

ANOVA

Análise de Variância

Análise de Variância

- Teste de comparação de médias de mais de duas populações
- Exige que a variável dependente seja quantitativa
- Exige que a distribuição da variável dependente siga uma distribuição normal dentro de cada grupo
- Exige que as variâncias dos grupos sejam semelhantes
- A ideia da ANOVA é comparar a variação devida aos tratamentos com a variação devida ao acaso (dentro dos tratamentos)

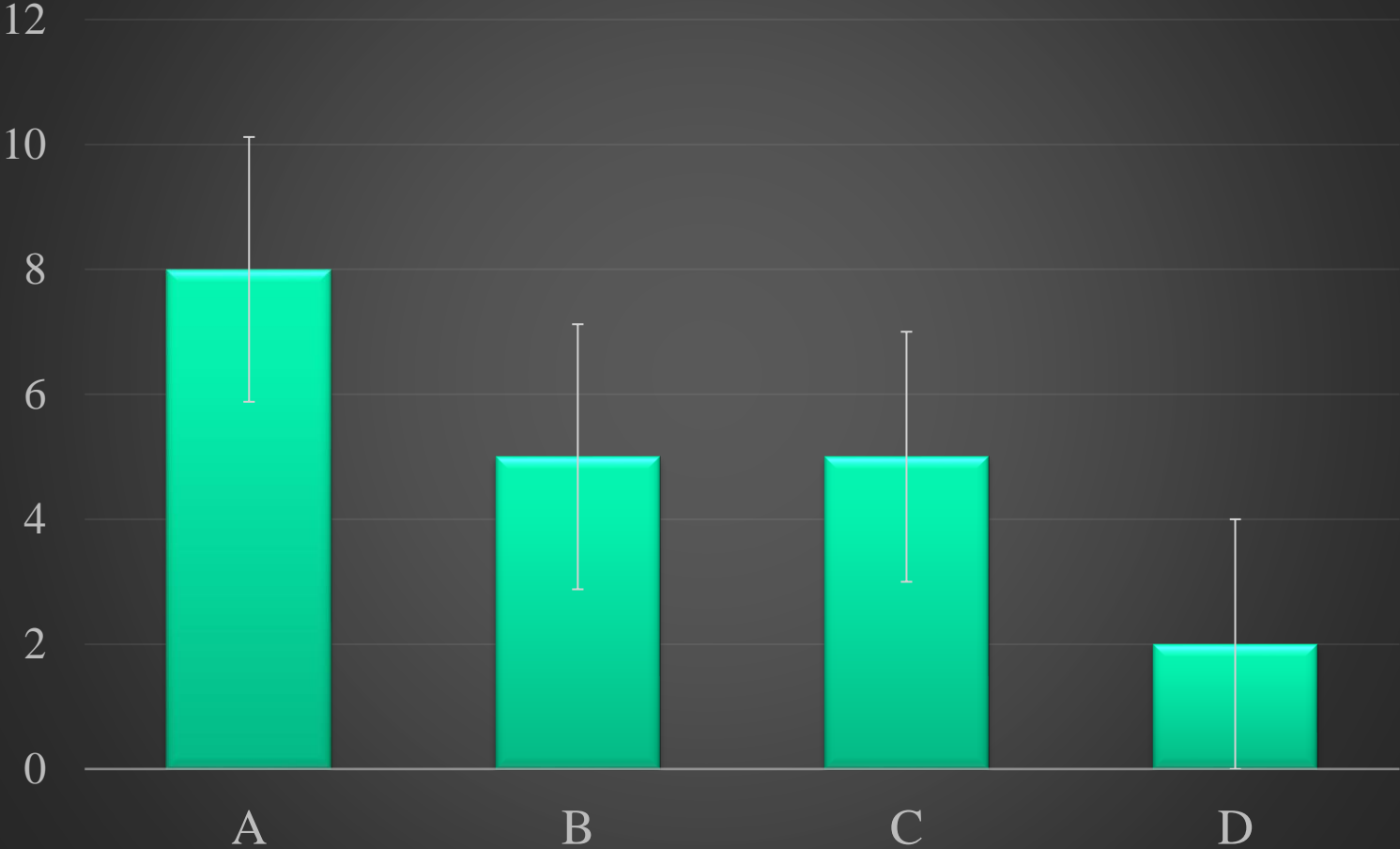
Exemplo 1

- Verificar se há diferença no volume de urina entre 4 grupos de pacientes que tomaram 4 diferentes diuréticos A, B, C, D,

Exemplo 1

	A	B	C	D	
	11	8	5	4	
	8	5	7	4	
	5	2	3	2	
	8	5	3	0	
	8	5	7	0	
média	8	5	5	2	média geral = 4
variância	4,5	4,5	4	4	

Exemplo1



Qual o melhor teste de hipóteses?

