ANOVA DE UMA OU DUAS VIAS

ANOVA

Análise da Variância (ANOVA) é um método para testar a igualdade de três ou mais médias populacionais, baseado na análise das variâncias amostrais.

Os dados amostrais são separados em grupos segundo uma característica (fator).

Fator (ou tratamento): é uma característica que permite distinguir diferentes populações umas das outras. Cada fator contém dois ou mais grupos (classificações).

Exemplos:
(1) amostras do consumo de combustível para 3 tipos de carros, de fábricas (marcas) diferentes.

Neste caso temos amostras de **3 populações** de carros.

Temos **um único fator**: A marca. Este fator se separa em 3 tratamentos, cada uma das marcas.

(2) Amostras do consumo de combustível para 3 tamanhos de motor (1,5 L, 2,2 L e 2,5 L) e tipo de transmissão (manual ou automática).
Temos **dois fatores**:
- O **fator tamanho do motor**, que contém três categorias: 1,5 L, 2,2 L e 2,5 L.
- O **fator tipo de transmissão**, que contém duas categorias: manual e automática.

O estatístico George E. P. Box mostrou que os resultados são confiáveis d**esde que o tamanho das amostras são iguais (ou quase iguais), a diferença entre as variâncias podem ser de tal ordem que a maior seja nove vez a menor.**

Se a distribuições são fortemente não normais devemos utilizar outros métodos, por exemplo, o teste de Kruskal-Wallis.

HIPÓTESE NULA: a média de todas as populações são iguais,ou seja, o tratamento (fator) não tem efeito (nenhuma variação em média entre os grupos).

HIPÓTES ALTERNATIVA: nem todas a médias populacionais são iguais, ou seja:

Pelo menos uma média é diferente, isto é, existe efeito do tratamento.

Não quer dizer que todas as médias são diferentes (alguns pares podem ser iguais)

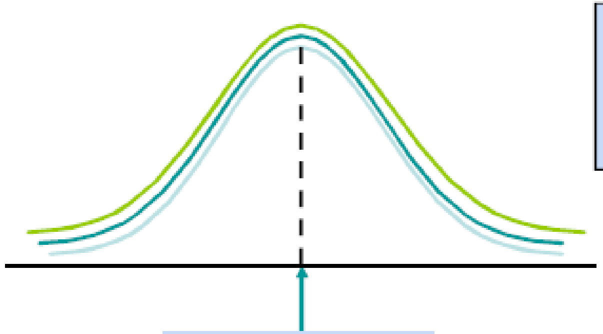
$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$$

H_1 : Nem todas as médias populacionais são iguais.

Hipóteses de ANOVA de um critério

ANOVA de um fator

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$$
$$H_1 : \text{Nem todos os } \mu_k \text{ são iguais}$$



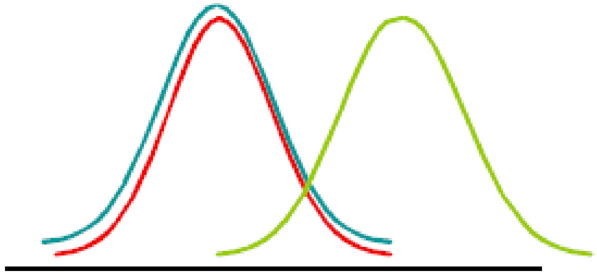
$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

Todas a médias são iguais:
Ho é verdadeira
(Sem efeito do tratamento)

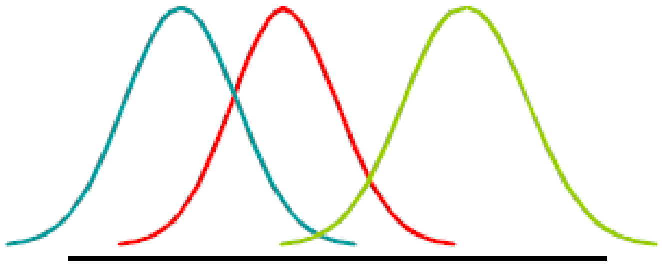
ANOVA de um fator

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$$
$$H_1 : \text{Nem todos os } \mu_k \text{ são iguais}$$

Ao menos uma média é diferente:
Ho NÃO é verdadeira
(Existe efeito do tratamento)



or



$\mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$

$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

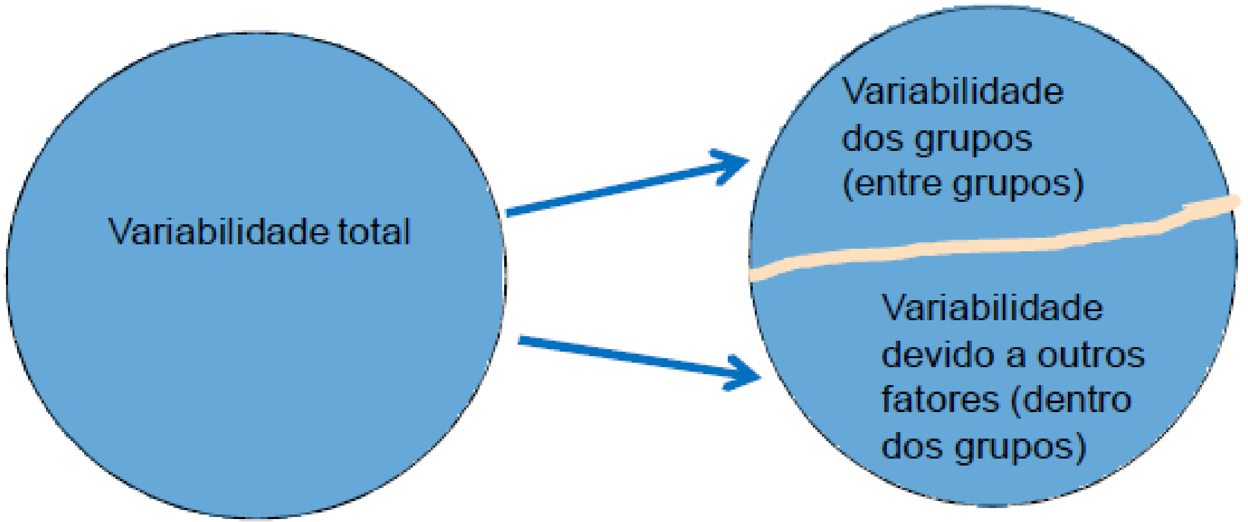
Exemplo: Para k amostras (tratamentos)

	amostra 1	amostra 2	amostra 3	...	amostra k
observação 1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1k}
observação 2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2k}
observação 3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3k}
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
observação n_k	$x_{n_1 1}$	$x_{n_2 2}$	$x_{n_3 3}$	...	$x_{n_k k}$
média amostral	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	...	$\bar{x}_k$
variância amostral	$s_1^{\ 2}$	$s_2^{\ 2}$	$s_3^{\ 2}$	...	$s_k^{\ 2}$

$\bar{\bar{x}} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \ldots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$ média sobre todos o valores amostrais (grande média)

para amostras de tamanhos iguais : $\bar{\bar{x}} = \dfrac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \ldots + \bar{x}_k}{k}$

A ideia básica de ANOVA: partição da variabilidade



Decomposição das observações em contribuições de diferentes fontes:

Observação = grande média + desvio devido ao tratamento + resíduo

$$x_{ij} = \bar{\bar{x}} + (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}}) + (x_{ij} - \bar{x}_j)$$

Exemplo

Foram selecionados vários automóveis de 3 modelos diferentes e neles colocados a mesma quantidade de gasolina. A tabela ao lado mostra a quilometragem obtida pelos automóveis. Existe diferença entre de distância média percorrida pelos diferentes tipos de automóveis? 1 – Fator (tratamento): tipo de atutomóvel

Níveis: modelo1, modelo 2, modelo 3

mod. 1	mod. 2	mod. 3
254	234	200
263	218	222
241	235	197
237		206
251		

Temos:

modelo 1: $\bar{x}_1 = 249.2$

modelo 2: $\bar{x}_2 = 229$

modelo 3: $\bar{x}_3 = 206.25$

$$\text{grande média}: \bar{\bar{x}} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{5.249{,}2 + 3.229 + 4.206{,}25}{5+3+4} = 229{,}833$$

Por exemplo: o elemento da amostra 1 $x_{31} = 241$

pode ser decomposto assim:

$$x_{31} = \bar{\bar{x}} + (\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}}) + (x_{31} - \bar{x}_1)$$

$$241 = 229.83 + (249.2 - 229.83) + (241 - 249.2) = 229.83 + 19.367 - 8.2$$

Para o nosso exemplo:

Observações = grande média + efeitos do tratamento + resíduos

$$\begin{bmatrix} 254 & 234 & 200 \\ 263 & 218 & 222 \\ 241 & 235 & 197 \\ 237 & & 206 \\ 251 & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 229.83 & 229.83 & 229.83 \\ 229.83 & 229.83 & 229.83 \\ 229.83 & 229.83 & 229.83 \\ 229.83 & & 229.83 \\ 229.83 & & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 19.367 & -0.83 & -23.58 \\ 19.367 & -0.83 & -23.58 \\ 19.367 & -0.83 & -23.58 \\ 19.367 & & -23.58 \\ 19.367 & & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.8 & 5 & 200 \\ 13.8 & -11 & 222 \\ -8.2 & 6 & 197 \\ -12.2 & & 206 \\ 1.8 & & \end{bmatrix}$$

Medida de variação: variância amostral

$$S^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

(que depende de uma soma de quadrados)

Variação total = variação **entre** as amostras + variação **dentro** das amostras

Em símbolos: **SQ(total) = SQ(entre amostras)+SQ(dentro das amostras)**

SQ(total) ou soma total de quadrados: é uma medida da variação total (em torno de $\bar{\bar{x}}$) em todos os dados amostrais combinados.

SQ(entre): é uma medida da variação entre as médias amostrais combinados.
Também conhecida como SQ(tratamento).

SQ(dentro) ou SQ(erro): soma de quadrados que representa a variabilidade comum a todas a populações em consideração.

Variação total

$$SQ(total) = SQ(dentro) + SQ(entre)$$

$$SQ(total) = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2$$

Onde:

k = número de amostras (tratamentos)

n_j = número de observações na amostra j

X_{ij} = i-ésima observação da amostra j

$\bar{\bar{X}}$ = média de todos os valores (grande média)

Variação entre amostras

$$SQ(total) = \boxed{SQ(entre)} + S(dentro)$$

$$\boxed{SQ(entre) = \sum_{j=1}^{k} n_j(\overline{X}_j - \overline{\overline{X}})^2}$$

Onde:

k = número de amostras

n_j = número de elementos da amostra j

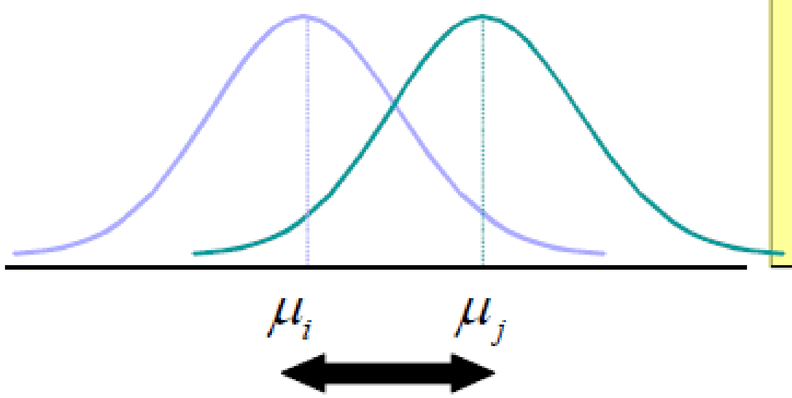
$\overline{X}_j$ = média da amostra j

$\overline{\overline{X}}$ = grande média

Variação entre amostras

$$SQ(\text{entre}) = \sum_{j=1}^{k} n_j(\overline{X}_j - \overline{\overline{X}})^2$$

Variação devido a
diferença entre amostras.



$$QM(\text{entre}) = \frac{SQ(\text{entre})}{k-1}$$

Quadrado médio entre =
SQ(entre)/graus de liberdade

Variação dentro das amostras

$$SQ(total) = SQ(entre) + \boxed{SQ(dentro)}$$

$$\boxed{SQ(dentro) = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \overline{X}_j)^2}$$

Onde:

k = número de amostras

n_j = número de elementos da amostra j

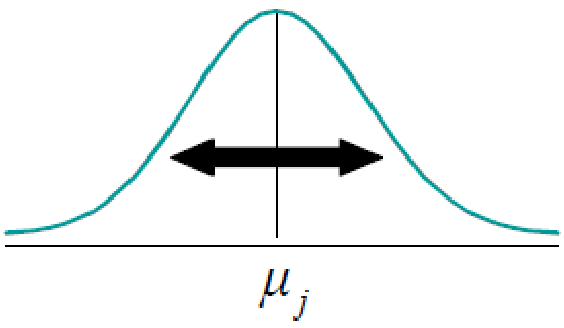
$\overline{X}_j$ = média da amostra j

X_{ij} = i-ésima observação na amostra j

Variação dentro das amostras

$$SQ(\text{dentro}) = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \overline{X}_j)^2$$

Soma-se a variação dentro de cada amostra e então soma-se todas as amostras



$$QM(\text{dentro}) = \frac{SQ(\text{dentro})}{n-k}$$

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$$

Quadrado médio dentro = SQ(dentro)/graus de liberdade

Variação dentro das amostras

$$SQ(\text{dentro}) = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \overline{X}_j)^2 = (n_1 - 1)\left[\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(x_{i1} - \overline{x}_1)}{(n_1 - 1)}\right] + (n_2 - 1)\left[\frac{\sum_{i=1}^{n_2}(x_{i2} - \overline{x}_2)}{(n_2 - 1)}\right] + \ldots + (n_k - 1)\left[\frac{\sum_{i=1}^{n_k}(x_{ik} - \overline{x}_k)}{(n_k - 1)}\right]$$

$$= (n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + (n_3 - 1)s_3^2 + \ldots + (n_k - 1)s_k^2$$

Ou seja:

$$QM(\text{dentro}) = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)s_i^2}{n - k}$$

As variações entre, dentro e total

$$S^2_{entre} = \frac{SQ(entre)}{k-1}$$

$$S^2_{dentro} = \frac{SQ(dentro)}{n-k}$$

$$S^2_{total} = \frac{SQ(total)}{n-1}$$

$k =$ número de amostras

$n = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_k$ (número total de elementos)

Tabela ANOVA 1- fator

Fonte da Variação	SQ	gl	Variância	Razão F
Entre	SQE	k - 1	$S^2_{entre} = \dfrac{SQE}{k-1}$	$F = \dfrac{S^2_{entre}}{S^2_{dentro}}$
Dentro	SQD	n - k	$S^2_{dentro} = \dfrac{SQD}{n-k}$	
Total	SQT = SQE+SQD	n - 1		

k = número de amostras (grupos)

n = soma do número de elementos de todas as amostras

gl = graus de liberdade

ANOVA 1-fator

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

H_1: pelo menos uma das médias é diferente

Estatística de teste:

$$F = \frac{S^2_{entre}}{S^2_{dentro}} \quad \left(\frac{\text{Variância entre amostras}}{\text{Variância dentro das amostras}} \right)$$

graus de liberdade: **Numerador:** $gl_1 = k - 1$
Denominador: $gl_2 = n - k$

k = número de amostras

$n = n_1 + n_1 + n_3 + \ldots + n_k$

ANOVA de um fator

Cálculos com **tamanhos amostrais diferentes**

$$F_{teste} = \frac{\left[\dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k-1}\right]}{\left[\dfrac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)s_i^2}{n-k}\right]}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \ldots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

é a média de todos os valores amostrais combinados

Grau de Liberdade

Numerador: $gl_1 = k - 1$

Denominador: $gl_2 = n - k$

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

SQ(tratamento) Soma de quadrados

Componentes-chave:

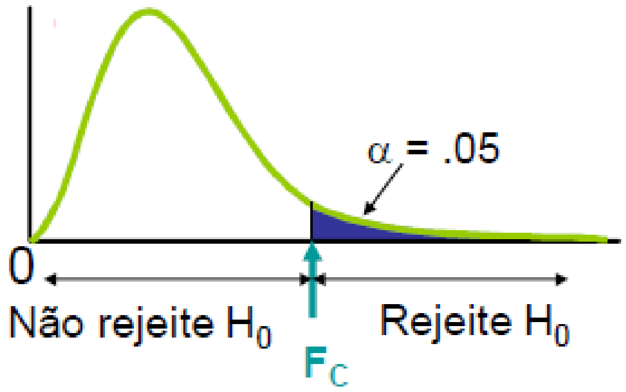
SQ(erro) Representa a variação

Variância(...) = SQ(...)/número: é uma **M**édia **Q**uadrática

Valores críticos são obtidos da tabela da **distribuição F**.

Como o numerador é maior que o denominador
o teste será unilateral a direita.

- Rejeite H_0 se $F > F_C$.



Exemplo

Foram selecionados vários automóveis de 3 modelos diferentes e neles colocados a mesma quantidade de gasolina. A tabela ao lado mostra a quilometragem obtida pelos automóveis. Existe diferença entre de distância média percorrida pelos diferentes tipos de automóveis? Faça o teste com nível de significância de 0.05?

mod. 1	mod. 2	mod. 3
254	234	200
263	218	222
241	235	197
237	227	206
251	216	204

1 – Fator (tratamento): tipo de atutomóvel

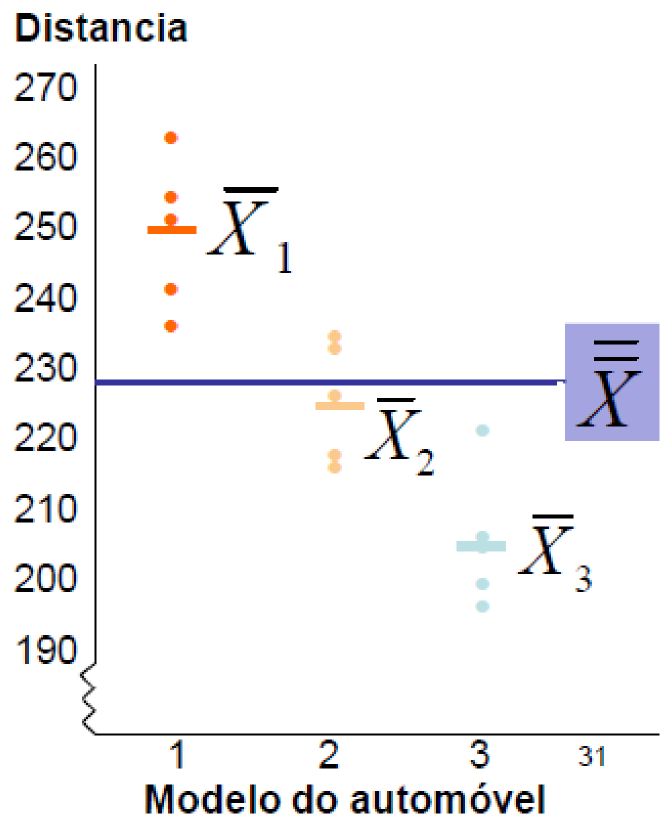
Níveis: modelo1, modelo 2, modelo 3

Examplo de anova de 1 fator:

tipo 1	tipo 2	tipo 3
254	234	200
263	218	222
241	235	197
237	227	206
251	216	204

$\bar{x}_1 = 249.2$ | $\bar{x}_2 = 226.0$ | $\bar{x}_3 = 205.8$

$\bar{\bar{x}} = 227.0$



mod. 1	mod. 2	mod. 3
254	234	200
263	218	222
241	235	197
237	227	206
251	216	204

$\bar{X}_1 = 249.2$ $\quad n_1 = 5$

$\bar{X}_2 = 226.0$ $\quad n_2 = 5$

$\bar{X}_3 = 205.8$ $\quad n_3 = 5$

$\bar{\bar{X}} = 227.0$ $\quad n = 15$

$k = 3$

$SQE = 5\,(249.2 - 227)^2 + 5\,(226 - 227)^2 + 5\,(205.8 - 227)^2 = 4716.4$

$SQD = (254 - 249.2)^2 + (263 - 249.2)^2 + \ldots + (204 - 205.8)^2 = 1119.6$

$S^2_{entre} = 4716.4 / (3-1) = 2358.2$

$S^2_{dentro} = 1119.6 / (15-3) = 93.3$

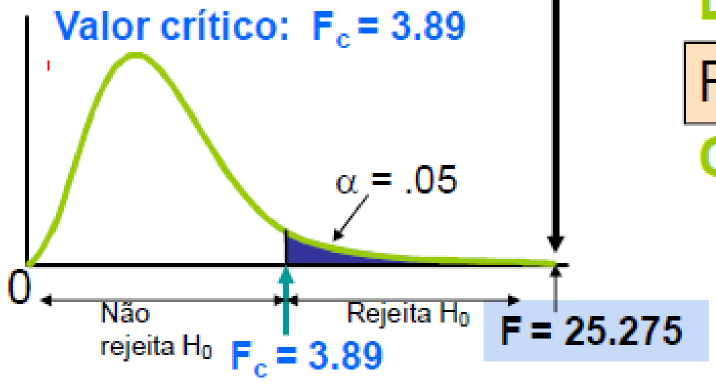
$$F = \frac{2358.2}{93.3} = 25.275$$

ANOVA 1-fator

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$
H_1: nem todos μ_j são iguais

$\alpha = 0.05$

$gl_1 = 2 \quad gl_2 = 12$



Estatística de teste:

$$F = \frac{S^2_{entre}}{S^2_{dentro}} = \frac{2358.2}{93.3} = 25.275$$

Decisão:

Rejeitar H_0 com $\alpha = 0.05$

Conclusão:

Há evidência que pelo uma das médias μ_j é diferente das outras.

ANOVA 2- fatores

Dois fatores de interesse: A e B com vários níveis (categorias).

$$
\begin{tikzcd}
 & A \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] \arrow[drr] & & \\
A_1 & A_2 & A_3 \; \ldots & A_r
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
 & B \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] \arrow[drr] & & \\
B_1 & B_2 & B_3 \; \ldots & B_k
\end{tikzcd}
$$

Exemplo: Amostras do consumo de combustível para 3 tamanhos de motor (1,5 L, 2,2 L e 2,5 L) e tipo de transmissão (manual ou automática).
Temos **dois fatores**:

(A) O **fator tamanho do motor**, que contém três categorias: 1,5 L (**A1**), 2,2 L (**A2**) e 2,5 L (**A3**).

(B) O **fator tipo de transmissão**, que contém duas categorias: manual (**B1**) e automática (**B2**).

Fator A / Fator B	A_1	A_2	A_3
B_1	X_{111} X_{112} X_{113} X_{114} $\vdots$	X_{121} X_{122} X_{123} $\vdots$	X_{131} X_{132} X_{133} X_{134} X_{135} $\vdots$
B_2	X_{211} X_{212} X_{213} $\vdots$	X_{221} X_{222} X_{223} x_{224} X_{225} $\vdots$	X_{231} X_{232} X_{233} X_{234} $\vdots$

ANOVA 2 fatores: A e B

r = número de categorias do fator A

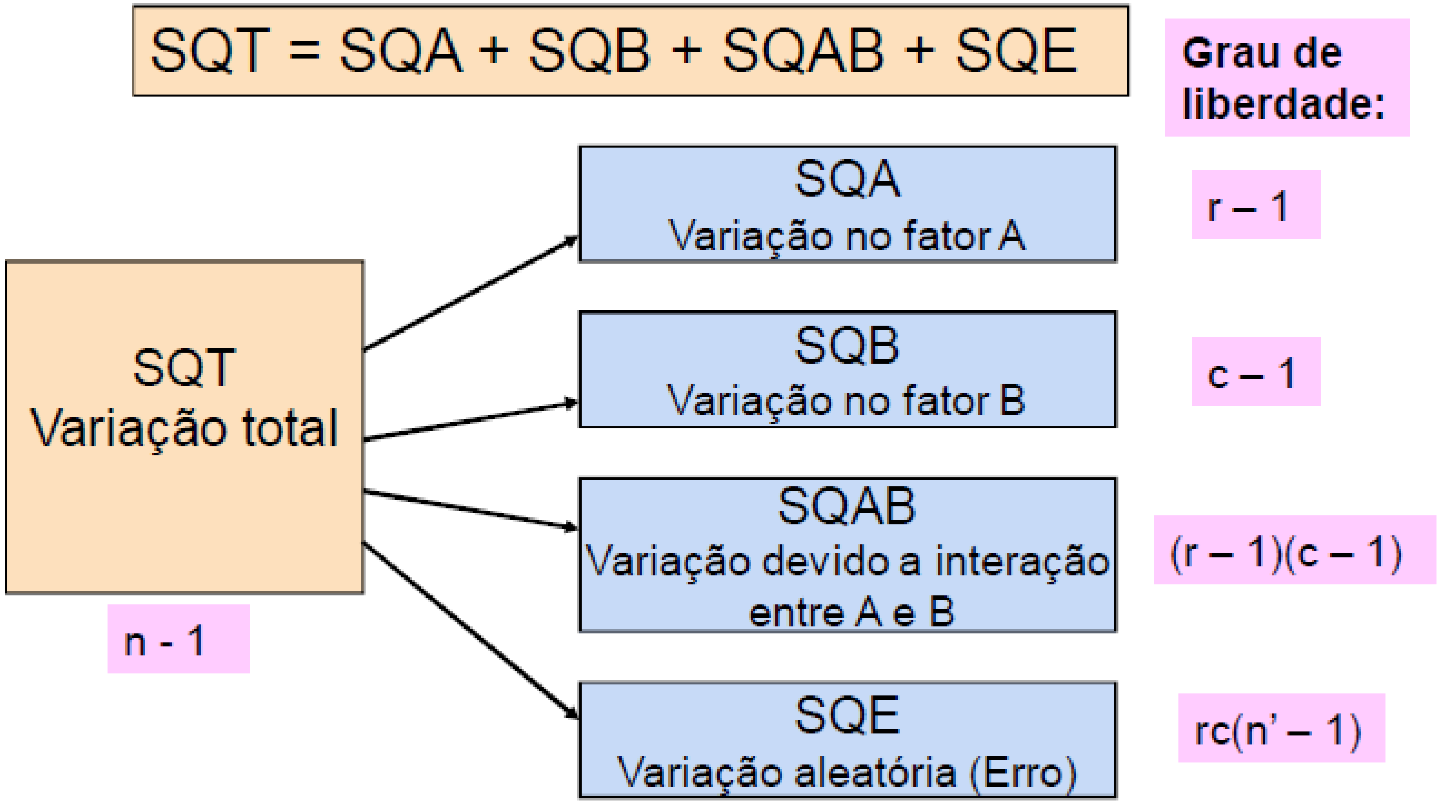
c = número de categorias do fator B

n’ = número de repetições em cada célula

n = número total de observações (n = rkn’)

Xijk = valor da k-ésima observação na categoria i do fator A e na categoria j do fator B

Fontes de variação



Soma de Quadrados para cada variação:

Variação total:

$$SQT = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n'}(X_{ijk} - \bar{\bar{X}})^2$$

Variação do fator A :

$$SQA = cn'\sum_{i=1}^{r}(\bar{X}_{i..} - \bar{\bar{X}})^2$$

Variação do fator B :

$$SQB = rn'\sum_{j=1}^{c}(\bar{X}_{.j.} - \bar{\bar{X}})^2$$

Variação devido a interação:

$$SQAB = n' \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} (\overline{X}_{ij.} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} + \overline{\overline{X}})^2$$

Variação devido ao erro aleatório

$$SQE = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \sum_{k=1}^{n'} (X_{ijk} - \overline{X}_{ij.})^2$$

ONDE:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n'} X_{ijk}}{rcn'} = \text{Grande média}$$

$$\bar{X}_{i..} = \frac{\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n'} X_{ijk}}{cn'} = \text{Média do i-ésimo nível do fator A} \quad (i = 1, 2, \ldots, r)$$

$$\bar{X}_{.j.} = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{n'} X_{ijk}}{rn'} = \text{Média do j-ésimo nível do fator B} \quad (j = 1, 2, \ldots, c)$$

$$\bar{X}_{ij.} = \frac{\sum_{k=1}^{n'} X_{ijk}}{n'} = \text{Média da célula ij}$$

r = número de níveis do fator A
c = número de níveis do fator B
n′ = número de repetições em cada célula

