COMPARAÇÃO ENTRE TRATAMENTOS:

teste t para 2 amostras pareadas

teste t para 2 amostras independentes

Ana Amélia Benedito Silva

Comparação entre tratamentos

Teste t para duas amostras pareadas

Exemplo – dieta para perda de peso

Exemplo 3 – dieta

- **Situação**

  Um médico acredita que uma dieta de emagrecimento consegue produzir bons resultados em 2 meses.

- **Evidência amostral**

  Para verificar se a dieta é eficiente, foram selecionados 9 pacientes aleatoriamente e pediu a elas que seguissem a dieta por 2 meses.

  Antes de começar a dieta o médico pesou cada paciente e **depois** de 2 meses, pesou-as novamente.

Exemplo 3 – dados amostrais

paciente	Peso antes	Peso depois
1	77	80
2	62	58
3	61	61
4	80	76
5	90	79
6	72	69
7	86	90
8	59	51
9	88	81

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 1 – Determinar as hipóteses
- Passo 2 - Escolha da estatística do teste
- Passo 3 - Determinação da Região crítica
- Passo 4 – Calcular a estatística do teste para os dados amostrais
- Passo 5 – Concluir pela aceitação ou rejeição de H_0, comparando o valor obtido no Passo 4 com a Região de Aceitação ou com a Região Crítica.

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 1 – Determinar as hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : \mu_{\text{antes}} = \mu_{\text{depois}} \\ H_1 : \mu_{\text{antes}} \neq \mu_{\text{depois}} \end{cases}$$

Fixa-se $\alpha = 0{,}01$

μ_{antes} = média do peso da população de mulheres antes da dieta

μ_{depois} = média do peso da população de mulheres depois da dieta

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 2 - Escolha da estatística do teste

1)Variável dependente
peso (Kg)

2)Tipo da variável dependente
quantitativa contínua

3)Relacionamento entre as amostras
Dependentes ou relacionadas

4)N° de Amostras
Duas

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

	Uma variável					Duas variáveis
Tipo da variável dependente	Uma amostra	Duas amostras		Mais de duas amostras		Medidas de correlação
		relacionadas	*independentes*	*relacionadas*	*independentes*	
Qualitativa nominal ou ordinal	binomial ou X^2	McNemar	X^2 ou Fischer	Prova Q de Cochran	X^2 para várias amostras	coeficiente de contigência C
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	Wilcoxon ou Prova dos sinais	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	Kruskal-Wallis ou Prova da mediana	correlação de Spearman
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	teste de proporções	teste t de Student pareado	teste t de Student para amostras independentes	ANOVA para medidas repetidas	ANOVA para grupos independentes	correlação de Pearson

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 2 - Escolha da estatística do teste

- Para comparar as médias de 2 amostras pareadas utiliza-se o <u>teste t pareado</u>
- O teste t pareado segue uma distribuição chamada distribuição t de Student

Etapas para o cálculo do t pareado

- Passo 2 – Escolha da estatística do teste

  Etapas para o cálculo do t pareado

1) calcular a diferença entre os valores de cada um dos n pares:

$$d = x_2 - x_1$$

2) calcular a média das diferenças

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

3) Calcular a variância

$$s^2 = \frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1}$$

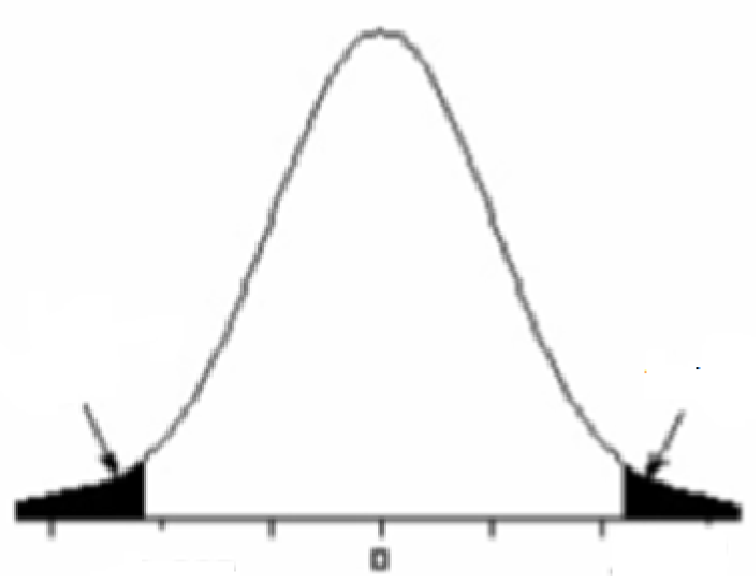
4) calcular o valor de t

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$$

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 3 - Determinação da Região crítica para α=1%