1) **Determinação da variável em estudo**

volume de urina

2) **Tipo da variável dependente**

quantitativa contínua

3) **Nº de Amostras**

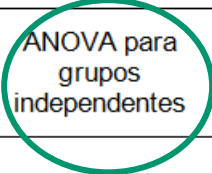
4 amostras

4) **Relacionamento entre as amostras**

Independentes

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

Tipo da variável dependente	Uma variável				Duas variáveis	
	Uma amostra	Duas amostras		Mais de duas amostras		Medidas de correlação
		<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	
Qualitativa nominal ou ordinal	<u>binomial ou X²</u>	<u>McNemar</u>	X ² ou Fischer	Prova Q de <u>Cochran</u>	X ² para várias amostras	<u>coeficiente de contingência C</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	<u>Wilcoxon ou Prova dos sinais</u>	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	<u>Kruskal-Wallis ou Prova da mediana</u>	<u>correlação de Spearman</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	<u>teste de proporções</u>	<u>teste t de Student pareado</u>	<u>teste t de Student para amostras independentes</u>	ANOVA para medidas repetidas	<u>ANOVA para grupos independentes</u>	<u>correlação de Pearson</u>



Testes não-paramétricos

Exemplo 2

- Verificar se há diferença na taxa de glicose entre 3 grupos de ratos submetidos a 3 diferentes cirurgias

Exemplo 2

Tipo de cirurgia →	1	2	3	
	96,0	90,0	86,0	
	95,0	93,0	85,0	
	100,0	89,0	105,0	
	108,0	88,0	105,0	
	120,0	87,0	90,0	
	110,5	92,5	100,0	
	97,0	87,5	95,0	
	92,5	85,0	95,0	
Médias	102,4	89,0	95,1	média geral= 95,5
variâncias	90,8	7,5	61,6	
Tamanho da amostra	8	8	8	

Qual o melhor teste de hipóteses?

1) **Determinação da variável em estudo**

taxa de glicemia

2) **Tipo da variável dependente**

quantitativa contínua

3) **Nº de Amostras**

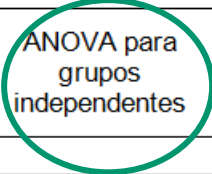
3 amostras

4) **Relacionamento entre as amostras**

Independentes

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

Tipo da variável dependente	Uma variável				Duas variáveis	
	Uma amostra	Duas amostras		Mais de duas amostras		Medidas de correlação
		<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	
Qualitativa nominal ou ordinal	<u>binomial ou X^2</u>	<u>McNemar</u>	X^2 ou Fischer	Prova Q de <u>Cochran</u>	X^2 para várias amostras	<u>coeficiente de contingência C</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	<u>Wilcoxon ou Prova dos sinais</u>	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	<u>Kruskal-Wallis ou Prova da mediana</u>	<u>correlação de Spearman</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	<u>teste de proporções</u>	<u>teste t de Student pareado</u>	<u>teste t de Student para amostras independentes</u>	ANOVA para medidas repetidas	<u>ANOVA para grupos independentes</u>	<u>correlação de Pearson</u>



Testes não-paramétricos

Exemplo 3: hemoglobina glicada em gestantes

• Situação

Um pesquisador na área da endocrinologia acredita que a hemoglobina glicada é diferente entre 3 grupos de gestantes:

- com diabetes (CD)
- com diabetes gestacional (DG)
- sem diabetes (SD)

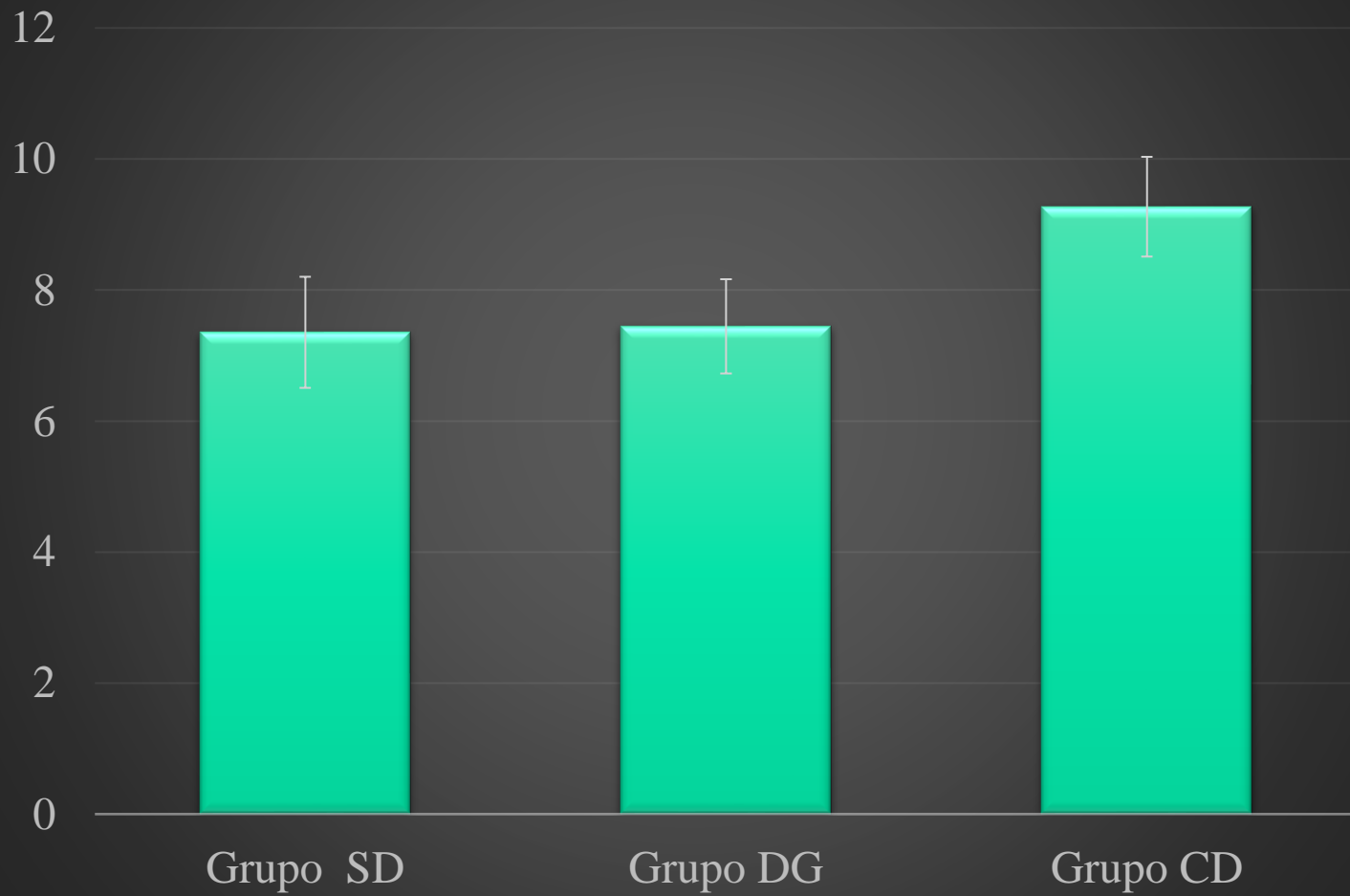
• Evidência amostral

Para verificar se o pesquisador está correto, foram selecionadas 30 gestantes:

- 10 com diabetes (CD)
- 10 com diabetes gestacional (DG)
- 10 sem diabetes (SD)

	Grupo SD	Grupo DG	Grupo CD	
	7,86	6,20	9,67	
	6,38	7,82	8,08	
	6,90	8,50	9,25	
	7,78	6,50	8,20	
	8,17	8,09	8,64	
	6,26	6,90	9,67	
	6,30	7,82	9,23	
	7,86	7,45	10,43	
	7,42	7,75	9,97	
	8,63	7,43	9,59	
Média	7,36	7,45	9,27	média geral=8,02
Variância	0,717	0,516	0,580	
Nº pacientes	10	10	10	

Exemplo3



Qual o melhor teste de hipóteses?

1) **Determinação da variável dependente**

hemoglobina glicada

2) **Tipo da variável dependente**

quantitativa contínua

3) **Nº de Amostras**

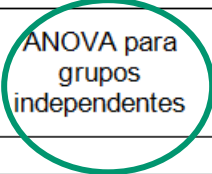
3 amostras

4) **Relacionamento entre as amostras**

Independentes

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

Tipo da variável dependente	Uma variável				Duas variáveis	
	Uma amostra	Duas amostras		Mais de duas amostras		Medidas de correlação
		<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	
Qualitativa nominal ou ordinal	<u>binomial ou X^2</u>	<u>McNemar</u>	X^2 ou Fischer	Prova Q de <u>Cochran</u>	X^2 para várias amostras	<u>coeficiente de contingência C</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	<u>Wilcoxon ou Prova dos sinais</u>	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	<u>Kruskal-Wallis ou Prova da mediana</u>	<u>correlação de Spearman</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	<u>teste de proporções</u>	<u>teste t de Student pareado</u>	<u>teste t de Student para amostras independentes</u>	ANOVA para medidas repetidas	<u>ANOVA para grupos independentes</u>	<u>correlação de Pearson</u>



Testes não-paramétricos

Exemplo 3: hemoglobina glicada em gestantes

Hipóteses estatísticas:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_{SD} = \mu_{DG} = \mu_{CD} \\ H_1 : \text{as médias não são todas iguais entre si} \end{array} \right.$$

Fixa-se α

	Grupo SD	Grupo DG	Grupo CD	
	7,86	6,20	9,67	
	6,38	7,82	8,08	
	6,90	8,50	9,25	
	7,78	6,50	8,20	
	8,17	8,09	8,64	
	6,26	6,90	9,67	
	6,30	7,82	9,23	
	7,86	7,45	10,43	
	7,42	7,75	9,97	
	8,63	7,43	9,59	
Média	7,36	7,45	9,27	média geral=8,02
Variância	0,717	0,516	0,580	
Nº pacientes	10	10	10	

Grupo SD**Grupo DG****Grupo CD**

$x_{SD,1} = 7,86$

$x_{DG,1} = 6,20$

$x_{CD,1} = 9,67$

$x_{SD,2} = 6,38$

$x_{DG,2} = 7,82$

$x_{CD,2} = 8,08$

$x_{SD,3} = 6,90$

$x_{DG,3} = 8,50$

$x_{CD,3} = 9,25$

$x_{SD,4} = 7,78$

$x_{DG,4} = 6,50$

$x_{CD,4} = 8,20$

$x_{SD,5} = 8,17$

$x_{DG,5} = 8,09$

$x_{CD,5} = 8,64$

$x_{SD,6} = 6,26$

$x_{DG,6} = 6,90$

$x_{CD,6} = 9,67$

$x_{SD,7} = 6,30$

$x_{DG,7} = 7,82$

$x_{CD,7} = 9,23$

$x_{SD,8} = 7,86$

$x_{DG,8} = 7,45$

$x_{CD,8} = 10,43$

$x_{SD,9} = 7,42$

$x_{DG,9} = 7,75$

$x_{CD,9} = 9,97$

$x_{SD,10} = 8,63$

$x_{DG,10} = 7,43$

$x_{CD,10} = 9,59$

média

$\overline{x}_{SD} = 7,36$

$\overline{x}_{DG} = 7,45$

$\overline{x}_{CD} = 9,27$

$\overline{x}_{geral} = 8,02$

variância

$s^2_{SD} = 0,717$

$s^2_{DG} = 0,516$

$s^2_{CD} = 0,580$

Modelo da ANOVA

$g = 3$ grupos

	tratamento			
	(1)	(2)	(3)	
	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	
	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	
	
	Y_{1n}	Y_{2n}	Y_{3n}	Média global:
Média:	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{..}$

observação

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$

$i = 1, 2, 3$
 $j = 1, 2, \dots, n$

média global

efeito do tratamento i

erro aleatório

$\mu_i = \mu + \tau_i =$ média do fator i

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_1.$	$\bar{y}_2.$...	$\bar{y}_g.$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados total:

$$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - 1$$

onde: $N = ng$

SQ_{Tot} : Soma dos Quadrados Total

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados dos tratamentos:

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^g (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = g - 1$$

SQ_{Trat} : Soma dos Quadrados entre Tratamentos (ou grupos)

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_i.$
Média	$\bar{y}_1.$	$\bar{y}_2.$...	$\bar{y}_g.$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_i.$

Soma de quadrados do erro:

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i.)^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - g$$

SQ_{Erro} : Soma de Quadrados do Erro (intra tratamentos ou resíduos)

Análise de variância de um fator

Fonte de variação	Soma de quadrados	gl: graus de liberdade	Quadrados médios	Razão F
Entre tratamentos	SQ_{Trat}	$g - 1$	$QM_{\text{trat}} = \frac{SQ_{\text{trat}}}{g-1}$	$F = \frac{QM_{\text{trat}}}{QM_{\text{Erro}}}$
Erro (intra-tratamentos ou resíduos)	SQ_{Erro}	$N - g$	$QM_{\text{Erro}} = \frac{SQ_{\text{Erro}}}{N-g}$	
Total	SQT	$N-1$		

Estatística do teste: F

F = fração entre a variância entre-grupos e a variância intra-grupos

Exemplo 3: hemoglobina glicada em gestantes

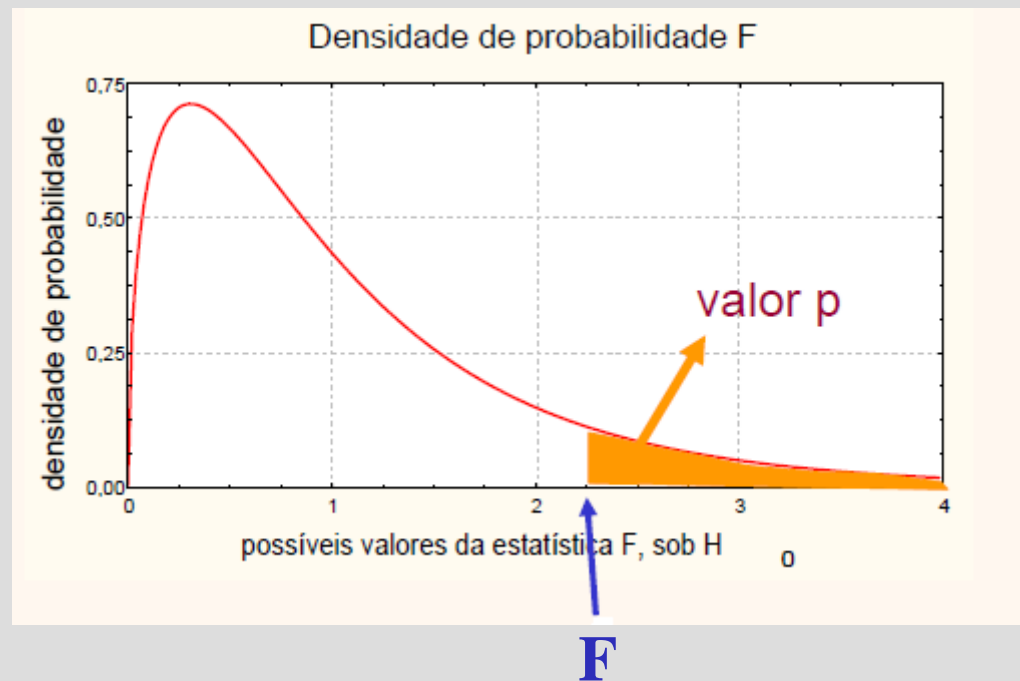
$$F = \frac{\frac{\text{soma dos desvios quadráticos entre grupos}}{\text{número de grupos} - 1}}{\frac{\text{soma dos desvios quadráticos intra os grupos}}{\text{número total de sujeitos} - \text{número de grupos}}}$$

$$F = \frac{\frac{SQTr}{k - 1}}{\frac{SQR}{n - k}}$$

F corresponde à razão entre a variância entre-grupos e a variância intra-grupos

Teste F

A estatística F tem distribuição F com $(g-1)$ graus de liberdade no numerador e $(N-g)$ graus de liberdade no denominador*



