ESCOLA POLITÉCNICA DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos
PSI - EPUSP

PSI 3031 – 2017
LABORATÓRIO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

Experiência 04
Sinais Senoidais, Fasores e 2ª Lei de Kirchhoff

Profa. Elisabete Galeazzo
Prof. Leopoldo Yoshioka

Assistentes:
Carlos Ramos, Deissy e Henrique Peres

Objetivos da Experiência 04

- **Consolidar as relações existentes entre tensão e corrente em capacitores;**
- **Aplicar o conceito de fasor para representação de um sinal senoidal;**
- **Consolidar o conceito de impedância; e o de corrente e tensão como fasores;**
- **Verificar a validade da 2ª lei de Kirchhoff para sinais no domínio do tempo e na forma fasorial.**

Identidade de Euler e Números Complexos

Identidade de Euler

$e^{j\theta} = \cos\theta + j\,\mathrm{sen}\,\theta$

$\cos\theta = \mathrm{Re}\{e^{j\theta}\}$

$\mathrm{sen}\,\theta = \mathrm{Im}\{e^{j\theta}\}$

Considerando que:

r = magnitude de **z**

θ = a fase de **z**

Representações de **z**:

polar : $\mathbf{z = r \angle\theta}$

retangular: $\mathbf{z = x + j\,y}$

exponencial: $\mathbf{z = r\,e^{j\theta}}$

Fasores e sinais senoidais

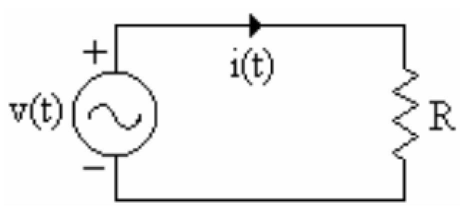
- Fasores: Números Complexos
- Representam: Amplitude e Fase da senoide

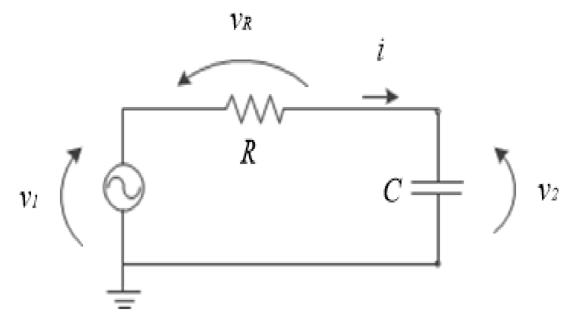
$$\widehat{A} = A\,e^{j\theta} = A\,\angle\theta$$

$\rightarrow$ Conceito de fasores se aplica somente para sinais com ω constante!

Circuitos Lineares Estáveis

$v(t) = v_1(t)$ = excitação senoidal com frequência angular "ω"





Os sinais nos elementos do circuito resistivo:

. **Amplitudes** nos elementos R **são** alteradas (segundo a lei de Ohm);
. **Fases são iguais**;
. **Frequências** sobre os elementos serão as **mesmas** do sinal de excitação!

Os sinais nos elementos do circuito capacitivo:

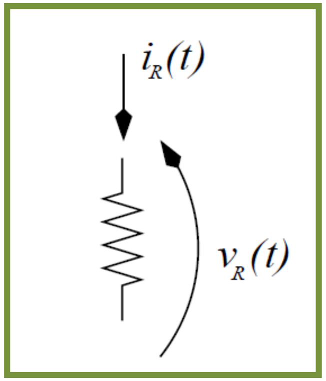
. **Amplitudes** nos elementos R e C **são** alteradas;
. **Fases são distintas**;
. **Frequências** sobre os elementos serão as **mesmas** do sinal de excitação!

Sinal de excitação senoidal

$$v_R(t) = vC(t) = A\ \cos\ (\omega t + \theta)$$

Resistor:

relação entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$:

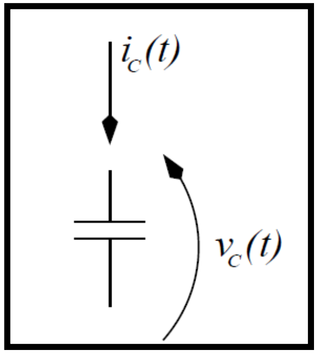


$$v_R(t) = R.i_R(t)$$

$$i_R(t) = \frac{A}{R}\cos(\omega t + \theta)$$

Capacitor:

relação entre $v_C(t)$ e $i_C(t)$:



$$i_C(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C\ A\ \omega \cos(\omega t + \theta + 90^o)$$

*identidade: **- sen(ωt)** = cos(ωt+90º)

Relações Fasoriais nos Bipolos

Resistor

$$v_R(t) = A\cos(\omega t + \theta)$$

$$v_R(t) = Re\{A\, e^{j\theta}\, e^{j\omega t}\}$$

$$\hat{V} = A\, e^{j\theta}$$

$$i_R(t) = \frac{A}{R}\cos(\omega t + \theta)$$

$$\hat{I} = (A/R)\, e^{j\theta} = (A/R)\,\angle\theta$$

$$\hat{I} = (1/R)\,\hat{V} \Rightarrow \hat{V} = R\,\hat{I}$$

Capacitor

$$v_C(t) = A\cos(\omega t + \theta)$$

$$v_C(t) = Re\{A\, e^{j\theta}\, e^{j\omega t}\}$$

$$\hat{V} = A\, e^{j\theta}$$

$$i_c(t) = CA\omega\cos(\omega t + \theta + 90^o)$$

$$\hat{I} = \omega\, C\, A\, e^{j\theta}\, e^{j\,90^o}$$

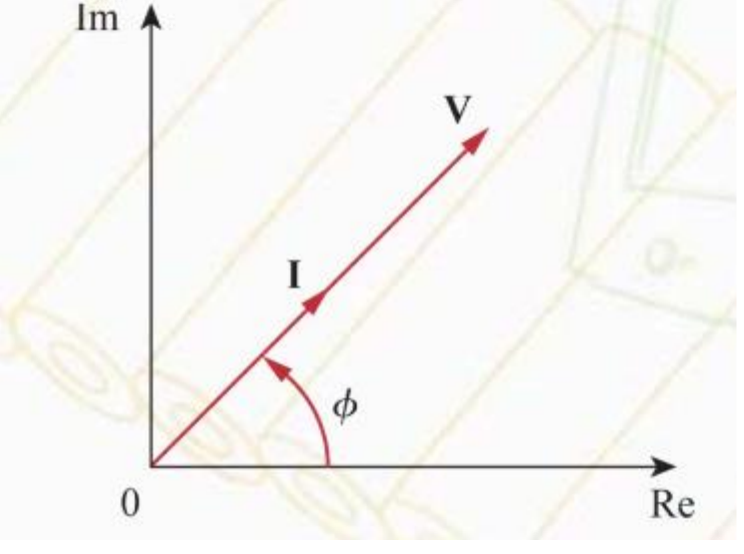
$$\hat{I} = (j\,\omega\, C)\,\hat{V} \Rightarrow \hat{V} = \frac{1}{j\omega C}\,\hat{I}$$

Diagrama fasorial

Resistor

$\hat{V} = R\,\hat{I}$

⇨ $\hat{V}$ e $\hat{I}$ estão em fase

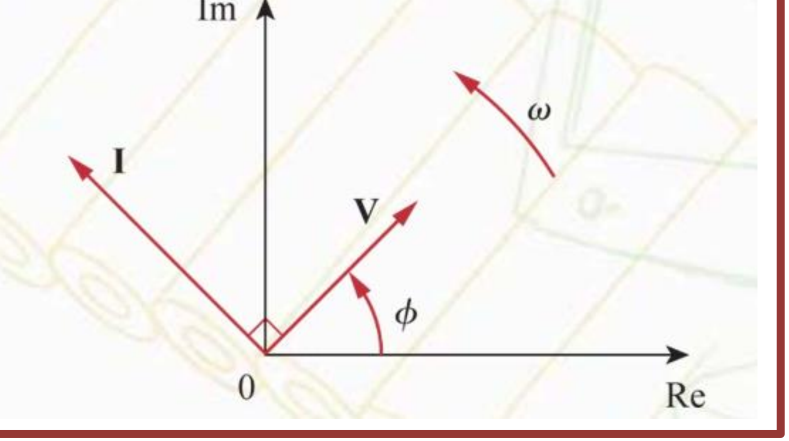


Capacitor

$\hat{V} = \dfrac{1}{j\omega C}\hat{I}$ ou $\hat{V} = -j\dfrac{1}{\omega C}\hat{I}$

e como $-j = e^{-j\,90^o}$:

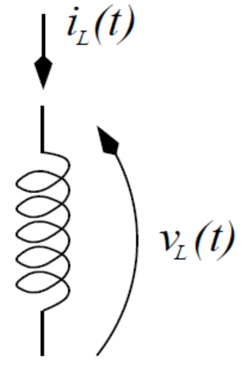
⇨ Fasor $\hat{V}$ está atrasado de 90º de $\hat{I}$



Representação Fasorial para o Indutor

- **Indutor**

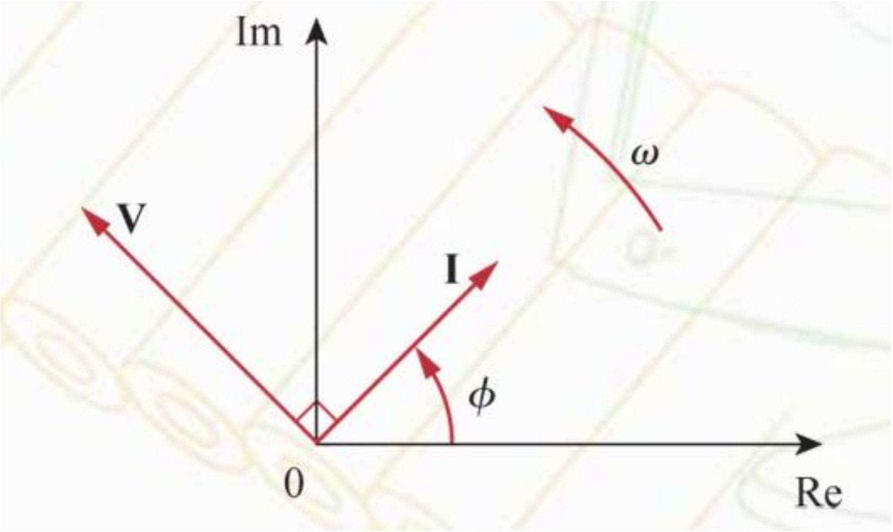
$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$



$$\hat{V} = j\,\omega\,L\,\hat{I}$$

e como $j = e^{j90^o}$:

⇨ Fasor $\hat{V}$ está adiantado de 90^o de $\hat{I}$



Generalização da Lei de Ohm para sinais senoidais

$$Definimos: \quad \frac{\hat{V}}{\hat{I}} = \mathbf{Z(j\omega)} = Impedância$$

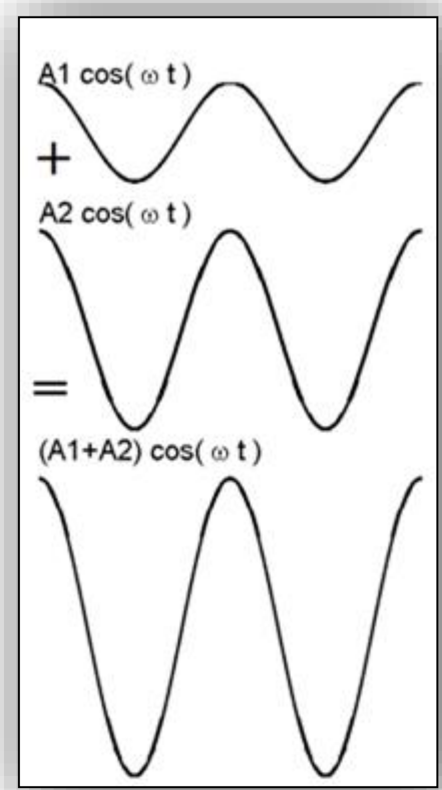
Resisto r	Capacitor	Indutor
$\frac{\hat{V}_R}{\hat{I}_R} = R$	$\frac{\hat{V}_C}{\hat{I}_C} = \frac{1}{j\omega C}$	$\frac{\hat{V}_L}{\hat{I}_L} = j\omega L$

A impedância é uma grandeza complexa, mas não é um fasor!

2ª Lei de Kirchhoff para sinais senoidais

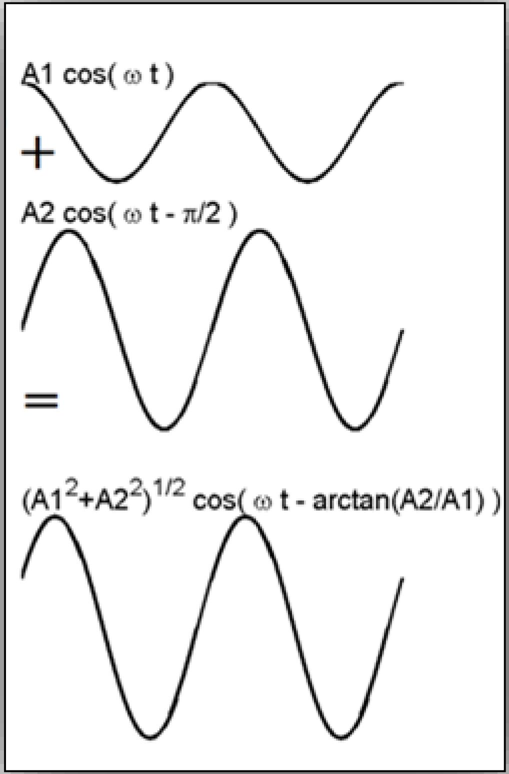
Sinais com mesma fase

- $v(t) = vR_1(t) + vR_2(t)$



Sinais defasados

$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$



2ª Lei de Kirchhoff fasorial

$$V_1 e^{j\theta_1} + V_2 e^{j\theta_2} + \cdots + V_N e^{j\theta_N} = 0$$

Para sinais em fase:

Como:

$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 \ldots \theta_N$,

temos:

$V_1 + V_2 + V_3 + \ldots V_N = 0$

ou.....

$V_{RMS1} + V_{RMS2} + \ldots V_{RMSN} = 0$

Para sinais defasados:

Como:

$\theta_1 \neq \theta_2 \neq \theta_3 \neq \theta_4 \ldots \theta_N$,

$\hat{V}_1 + \hat{V}_2 + \ldots \hat{V}_N = 0$

(soma de números complexos!)

Exemplo de soma fasorial na forma retangular:

$\hat{\mathbf{V}}_1 = X_1 + jY_1$ e

$\hat{\mathbf{V}}_2 = X_2 + jY_2$

$\hat{\mathbf{V}}_S = \hat{\mathbf{V}}_1 + \hat{\mathbf{V}}_2$.

$\hat{\mathbf{V}}_S = (X_1 + X_2) + j\,(Y_1 + Y_2)$