UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos

PSI - EPUSP

PSI 3031 - LABORATÓRIO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

INTRODUÇÃO TEÓRICA - EXPERIÊNCIA 2

Medições de Grandezas Elétricas em Corrente Alternada (AC)

Edição 2023
Profa. Elisabete Galeazzo / Prof. Leopoldo Yoshioka
(rev.2021: Márcio Lobo e Verônica Christiano Abê); MNPC

1. Objetivos

Medir em corrente alternada (AC ou CA) os seguintes parâmetros: valor de pico, valor eficaz, potência, frequência, período e defasagem.

2. Tensões e Correntes Alternadas

Em muitas situações práticas de engenharia elétrica trabalhamos com tensões ou correntes alternadas (CA ou AC – do termo em inglês ***A****lternating* ***C****urrent*). Em geral, esses sinais variam "senoidalmente" ao longo do tempo. Um exemplo típico é a rede elétrica residencial. Outros exemplos de sinais que podemos citar são os de rádio, televisão e celular.

As tensões e correntes alternadas com forma de onda senoidal podem ser descritas matematicamente da seguinte forma:

$$v(t) = \boldsymbol{V}\, sen(\boldsymbol{\omega} t + \theta_1) \qquad (1)$$

$$i(t) = \boldsymbol{I}\, sen(\boldsymbol{\omega} t + \theta_2) \qquad (2)$$

Os parâmetros **V** e **I** representam as amplitudes, enquanto que **ω** corresponde à velocidade angular (em radianos por segundos, rad/s). O **ω** se relaciona com a frequência, f, ou período, T, através da seguinte expressão:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad (3)$$

Por exemplo, examinemos a tensão da rede elétrica residencial na cidade de São Paulo. A tensão nominal da rede elétrica local é de 127 VAC e frequência é de 60 Hz. Por conveniência, vamos adotar que a fase, θ_1, seja nula. Neste caso, a representação matemática será dada pela expressão 4 e o seu gráfico correspondente é mostrado na Fig. 1.

$$v(t) = 179{,}6 \cdot sen(377t) \tag{4}$$

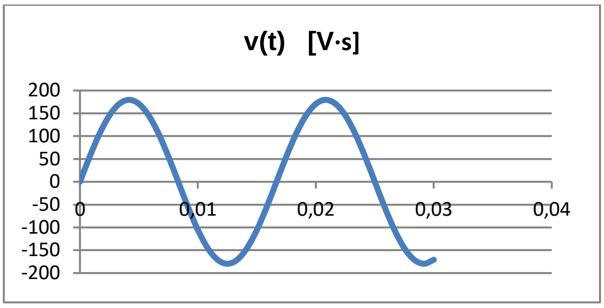

Figura 1 – Exemplo de comportamento da tensão da rede elétrica**.**

Observe que a tensão, *v(t)*, varia numa faixa de -179,6 V a + 179,6 V. Ou seja, o valor de pico (máximo) e o valor nominal (127 V) estão relacionados por um fator de $\sqrt{2}$. Veja também que o período é da ordem de 0,0167 segundos, aproximadamente, o que corresponde a 60 repetições do ciclo senoidal por segundo.

2.1 Comportamento da carga resistiva em AC

Consideremos um circuito elétrico onde um resistor, **R**, é alimentado por uma fonte de tensão alternada, com tensão senoidal de amplitude $\boldsymbol{A}$ e frequência $\boldsymbol{f}$**,** como indicado na Fig. 2.

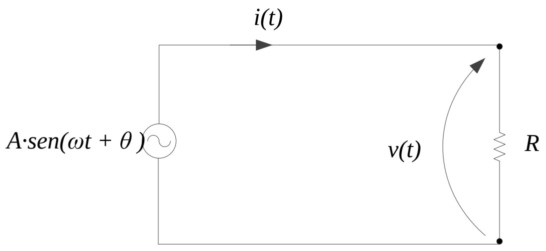

Figura 2 – Carga resistiva alimentada por uma fonte alternada.

A tensão sobre o resistor, *v(t)*, terá o mesmo valor da fonte, enquanto que a corrente instantânea, *i(t)*, será:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{Asen(\omega t + \theta)}{R} \tag{5}$$

Como os parâmetros A e R são grandezas reais, a tensão *v(t)* e a corrente *i(t)* possuem a mesma fase (θ).

Lembre: Num resistor, a tensão e a corrente têm a **mesma fase.**

2.1.1 Potência instantânea sobre R:

A potência instantânea, $p(t)$, sobre a carga R, pode ser obtida através do produto entre tensão e corrente:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \tag{6}$$

Logo,

$$p(t) = \frac{A^2}{R} sen^2(\omega t + \theta) \tag{7}$$

Podemos concluir pela expressão 7 que a potência instantânea sobre o resistor será sempre positiva. A interpretação física desse fato é que o resistor absorve continuamente a energia do gerador ou da fonte de alimentação. Desta forma, um elemento resistivo não armazena energia e, portanto, nos circuitos puramente resistivos não há regeneração (devolução) de energia recebida. Observe também que a frequência da potência instantânea é o dobro da frequência de tensão e de correte, lembrando que $sen^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$.