Para obtenção da região crítica precisamos calcular os graus de liberdade



Graus de liberdade = 9 – 1 = 8

$t_{crítico} = 3{,}36$

Table A.2 The *t*-distribution

Value of *t* for a confidence interval of Critical value of $\|t\|$ for *P* values of number of degrees of freedom	90% 0.10	95% 0.05	98% 0.02	99% 0.01
1	6.31	12.71	31.82	63.66
2	2.92	4.30	6.96	9.92
3	2.35	3.18	4.54	5.84
4	2.13	2.78	3.75	4.60
5	2.02	2.57	3.36	4.03
6	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.89	2.36	3.00	3.50
8	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.81	2.23	2.76	3.17
12	1.78	2.18	2.68	3.05
14	1.76	2.14	2.62	2.98
16	1.75	2.12	2.58	2.92
18	1.73	2.10	2.55	2.88
20	1.72	2.09	2.53	2.85
30	1.70	2.04	2.46	2.75
50	1.68	2.01	2.40	2.68
∞	1.64	1.96	2.33	2.58

Atenção

The critical values of $|t|$ are appropriate for a *two*-tailed test. For a *one*-tailed test the value is taken from the column for *twice* the desired *P*-value, e.g. for a one-tailed test, $P = 0.05$, 5 degrees of freedom, the critical value is read from the $P = 0.10$ column and is equal to 2.02.

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 4 – Calcular a estatística do teste

paciente	Peso antes	Peso depois	Antes - depois
1	77	80	-3
2	62	58	4
3	61	61	0
4	80	76	4
5	90	79	11
6	72	69	3
7	86	90	-4
8	59	51	8
9	88	81	7

$$\sum d = 30 \text{ kg}$$

$$\bar{d} = 3{,}3 \text{ kg}$$

$$s^2 = 25\text{kg}^2$$

$$\mathbf{t = 2{,}0}$$

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 5 – Conclusão

Após obter-se o valor de t, compara-se este valor ao t da tabela

$$t_{\alpha=1\%;\ g.l.=\ 9-1=8} = 3{,}36$$

Como $t_{observado} = 2 < t_{tabelado} = 3{,}36$, não rejeito H_0

Logo, há evidências, a um nível de significância de 1%, que a dieta não foi eficiente, ou seja, aceito H0.

Comparação entre tratamentos

Teste t para 2 amostras independentes

Exemplo – consumo de oxigênio natação *vs* voleibol

Exemplo – técnico de voleibol

- **Situação**

  Um técnico de voleibol acredita que o consumo máximo de oxigênio de jogadores de voleibol e nadadores seja diferente.

- **Evidência amostral**

  Para testar a hipótese, o técnico de voleibol mediu o consumo máximo de oxigênio de 10 atletas da sua equipe e de 10 atletas de uma equipe de natação.

Exemplo – dados amostrais

	Consumo Máximo de Oxigênio (mL/(Kg.min))	
	Voleibol	**Natação**
	52,0	40,0
	49,0	38,0
	47,0	42,0
	48,0	40,0
	52,0	37,0
	53,0	36,0
	46,0	40,0
	54,0	36,0
	60,0	39,0
	59,0	37,0
média	**52,0**	**38,5**
desvio-padrão	**4,8**	**2,0**

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 1 - Determinação das Hipóteses estatísticas

$$H_0 : \mu_{\text{voleibol}} = \mu_{\text{natação}} \rightarrow \text{consumos iguais}$$
$$H_1 : \mu_{\text{voleibol}} \neq \mu_{\text{natação}} \rightarrow \text{consumos diferentes}$$

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 2 – Escolha da estatística do teste

1) Variável dependente

consumo máximo de oxigênio

2) Tipo da variável dependente

quantitativa contínua

3) Relacionamento entre as amostras

Independentes – amostra de dados do voleibol e amostra de dados da natação

4) N° de Amostras

2 independentes

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 2 – Escolha da estatística do teste

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

	Uma variável					Duas variáveis
Tipo da variável dependente	**Uma amostra**	**Duas amostras**		***Mais de duas amostras***		**Medidas de correlação**
		relacionadas	***independentes***	***relacionadas***	***independentes***	
Qualitativa nominal ou ordinal	binomial ou X^2	McNemar	X^2 ou Fischer	Prova Q de Cochran	X^2 para várias amostras	coeficiente de contigência C
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	Wilcoxon ou Prova dos sinais	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	Kruskal-Wallis ou Prova da mediana	correlação de Spearman
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	teste de proporções	teste t de Student pareado	teste t de Student para amostras independentes	ANOVA para medidas repetidas	ANOVA para grupos independentes	correlação de Pearson

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 2 – Escolha da estatística do teste

