 30 cm. Três outros retângulos são desenhados de forma que seus centros coincidem com os pontos *A*, *B* e *C*, como na figura. A soma dos perímetros desses três retângulos é 20 cm. Qual é o comprimento total da linha mais grossa na figura?



(A) 25 cm (B) 30 cm (C) 35 cm (D) 40 cm (E) 50 cm

20. Alternativa D
Somando o perímetro do retângulo *ABCD* com os perímetros dos demais retângulos, temos $30+20=50$ cm. A linha grossa tem comprimento igual a esta soma menos a soma dos perímetros dos retângulos compostos pelas linhas mais finas na figura. Cada um desses retângulos tem seus lados iguais à metade dos lados dos retângulos em que estão contidos, logo a soma dos perímetros dos três retângulos é metade da soma dos perímetros dos retângulos em que estão, ou seja, $\frac{20}{2}=10$ cm. Portanto, o perímetro da linha mais grossa é $50-10=40$ cm.

Problemas de 5 pontos

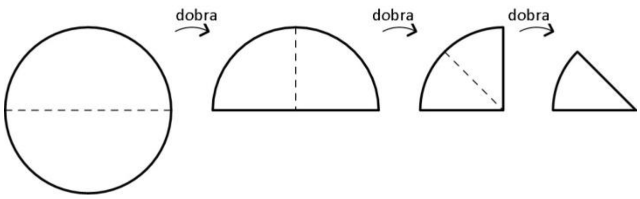
21. Ricardo escreveu todos os números com as seguintes propriedades:
- O primeiro algarismo é 1.
- Cada um dos algarismos seguintes é maior ou igual ao anterior.
- A soma de todos os algarismos é 5.

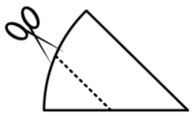
Quantos números ele escreveu?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

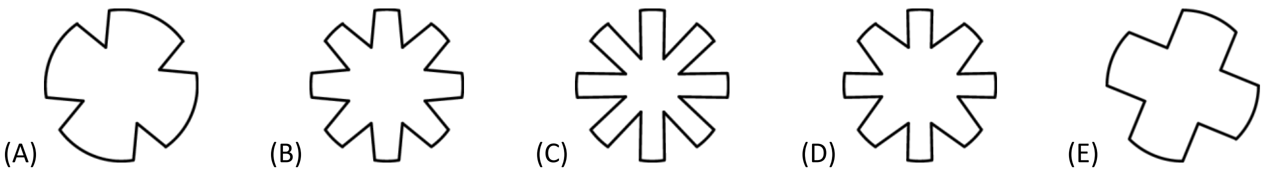
21. Alternativa B
Os números são 11111, 1112, 113, 14 e 122.

22. Ana dobra três vezes uma folha de papel circular, como na figura. Depois disso, ela faz um corte na folha dobrada, ao longo da linha pontilhada na figura abaixo.

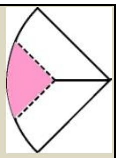




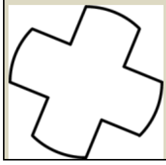
Ao desdobrar os pedaços, como irá aparecer a parte central da folha?

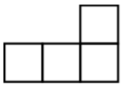


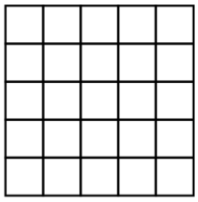
22. Alternativa E



Depois da terceira dobra, há oito camadas de papel. O corte feito na folha dobrada vai destacar quatro pedaços de papel, limitando as possibilidades à primeira ou à quarta figura. Como a linha pontilhada do corte é de 45^{O} com a dobra horizontal, ao desdobrar os quatro pedaços cortados, teremos setores circulares de 90^{O}(ver figura à direita). Logo, a parte central da folha circular terá o aspecto ao lado.



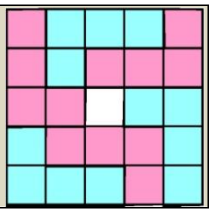
23. Qual é o maior número de pedaços iguais a  que podem ser cortados do quadriculado 5×5 ao lado?



(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

23. Alternativa D

O quadriculado é formado de $5\times5=25$ quadradinhos e cada pedaço é composto de 4 quadradinhos. Dividindo 25 por 4 obtemos quociente 6 e resto 1 (sobra um quadradinho). Mostramos na figura ao lado uma possível maneira de obter os 6 pedaços.



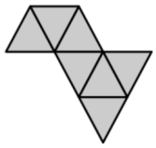
24. Luís abriu um pequeno restaurante e ganhou de seu amigo João algumas mesas quadradas e cadeiras. Se ele usar todas as mesas separadamente, com quatro cadeiras cada uma, ele vai precisar de mais seis cadeiras. Se ele juntar as mesas duas a duas, usando seis cadeiras, sobrarão quatro cadeiras. Quantas mesas ele ganhou de João?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

24. Alternativa B

Se x é o número de mesas quadradas e Luís deixá-las separadas, irá precisar de mais 6 cadeiras. Portanto, ele tem $4x-6$ cadeiras. Se ele juntar as mesas em pares, terá $\frac{x}{2}$ mesas maiores, nas quais poderá colocar 6 cadeiras. Neste caso, 4 cadeiras não serão utilizadas, logo ele tem $\frac{x}{2}\cdot 6+4=3x+4$ cadeiras. As duas expressões representam o mesmo número de cadeiras, logo $4x-6=3x+4 \Leftrightarrow x=10$, isto é, Luís tem 10 mesas quadradas.

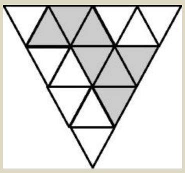
25. Clara quer construir um triângulo grande usando pequenos ladrilhos triangulares iguais. Ela já juntou alguns ladrilhos conforme mostrado na figura. Pelo menos quantos ladrilhos mais serão necessários para ela completar o triângulo?



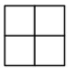
(A) 5 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

25. Alternativa B

Para construir triângulos equiláteros a partir de triângulos equilátero unitários, são necessários, em ordem crescente, 4, 9, 16, 25,..., triângulos. Como havia inicialmente 7 desses triângulos, o menor possível deve ter mais do que 7 deles. Como 9 não é possível, então tem pelo menos 16. Este de fato pode ser construído, conforme mostrado na figura. Serão necessários, portanto, 16 – 7 = 9 triângulos unitários.

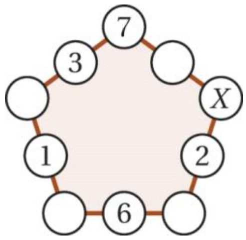


26. Um cubo foi montado com oito cubinhos do mesmo tamanho, alguns brancos e outros pretos. Na figura, vemos cinco faces desse cubo. Qual das figuras a seguir representa a sexta face?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

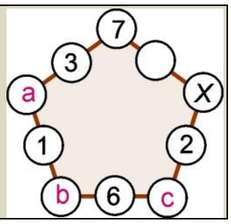
26. Alternativa D
Cada um dos oito cubinhos contém um vértice do cubo, logo cada um deles tem três faces visíveis na superfície do cubo. Para cada cubinho preto, são visíveis três de suas faces. Na figura dada são vistas seis faces. Se houvesse um terceiro cubo preto, alguma das faces do cubo maior mostrada na figura teria mais quadradinhos pretos. Logo, só há dois cubinhos pretos e nenhuma de suas faces pode ser vista na face não visível.

27. Cristina escreveu números inteiros em alguns círculos na figura. Ela quer escrever um número em cada um dos cinco círculos restantes, de modo que a soma dos três números em cada lado do pentágono seja a mesma para todos os lados. Qual será o número escrito no círculo com o *X* ?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 13 (E) 15

27. Alternativa D
Temos da figura que $a+3+7=a+1+b \Leftrightarrow b=9$. Então
$c+6+b=c+2+x \Leftrightarrow 6+9=2+x \Leftrightarrow x=13$.



