

Lista 2 Termo Estatística

Karin Fornazier (karin@if.usp.br)

September 2022

Abstract

Exercícios de Revisão para a "provinha" de 29/09. Esses exercícios servem apenas de guia para estudos, não sendo recomendado utilizar apenas estes como forma de aprimoramento. Recomenda-se leitura de livros texto, bem como os exercícios sugeridos nestes. Há uma sugestão de livros, mas o aluno pode utilizar a literatura que se identificar em seu estudo.

1 Exercícios

1) Considere a seguinte expressão para a probabilidade de uma variável aleatória $x \geq 0$:

$$\mathbf{P}(x) = A \exp -\frac{x}{l} \quad (1)$$

- Obtenha a constante de normalização A;
- Mostre que:

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} x \mathbf{P}(x) dx = 1 \quad (2)$$

2) Determine a forma da distribuição de probabilidades para o problema da caminhada aleatória considerando $N = 20$ e interprete os resultados para:

- $p = q = 1/2$;
- $p = 0.6$ e $q = 0.4$

3) Considere que uma variável aleatória tenha uma distribuição de probabilidades dada por:

$$\mathbf{P}(x) = c \exp -\frac{-x}{2} \quad (3)$$

- Determine a contante de normalização c ;
- Determine o valor médio \bar{x}

4) Lembrando que para valores muito grandes a distribuição Binomial apresenta um ponto de máximo que ocorre em um determinado valor específico $n_1 = n_1^*$ e lembrando que:

$$\ln(\mathbf{P}(n_1)) = \ln(\mathbf{P}(n_1^*)) + C_2\delta^2 \quad (4)$$

obtenha a equação baixo a partir de (4)

$$\mathbf{P}(n_1) = \mathbf{P}(n_1^*) \exp C_2\delta^2 \quad (5)$$

5) Partindo de

$$\frac{d}{dn} \ln(n!) = \ln((n+1)!) - \ln(n!) \quad (6)$$

obtenha

$$\frac{d}{dn} \ln(n!) = \ln \left[\frac{(n+1)!}{n!} \right] = \ln((n+1)!) \approx \ln(n) \quad (7)$$

6) Partindo de

$$\frac{d}{dn} \ln(\mathbf{P}(n_1)) = -\ln(n_1) + \ln((N - n_1)) + \ln(p) + \ln(q) \quad (8)$$

obtenha

$$\ln \left[\frac{(N - n_1^*)p}{n_1^*q} \right] = 0 \quad (9)$$

7) Partindo da Eq(9), obtenha:

$$n_1^* = Np \quad (10)$$

8) Sabendo que:

$$C_2 = -\frac{1}{n_1^*} - \frac{1}{N - n_1^*} \quad (11)$$

obtenha

$$C_2 = -\frac{1}{Npq} \quad (12)$$

9) Demonstre que o livre caminho médio também pode ser descrito como:

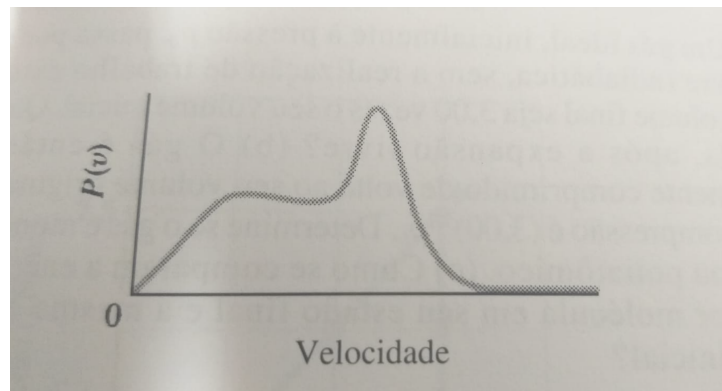
$$\lambda \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 \frac{N}{V}}} \quad (13)$$

10) O livre caminho médio das moléculas de nitrogênio a $0.06^{\circ}C$ e 1 atm é de $0.08 \times 10^{-5} \text{ cm}$. A estas condições de temperatura e pressão há 2.7×10^{10} moléculas/ cm^3 . Qual o diâmetro das moléculas?

11) Em um certo acelerador de partículas, os prótons percorrem um caminho circular de diâmetro de 23.0 m em uma câmara onde a pressão é $1.00 \times 10^{-6} \text{ mm}$ de Hg e a temperatura é de 295 K .

- Calcule o número de moléculas de gás por centímetro cúbico, a essa mesma pressão.
- Qual o livre caminho médio das moléculas do gás sob estas condições

12) Considere a distribuição de velocidades mostrada na figura abaixo.



- Dê os valores de v_{rms} (velocidade quadrática média), v_p (velocidade mais provável), e a velocidade média.
- Compare essa distribuição com a distribuição de Maxwell

13) Calcular o valor médio de energia cinética de uma molécula de um gás ideal.

14) Determinar a distribuição de Maxwell no espaço de velocidade em coordenadas cilíndricas.

2 Bibliografia sugerida

2.1 A) Probabilidade

- DANTAS, CAB. "Probabilidade: um curso introdutório".
- MONTGOMERY, DC. "Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros".
- MORETTIN, LG. "Estatística básica: probabilidade e inferência".

2.2 B) Distribuições Maxwell- Boltzmann

- NUSSENZVEIG H. M. , "Curso de Física Básica", volume 2
- LEONEL, E.D., "Fundamentos da Física Estatística", Ed. Blucher
- RESNIK, Walker, Halliday, "Fundamentos da Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica"