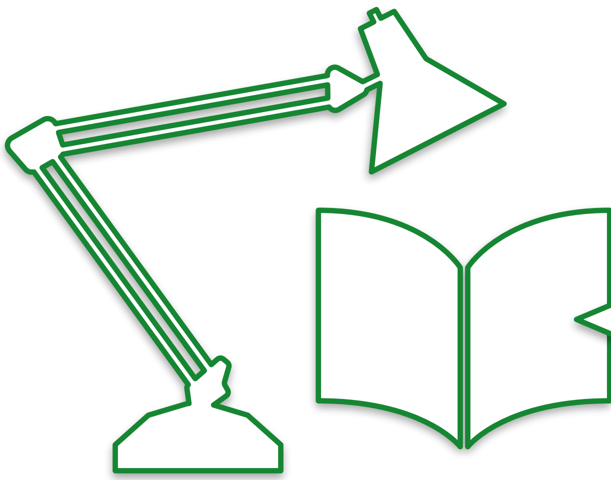
Aula 14 – Introdução a Probabilidade
(11/10)

Davi R. de Moura Costa

Tópicos Relevantes



Probabilidade

- Probabilidade Incondicional e Condicional
- Independência

Referência:

BUSSAB, Wilton O.;
MORETTIN, Pedro A.
"**Estatística Básica**" 5 ed. São Paulo Sartaiva, 2005
- Cap. 5

Probabilidade nos negócios

https://www.activecampaign.com/br/machine-learning/win-probability

Pontos Relevantes

Leitura obrigatória

- Bussab & Morettin - Cap. 5

Probabilidade

(Conceito)

Independência

vs

Dependência

Probabilidade

e

Condicionalidade

Teorema

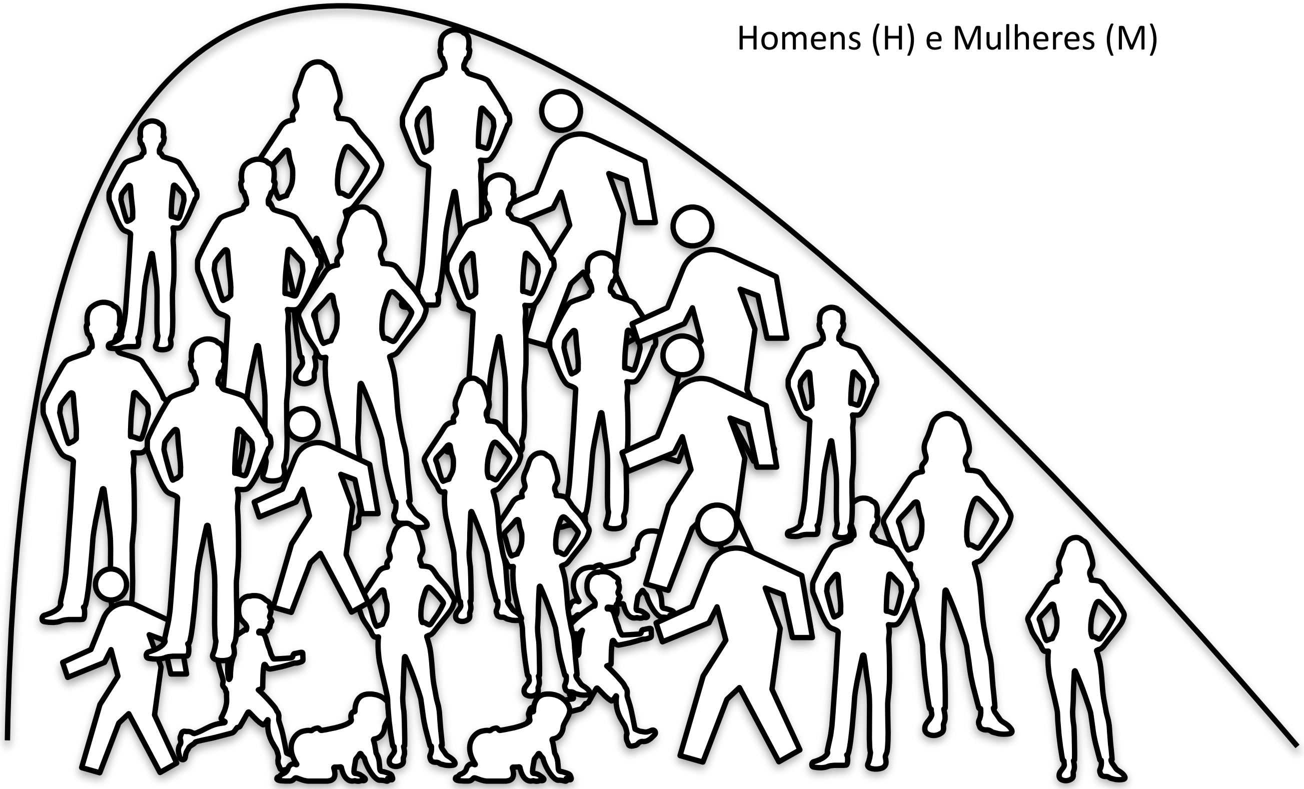
de

Bayes

Conceitos Importantes

$\Omega \equiv$ População

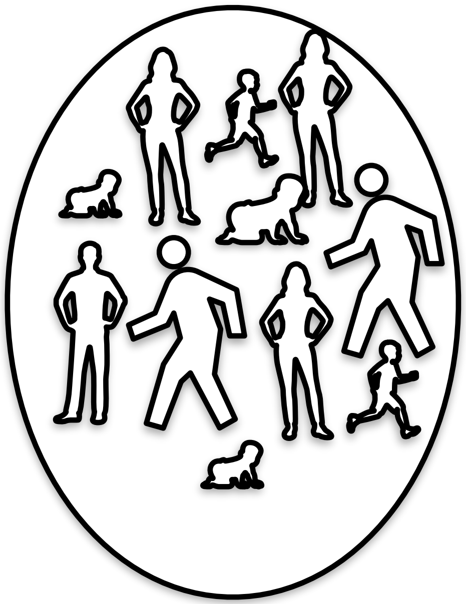
Homens (H) e Mulheres (M)



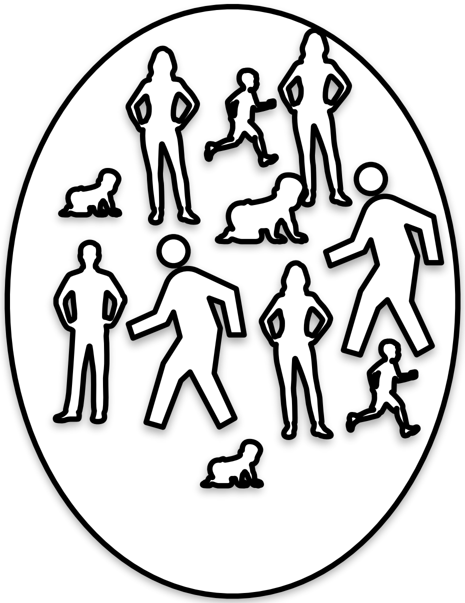
$\Omega \equiv$ Espaco Amostral = População

Conceitos Importantes

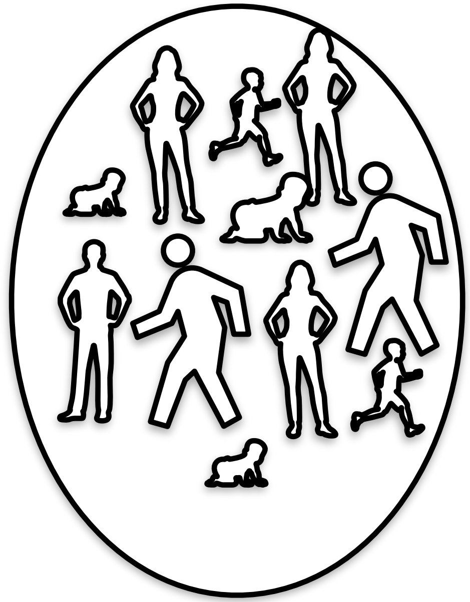
$\omega_1 =$ amostra$_1$



$\omega_2 =$ amostra$_2$



$\omega_3 =$ amostra$_3$



(...)