28. As letras *A*, *B* e *C* representam três algarismos diferentes. Se você somar os algarismos do número *ABA*, você obtém um número de dois algarismos *BC* e se você somar os algarismos do número *BC*, você obtém o número de um algarismo *B*. Qual é o algarismo representado pela letra *A*?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

28. Alternativa E
Temos $A+B+A=10B+C \Leftrightarrow 2A=9B+C$ e $B+C=B \Leftrightarrow C=0$. Como C = 0, temos na primeira equação: $2A=9B \Leftrightarrow A=\frac{9B}{2}$. Como *A* é diferente de zero e menor do que 10, pois é um algarismo, concluímos que *B* = 2 e *A* = 9.

29. O pequeno Canguru brinca com sua calculadora. Ele começa com o número 12 e o multiplica ou divide por 2 ou 3. O resultado ele multiplica ou divide por 2 ou 3, quando possível. Ele repete a ação, num total de 60 operações. Qual resultado a seguir não pode ser obtido dessa maneira?

(A) 12 (B) 18 (C) 36 (D) 72 (E) 108

29. Alternativa C

Temos $12 = 2^2 \cdot 3$, ou seja, o expoente do fator 2 é par e o expoente do fator 3 é ímpar. Quando multiplicamos ou dividimos esse número por 2, muda a paridade do expoente do fator 2 e quando multiplicamos ou dividimos por 3, muda a paridade do expoente do fator 3, sempre mudando a paridade da soma dos dois expoentes. Assim, se o número total de operações é par, a paridade da soma dos expoentes não irá mudar. Vamos dar um exemplo. Para transformar $12 = 2^2 \cdot 3^1$ em $18 = 2^2 \cdot 3^1$ devemos dividir 12 por 2, obtendo $6 = 2^1 \cdot 3^1$. Em seguida devemos multiplicar 6 por 3^x e dividir por 3^{x-1} pois $3^x \div 3^{x-1} = 3^{x-(x-1)} = 3^1$ onde $x + x - 1 = 59 \Leftrightarrow x = 30$. Resumindo: $12 = 2^2 \cdot 3^1 \Rightarrow 12 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{30} \cdot 3^{-29} = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{30} \cdot 3^{-29} = 2^1 \cdot 3^2 = 18$ note que 1, 30 e 29 somam 60, número de operações). A soma dos expoentes dos fatores desses dois números é ímpar. Portanto, dentre os números apresentados, o único em que isto não acontece é o $36 = 2^2 \cdot 3^2$, no qual a soma dos expoentes dos fatores é par. Logo, é o único que não pode ser obtido com 60 operações.

30. Os seis algarismos de dois números de três algarismos são todos diferentes. O primeiro algarismo do segundo número é o dobro do último algarismo do primeiro número. Qual é a menor soma possível desses dois números?

(A) 301 (B) 535 (C) 537 (D) 546 (E) 552

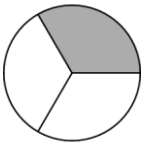
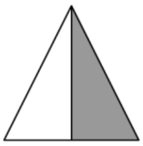
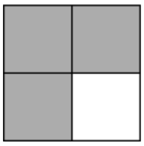
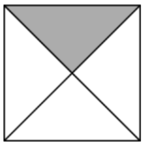
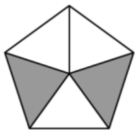
30. Alternativa C

Sejam ABC e DEF os dois números. Temos $D = 2C$. O menor valor possível de *D*, então, é 2 (pois $D \neq 0$). Para $C = 1$, a menor soma possível é 301 + 245 = 546. Para *C* = 2, a menor soma possível é 102 + 435 = 537. Se $C \geq 3$, então $D \geq 6$ e a soma dos números é maior do que 600. Portanto, a menor soma possível dos números é 537.

Canguru de Matemática Brasil – 2015 – Nível B - Respostas

Problemas de 3 pontos

1. Qual das figuras a seguir está pintada pela metade?

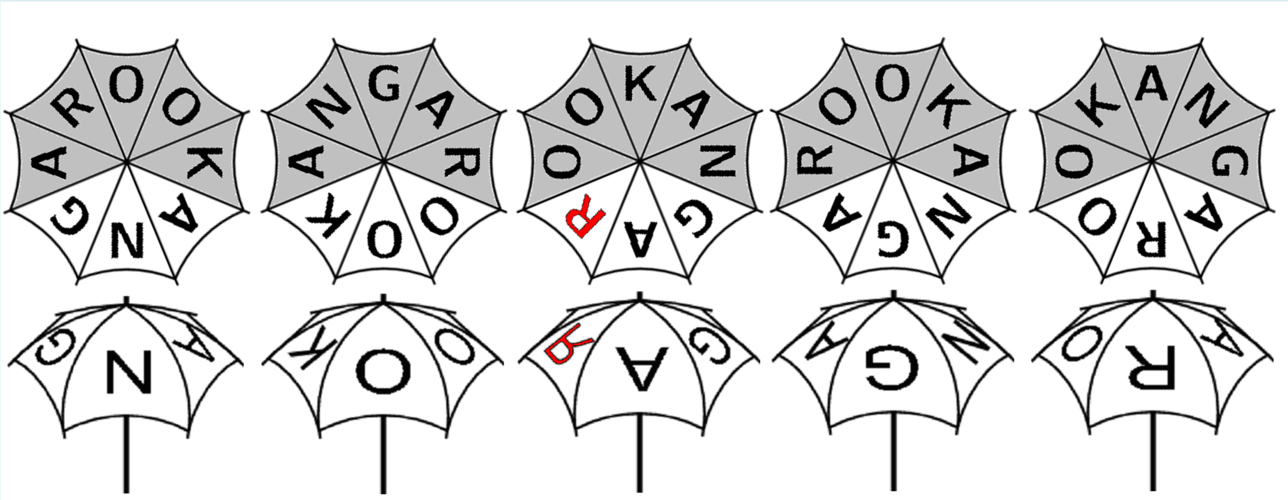
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

1. Alternativa B
Cada uma das figuras está dividida em partes iguais pelos segmentos, logo nas alternativas de A e E, foram pintados 1/3, 1/2, 3/4, 1/4 e 2/5 da figura, respectivamente .

2. Quando Gabriel esteve na Austrália, comprou um guarda-chuva que, aberto, mostrava a palavra *canguru*, em inglês, conforme figura ao lado. Qual das figuras abaixo não mostra o mesmo guarda-chuva?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

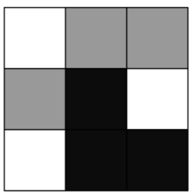
2. Alternativa C



O guarda-chuva da alternativa C tem a letra R invertida. As demais figuras representam o mesmo guarda-chuva .

3. Simão pintou nove quadrados, alguns de branco, outros de cinza e outros de preto, conforme figura ao lado. Pelo menos quantos quadrados deverá pintar novamente, para evitar quadrados vizinhos (quadrados com um lado comum) de mesma cor?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



3. Alternativa A
Inicialmente há dois quadrados cinzas e três pretos vizinhos. Pintando o terceiro quadrinho da primeira linha de preto e o segundo quadradinho da terceira linha de cinza, os quadrados citados não terão mais a mesma cor e não haverá novos quadrados vizinhos de mesma cor.

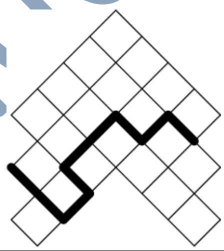
4. Dona Júlia tem dez galinhas, das quais cinco botam um ovo todo dia e as restantes botam um ovo a cada dois dias. Quantos ovos essas dez galinhas botam em dez dias?

(A) 10 (B) 25 (C) 50 (D) 60 (E) 75

4. Alternativa E
As cinco galinhas que botam um ovo por dia, em dez dias botam 10 x 5 = 50 ovos. As galinhas que botam ovo a cada dois dias, nesses dez dias botam 5 x 5 = 25 ovos. Todas elas juntas botam 50 + 25 = 75 ovos.

5. A figura ao lado é formada por quadradinhos com 4 cm^2 de área cada um. Qual é o comprimento da linha destacada nessa figura?

(A) 16 cm (B) 18 cm (C) 20 cm (D) 21 cm (E) 23 cm



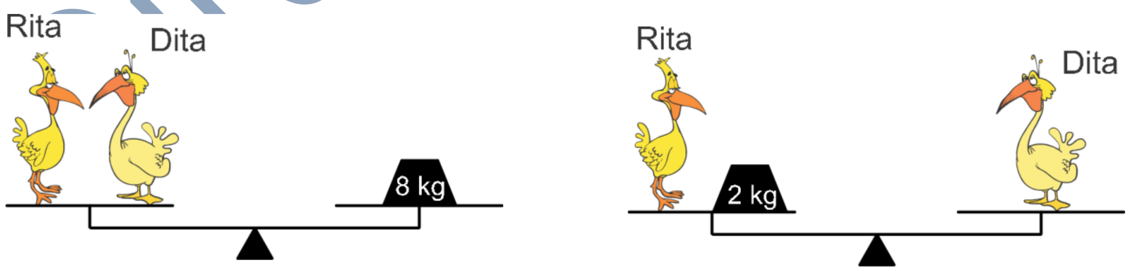
5. Alternativa B
Se a área dos quadradinhos é 4 cm^2, seus lados medem $\sqrt{4}=2$ cm. O comprimento da linha destacada corresponde ao comprimento de 9 lados, ou seja, 9 x 2 = 18 cm.

6. Qual das frações a seguir tem valor menor do que 2?

(A) $\frac{19}{8}$ (B) $\frac{20}{9}$ (C) $\frac{21}{10}$ (D) $\frac{22}{11}$ (E) $\frac{23}{12}$

6. Alternativa E
Dobrando o valor do denominador, devemos obter um número maior do que o numerador. É o caso da fração $\frac{23}{12}$, pois 12 x 2 > 23.

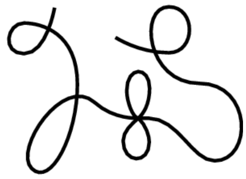
7. Qual é o peso de Dita?



(A) 2 kg (B) 3 kg (C) 4 kg (D) 5 kg (E) 6 kg

7. Alternativa D
Dita pesa 2 kg mais do que Rita, logo podemos trocar Dita por Rita mais um peso de 2 kg na primeira balança. Se o peso de Rita for R, então $R+(R+2)=8 \Leftrightarrow R=3$ kg. Portanto, Dita pesa $3+2=5$ kg.

8. Com uma lente de aumento, Pedro examina o pedaço de fio à direita. Qual das figuras abaixo não irá aparecer na lente?

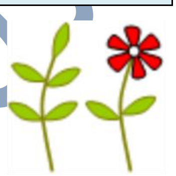


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Alternativa E

Os pontos nos quais o fio se cruza, indo da ponta esquerda para a ponta direita, são , , , . Portanto, não irá aparecer na lente a figura 

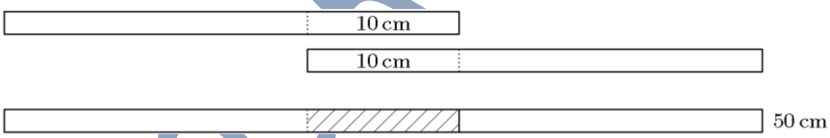
9. As plantas no jardim de dona Aurora têm ou cinco folhas ou então duas folhas e uma flor. No total, há seis flores e 32 folhas. Quantas plantas há?



(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 16

9. Alternativa A
Como há seis flores, há seis plantas com duas folhas, totalizando 6 x 2 = 12 folhas. Como há 32 folhas, temos 32 – 12 = 20 e 20:5 = 4. Portanto, há 6 + 4 = 10 plantas no jardim de dona Aurora.

10. Alice tem quatro tiras de papel de mesmo comprimento. Ela cola duas tiras como na figura, com 10 cm de sobreposição e obtém uma tira de 50 cm de comprimento. Se ela quiser colar as outras duas tiras da mesma maneira, para obter uma tira de 56 cm, de quanto deve ser a sobreposição?

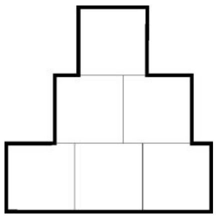


(A) 4 cm (B) 6 cm (C) 8 cm (D) 10 cm (E) 12 cm

10. Alternativa A
Na tira de 50 cm, como há 10 cm de sobreposição, sobram 50 – 10 = 40 cm sem sobreposição. Como as duas partes livres são iguais, cada uma delas tem 40 : 2 = 20 cm. Logo, cada tira original tem 20 + 10 = 30 cm.
Para colar duas dessas tiras e obter uma de 56 cm, a sobreposição deve ser de (30 + 30) – 56 = 4 cm.

Problemas de 4 pontos

11. Teca usou seis quadrados de lado 1 cm para desenhar a figura ao lado. Qual é o perímetro (contorno em linha mais grossa) dessa figura?



(A) 9 cm (B) 10 cm (C) 11 cm (D) 12 cm (E) 13 cm

11. Alternativa D
O perímetro de cada quadrado é de 4 cm. A soma dos perímetros dos seis quadrados é 6 x 4 = 24 cm. Ao juntar os quadrados como na figura, desaparecem 6 lados comuns dos quadrados, equivalendo a um comprimento total de 6 x 2 = 12 cm (cada junção corresponde a dois lados). Portanto, a diferença 24 – 12 = 12 cm é o perímetro do contorno da figura.

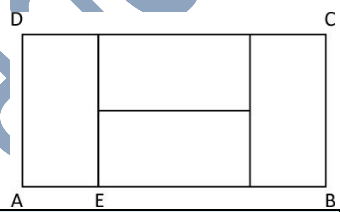
12. Todo dia Maria escreve a data e calcula a soma dos algarismos escritos. Por exemplo, no dia 19 de março ela escreve 19/3 e calcula 1 + 9 + 3 = 13. Ao longo deste ano, qual é a maior soma que ela irá achar?

(A) 7 (B) 13 (C) 15 (D) 19 (E) 20

12. Alternativa E
O maior algarismo da dezena dos dias dos meses é 2 e o maior das unidades é 9. O mês com maior soma dos algarismos é o mês 9. A maior soma é 2 + 9 + 9 = 20.

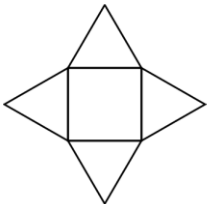
13. O retângulo ABCD é formado por quatro retângulos iguais. Se o segmento AE mede 1 cm, qual é o comprimento do segmento AD?

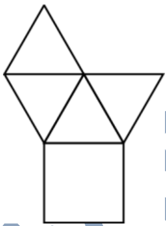
(A) 0,5 cm (B) 1 cm (C) 2 cm (D) 3 cm (E) 4 cm

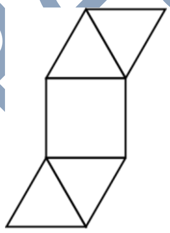


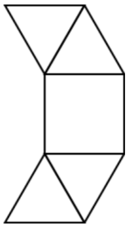
13. Alternativa C
Os retângulos são iguais e sua largura é 1 cm. A figura mostra que o comprimento equivale a duas larguras, ou seja, AD = 1 + 1 = 2cm.

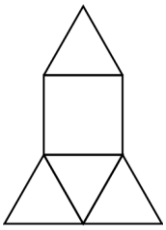
14. Qual dos desenhos abaixo não é a planificação de uma pirâmide?


(A)

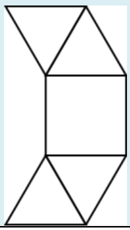

(B)


(C)


(D)


(E)

14. Alternativa D
Na figura ao lado, os dois triângulos à esquerda irão sobrepor-se, quando as dobras para a montagem da pirâmide forem feitas. Além disso, ficará um buraco triangular no lugar da face lateral direita.



15. Na Rua do Pulo, há somente nove casas, uma ao lado da outra. Em cada casa vive pelo menos uma pessoa. Em duas casas vizinhas vivem no máximo seis pessoas nas duas casas. Qual é o maior número possível de pessoas que moram na Rua do Pulo?

(A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 29 (E) 31

15. Alternativa D

Se agruparmos as oito primeiras casas em quatro pares, temos que no máximo $6 \times 4 = 24$ pessoas vivem nestas oito casas. Falta saber quantas pessoas podem morar na nona casa.

A oitava e nona casa juntas têm no máximo seis pessoas. Como a oitava casa não pode ficar vazia, então há no máximo cinco pessoas morando na nona casa e no total há no máximo $24 + 5 = 29$ pessoas morando na Rua do Pulo. O exemplo a seguir mostra como distribuir essas 29 pessoas entre as nove casas.