* Ver livro Barbetta – Tabela 6

Voltando ao exemplo das gestantes

Grupos	Sem Diabetes	Diabetes Gestacional	Com Diabetes	
	$x_{SD,1} = 7,86$	$x_{DG,1} = 6,20$	$x_{CD1} = 9,67$	
	$x_{SD,2} = 6,38$	$x_{DG,2} = 7,82$	$x_{CD,2} = 8,08$	
	$x_{SD,3} = 6,90$	$x_{DG,3} = 8,50$	$x_{CD,3} = 9,25$	
	$x_{SD,4} = 7,78$	$x_{DG,4} = 6,50$	$x_{CD,4} = 8,20$	
	$x_{SD,5} = 8,17$	$x_{DG,5} = 8,09$	$x_{CD,5} = 8,64$	
	$x_{SD,6} = 6,26$	$x_{DG,6} = 6,90$	$x_{CD,6} = 9,67$	
	$x_{SD,7} = 6,30$	$x_{DG,7} = 7,82$	$x_{CD,7} = 9,23$	
	$x_{SD,8} = 7,86$	$x_{DG,8} = 7,45$	$x_{CD,8} = 10,43$	
	$x_{SD,9} = 7,42$	$x_{DG,9} = 7,75$	$x_{CD,9} = 9,97$	
	$x_{SD,10} = 8,63$	$x_{DG,10} = 7,43$	$x_{CD,10} = 9,59$	
Média	$\overline{x}_{SD} = 7,36$	$\overline{x}_{DG} = 7,45$	$\overline{x}_{CD} = 9,27$	$\overline{x}_{geral} = 8,02$
Variância	$s^2_{SD} = 0,717$	$s^2_{DG} = 0,516$	$s^2_{CD} = 0,580$	

Avaliação das suposições

1. A distribuição da variável dependente segue uma distribuição normal dentro de cada grupo?

Hipóteses estatísticas do teste de normalidade:

H_0 : todas as distribuições seguem uma curva normal

H_1 : nem todas as distribuições seguem uma curva normal

Seja $\alpha = 5\%$

Aplicando-se teste de normalidade (Shapiro-Wilk), obteve-se $p > 0,05$ para os 3 grupos, logo aceito H_0 .

Avaliação das suposições

2. As variâncias dos grupos são semelhantes?

Hipóteses estatísticas do teste de semelhança entre variâncias:

H_0 : variância $_{SD} =$ variância $_{DG} =$ variância $_{CD}$

H_1 : há pelo menos uma variância diferente das outras

Seja $\alpha = 5\%$

Aplicando-se teste de homocedasticidade (Levene), obteve-se $p > 0,05$ para os 3 grupos, logo aceito H_0 , ou seja, as variâncias são iguais.

Soma dos Quadrados Total

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_1.$	$\bar{y}_2.$...	$\bar{y}_g.$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados total:

$$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - 1$$

onde: $N = ng$

Cálculo de SQ_{total} : soma dos quadrados total

SD	DG	CD	SD	DG	CD
$(7,86-8,02)^2$	$(6,20-8,02)^2$	$(9,67-8,02)^2$	0,03	3,33	2,71
$(6,3-8,02)^2$	$(7,82-8,02)^2$	$(8,08-8,02)^2$	2,71	0,04	0,00
6,90,,,	8,50,,,	9,25,,,	1,27	0,23	1,50
7,78,,,	6,50,,,	8,20,,,	0,06	2,33	0,03
8,17,,,	8,09,,,	8,64,,,	0,02	0,00	0,38
6,26,,,	6,90,,,	9,67,,,	+ 3,12	+ 1,27	2,71 +
6,30,,,	7,82,,,	9,23,,,	2,98	0,04	1,45
7,86,,,	7,45,,,	10,43,,,	0,03	0,33	5,78
7,42,,,	7,75,,,	9,97,,,	0,37	0,08	3,78
8,63,,,	7,43,,,	9,59,,,	0,37	0,35	2,45

Média geral= 8,02

10,93

8,00

20,79

$SQ_{total}=39,72$

Soma de Quadrados dos Tratamentos (grupos)

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados dos tratamentos:

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^g (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = g - 1$$

	SD	DG	CD
	7,86	6,20	9,67
	6,38	7,82	8,08
	6,90	8,50	9,25
	7,78	6,50	8,20
	8,17	8,09	8,64
	6,26	6,90	9,67
	6,30	7,82	9,23
	7,86	7,45	10,43
	7,42	7,75	9,97
	8,63	7,43	9,59
Média grupos	7,36	7,45	9,27

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^g (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

média geral = 8,02

$$SQ_{trat} = 10 * (7,36 - 8,02)^2 + 10 * (7,45 - 8,02)^2 + 10 * (9,27 - 8,02)^2 = 23,40$$