Quadrados médios (Variâncias)

$$QMA = \frac{SQA}{r-1} \quad \text{(Quadrado Médio do fator A)}$$

$$QMB = \frac{SQB}{c-1} \quad \text{(Quadrado Médio do fator A)}$$

$$QMAB = \frac{SQAB}{(r-1)(c-1)} \quad \text{(Quadrado Médio da interação entre A e B)}$$

$$QME = \frac{SQE}{rc(n'-1)} \quad \text{(Quadrado Médio do erro)}$$

ANOVA de 2 fatores: Estatística de teste

Teste-F para o efeito do fator A

H_0: $\mu_{1..} = \mu_{2..} = \mu_{3..} = \cdots$

H_1: Nem todos os $\mu_{i..}$ são iguais

$$F = \frac{QMA}{QME}$$

Rejeite H_0 se $F > F_c$

Teste-F para o efeito do fator B

H_0: $\mu_{.1.} = \mu_{.2.} = \mu_{.3.} = \cdots$

H_1: Nem todos os $\mu_{.j.}$ são iguais

$$F = \frac{QMB}{QME}$$

Rejeite H_0 se $F > F_c$

Teste-F para o efeito da interação

H_0: a interação de A e B é zero

H_1: a interação de A e B não é zero

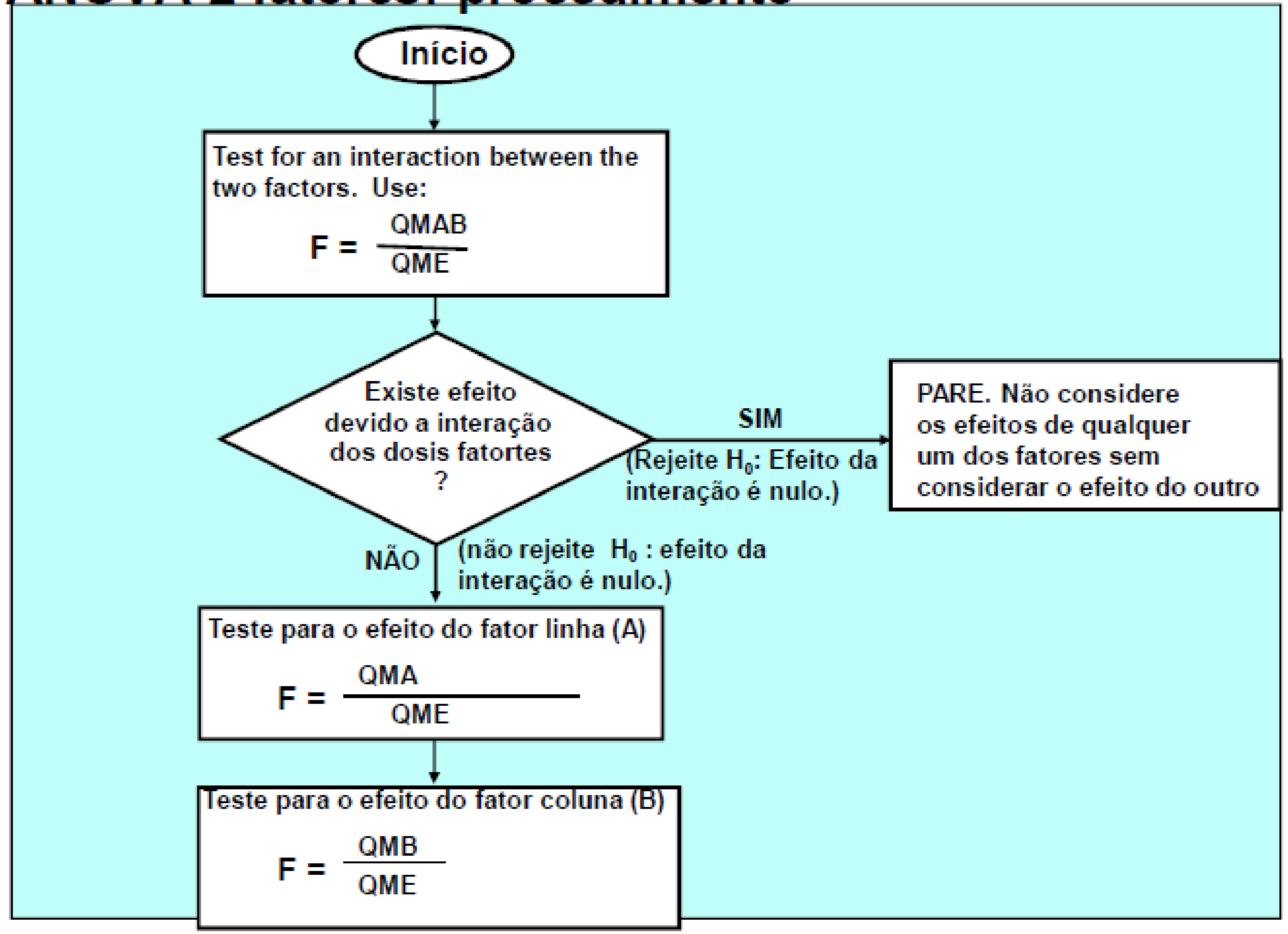
$$F = \frac{QMAB}{QME}$$

Rejeite H_0 se $F > F_c$

Tabela ANOVA 2 fatores

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Quadrados Médios (variâncias)	F
Fator A	**SQA**	$r - 1$	**QMA** = SQA/(r – 1)	$\frac{QMA}{QME}$
Fator B	**SQB**	$c - 1$	**QMB** = SQB/(c – 1)	$\frac{QMB}{QME}$
AB (Interação)	**SQAB**	$(r - 1)(c - 1)$	**QMAB=** SQAB/(r – 1)(c – 1)	$\frac{QMAB}{QME}$
Erro	**SQE**	$rc(n' - 1)$	**QME** = SQE/rc(n' – 1)	
Total	**SQT**	$n - 1$		

ANOVA 2 fatores: procedimento



ANOVA de dois fatores

Cálculos individuais em categorias de acordo com **dois fatores**. Em outras palavras: os valores amostrais são categorizados de duas maneiras. Ex. Na corrida de NY:

Fatores: idade e sexo.

Tempo (s) para corredores da Maratona NY

		Idade		
		21-29	30-39	40 ou mais
Sexo	Masculino	13615	14677	14528
		18784	16090	17034
		14256	14086	14935
		10905	16460	14996
		12077	20808	22146
	Feminino	16401	15357	17260
		14216	16771	25399
		15402	15036	18647
		15326	16297	15077
		12047	17636	25898

ANOVA de dois fatores

Cálculos individuais em categorias de acordo com **dois fatores**. Em outras palavras, os valores amostrais são categorizados de duas maneiras. Ex. Na corrida de NY:

Fatores: idade e sexo.