5	1	5	1	5	1	5	1	5

16. Lúcia e sua mãe nasceram ambas em janeiro. Hoje, dia 19 de março de 2015, Lúcia soma o ano de seu nascimento com o ano do nascimento de sua mãe e também com sua idade e com a idade de sua mãe. Qual é o resultado dessa soma?

(A) 4028 (B) 4029 (C) 4030 (D) 4031 (E) 4032

16. Alternativa C

A idade de uma pessoa em anos, depois de seu aniversário, é igual à diferença entre o ano de seu último aniversário e o ano do seu nascimento. Assim, a idade de Lúcia é igual a 2015 – *x* e a idade de sua mãe é 2015 – *y*, sendo *x* e *y* os anos em que nasceram, respectivamente. Portanto, 2015 – *x* + 2015 – *y* + *x* + *y* = 4030.

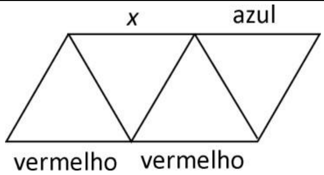
17. A área de um retângulo é 12 cm^2 e as medidas dos seus lados são números naturais. Qual das medidas a seguir pode ser o perímetro desse retângulo?

(A) 20 cm (B) 26 cm (C) 28 cm (D) 32 cm (E) 48 cm

17. Alternativa B

A área do retângulo é igual ao produto das medidas dos seus lados. Se a área é 12 e as medidas são números naturais, então essas medidas são os fatores dos produtos 12 x 1, 2 x 6 e 3 x 4. Logo, os perímetros correspondentes a essas medidas são 2 x (12 + 1) = 26, 2 x (2 + 6) = 16 e 2 x (3 + 4) = 14.

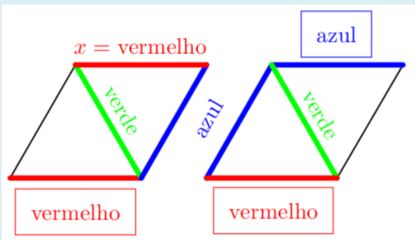
18. Cada um dos nove segmentos da figura pode ser pintado de azul, verde ou vermelho, desde que cada triângulo tenha seus lados com três cores diferentes. Alguns segmentos já foram pintados, conforme a figura. Qual cor pode ser usada para pintar o segmento indicado com *x*?



(A) somente azul (B) somente verde (C) somente vermelho
(D) azul ou vermelho (E) nenhuma delas, pois não é possível pintar conforme o enunciado

18. Alternativa C

O lado comum aos dois triângulos à direita só pode ser pintado de verde. Desses dois, aquele cuja base já estava pintada de vermelho, só pode ter o lado esquerdo pintado de azul. Nos dois triângulos da esquerda, o lado comum só pode ser pintado de verde. Portanto, o lado marcado com *x* pode ser pintado somente de vermelho.

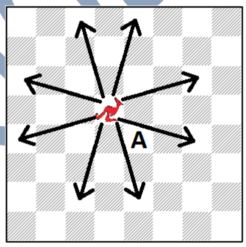


19. Numa sacola há três goiabas verdes, cinco goiabas amarelas, sete peras verdes e duas peras amarelas. Simão vai tirar uma fruta depois da outra, sem olhar para dentro da sacola. Simão irá parar de tirar frutas quando tiver em mãos uma goiaba e uma pera de mesma cor. Pelo menos quantas frutas ele deverá estar preparado para retirar?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

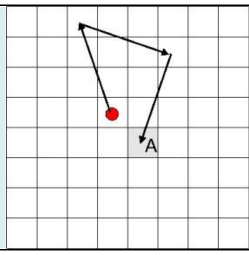
19. Alternativa E
No pior caso, Simão tirará da sacola todas as goiabas de uma cor e todas as peras da outra cor, antes de retirar uma goiaba ou pera da mesma cor das anteriores. Como as goiabas amarelas e as peras verdes estão em maior número (5 e 7, respectivamente), então Simão deve estar preparado para retirar não mais que 5 + 7 + 1 = 13 frutas.

20. Num novo tipo de jogo de xadrez, a peça canguru só pode ser movimentada três quadrados verticalmente e um horizontalmente ou então, três quadrados horizontalmente e um verticalmente, como na figura. Qual é o número mínimo de movimentos desta peça para ir da sua atual posição na figura, até o quadrado com a letra A?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

20. Alternativa B
Certamente dois movimentos não bastam (desenhe todas as flechas que chegam até A e verifique que suas origens não coincidem com nenhuma das pontas das flechas que saem do Canguru). Portanto, os três movimentos mostrados na figura são o mínimo.



Problemas de 5 pontos

21. Na adição ao lado, letras iguais representam o mesmo algarismo e letras diferentes representam algarismos diferentes. Qual é o algarismo representado pela letra X ?

$$\begin{array}{r} X \\ +\quad X \\ YY \\ \hline ZZZ \end{array}$$

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

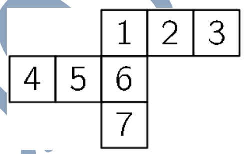
21. Alternativa E
Temos $X+X+Y\leq 9+9+8=26$ e $Y+2\leq 9+2=11$, assim na soma das unidades temos no máximo um "vai 2" e na soma das dezenas temos no máximo um "vai 1". Como $Z\neq 0$, então Z só pode ser 1. Como X + X é menor do que 20 e é par, YY é um número ímpar e maior do que 111 – 20 = 91, logo Y = 9. Assim, 2X = 111 – 99 = 12, ou seja, X = 6.

22. Gina comprou três brinquedos. Pelo primeiro ela pagou metade do que tinha mais um real. Pelo segundo, ela pagou metade do que sobrou mais dois reais. Pelo terceiro, ela pagou metade do resto do seu dinheiro, mais três reais. Ela gastou todo seu dinheiro na compra desses três brinquedos. Quanto Gina tinha?

(A) R$ 34,00 (B) R$ 36,00 (C) R$ 45,00 (D) R$ 65, 00 (E) R$ 100,00

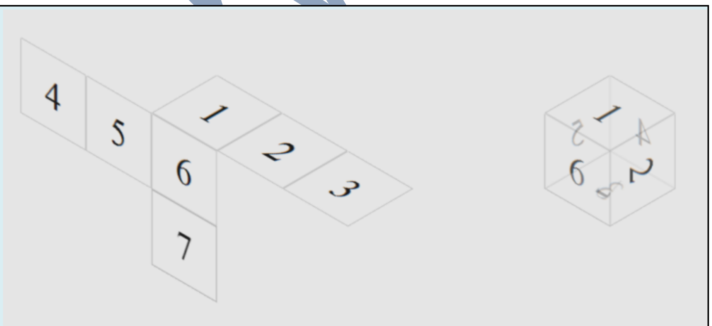
22. Alternativa A
Sejam x, y, z as quantias que Gina tinha antes de comprar o primeiro, segundo e terceiro brinquedos, respectivamente. Como Gina gastou todo o seu dinheiro, então após comprar o terceiro brinquedo, ela gastou tudo o que tinha (z reais). Assim, $\frac{z}{2}+3=z \Leftrightarrow z=6$ reais.
Após comprar o segundo brinquedo, ela fica com metade do que tinha antes menos 2 reais, logo $\frac{y}{2}-2=6 \Leftrightarrow y=16$ reais. E após comprar o primeiro brinquedo, ela fica com metade do que tinha inicialmente menos 1 real, logo $\frac{x}{2}-1=16 \Leftrightarrow x=34$ reais.

23. Luísa quer montar um cubo a partir de sua planificação em uma folha de papel. Por engano, ela desenhou em sua folha de planificação sete quadrados em vez de seis quadrados, conforme indicado na figura. Qual desses quadrados ela deve retirar, de modo que a figura continue uma única peça que possa ser dobrada para formar um cubo?