$\omega_n =$ amostra$_n$

Conceitos Importantes

Modelos Probabilísticos

Evento

x_i

$x = 1 \Rightarrow$ Favorável

$x = 0 \Rightarrow$ Desfavorável

Freqüência Absoluta

n_i

Freqüência Relativa (%)

$$\boxed{f_i = \frac{n_i}{N}}$$

$n_i =$ eventos favoráveis

$(1 - n_i) =$ eventos desfavoráveis

$N =$ total de eventos

Conceitos Importantes

Modelos Probabilísticos

$$\overbrace{\hspace{20em}}$$

Evento	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa (%)
x_i	n_i	$\boxed{f_i = \frac{n_i}{N}}$

$x = 1 \Rightarrow$ Masculino

$x = 0 \Rightarrow$ Desfavorável

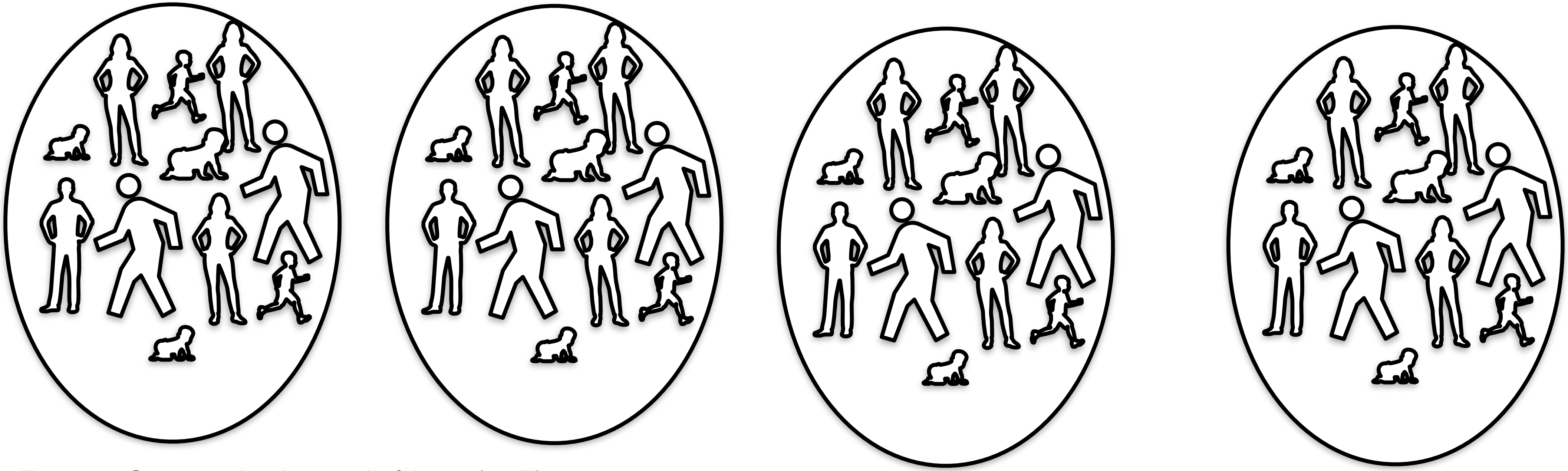
$n_i =$ masculinos

$(1 - n_i) =$ mulher

$N =$ população

Probabilidade - Introdução

$\omega_1 = \text{amostra}_1$ $\omega_2 = \text{amostra}_2$ $\omega_3 = \text{amostra}_3$ $\omega_4 = \text{amostra}_4$



Evento: Sorteio de dois indivíduos (M/F)

$$\text{Prob}(x = x_i) = \frac{1}{2}$$

$\omega_1 = (\text{M,F})$; $\omega_2 = (\text{M,M})$; $\omega_3 =$; $\omega_4 = (\text{F,F})$;

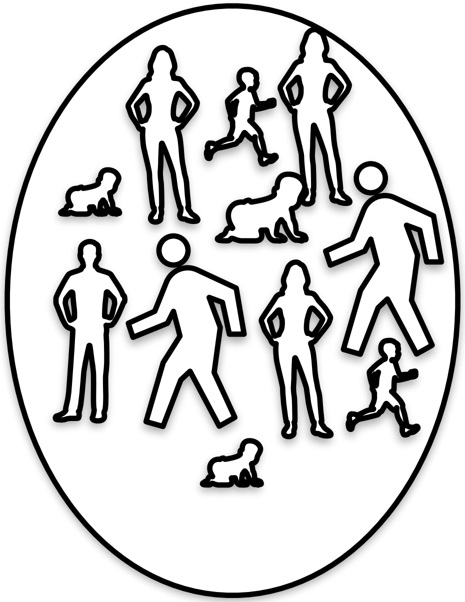
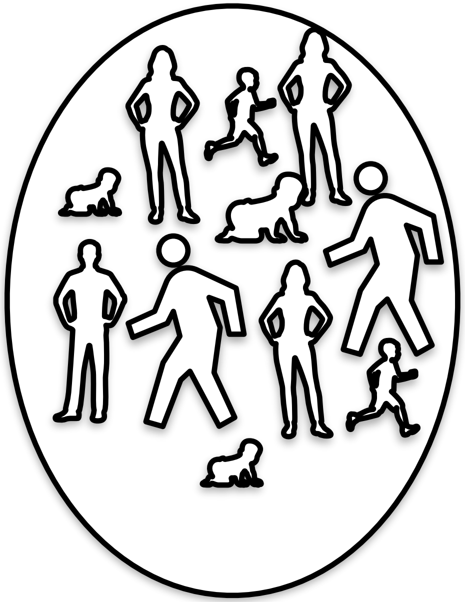
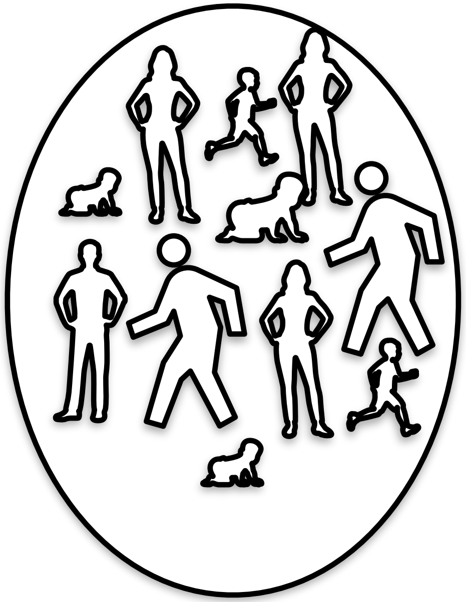
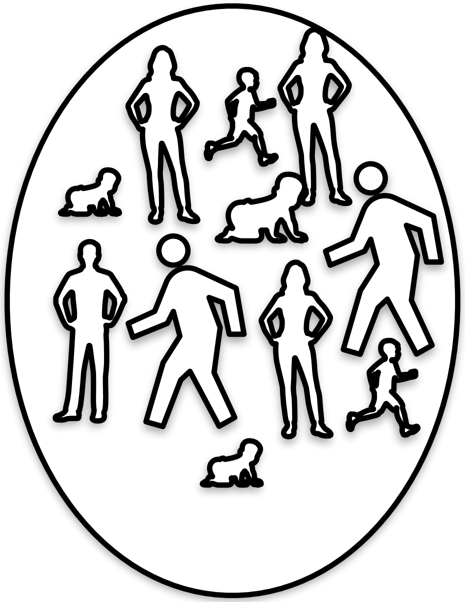
$$\text{Prob}(\omega = w_i) = \frac{1}{4}$$

Evento $\equiv$ A = (indivíduos do mesmo sexo)

$$\text{Prob(A)} = \text{Prob}(\omega_2, \omega_4)$$

$$\text{Prob(A)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$\omega_1 = \text{amostra}_1$ $\omega_2 = \text{amostra}_2$ $\omega_3 = \text{amostra}_3$ $\omega_4 = \text{amostra}_4$

Evento $\equiv$ A

$$\text{Prob(A)} = \sum_{i=1}^{n} (\omega_i)$$

$(0{,}5)$ peça $=$ sem defeito $\Rightarrow$ B

sorteio$_1$

Evento $\equiv$ Seleção de peças (3) e verificação sorteio$_2$

$(0{,}5)$ peça $=$ com defeito $\Rightarrow$ D

sorteio$_3$

$$\Omega = \underset{\omega_1}{(B, B, B)}, \underset{\omega_2}{(B, B, D)}, \underset{\omega_3}{(B, D, B)}, \underset{\omega_4}{(D, B, B)}, \underset{\omega_5}{(D, D, B)}, \underset{\omega_6}{(D, B, D)}, \underset{\omega_7}{(B, D, D)}, \underset{\omega_8}{(D, D, D)},$$

Evento $\equiv$ A $=$ dois defeitos

$$\text{Prob(A)} = \sum_{i=1}^{n} (\omega_i) = \omega_5 + \omega_6 + \omega_7 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Evento $\equiv$ A $=$ ao menos dois defeitos

Probabilidade - Propriedades

Conceitos Importantes

$\boxed{\text{Freqüência Relativa (\%)}}$ $\qquad f_i = \dfrac{n_i}{N} \in (0,1)$

$0 < \text{Prob(A)} < 1$

evento impossível $\rightarrow$ $\text{Prob}(\emptyset) = 0$

evento certo $\rightarrow$ $\text{Prob}(\Omega) = 1$

Propriedades Importantes

(a) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

(b) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(c) $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap \Omega = A$

(d) $\emptyset^c = \Omega$, $\Omega^c = \emptyset$

(e) $A \cap A^c = \emptyset$

(f) $A \cup A^c = \Omega$

(g) $A \cup \emptyset = A$, $A \cup \Omega = \Omega$

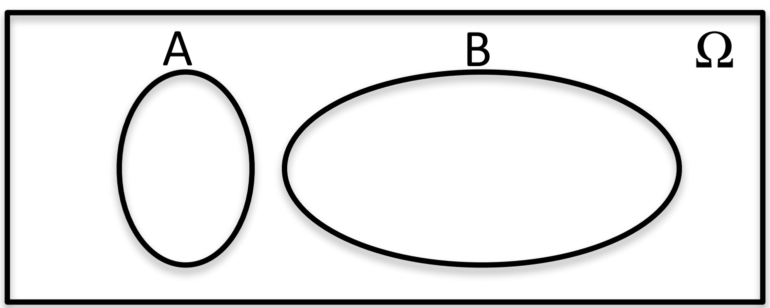
(h) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Operações com Conjuntos