Soma de Quadrados do Erro

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_i.$
Média	$\bar{y}_1.$	$\bar{y}_2.$...	$\bar{y}_g.$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_i.$

Soma de quadrados do erro:

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i.)^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - g$$

Soma de Quadrados dos Erros

SD	DG	CD	SD	DG	CD
$(7,86-7,36)^2$	$(6,20-7,45)^2$	$(9,67-9,27)^2$	0,25	1,55	0,16
$(6,3-7,36)^2$	$(7,82-7,45)^2$	$(8,08-9,27)^2$	0,95	0,14	1,42
$(6,90-7,36)^2$	$(8,50-7,45)^2$	$(9,25-9,27)^2$	0,21	1,11	0,00
$(7,78-7,36)^2$	$(6,50-7,45)^2$	$(8,20-9,27)^2$	0,18	0,89	1,15
$(8,17-7,36)^2$	$(8,09-7,45)^2$	$(8,64-9,27)^2$	0,66 +	0,41 +	0,40 +
$(6,26-7,36)^2$	$(6,90-7,45)^2$	$(9,67-9,27)^2$	1,20	0,30	0,16
$(6,30-7,36)^2$	$(7,82-7,45)^2$	$(9,23-9,27)^2$	1,12	0,14	0,00
$(7,86-7,36)^2$	$(7,45-7,45)^2$	$(10,43-9,27)^2$	0,25	0,00	1,34
$(7,42-7,36)^2$	$(7,75-7,45)^2$	$(9,97-9,27)^2$	0,00	0,09	0,49
$(8,63-7,36)^2$	$(7,43-7,45)^2$	$(9,59-9,27)^2$	1,62	0,00	0,10
7,36	7,45	9,27	6,45	4,64	5,22

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

$$SQR = 6,45 + 4,64 + 5,22 = 16,32$$

Análise de variância de um fator

Fonte de variação	Soma de quadrados	gl: graus de liberdade	Quadrados médios	Razão F
Entre tratamentos	$SQ_{\text{Trat}} = 23,40$	$g - 1$ $(3 - 1) = 2$	$QM_{\text{trat}} = SQ_{\text{trat}} / (g - 1)$ $(23,40 / 2) = 11,7$	$F = \frac{QM_{\text{trat}}}{QM_{\text{Erro}}}$
Erro (intra-tratamentos ou resíduos)	$SQ_{\text{Erro}} = 16,32$	$N - g$ $(30 - 3) = 27$	$QM_{\text{Erro}} = SQ_{\text{Erro}} / (N - g)$ $(16,32 / 27) = 0,60$	
Total	$SQT = 39,72$	$N - 1$ $(30 - 1) = 29$		

Estatística do teste: F

Exemplo 3

$$F = \frac{\frac{SQ_{Trat}}{g - 1}}{\frac{SQ_{erro}}{N - g}} \quad F = \frac{\frac{23,40}{(3-1)}}{\frac{16,32}{(30-3)}} = 19,5$$

graus de liberdade entre tratamentos (numerador) = $(3-1) = 2$

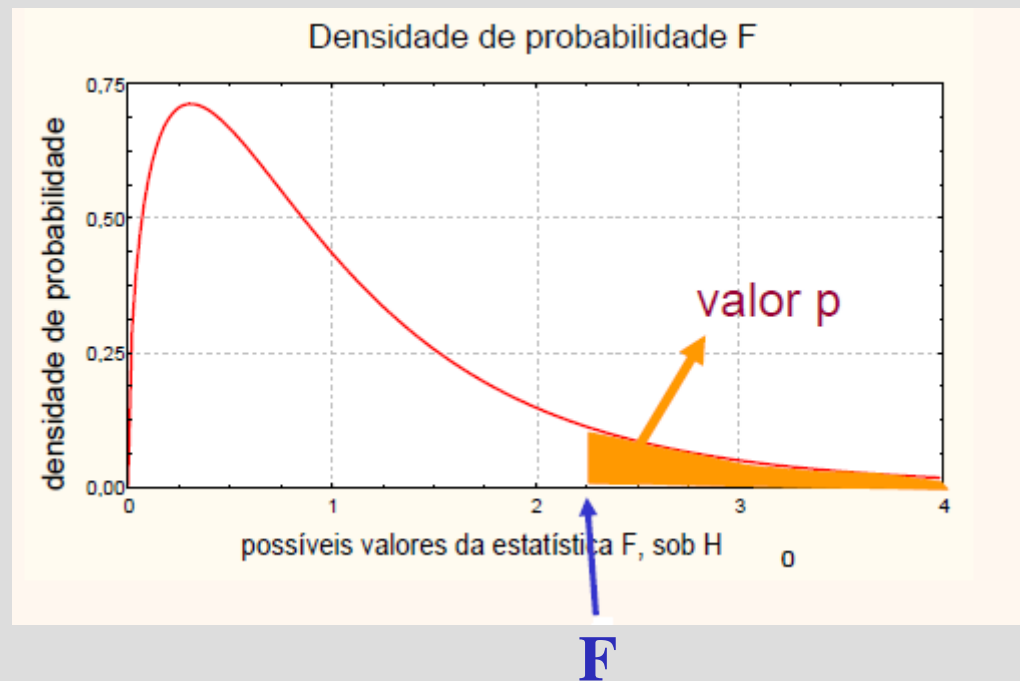
graus de liberdade intra tratamentos (denominador) = $(30-3) = 27$