(A) somente o 4 (B) somente o 7 (C) somente 3 ou 4 (D) somente 3 ou 7 (E) somente 3, 4 ou 7

23. Alternativa D
Inicialmente, note que apenas as faces 3, 4 e 7 podem ser removidas antes de remontar o cubo. Tentando remontá-los com todas as faces, percebemos que apenas as faces 3 e 7 se sobrepõem, sendo as outras 5 necessárias para montar o cubo. Assim, podemos remover apenas uma das faces 3 ou 7.



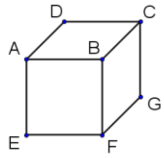
24. Multiplica-se o número 100 por 2 ou por 3. Em seguida, o resultado é aumentado de 1 ou de 2. Finalmente, o novo resultado é dividido por 3 ou por 4. Se o resultado final é um número natural, qual é este número?
(A) 50 (B) 51 (C) 67 (D) 74 (E) 101

24. Alternativa C
100 x 2 = 200 e 100 x 3 = 300; 200 + 1 = 201, 200 + 2 = 202, 300 + 1 = 301 e 300 + 2 = 302. Desses quatro números, nenhum é divisível por 4 e apenas 201 é divisível por 3. Temos 201 : 3 = 67.

25. No número de quatro algarismos *ABCD*, os algarismos *A*, *B*, *C* e *D* estão em ordem crescente da esquerda para a direita. Qual é a maior diferença possível $BD-AC$ entre os números de dois algarismos *BD* e *AC*?
(A) 16 (B) 50 (C) 56 (D) 61 (E) 86

25. Alternativa D
Para que $BD-AC$ seja o maior número possível, devemos primeiro obter o maior *B* possível e o menor *A* possível, que no caso será $A=1$ e $B=7$. Com isso, temos $C=8$, $D=9$ (pois $A>B>C>D$) e o maior valor para $BD-AC$ é $79-18=61$.

26. Maria escreve um número em cada face de um cubo. Depois, escreve em cada vértice a soma dos números das faces que têm este vértice comum. Por exemplo, para o vértice B ela soma os números das faces BCDA, BAEF e BFGC. Maria obtém para os vértices *C*, *D* e *E* as somas 14, 16 e 24, respectivamente. Qual número ela irá obter para o vértice *F*?



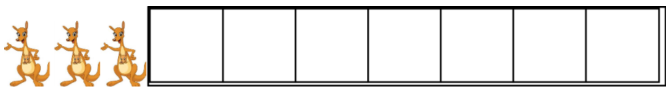
(A) 15 (B) 19 (C) 22 (D) 24 (E) 26

26. Alternativa C
Os vértices *C* e *D* têm duas faces comuns: a face de cima e a face de trás. Portanto, a diferença entre suas somas é a diferença entre o número escrito na face lateral esquerda e o número escrito na face lateral direita, igual a 16 – 14 = 2. Os vértices *E* e *F* têm duas faces comuns também: a face da frente e a face de baixo. Logo, a diferença entre suas somas é igual à diferença entre o número escrito na face lateral esquerda e o número escrito na face lateral direita. Assim, se *x* é o número escrito no vértice *F* e 24 é o número escrito no vértice *E*, então $24-x=2 \Leftrightarrow x=22$.

27. Um trem tem 12 vagões de passageiros. Os vagões têm o mesmo número de cabines. Miguel está viajando no terceiro vagão e na 18ª cabine a partir da locomotiva. Júlia está acomodada no 7º vagão e na 50ª cabine a partir da locomotiva. Quantas cabines há em cada vagão?
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

27. Alternativa B
Seja *x* o número de cabines por vagão. Se Miguel está no terceiro vagão, ele pode estar na primeira cabine, que teria o número 2x + 1 ou na última cabine, que tem o número 3x. Como ele está na cabine de número 18, podemos afirmar que $2x+1\le 18\le 3x \Leftrightarrow 2x+1\le 18$ e $18\le 3x \Leftrightarrow 6\le x\le 8,5$. Assim, *x* = 6 ou *x* = 7 ou *x* = 8.
Mas Júlia está no sétimo vagão, na cabine de número 50. Logo,
$6x+1\le 50\le 7x \Leftrightarrow 6x+1\le 50$e $50\le 7x \Leftrightarrow \frac{50}{7}=7,14\ldots\le x\le \frac{49}{6}=8,17\ldots$. Logo, *x* = 8. Das duas desigualdades, concluímos que o número de cabines por vagão é 8.

28. De quantas maneiras diferentes você pode alojar os três cangurus em três células diferentes, de modo que não fiquem em células vizinhas?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

28. Alternativa D
Vamos calcular inicialmente de quantas maneiras podemos colocar 3 cangurus nas casas, sem nenhuma restrição: para o primeiro há 7 possibilidades, para o segundo 6 e para o terceiro 5. Como podemos permutar a posição dos cangurus, já que são indistinguíveis, tal número é igual a $\frac{7\times 6\times 5}{3\times 2}=35$. Supondo agora que 2 cangurus estejam vizinhos e separados do terceiro, há dois casos a considerar: a) os 2 juntos estão em uma extremidade da fila: para cada extremidade o terceiro canguru tem uma de 4 casas para ser colocado. Portanto, há 2 x 4 = 8 possibilidades de serem alojados; b) os 2 juntos não estão nas extremidades: neste caso o terceiro canguru pode ficar em uma de 3 casas. Neste caso, há 4 x 3 = 12 possibilidades.
Se os três cangurus estiverem juntos, poderão ser alojados de 5 formas diferentes. Assim, o número total de maneiras em que os cangurus podem ser alojados, sem serem vizinhos é 35 – 8 – 12 – 5 = 10.

29. As distâncias entre todos os pares de pontos escolhidos dentre quatro pontos diferentes em uma reta, em ordem crescente, são: $2, 3, k, 11, 12, 14$. Qual é valor de k?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

29. Alternativa E

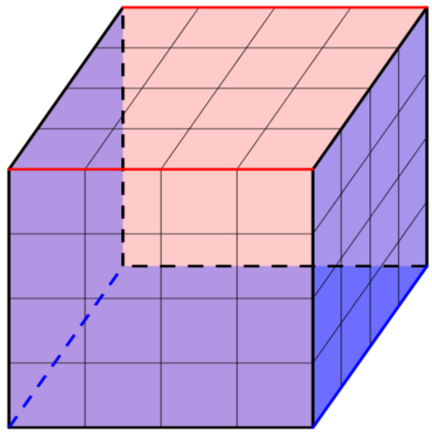
Há dois pontos vizinhos de distância 2 (pois é a menor das distâncias) e a distância entre o primeiro e o quarto ponto é 14 (a maior das distâncias). Se a distância 3 não for entre pontos vizinhos, então deveria haver dois pontos com distância $3-2=1$, absurdo. Portanto, há um segmento de medida $14-2-3=9$, pois dentro do segmento de medida 14, há 3 segmentos menores e já determinamos a medida de dois deles (2 e 3), logo $k=9$. A seguir, há um exemplo, em que todas as distâncias entre os pontos são, em ordem crescente, 2, 3, 9, 11, 12 e 14:

30. Breno usou cubinhos de lado 1 para construir um cubo de lado 4. Em seguida, pintou de vermelho três faces e de azul as demais faces do cubo maior, de modo a não haver nenhum cubinho com três faces vermelhas. Quantos cubinhos têm faces de cor azul e também de cor vermelha?

(A) nenhum (B) 8 (C)12 (D) 24 (E) 32

30. Alternativa D

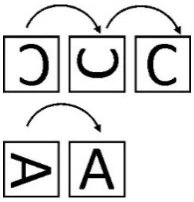
Para não haver cubinhos com três faces vermelhas, as três faces do cubo que foram pintadas de vermelho não possuem um vértice comum, conforme indicado na figura. Os cubinhos que têm faces de duas cores estão sobre as arestas de encontro entre faces vermelhas e azuis. Na figura vemos que 8 das 12 arestas do cubo são encontro de uma face vermelha com uma azul. Como cada aresta tem 4 cubinhos e os 8 cubinhos sobre os vértices estão sobre 2 das 8 arestas citadas, temos que o total de cubinhos com faces azuis e vermelhas são $4 \cdot 8 - 8 = 24$.



Canguru Brasil 2014 – Nível B - Soluções

3 pontos

1. Eva alinhou oito cartões formando a palavra CANGURUS. Sua irmãzinha girou alguns cartões e a palavra ficou como na figura acima.