- Para comparar as médias de 2 amostras independentes utiliza-se o **teste t de Student**
- O teste t segue uma distribuição chamada distribuição t

$$t = \frac{\overline{x1} - \overline{x2}}{\sqrt{s_a^2\left(\frac{1}{n1}\right) + \left(\frac{1}{n2}\right)}}$$

$$s_a^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Usa distribuição *t* de *Student* com $gl = 2n - 2$ graus de liberdade

Teste t para duas amostras independentes
Estatística do teste

Se $n_1 = n_2 = n$:

$$s_a^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}$$

$$t = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \cdot \sqrt{\frac{n}{2s_a^2}}$$

n: tamanho da amostra em cada grupo;

$\bar{x}_1$ média da amostra 1

$\bar{x}_2$ média da amostra 2

s_1^2 variância da amostra 1

s_2^2 variância da amostra 2

s_a^2 variância agregada das duas amostras

Usa distribuição *t* de *Student* com $gl = 2n - 2$ graus de liberdade

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 3 - Determinação da Região crítica para α=5%

graus de liberdade = $n_1 - 1 + n_2 - 1$
graus de liberdade = 18

$R_c = \{ t \in T \mid |T| \geq 2{,}10 \}$

Testes de Significância - Teste *t* de Student

Table A.2 The *t*-distribution

Value of t for a confidence interval of Critical value of $\|t\|$ for P values of number of degrees of freedom	90% 0.10	95% 0.05	98% 0.02	99% 0.01
1	6.31	12.71	31.82	63.66
2	2.92	4.30	6.96	9.92
3	2.35	3.18	4.54	5.84
4	2.13	2.78	3.75	4.60
5	2.02	2.57	3.36	4.03
6	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.89	2.36	3.00	3.50
8	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.81	2.23	2.76	3.17
12	1.78	2.18	2.68	3.05
14	1.76	2.14	2.62	2.98
16	1.75	2.12	2.58	2.92
18	1.73	2.10	2.55	2.88
20	1.72	2.09	2.53	2.85
30	1.70	2.04	2.46	2.75
50	1.68	2.01	2.40	2.68
∞	1.64	1.96	2.33	2.58

The critical values of $|t|$ are appropriate for a *two*-tailed test. For a *one*-tailed test the value is taken from the column for *twice* the desired P-value, e.g. for a one-tailed test, $P = 0.05$, 5 degrees of freedom, the critical value is read from the $P = 0.10$ column and is equal to 2.02.

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 4 – Calcular a estatística do teste para os dados amostrais

Etapas para o cálculo da estatística t

1)Calcular a média para as 2 amostras $\overline{x_1}$ e $\overline{x_2}$

2)Calcular a diferença entre as médias

3)Calcular a variância conjunta

$$\boxed{s_a^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

s_1 : desvio-padrão amostra1; n_1 : tamanho amostra1;

s_2 : desvio-padrão amostra2; n_2 : tamanho amostra2

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 4 – Calcular a estatística do teste para os dados amostrais

4)Calcular o valor da estatística T

$$t = \frac{\overline{x1} - \overline{x2}}{\sqrt{s_a^2\left(\frac{1}{n1}\right) + \left(\frac{1}{n2}\right)}}$$

Numerador = (52,0 - 38,5) = 13,5

S_a^2= [(10−1)∗23,04+(10−1)∗*4,0*)]/(20−2) = 13,52

Denominador = $\sqrt{13{,}52x\left(\frac{2}{10}\right)}$= 1,64

$t_{observado}$ = 13,5/1,64= **8,22**

	Consumo de Oxigênio (mL/(Kg.min))	
	Voleibol	Natação
	52,0	40,0
	49,0	38,0
	47,0	42,0
	48,0	40,0
	52,0	37,0
	53,0	36,0
	46,0	40,0
	54,0	36,0
	60,0	39,0
	59,0	37,0
média	**52,0**	**38,5**
desvio-padrão	**4,8**	**2,0**
variância	**23,04**	**4,0**

Numerador = (52,0 - 38,5) = 13,5

$S_a^2 = [(10-1)*4{,}8^2+(10-1)*2{,}0^2)]/(20-2) = 13{,}52$

Denominador = $\sqrt{13{,}52x(\frac{2}{10})} = 1{,}64$

Logo: $t_{observado}$ = 13,5/1,64 = 8,22

Passos para realizar teste de hipóteses

- Passo 5 – Conclusão

Após obter-se o valor de t, compara-se este valor ao t da tabela

$$t_{\alpha=5\%;\ g.l.=18} = 2{,}10$$

Como $t_{observado} = 8{,}22 > t_{tabelado} = 2{,}10$ devo rejeitar H_0

Logo, há evidências, a um nível de significância de 5%, que os consumos de oxigênio não são iguais.

obrigada