2.1.2 Potência média sobre R

A potência média, **P**, dissipada na carga resistiva pode ser calculada integrando-se a potência instantânea no intervalo de 0 a T, como indicado na expressão a seguir:

$$P \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T v(t) \cdot i(t) dt \tag{8}$$

Decorrente da expressão 7, temos:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{A^2}{R}[sen(\omega t)]^2 dt = \frac{A^2}{R} \cdot \frac{1}{T}\int_0^T [sen(\omega t)]^2 dt \tag{9}$$

Finalmente:

$$P = \frac{A^2}{2R} \tag{10}$$

Comparando-se as expressões (7) e (10), podemos concluir que a potência média P é metade da potência instantânea máxima ($p(t)_{max} = \frac{A^2}{R}$)

Desmembrando a expressão 10 em duas partes, temos:

$$P = \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{A}{\sqrt{2} \cdot R}\right) \tag{10}$$

Note que a primeira parte da expressão 10 corresponde à amplitude de tensão (**V_p**, tensão de pico) dividida por $\sqrt{2}$. A segunda parte, por outro lado, corresponde à amplitude de corrente (**I_p**, corrente de pico) também dividida por $\sqrt{2}$. Ou seja:

$$P = \left(\frac{V_p}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{I_p}{\sqrt{2}}\right) \tag{11}$$

Essas grandezas são denominadas valores eficazes (V_{ef} e I_{ef}). Uma aplicação prática desse fato, muito útil, é que se pode calcular a potência média de sinais AC sem a necessidade de efetuar-se a integração apresentada na expressão 9. A potência média de sinais AC pode ser obtida pela simples multiplicação dos valores eficazes de tensão e de corrente, ou seja:

$$P = V_{ef}.I_{ef} \tag{12}$$

A potência média em AC é obtida pela multiplicação dos valores eficazes de tensão e de corrente: **$P = V_{ef} \cdot I_{ef}$**

Inspecionando-se as expressões 5 a 6, podemos deduzir que as expressões analíticas dos valores eficazes de tensão e de corrente são respectivamente:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt} \tag{13}$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} \tag{14}$$

As expressões 13 e 14 são também conhecidas como valor médio quadrático (RMS, do inglês *Root Mean Square*) da tensão e da corrente, respectivamente.

O significado físico dos valores eficazes, ou valores RMS, das tensões e de correntes pode ser melhor compreendido associando-os aos seus valores contínuos (DC). Por exemplo, aplicar uma tensão senoidal de 1,41 V de pico (V_p) em uma carga produzirá o mesmo efeito, em termos de potência dissipada, se fosse aplicada uma tensão contínua de 1,0 V sobre a mesma. Note também que no caso de sinais alternados o valor da frequência não influi na potência.

Sob o ponto de vista de dissipação de potência em uma carga resistiva, uma tensão alternada de 1 V_{RMS} produzirá o mesmo efeito que uma tensão contínua de 1 V_{DC}.

2.2 Carga capacitiva

Consideremos agora um capacitor como carga conforme o circuito elétrico mostrado na Fig. 3 a seguir.

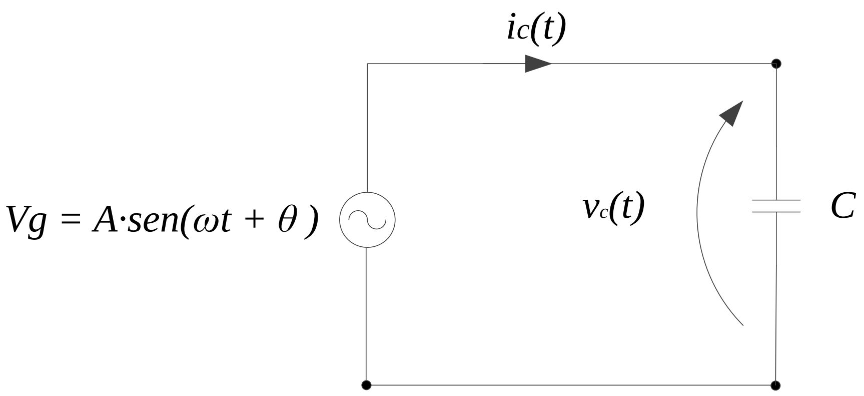

Figura 3 – Carga capacitiva alimentada por uma fonte alternada.

Neste circuito, a tensão sobre o capacitor, $v_c(t)$, será a mesma da fonte, $v_g(t)$:

$$v_g(t) = v_c(t) = A.\mathrm{sen}(\omega t + \theta) \quad (15)$$

Aplicando a relação constitutiva do capacitor podemos calcular a corrente que fluirá pelo capacitor derivando a tensão, $v_c(t)$, e multiplicando pela capacitância, C.

$$i_c(t) = \frac{dQ}{dt} = C\,\frac{dv_c(t)}{dt} = A.\omega \cdot C\cos(\omega t + \theta) \quad (16)$$

Comparando a tensão sobre o capacitor (15) e a corrente (16) podemos verificar que estão defasados de 90º. Em outras palavras, a corrente está adiantada de 90º em relação à tensão.

Lembre: A corrente no capacitor está adiantada de 90º em relação à tensão