Para consertar a palavra, Eva faz rotações de 90 graus nos cartões. Por exemplo, faz duas para acertar a letra C e uma para acertar a letra A, conforme mostrado à esquerda. No mínimo, quantas dessas rotações ela deve fazer para acertar a palavra?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

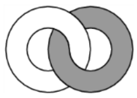
1. Alternativa C
No mínimo, ela faz duas rotações para acertar o C, uma para acertar o A, uma para o N, duas para o U, totalizando 6 rotações.

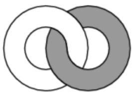
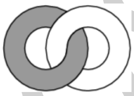
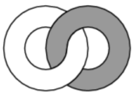
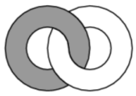
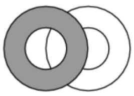
2. Um bolo pesa 900 g. Paulo o corta em quatro pedaços, de modo que o maior pesa tanto quanto os outros três juntos. Qual é o peso do pedaço mais pesado?

(A) 250 g (B) 300 g (C) 400 g (D) 450 g (E) 600 g

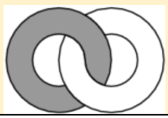
2. Alternativa D
O peso do pedaço maior é igual à soma dos pesos dos demais. Então o pedaço maior pesa a metade do peso do bolo, isto é, $\frac{900}{2} = 450$ g.

3. Dois anéis, um branco e um cinza, interligados, aparecem ao lado, quando vistos de frente por Gina. Se ela der a volta e olhar por detrás, como ela verá esses anéis?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Alternativa D
Gina verá o anel cinza à esquerda, passando sobre o anel branco acima do ponto em que passa sob o anel branco.



4. Na adição ao lado, alguns algarismos foram substituídos pelo símbolo $*$.
Qual é a soma dos algarismos substituídos?

$$\begin{array}{r} 1{*}2 \\ +\ 1{*}3 \\ 1{*}4 \\ \hline 309 \end{array}$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 10

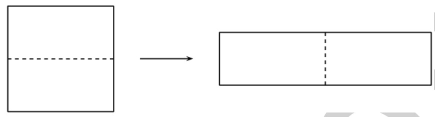
4. Alternativa A
Se os algarismos cobertos somassem 10, o resultado da conta seria 409. Logo, a soma só pode ser zero (todos os algarismos são o zero).

5. Qual é a diferença entre o menor número de cinco algarismos e o maior número de quatro algarismos?

(A) 1 (B) 10 (C) 1111 (D) 9000 (E) 9900

5. Alternativa A
O menor número de cinco algarismos é o 10000 e o maior número de quatro algarismos é o 9999. A diferença entre eles é $10000 - 9999 = 1$.
Alternativamente: o sucessor do maior número de quatro algarismos é o primeiro número de cinco algarismos, logo a diferença entre eles é 1.

6. Um quadrado de perímetro 48 cm é cortado em 2 pedaços para formar um retângulo, como na figura. Qual é o perímetro desse retângulo?



(A) 24 cm (B) 30 cm (C) 48 cm (D) 60 cm (E) 72 cm

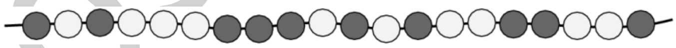
6. Alternativa D
O novo retângulo tem perímetro igual a quatro lados do quadrado mais duas metades do lado do quadrado, ou seja, cinco lados do quadrado. O lado do quadrado mede $\frac{48}{4} = 12\text{cm}$, logo o perímetro do retângulo é $5 \times 12 = 60$ cm.

7. Catarina tem 38 palitos de fósforo. Ela constrói um triângulo e um quadrado, usando todos os palitos. Cada lado do triângulo tem seis palitos. Quantos palitos tem cada lado do quadrado?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

7. Alternativa B
Para montar o triângulo, Catarina usou $3 \times 6 = 18$ palitos, restando $38 - 18 = 20$ palitos para fazer o quadrado. Cada lado deste quadrado tem $\frac{20}{4} = 5$ palitos.

8. O colar abaixo tem contas brancas e contas cinza-escuro. Ana quer separar cinco dessas contas escuras do colar tirando-as pelas extremidades do fio. Qual é o menor número de contas brancas que ela será obrigada a tirar também?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Alternativa B
Se Ana tirar as cinco contas escuras a partir da ponta esquerda, será obrigada a retirar quatro contas brancas. Se tirar as cinco contas escuras a partir da direita, será obrigada a tirar cinco contas brancas. Então ela deve alternar as pontas, tirando duas escuras e uma branca à esquerda e três escuras e duas brancas à direita. Desta forma, ela retira todas as escuras que queria e somente três brancas, que é o mínimo que será obrigada a tirar.

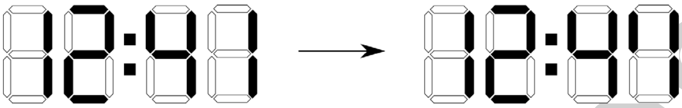
9. Ralim participou de uma corrida de karts de cinco voltas. Os instantes em que Ralim voltou ao ponto de partida estão assinalados na tabela ao lado. Qual das voltas teve o menor tempo?

	Time
início	09:55
fim da 1ª volta	10:26
fim da 2ª volta	10:54
fim da 3ª volta	11:28
fim da 4ª volta	12:03
fim da 5ª volta	12:32

(A) A primeira (B) A segunda (C) A terceira
(D) A quarta (E) A quinta

9. Alternativa B
A primeira volta durou 5 + 26 = 31 minutos, a segunda durou 54 – 26 = 28 minutos, a terceira durou 6 + 28 = 34 minutos, a quarta durou 60 – 28 + 3 = 35 minutos e a quinta durou 32 – 3 = 29 minutos. A volta mais rápida foi a segunda.

10. O relógio digital de Belinha está com defeito. Os três traços horizontais no último digito à direita não aparecem. Belinha estava consultando o relógio, quando o mostrador passou da posição à esquerda para a posição à direita, conforme figura. Nesse segundo instante, qual era o horário?

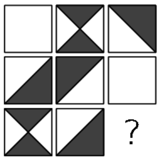


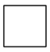
(A) 12:40 (B) 12:42 (C) 12:44 (D) 12:47 (E) 12:49

10. Alternativa C
O último dígito no primeiro instante só pode ser 1 ou 3. No segundo instante só pode ser 4 ou 9. Portanto, o primeiro momento instante é 12:43 e o segundo instante é 12:44.

4 pontos

11. Qual dos ladrilhos deve ser escolhido para ser colocado no lugar indicado da figura ao lado, de modo que a área total das partes pretas seja igual à área total das partes brancas?



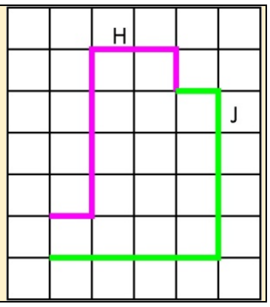
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) Impossível

11. Alternativa E
Nos ladrilhos com parte branca e parte preta, as áreas dessas partes já são iguais. Restam dois ladrilhos inteiramente brancos. Nem mesmo um ladrilho completamente preto terá a mesma área que os dois brancos. Portanto, é impossível que a área das partes pretas seja igual à área das partes brancas.

12. Henrique e João partiram de um mesmo lugar para uma caminhada: Henrique andou 1 km para o norte, depois 2 km para oeste, 4 km para o sul e finalmente 1 km para oeste; João andou 1 km para o leste, 4 km para o sul e 4 km para o oeste. Qual deve ser o percurso final de João para chegar ao mesmo lugar em que Henrique parou?

(A) Nenhum, pois já chegou lá. (B) 1 km norte. (C) 1 km noroeste.
(D) Mais de 1 km noroeste. (E) 1 km oeste.

12. Alternativa B
João deve caminhar um quilômetro para o norte, conforme mostrado na figura ao lado.



13. Num acampamento de verão, 7 crianças tomam sorvete todos os dias, 9 crianças tomam sorvete a cada dois dias e o resto das crianças não toma sorvete. Ontem, 13 crianças tomaram sorvete. Quantas crianças irão tomar sorvete hoje?