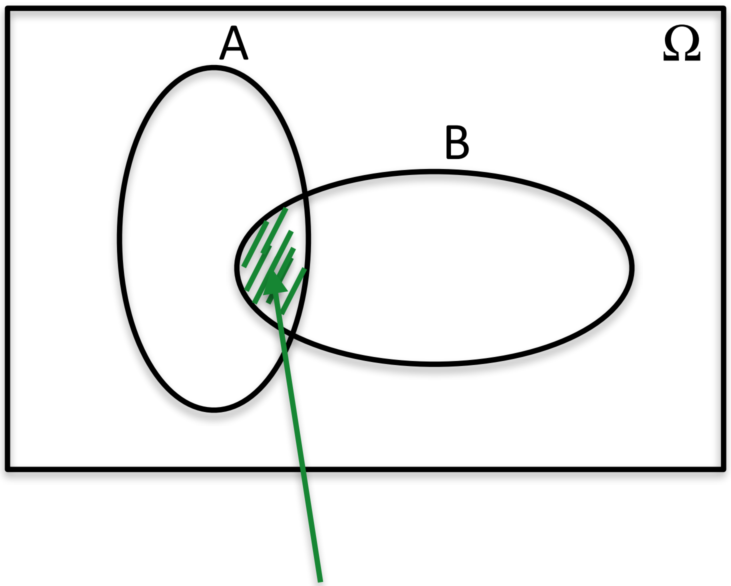
$A \cup B$

$A \cap B$

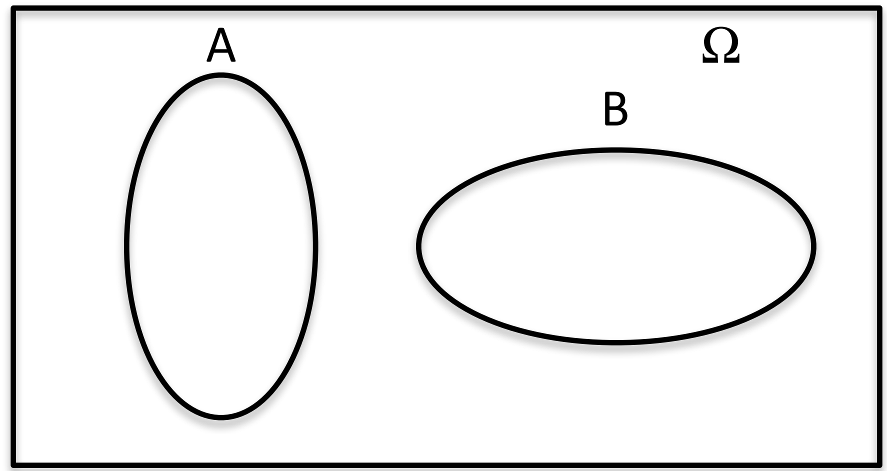
Diagrama de Venn



Conceitos Importantes



$A \cap B$



$A \cap B = \varnothing$

Prob(AUB) = Prob(A) + Prob(B) − Prob($A \cap B$)

$P(A) + P(A^C) = 1$

Conceitos Importantes

Curso \ Sexo	Homens (H)	Mulheres (F)	Total
Matemática Pura (*M*)	70	40	110
Matemática Aplicada (*A*)	15	15	30
Estatística (*E*)	10	20	30
Computação (*C*)	20	10	30
Total	115	85	200

Freqüência Relativa (%)

$$f_i = \frac{n_i}{N} \in (0,1)$$

$$P(E) = f_i = \frac{30}{200}$$

$$P(H) = f_i = \frac{115}{200}$$

Evento: escolher um aluno

$$E = \begin{cases} A, & \text{Matemática Pura} \\ E, & \text{Estatística} \\ C, & \text{Computação} \\ A, & \text{Matemática Aplicada} \end{cases}$$

$$\text{Prob}(E \cup H) = \text{Prob}(E) + \text{Prob}(H) - \text{Prob}(E \cap H)$$

$$\text{Prob}(E \cup H) = \frac{30}{200} + \frac{115}{200} - \frac{10}{200} = \frac{135}{200}$$

Informações Relevantes

Curso \ Sexo	Homens (H)	Mulheres (F)	Total
Matemática Pura (M)	70	40	110
Matemática Aplicada (A)	15	15	30
Estatística (E)	10	20	30
Computação (C)	20	10	30
Total	115	85	200

$$\text{Prob}(M) = \frac{85}{200}$$

$$\text{Prob}(E) = \frac{30}{200}$$

$$E = \begin{cases} M, & \text{Sexo = Mulher} \\ E, & \text{Curso = Estatística} \end{cases}$$

$$\text{Prob}(M \cup E) = \text{Prob}(M) + \text{Prob}(E) - \text{Prob}(M \cap E)$$

$$\text{Prob}(M \cup E) = \frac{85}{200} + \frac{30}{200} - \frac{20}{200} = \frac{95}{200} = \frac{19}{40}$$

Caso eu saiba que o sorteado seja do curso de Estatística

Informação adicional - o curso

$$\text{Prob}(M|E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} \quad \Rightarrow \text{Prob}(M|E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{20}{200}}{\frac{30}{200}} = \frac{20}{200}\frac{200}{30} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Prob}(M|E) > \text{Prob}(M \cup E)$$

Probabilidade - Independência

Informações Relevantes

Curso \ Sexo	Homens (H)	Mulheres (F)	Total
Matemática Pura (*M*)	70	40	110
Matemática Aplicada (*A*)	15	15	30
Estatística (*E*)	10	20	30
Computação (*C*)	20	10	30
Total	115	85	200

Como $\text{Prob}(M \mid E) = \dfrac{P(M \cap E)}{P(E)}$

Disto vem que:

$$\Rightarrow \text{Prob}(M \cap E) = P(E)\ P(M \mid E)$$

Caso tenhamos:

$\text{Prob}(M \cap E) = P(E)\ P(M)$

Ter a informação sobre não afeta a probabilidade de ocorrência do outro evento....

Mais de dois eventos

$P(A \cap B) = P(A)\ P(B),$
$P(A \cap C) = P(A)\ P(C),$
$P(B \cap C) = P(B)\ P(C),$
$P(A \cap B \cap C) = P(A)\ P(B)\ P(C).$