Subcategorias (células), neste caso seis células

Tempo (s) para corredores da Maratona NY

		Idade		
		21-29	30-39	40 ou mais
Sexo	Masculino	1	2	3
	Feminino	4	5	6

ANOVA de dois fatores

Anova: fator duplo com repetição

RESUMO	21-29	30-39	40 ou mais	Total
Masculino				
Contagem	5	5	5	15
Soma	69637	82121	83639	235397
Média	13927,4	16424,2	16727,8	15693,1
Variância	9087754,3	6962640,2	10125758,2	9165617,8
Feminino				
Contagem	5	5	5	15
Soma	73392	81097	102281	256770
Média	14678,4	16219,4	20456,2	17118
Variância	2762103,3	1115302,3	24117287,7	14392308,6
Total				
Contagem	10	10	10	
Soma	143029	163218	185920	
Média	14302,9	16321,8	18592	
Variância	5423270,3	3601847,5	19080511,1	

ANOVA

Fonte da variação	*SQ*	*gl*	*MQ*	*F*	*valor-P*	*F crítico*
Amostra	15226837,6	1	15226837,6	1,69	0,21	4,26
Colunas	92087146,9	2	46043573,4	5,10	0,01	3,40
Interações	21040438,9	2	10520219,4	1,17	0,33	3,40
Dentro	216683384,0	24	9028474,3			
Total	345037807,4	29				

MQ(sexo)

MQ(idade)

MQ(interação)

MQ(erro)

Tempo (s) para corredores da Maratona NY

Sexo		Idade 21-29	Idade 30-39	Idade 40 ou mais
Sexo	Masculino	13615	14677	14528
		18784	16090	17034
		14256	14086	14935
		10905	16460	14996
		12077	20808	22146
	Feminino	16401	15357	17260
		14216	16771	25399
		15402	15036	18647
		15326	16297	15077
		12047	17636	25898

Excel:

Ferramenta >

Análise de dados >

ANOVA Fator Duplo com repetição

ANOVA de dois fatores

Procedimento para o cálculo (continuação)

Passo 2. Efeitos de Linha/Coluna

Linha: Teste H_0, "Não há qualquer efeito do fator linha" (As médias das linhas são iguais)

F = MQ(sexo) / MQ(erro)

ANOVA

	Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Sexo	Amostra	15226837,6	1	15226837,6	1,69	0,21	4,26
Idade	Colunas	92087146,9	2	46043573,4	5,10	0,01	3,40
Interação	Interações	21040438,9	2	10520219,4	1,17	0,33	3,40
Erro	Dentro	216683384,0	24	9028474,3			
	Total	345037807,4	29				

ANOVA de dois fatores

Conclusão do exemplo:

Com base nos dados amostrais, concluímos que os tempos parecem ter médias desiguais para diferentes categorias de idade, mas os tempos parecem ter médias iguais para ambos os sexos.