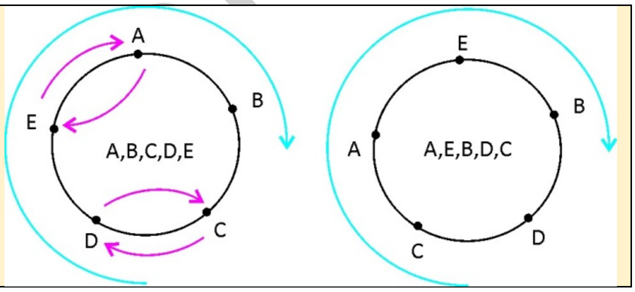
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

13. Alternativa E
Das 13 crianças que tomaram sorvete ontem, estão 7 crianças que tomam todos os dias. As restantes 13 – 7 = 6 crianças tomam sorvete somente de dois em dois dias. Logo, há 9 – 6 = 3 crianças que tomam sorvete a cada dois dias, que não tomaram sorvete ontem e irão fazê-lo hoje. Logo, hoje irão tomar sorvete 7 + 3 = 10 crianças.

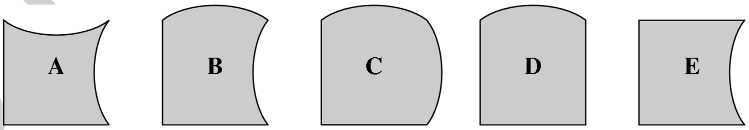
14. Os cangurus A, B, C, D e E estão sentados, nessa ordem e no sentido dos ponteiros do relógio, em volta de uma mesa circular. No exato momento em que tocou um sino, todos eles, exceto um, trocou de posição com um vizinho. As novas posições dos cangurus, nas mesmas condições, são A, E, B, D e C. Qual dos cangurus não se moveu?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

14. Alternativa B
Após a troca, A passa a ficar antes de E, logo eles permutam suas posições. O mesmo ocorre com C e D. Logo, B não troca de posição com ninguém, conforme mostrado na figura.

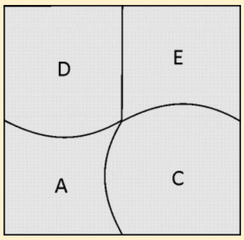


15. Um quadrado pode ser formado juntando-se quatro dentre as cinco peças ao lado. Qual delas não será usa-da?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

15. Alternativa B
Nas cinco peças apresentadas, há um total de quatro lados convexos e quatro lados côncavos. Cada lado côncavo deve encaixar num lado convexo. Retirando-se uma das peças, o número de lados convexos deve continuar igual ao número de lados côncavos. Com exceção da peça B, se separamos uma peça, o número de lados convexos e o número de lados côncavos restantes serão diferentes. Por exemplo, se separarmos a peça A, que tem dois lados côncavos, sobrarão quatro lados côncavos e apenas dois convexos entre os lados restantes. Então a peça B, com a mesma quantidade de lados côncavos e convexos, é a peça que deve ficar separada. Na figura ao lado, vemos o quadrado formado com as peças A, C, D e E.



16. Um número natural tem três algarismos. Quando multiplicamos esses algarismos obtemos 135. Qual resultado nós obtemos ao somar esses algarismos?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

16. Alternativa D
Decompondo o número em fatores primos, obtemos $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$. A única forma de expressar esse produto como o produto de três números menores do que 10 é usando os fatores 3, 5 e 9, cuja soma é 3 + 5 + 9 = 17.

17. Num restaurante há 16 mesas e em cada uma delas pode haver três, quatro ou seis cadeiras. Juntas, as mesas com três ou quatro cadeiras podem acomodar 36 pessoas. Se o restaurante pode acomodar 72 pessoas, quantas mesas têm exatamente três cadeiras?

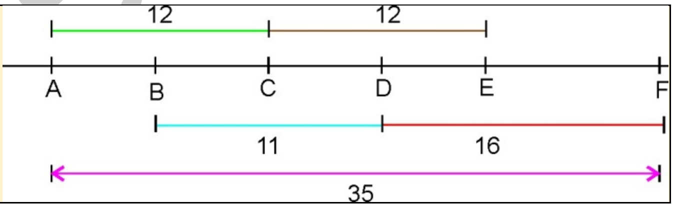
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

17. Alternativa A
Se *x* é o número de mesas com 3 cadeiras e *y*, o número de mesas com 4 cadeiras, temos $3x + 4y = 36$.
O número de mesas com 6 cadeiras é $16 - (x + y)$, logo:
$6(16 - (x + y)) = 72 - 36 \Leftrightarrow 96 - 6(x + y) = 36 \Leftrightarrow 6(x + y) = 60 \Leftrightarrow x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$. Substituindo y na equação acima, temos: $3x + 4(10 - x) = 36 \Leftrightarrow 3x - 4x = 36 - 40 \Leftrightarrow x = 4$.

18. Os pontos A, B, C, D, E, F localizam-se em uma reta, nessa ordem. Se $AF = 35$, $AC = 12$, $BD = 11$, $CE = 12$ e $DF = 16$, qual é a distância BE?

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

18. Alternativa D
Temos $AE = AC + CE = 12 + 12 = 24$, logo:
$EF = AF - AE = 35 - 24 = 11$. Temos também
$BF = BD + DF = 11 + 16 = 27$, logo:
$BE = BF - EF = 27 - 11 = 16$.



19. Priscila quer arrumar suas pedras decorativas em sua mesa. Se ela as agrupa de três em três, sobram duas pedras e se ela as agrupa de cinco em cinco, sobram novamente duas pedras. Pelo menos de quantas pedras mais ela precisa para não sobrar pedras em nenhum desses dois agrupamentos?

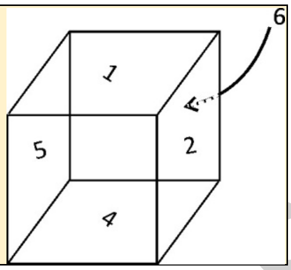
(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 10 (E) 13

19. Alternativa E
O menor número inteiro positivo divisível por 3 e 5 é 15. Então Priscila tem 15k + 2 pedras, pois ao dividir 15k + 2 por 3 e por 5 ela obtém resto 2 (sobram duas pedras). Se ela juntar mais pedras, para não haver sobras, o número total de pedras pode ser o próximo múltiplo de 3 e 5, que é o número $15(k + 1) = 15k + 15$. Neste caso, ela vai precisar de mais $15k + 15 - (15k + 2) = 13$ pedras. Claro que ela pode juntar mais pedras para obter outros múltiplos de 15, mas o problema pede o menor número delas.

20. As faces de um cubo foram numeradas de 1 a 6. As faces 1 e 6 têm uma aresta comum. O mesmo acontece com as faces 1 e 5, as faces 1 e 2, as faces 6 e 5, as faces 6 e 4 e as faces 6 e 2. Qual é o número da face oposta à face de número 4?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

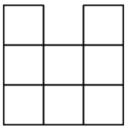
20. Alternativa A

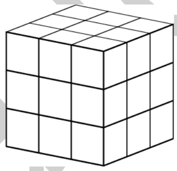


As faces de números 1, 2, 4 e 5 são as quatro faces vizinhas da face de número 6. Dentre essas faces, cada uma é vizinha a duas delas e oposta a uma delas. A face 1 é vizinha à face 2 e vizinha à face 5, logo não é vizinha da face 4, ou seja, a face oposta à face de número 4 é a face de número 1.

5 pontos

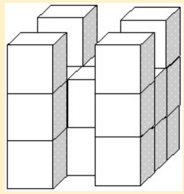
21. O cubo à direita é composto de 27 cubinhos. Quantos desses cubinhos devem ser retirados, de modo que o sólido resultante, ao ser visto da direita, de frente e de topo apresente o aspecto à esquerda?





(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

21. Alternativa D



Olhando-se para as três faces mencionadas, vê-se um buraco quadrado, correspondente a uma fila de 3 cubinhos. Para as vistas de frente e lateral, basta tirar duas carreiras do meio da camada superior, num total de 5 cubinhos. Para a vista de cima, basta tirar uma carreira vertical, com 2 cubinhos, pois um cubinho já foi retirado. Logo, basta retirar 5 + 2 = 7 cubinhos.

22. Marcelo criou uma lista de cinco músicas A, B, C, D e E, que duram, respectivamente, 3 min, 2min 30s, 2min, 1min 30s e 4min. As cinco músicas tocam nessa ordem, sem interrupção. Quando Marcelo saiu de casa, a música C estava tocando. Ao retornar, exatamente uma hora depois, que música estava tocando?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

22. Alternativa A

A sequência ABCDE dura 3 min + 2 min 30s + 2 min + 1 min 30s + 4 min = 13 min. Quando Marcelo saiu, tocava a música C. A sequência CDE, com C tendo começado e não acabado, dura menos do que 7min 30s e mais do que 5min e 30s, já que C dura 2 min. Então o tempo total para a sequência CDE mais quatro sequências completas ABCDE (4 x 13 = 52) varia entre 57min 30s e 59min 30s. Depois de tudo isto, recomeça a música A, cuja duração é de 3 minutos, maior do que o intervalo de tempo em que termina o conjunto de sequência de músicas tocado na ausência de Marcelo. Logo, era esta a música que estava tocando quando Marcelo retornou.

23. Nice escreveu os números de 1 a 9 nas casas de um tabuleiro 3×3, sendo que quatro deles estão mostrados na figura. Ela notou que, para o número 5, a soma dos números vizinhos é 9. Dois números são vizinhos quando estão em duas casas com um lado comum. Qual é a soma dos números vizinhos ao número 6?

1		3
2		4

(A) 14 (B) 15 (C) 17 (D) 28 (E) 29

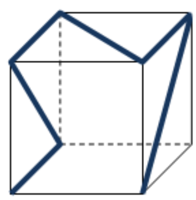
23. Alternativa E
Se colocarmos o número 5 no centro, a soma dos vizinhos é 6 + 7 + 8 + 9, logo não está no centro. Nas bordas, só pode ficar entre o 1 e o 2, pois em outros lugares, para que a soma dos vizinhos seja 9, haverá repetição de algarismos. Como 1 e 2 são vizinhos de 5, o outro vizinho será 9 – 1 – 2 = 6, localizado no centro do quadrado. Então os vizinhos de 6 serão 5, 7, 8 e 9, cuja soma é 5 + 7 + 8 + 9 = 29.

24. De um único lado de uma avenida, foram plantadas 60 árvores. Ao longo da fila, cada segunda árvore é uma seringueira e cada terceira árvore é uma paineira ou uma seringueira. As árvores restantes são todas acácias. Quantas acácias foram plantadas?

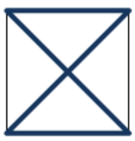
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 24 (E) 30

24. Alternativa C
As seringueiras S aparecem nas posições pares, as paineiras P aparecem nas posições ímpares que são múltiplos de três e as acácias A aparecem nas demais posições. A sequência das árvores, desde a primeira, é A S P S A S A S P S A S... . Vemos que se repete o bloco de seis árvores A S P S A S. Como há 60 árvores, o padrão se repetirá $\frac{60}{6}=10$ vezes. Em cada um, há duas acácias. Portanto, foram plantadas $10\times 2=20$ acácias.

25. Uma estreita fita colorida foi colada num cubo transparente de plástico, conforme mostrado na figura. De todas as figuras abaixo, apenas uma não pode ser vista para quem olha este cubo de frente para qualquer uma das faces. Qual é essa figura?

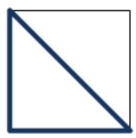


(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


25. Alternativa E
Olhando de frente para a face frontal, vê-se também a face do fundo e se compõe a figura (A). Olhando de frente para a face da direita, vê-se também a da esquerda e se forma a figura (B). Olhando de frente a face de cima, vê-se a de baixo, e ambas as figuras, (C) e (D), podem ser vistas, dependendo da posição do observador. Logo, a figura (E) não pode ser vista.

26. O rei e seus mensageiros estão viajando do castelo para o palácio de verão a uma velocidade de cinco quilômetros por hora. A cada hora o rei manda um mensageiro de volta para o castelo, que viaja a uma velocidade de dez quilômetros por hora. Qual é o intervalo de tempo em que dois mensageiros chegam consecutivamente no castelo?

(A) 30 min (B) 60 min (C) 75 min (D) 90 min (E) 120 min

26. Alternativa D
Depois de andar 5 km, uma hora depois da partida, o rei manda o mensageiro, que leva meia hora para percorrer o caminho, chegando 1h 30min depois da partida do rei. Na segunda hora, depois de andar 10 km, o rei manda um mensageiro que chega uma hora depois, na 3ª hora. O intervalo de tempo entre o primeiro mensageiro e o segundo é de 3 h – 1h 30min = 1h 30min. Este intervalo é constante, porque as velocidades com que o rei e os mensageiros se deslocam também são constantes. Logo, a cada 90 minutos chega um mensageiro.

27. A soma de três números de um algarismo cada é 15. Ao substituir um desses três números pelo número 3, verificamos que o produto dos três números é 36. Qual foi o número substituído?

(A) 6 ou 7 (B) 7 ou 8 (C) somente o 6 (D) somente o 7 (E) somente o 8

27. Alternativa B
Sejam *a,b,c* os números, positivos e menores do que 10. Temos $a+b+c=15$. Supondo que o número substituído seja *a*, temos $3bc=36 \Leftrightarrow bc=12$. Então $(b=2 \text{ e } c=6) \text{ou} (b=3 \text{ e } c=4)$. Logo, $b+c=8 \text{ ou } b+c=7$ e, assim, $a=7$ ou $a=8$.

28. O coelhinho Vivaldo adora repolhos e cenouras. Ele come por dia 9 cenouras ou então 2 repolhos ou ainda 4 cenouras e 1 repolho. Mas em alguns dias, ele come somente grama. Nos últimos 10 dias, Vivaldo comeu um total de 30 cenouras e 9 repolhos. Neste período, em quantos dias ele comeu somente grama?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

28. Alternativa C
Vivaldo comeu 9 cenouras em *x* dias e 4 cenouras em *y* dias diferentes, de modo que $9x+4y=30$. Como *x* e *y* são inteiros não negativos, temos necessariamente que $y=3 \text{ e } x=2$. Sendo *z* o número de dias em que só comeu repolho, temos $2z+y=9$, logo $z=3$. O número de dias em que Vivaldo não comeu repolho ou cenoura é igual a $10-(x+y+z)=10-8=2$.

29. Na Fabulândia, todo dia ensolarado tem a véspera e a antevéspera chuvosas. Além disso, o quinto dia depois de um dia chuvoso também é chuvoso. Hoje, em Fabulândia, o dia é de sol. No máximo, com quantos dias de antecedência podemos prever o tempo com certeza?

(A) 1 dia (B) 2 dias (C) 4 dias (D) Nem um dia sequer
(E) A partir de hoje, podemos prever o tempo para qualquer dia

29. Alternativa C
Entre dois dias ensolarados, há pelo menos dois dias de chuva. Se hoje faz sol, amanhã choverá e depois de amanhã também choverá. Ocorre que, antes de hoje, dia de sol, houve dois dias chuvosos. Então, cinco dias depois desses dois dias também choverá. Logo, os dois dias seguintes ao dia depois de amanhã também serão chuvosos. Depois do último dia desta sequência, não saberemos se choverá ou fará sol. Portanto, o tempo pode ser previsto com 4 dias de antecedência.

30. Dona Júlia tem 10 netos, sendo Alice a mais velha. Outro dia Dona Júlia notou que as idades de seus netos são todas diferentes. Se a soma dessas idades é 180, no mínimo quantos anos tem Alice?

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

30. Alternativa E

A idade de Alice será tanto menor quanto menor forem as diferenças de idade entre os irmãos. Para idades consecutivas $x, x+1, x+2, \ldots, x+9$ temos a soma igual a $10x+(1+2+\ldots+9)=10x+45$. Mas $10x+45=180 \Leftrightarrow x=13,5$. As idades devem ser números inteiros e somar 180. Se fizermos x = 14, a soma será 185. Fazendo x = 13, a soma é 175. Aumentando de 1 ano as cinco maiores idades, obtemos soma 180. Então, as idades são 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22 e 23. Logo, a menor idade possível para Alice é 23 anos.