$$F_{\text{alfa}=0,05 ; 2,27} = 3,35$$

Conclusão: como $F_{\text{calculado}} > F_{\text{tabelado}}$, há evidências, a um nível de significância de 5%, que as médias dos grupos não são iguais, ou seja, rejeito H_0 .

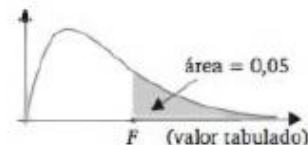
Teste F

A estatística F tem distribuição F com $(g-1)$ graus de liberdade no numerador e $(N-g)$ graus de liberdade no denominador*



* Ver livro Barbetta – Tabela 6

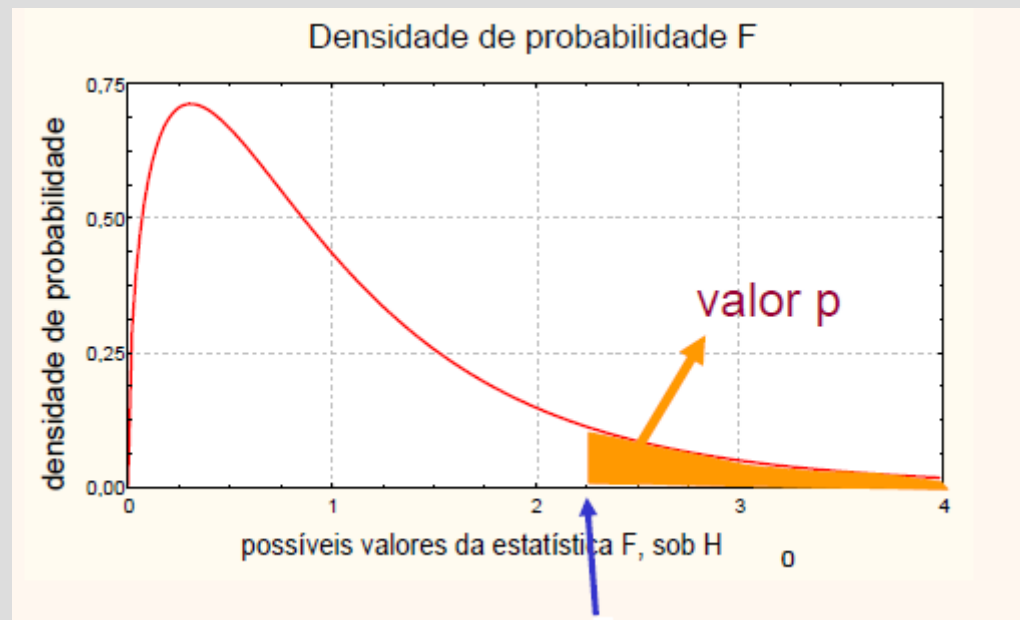
Tabela 6 (Continuação).
 $\alpha = 0,05$



gl denom.	Graus de liberdade no numerador									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19

Teste F

A estatística F tem distribuição F com (g-1) graus de liberdade no numerador e (N-g) graus de liberdade no denominador*



$$F_{\text{alfa}=0,05 ; 2,27} = 3,35 < F=19,5$$

* Ver livro Barbetta – Tabela 6

Obrigada